Análisis Numérico

Andrés José Mora Arévalo
$mora_andres@javeriana.edu.co$

Sergio Andrés Peñaranda Tarazóna
sergiopenaranda@javeriana.edu.co

Jose Fernando Zuluaga Ortiz
$zuluaga_jose@javeriana.edu.co$

Camilo Andrés Maldonado Gómez
$camilo_maldonado@javeriana.edu.co$

February 2020

1 Numero de Operaciones

1.1 Teorema de Horner

1.1.1 Ejercicio 1

Por medio del método de inducción matemática logramos demostrar el Metodo 2 del Teorema de Horner. Este metodo es usado para hallar, con el mínimo numero de productos, el valor de un polinomio de grado n.

- Sea P(x) un polinomio de grado n, de la forma:

$$\mathrm{P(x) = a_0x^n + a_1x^{n^{-1}} + ... + a_n}$$

- Entonces:

$$\mathrm{b_0 + b_1 * x + b_2 * x * x + b_2 * x * x^2 + ... + b_n * x * x^{n-1} = 2n - 1}$$

- Para un polonimo con grado $\mathrm{n > 0}$ entonces $\mathrm{P_0(x) = b_0 * x^0 + b_1 * x^1}$ luego $\mathrm{P_0(x) = b_0 + b_1 * x^1}$, entonces el número de multiplicaciones es 1. Esto demuestra que para $\mathrm{k = 0}$ el teorema se cumple.

Nota: Si el polinomio fuera incompleto tambien se cumpliría el teorema.

- Para k=n tenemos que(ver figúra 1):

$$\overbrace{b_0 + b_1x + \underbrace{b_2 * x * x + b_2 * x * x^2 + \cdots + b_n * x * x^{n-1} = 2n - 1}_{\textit{n-1 términos}}}^{\textit{n+1 términos}}$$

Número de productos: $1 \quad + \quad 1 \quad + \quad 2 \quad + \quad 2 \quad + \ldots + \quad 2 \quad = 2n - 1$

Figure 1: Demostración para k=n

- Entonces:

$$1 + 2 * (\mathrm{n} - 1) = 2\mathrm{n} - 1$$
$$1 + 2\mathrm{n} - 2) = 2\mathrm{n} - 1$$
$$2\mathrm{n} - 1 = 2\mathrm{n} - 1$$

- Para k=n+1 tenemos que(ver figúra 2):

$$\overbrace{b_0 + b_1x + \underbrace{b_2 * x * x + b_2 * x * x^2 + \cdots + b_n * x * x^{n-1} = 2n - 1}_{\textit{n términos}}}^{\textit{(n+1)+1 términos}}$$

Número de productos: $1 \quad + \quad 1 \quad + \quad 2 \quad + \quad 2 \quad + \ldots + \quad 2 \quad = 2(n + 1) - 1$

Figure 2: Demostración para k=n+1

- Entonces:

$$1 + 2 * (\mathrm{n}) = 2(\mathrm{n} + 1) - 1$$
$$2\mathrm{n} + 1) = 2(\mathrm{n} + 1) - 1$$
$$2\mathrm{n} + 1 + 1 - 1 = 2(\mathrm{n} + 1) - 1$$
$$2\mathrm{n} + 2 - 1 = 2(\mathrm{n} + 1) - 1$$
$$2(\mathrm{n} + 1) - 1 = 2(\mathrm{n} + 1) - 1$$

1.1.2 Ejercicio 2

Al evaluar $\mathrm{P(x)} = 2\mathrm{x}^4 - 3\mathrm{x}^2 + 3\mathrm{x} - 4$ usando el algoritmo implmentado por el grupo(Metodo 2). Se obtiene como respuesta en consola:

[1] ”El numero de multiplicaciones es: 7”

[1] ”El resultado es: -2”

Lo cual nos indica que el metodo 2 se cumple para el polinomio incopmpleto de grado n=4.

1.1.3 Ejercicio 3

Al evaluar $\mathrm{x} = 1.0001$ en $\mathrm{P(x)} = 1 + \mathrm{x} + \mathrm{x}^2 + ...\mathrm{x}^{50}$ usando el algoritmo implmentado por el grupo(Metodo 2). Se obtiene como respuesta en consola:

[1] "El numero de multiplicaciones es: 99"

[1] "El resultado es: 51.1277085001351"

comparandolo con el resultado equivalente: $\mathrm{Q(x)} = (\mathrm{x}^{51} - 1)/(\mathrm{x} - 1)$ cuyo resultado obtenido usando la herramienta es:

[1] "El resultado equivalente es: 51.127708500135"

nos reulta un error de:

[1] "El error es de: 7.105427357601e-14"

1.2 Números Binarios

1.2.1 Ejercicio a)

Al convertir el número pi a binario, hay que recordar que pi es un numero infinito no periodico. Al seleccionar solo los primeros 15 bits decimales obtenemos que:

[1] "El numero binario es: 11.0010010000111"

Pero al convertir ese numero de nuevo a decimal obtenemos como resultado: 3.1414794921875. Es decir, solo tenemos los primeros 3 numeros decimales acertados.

1.2.2 Ejercicio b)

- 1010101 a decimal: 85
- 1011.101 a decimal: 11.625
- 10111.010101... a decimal: 23.333...
- 111.1111... a decimal: 7.999...

1.2.3 Ejercicio c

- 11.5 a binario: 1011.01
- 2/3 a binario: 0 debido a que el primer bit es 0
- 30.6 a binario:¡11110.10011001...
- 99.999... a binario 1100011.111111111...