

Punto 1

Muestre el término n -ésimo +1 término de las siguientes relaciones recursivas

$$x_{n+1} = 4x_n - x_n^2; \quad x_0 = 4\sin^2\theta$$

$$x_{0+1} = 4(4\sin^2\theta) - (4\sin^2\theta)^2$$

$$x_1 = 16\sin^2\theta - 16\sin^4\theta$$

$$x_1 = 16(\sin^2\theta - \sin^4\theta)$$

$$x_1 = 16\sin^2\theta(1 - \sin^2\theta)$$

$$x_1 = 16\sin^2\theta(\cos^2\theta)$$

$$x_1 = 4(4\sin^2\theta\cos^2\theta)$$

$$x_1 = 4\sin^2(2\theta)$$

Por lo que en general se tiene

$$x_{n+1} = 4\sin^2(2^{n+1}\theta)$$

$$x_{n+1} = 4x_n - 4x_n^2$$

$$x_0 = \sin^2 \theta$$

$$x_{0+1} = 4x_0 - 4x_0^2$$

$$= 4\sin^2 \theta - 4(\sin^2 \theta)^2$$

$$= 4\sin^2 \theta - 4\sin^4 \theta$$

$$= 4\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)$$

$$= 4\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$x_1 = \sin^2(2\theta)$$

$$x_{n+1} = \sin^2(2^{n+1}\theta) \quad \theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$$