

# Percolación de nodos en redes cuadradas 2d

A. Rabinovich

*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires,  
Pabellón I, Ciudad Universitaria, 1428 Buenos Aires, Argentina.*

(Dated: April 26, 2017)

A partir de estudios computacionales hemos determinado el comportamiento crítico de una red de nodos bi-dimensional. Esta red percola siguiendo una transición de fase de 2° orden ....

**PACS numbers:** 45.70.Vn, 89.65.Lm

## I. INTRODUCCIÓN

Los primeros estudios en percolación se realizaron....

## II. EL MODELO

### A. Transición de fase

Cuando de varía la probabilidad de ocupación de los nodos de la red, se observa que ...

### B. Leyes de potencia y exponentes críticos

La Tabla I resume las principales leyes de potencia obtenidas en la literatura para redes percolantes...

TABLE I: Valores teóricos hallados en la literatura.

Símbolo	Ley	Valor
$d$	—	$d = 2$
$D$	$M \sim L^D$	$D = 91/48$
$\nu$	$\xi \sim  p - p_c ^{-\nu}$	$\nu = 4/3$
$\tau$	$n(p_c) \sim s^{-\tau}$	$\tau = 1 + d/D$
$\sigma$	$z = s^\sigma (p - p_c)$	$\sigma = (\nu D)^{-1}$
$\alpha$	$m_0(p) \sim  p - p_c ^{2-\alpha}$	$\alpha = 2 - (\tau - 1)/\sigma$
$\beta$	$m_1(p) \sim (p - p_c)^\beta$	$\beta = \nu(d - D)$
$\gamma$	$m_2(p) \sim  p - p_c ^{-\gamma}$	$\gamma = (3 - \tau)/\sigma$

Observamos que los valores obtenidos en la Ref. [1] presentan...

### C. Efectos de red finita

El comportamiento de las redes de tamaño finito (redes cuadradas de lado  $L$ ) se aparta de aquel esperado para sistemas infinitos. Esto se debe a que...

$$n_s(p) = q_0 s^{-\tau} f(z) \quad , \quad z = s^\sigma (p - p_c) \quad (1)$$

En la Ec. (1) ....

## D. Renormalización

Es posible explotar aún más el hecho de que cerca de la transición de fase el sistema se muestra libre de escalas. Si se *re-escala* el sistema, deben seguir siendo válidas las leyes de potencia anteriores. Entonces, mediante un proceso de *renormalización* observaremos que...

## III. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Se estudiaron redes cuadradas de tamaño  $L = 4, 16, 32, 64, 128$  por medio del algoritmo de Hoshen-Kopelman [2].

$$M(L) = L^D m\left(\frac{L}{\xi}\right) \sim \begin{cases} L^D & \text{si } L < \xi \\ L^d & \text{si } L \gg \xi \end{cases} \quad (2)$$

## IV. RESULTADOS

### A. Determinación de $p_c$ por diferentes métodos

Se usaron distintos métodos para la determinación numérica del punto crítico...(i.e. búsqueda de  $p_{\text{medio}}$ , búsqueda de  $p_{\text{mediana}}$ , sintonizado de  $n_s(p_c)$ ).

a)

b)

d)

Red cuadrada de 16x16:  $P_c = 0.594 \pm 0.001$  Red cuadrada de 32x32:  $P_c = 0.595 \pm 0.003$  Red cuadrada de 64x64:  $P_c = 0.594 \pm 0.003$  Red cuadrada de 128x128:  $P_c = 0.594 \pm 0.003$

### B. Intensidad del cluster percolante $P_c$

### C. Determinación de la dimensión fractal $D$

tau = 1.840750 +- 0.001758 R-squared: 0.9999

### D. Determinación de la dimensión fractal $D$

Según la Ec. 2 es posible hallar  $D$  en el caso en que ....

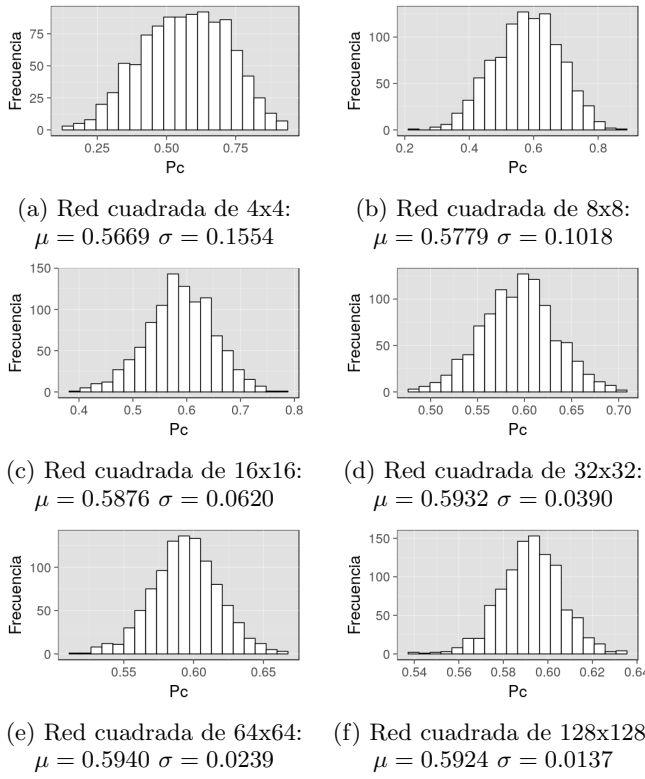


FIG. 1: Histogramas de probabilidades críticas en función del tamaño de la red cuadrada para 1000 realizaciones de la red.

### E. Obtención de $\beta$ a partir de la intensidad $P_\infty$

A partir de la información en el gráfico de  $P_\infty(p)$  podemos hallar  $\beta$  ...

### F. Espectro de fragmentos y verificación de la hipótesis de *scaling*

La hipótesis de *scaling* se presenta en la Ec. 1 en donde se observa que para distintos valores de  $s$  y  $p - p_c$ , el espectro de fragmentos debe colapsar en una única curva  $f(z) = n_s(p)/n_s(p_c)$ , donde  $z = s^\sigma(p - p_c)$ ...

En la Fig. 5 se observa que ...

En consecuencia, verificamos la hipótesis de *scaling* graficando  $f(z)$  y determinando el punto  $f_{\max} = f(z_{\max})$ . Este valor se corresponde con una probabilidad  $p_{\max}$  para un cada tamaño  $s$  fijo. La ley de potencia con exponente  $\sigma$  será entonces

$$\ln(p_{\max} - p_c) = -\sigma \ln(s) + \ln(z_{\max}) + C \quad (3)$$

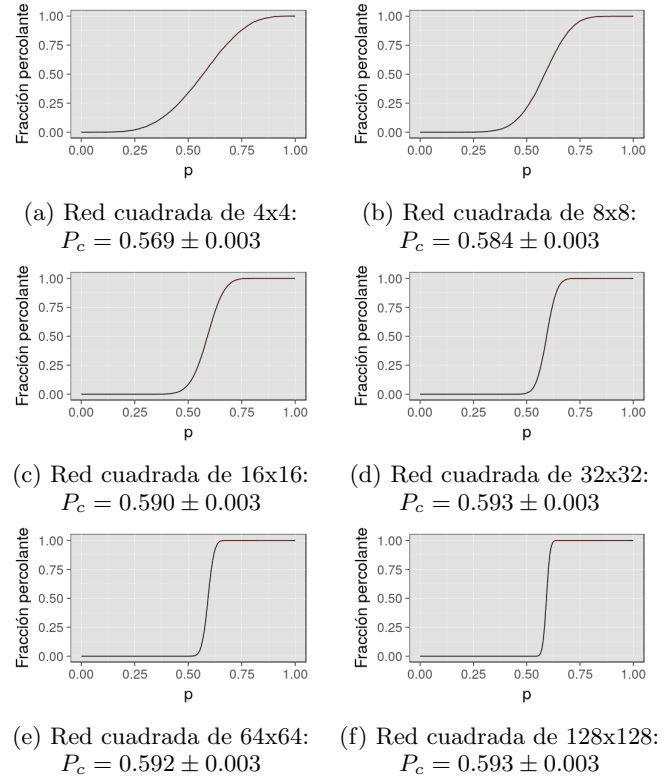


FIG. 2: Histogramas de probabilidades críticas en función del tamaño de la red cuadrada para 1000 realizaciones de la red.

## V. VERIFICACIÓN DE RESULTADOS POR RENORMALIZACIÓN

Podemos verificar, al menos de manera aproximada, los resultados de las secciones realizando un proceso de renormalización de *celda pequeña*. Consideramos una porción de red de lado  $b = 2$  y la llamamos un *super-nodo*...

## VI. CONCLUSIONES

La Tabla.... resume los resultados obtenidos. El sistema ....

## ACKNOWLEDGMENTS

A. Rabinovich es becario doctoral del CONICET.

[1] D. Stauffer and A. Aharony, *Introduction to percolation theory* (Taylor & Francis Inc, 2003) pp. 57–87.

[2] J. Hoshen and R. Kopelman, *Physical Review B* **14**, 3438 (1976).

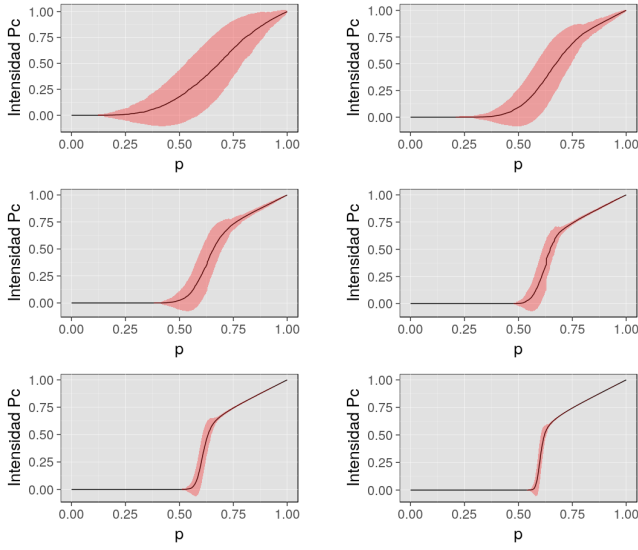


FIG. 3: Intensidad del cluster percolante en función de  $p$  y del tamaño de la red cuadrada para 1000 realizaciones de la red.

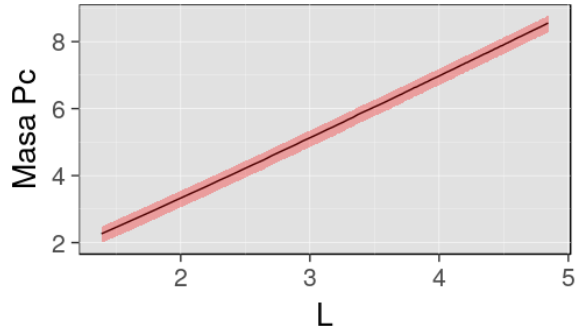


FIG. 4: Masa del cluster percolante  $P_c$  en función del tamaño de la red cuadrada para 10000 realizaciones de la red.

FIG. 5: Distribución de fragmentos....