h)

$f(x_0) \cong a(x-x_2)^2 + b(x-x_2) + c$

$f(x_1)$ " "

$f(x_2)$ " "

Si evaluamos en el punto x_2

$f(x_2) = a\cancel{(x_2-x_2)}^{2\,\to 0} + b\cancel{(x_2-x_2)}^{\to 0} + c$

$f(x_2) = c$

Entonces para $f(x_0)$ y $f(x_1)$

① $\checkmark f(x_0) - f(x_2) = a(x_0-x_2)^2 + b(x_0-x_2)$

② $\checkmark f(x_1) - f(x_2) = a(x_1-x_2)^2 + b(x_1-x_2)$

Llamemos esto así

- $h_0 = x_1 - x_0$
- $h_1 = x_2 - x_1$
- $d_0 = \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$
- $d_1 = \dfrac{f(x_1) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

$f(x_1) - f(x_0) = d_0 \overbrace{(x_1 - x_0)}^{h_0}$

$f(x_2) - f(x_1) = d_1 \underbrace{(x_2 - x_1)}_{h_1}$

$\checkmark$ Veamos que

$h_0 + h_1 = x_1 - x_0 + x_2 - x_1$

$= -x_0 + x_2$

Entonces:

① $-(d_0 \cdot h_0 + d_1 \cdot h_1) = a(h_1 + h_0)^2 - b(h_1 + h_0)$

② $-d_1 \cdot h_1 = a(h_1)^2 - b\, h_1$

con esto llegamos a

$$a = \frac{d_1 - d_0}{h_1 + h_0} \qquad b = a h_1 + d_1 \qquad c = f(x_2)$$

$$a = \frac{f(x_1, x_2) - f(x_0, x_1)}{h_2 - h_1}$$

$$b = f(x_1, x_2) + a h_2$$

$$c = f(x_2)$$