Universidad de Sonora

Actividad 11: **Apocalipsis Zombie**

Andrés Ignacio Rodríguez Mendoza

Se implementan modelos para simular la evolución de sistemas biológicos en función del tiempo sometidos a parámetros de conversión entre clases. Cada elemento del sistema pertenece a una clase. Se impone la conservación (en un periodo corto de tiempo) del número de individuos para mantener congruencia en el sistema; ésto es, así como sale un elemento de una clase entra en otra, dado que los modelos sólo mudan elementos de una clase a otra. Se realizan varios modelos variando la cantidad de clases y las interacciones entre ellas.

Modelo Básico

Las clases son:

- Susceptible (S)
- Zombie (Z)
- Removido (R)

Los parámetros:

- Elementos de S mudan a R a razón del parámetro δ.
- Elementos de R mudan a Z a razón de ζ.
- Elementos de S mudan a Z a razón de β.
- Elementos de Z mudan a R a razón de α.
- La taza de nacimiento Π puede despreciarse en un periodo corto de tiempo.

Las ecuaciónes que gobiernan el modelo:

$$\begin{aligned} S' &= \Pi - \beta SZ - \delta S \\ Z' &= \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ \\ R' &= \delta S + \alpha SZ - \zeta R. \end{aligned}$$

Modelo con Infección Latente

En el *Modelo Básico* se introduce una nueva clase de individuos, y se modifican las relaciones entre elementos de clases. Las clases son:

- Susceptible (S)
- Infectado (I)
- Zombie (Z)
- Removido (R)

Los parámetros:

- Elementos de S mudan a R a razón de δ.

- Elementos de I mudan a R a razón de δ.
- Elementos de I mudan a Z a razón de ρ.
- Elementos de R mudan a Z a razón de ζ.
- Elementos de S mudan a I a razón de β.
- Elementos de Z mudan a R a razón de α.

Las ecuaciónes que gobiernan el modelo:

$$\begin{aligned}
S' &= \Pi - \beta SZ - \delta S \\
I' &= \beta SZ - \rho I - \delta I \\
Z' &= \rho I + \zeta R - \alpha SZ \\
R' &= \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R.
\end{aligned}$$

Modelo con Cuarentena

En el *Modelo con Infección Latente* se introduce otra clase y se afectan las transiciones. La clase que se agrega es:

- Cuarentena (Q)

Y las transiciones correspondientes a esta clase:

- Elementos de I mudan a Q a razón de κ.
- Elementos de Z mudan a Q a razón de σ.
- Elementos de Q mudan a R a razón de γ.

Se adieren estas transiciones a las ecuaciones del modelo y una nueva ecuación correspondiente a Q:

$$\begin{aligned}
S' &= \Pi - \beta SZ - \delta S \\
I' &= \beta SZ - \rho I - \delta I - \kappa I \\
Z' &= \rho I + \zeta R - \alpha SZ - \sigma Z \\
R' &= \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R + \gamma Q \\
Q' &= \kappa I + \kappa Z - \gamma Q.
\end{aligned}$$

Modelo con Tratamiento

Al *Modelo con Infección Latente* se añade un nuevo factor que permite mover elementos de Z a S. La nueva transición de elemento es:

- Elementos de Z mudan a S a razón de c.

Las ecuaciones quedan:

$$\begin{aligned}
S' &= \Pi - \beta SZ - \delta S + cZ \\
I' &= \beta SZ - \rho I - \delta I \\
Z' &= \rho I + \zeta R - \alpha SZ - cZ \\
R' &= \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R.
\end{aligned}$$

Erradicación Impulsiva

El *Modelo básico* lo integramos en intervalos periódicos. Entre cada intervalo se elimina cierto porcentaje de elementos de Z hasta que $Z = 0$. Las ecuaciones quedan:

$$\begin{aligned} S' &= \Pi - \beta SZ - \delta S && t \neq t_n \\ Z' &= \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ && t \neq t_n \\ R' &= \delta S + \alpha SZ - \zeta R && t \neq t_n \\ Z &= -knZ && t = t_n, \end{aligned}$$

donde $k \in [0, 1)$ es la taza de eliminación y n el número de intervalos requeridos para $kn \geq 1$.

Código

```
# zombie apocalypse modeling
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
plt.ion()
plt.rcParams['figure.figsize'] = 10, 8


P = 0        # birth rate
d = 0.0000   # natural death percent (per day)
B = 0.0095   # transmission percent  (per day)
G = 0.0001   # resurect percent (per day)
A = 0.0001   # destroy percent  (per day)
r = 0.5000   # infection rate
k = 0.0220   # infected on quarentine rate
s = 0.0220   # zombies on quarentine rate
e = 0.0010   # killed because escaping
c = 0.200  # cure effectiveness rate


# Los modelos
def Basic(y, t):
        Si = y[0]
        Ii = y[1]
        Zi = y[2]
        Ri = y[3]
        f0 = P - B*Si*Zi - d*Si
        f1 = B*Si*Zi + G*Ri - A*Si*Zi
        f2 = d*Si + A*Si*Zi - G*Ri
        return [f0, f2, f1, 0, 0]

def LatentInfection(y, t):
        Si = y[0]
        Ii = y[1]
```

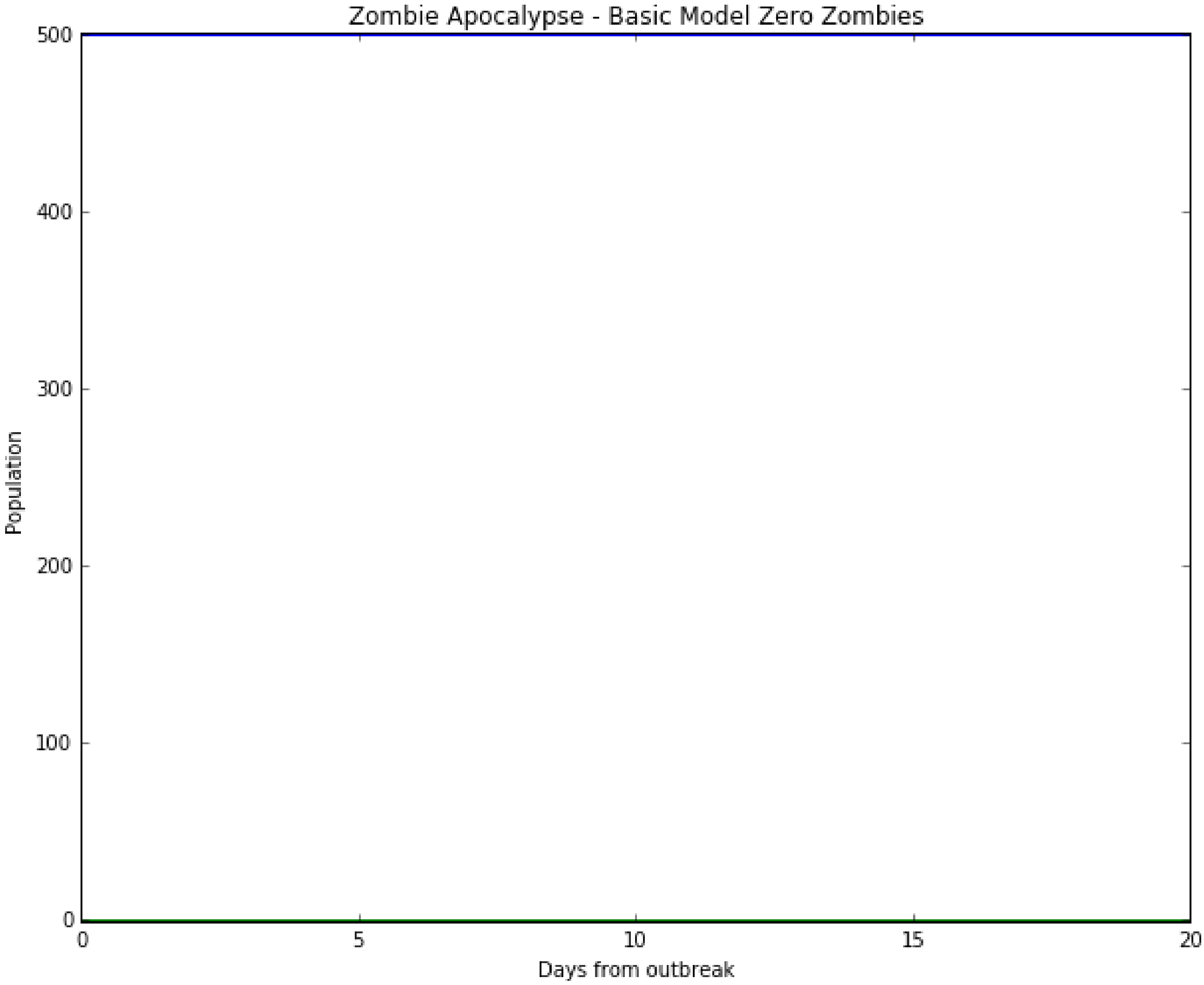
```
        Zi = y[2]
        Ri = y[3]
        f0 = P - B*Si*Zi - d*Si
        f1 = B*Si*Zi - r*Ii - d*Ii
        f2 = r*Ii + G*Ri - A*Si*Zi
        f3 = d*Si + d*Ii + A*Si*Zi - G*Ri
        return [f0, f1, f2, f3, 0]


def Quarantine(y,t):
        Si = y[0]
        Ii = y[1]
        Zi = y[2]
        Ri = y[3]
        Qi = y[4]
        f0 = P - B*Si*Zi - d*Si
        f1 = B*Si*Zi - r*Ii - d*Ii - k*Ii
        f2 = r*Ii + G*Ri - A*Si*Zi - s*Zi
        f3 = d*Si + d*Ii + A*Si*Zi - G*Ri + e*Qi
        f4 = k*Ii + s*Zi - e*Qi
        return [f0, f1, f2, f3, f4]

def Treatment(y,t):
    Si = y[0]
    Ii = y[1]
    Zi = y[2]
    Ri = y[3]
    f0 = P - B*Si*Zi - d*Si + c*Zi
    f1 = B*Si*Zi - r*Ii - d*Ii
    f2 = r*Ii + G*Ri - A*Si*Zi - c*Zi
    f3 = d*Si + d*Ii + A*Si*Zi - G*Ri
    return [f0, f1, f2, f3, 0]



# initial conditions
S0 = 500.                   # initial population
I0 = 0                      # initial infected people
Z0 = 0                      # initial zombie population
R0 = 0                      # initial death population
Q0 = 0                      # initial quarantine population

y0 = [S0, I0, Z0, R0, Q0]   # initial condition vector

t  = np.linspace(0, 20., 1000)        # time grid

# solve the DEs and plot
soln = odeint(Basic, y0, t)
S = soln[:, 0]
```

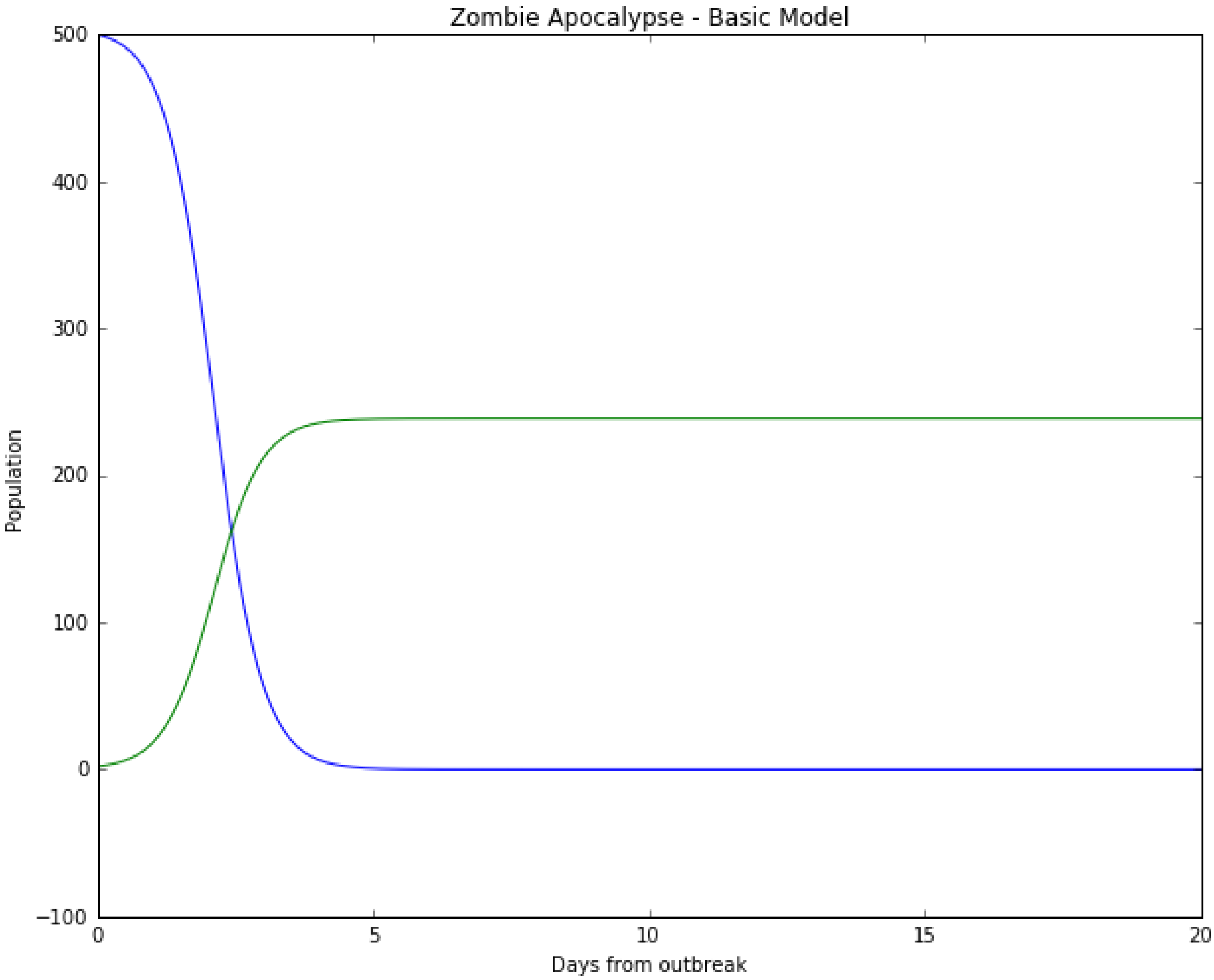
```
R = soln[:, 1]
Z = soln[:, 2]
I = soln[:, 3]
Q = soln[:, 4]
plt.plot(t, S, label='Living')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Days from outbreak')
plt.ylabel('Population')
plt.ylim(-1,501)
plt.title('Zombie Apocalypse - Basic Model Zero Zombies')
plt.show()

# we change the parameters and initial zombies
Z0 = 2
A  = 0.005
y0 = [S0, I0, Z0, R0, Q0]

soln = odeint(Basic, y0, t)
S = soln[:, 0]
R = soln[:, 1]
Z = soln[:, 2]
I = soln[:, 3]
Q = soln[:, 4]
plt.plot(t, S, label='Living')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Days from outbreak')
plt.ylabel('Population')
plt.title('Zombie Apocalypse - Basic Model')
plt.show()

soln = odeint(LatentInfection, y0, t)
S = soln[:, 0]
I = soln[:, 1]
Z = soln[:, 2]
R = soln[:, 3]
Q = soln[:, 4]
plt.plot(t, S, label='Living')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Days from outbreak')
plt.ylabel('Population')
plt.title('Zombie Apocalypse - Latent Infection')
plt.show()

soln = odeint(Quarantine, y0, t)
S = soln[:, 0]
I = soln[:, 1]
Z = soln[:, 2]
R = soln[:, 3]
Q = soln[:, 4]
```

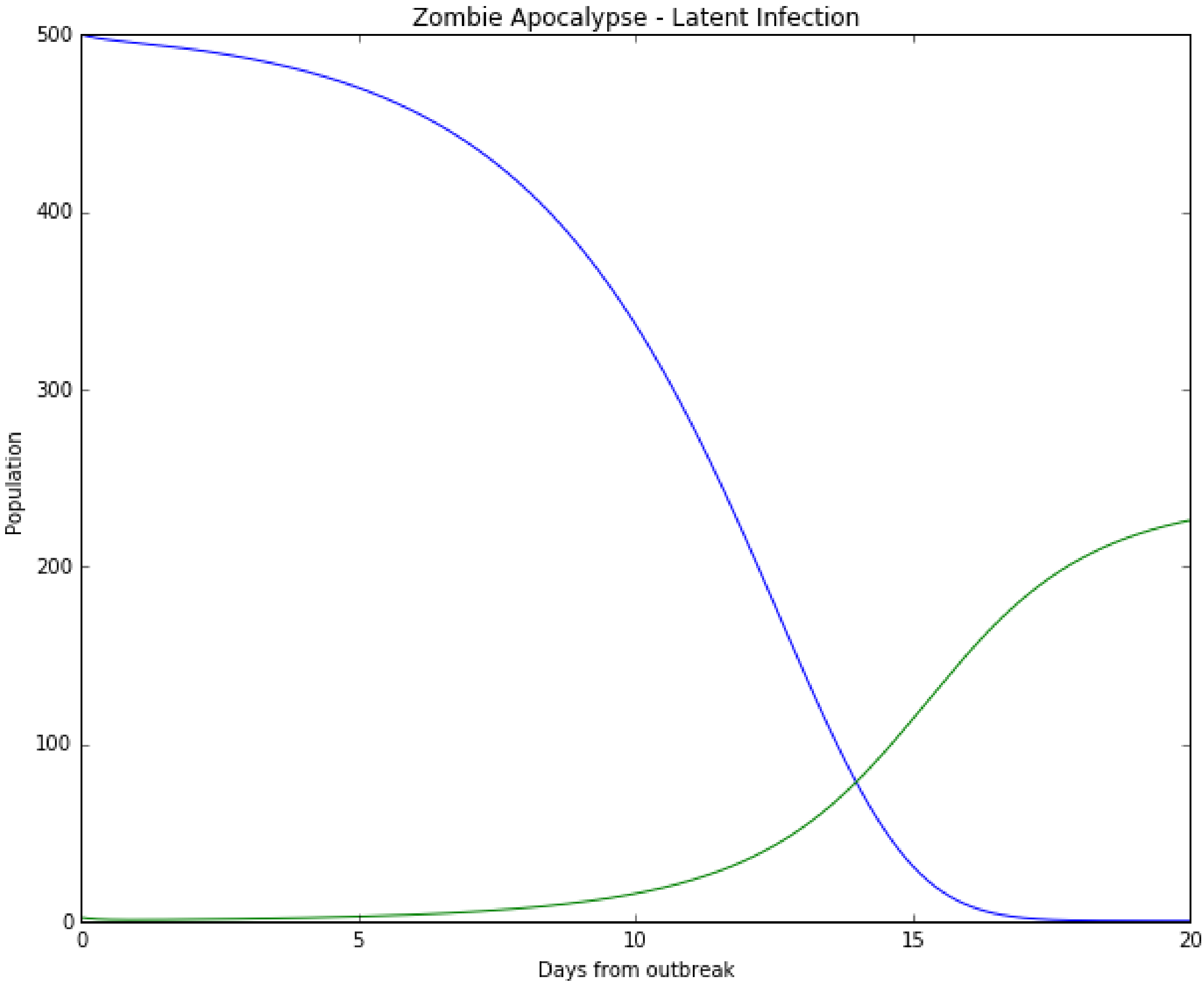
```
plt.plot(t, S, label='Living')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Days from outbreak')
plt.ylabel('Population')
plt.title('Zombie Apocalypse - Quarantine')
plt.show()

soln = odeint(Treatment, y0, t)
S = soln[:, 0]
I = soln[:, 1]
Z = soln[:, 2]
R = soln[:, 3]
Q = soln[:, 4]
plt.title('Zombie Apocalypse')
plt.plot(t, S, label='Living')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Days from outbreak')
plt.ylabel('Population')
plt.title('Zombie Apocalypse - Treatment')
plt.show()


# Eradication with impulsive attacks each 2.5 days
A = 0.00545; B = 0.0075; G = 0.09; d = 0.0001
t1  = np.linspace(0, 2.5, 300)
t2  = np.linspace(2.5, 5., 300)
t3  = np.linspace(5, 7.5, 300)
t4  = np.linspace(7.5, 10.,300)

soln = odeint(Basic, y0, t1)
S = soln[:, 0]
Z = soln[:, 2]
sol1 = odeint(Basic,[soln[299, 0],soln[299, 1],0.75*soln[299, 2],0,0], t2)
S = np.concatenate((S,sol1[:, 0]))
Z = np.concatenate((Z,sol1[:, 2]))
sol2 = odeint(Basic,[sol1[299, 0],sol1[299, 1],0.50*sol1[299, 2],0,0], t3)
S = np.concatenate((S,sol2[:, 0]))
Z = np.concatenate((Z,sol2[:, 2]))
sol3 = odeint(Basic,[sol2[299, 0],sol2[299, 1],0.25*sol2[299, 2],0,0], t4)
S = np.concatenate((S,sol3[:, 0]))
Z = np.concatenate((Z,sol3[:, 2]))


t = np.concatenate((t1,t2,t3,t4))

plt.plot(t, Z, color= 'g' , label='Zombies')
plt.xlabel('Days from outbreak')
plt.ylabel('Zombies')
plt.title('Zombie Apocalypse - Eradication')
```

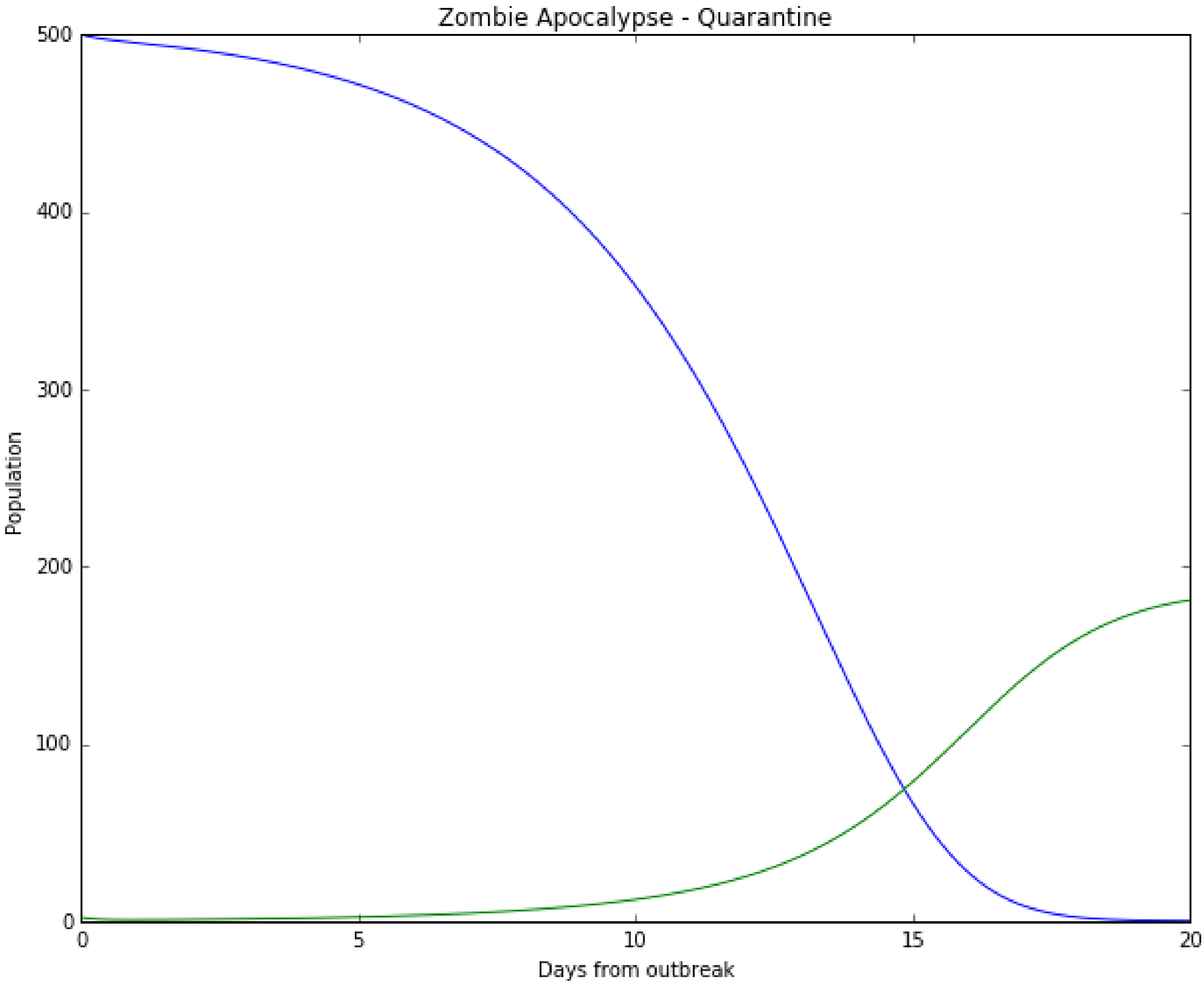
```
plt.show()
```

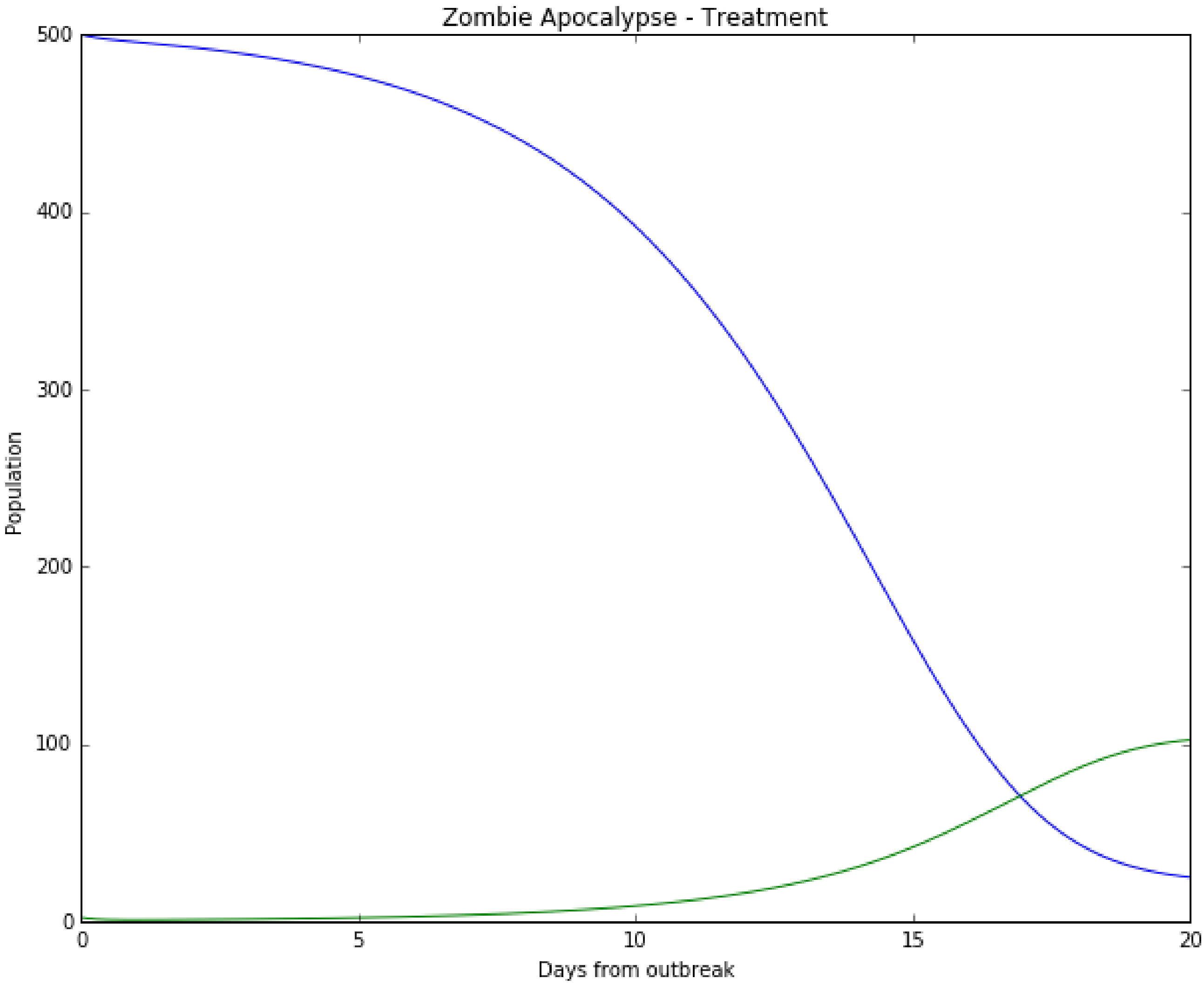
Gáficas



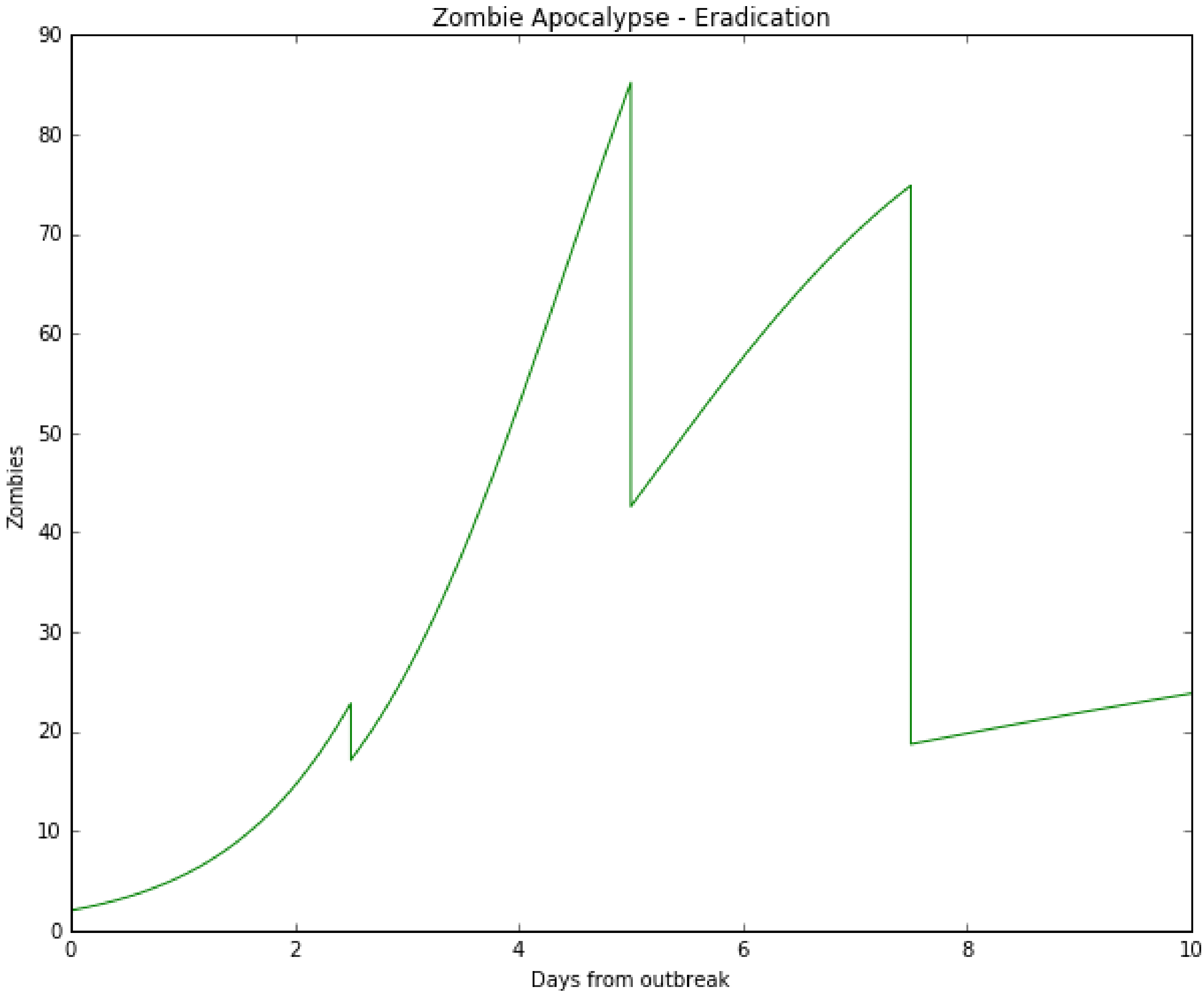

Zombie Apocalypse - Basic Model
Population
Days from outbreak
500
400
300
200
100
0
−100
0
5
10
15
20


Zombie Apocalypse - Latent Infection
Population
Days from outbreak
0
100
200
300
400
500
0
5
10
15
20


Zombie Apocalypse - Quarantine
Population
Days from outbreak
500
400
300
200
100
0
0
5
10
15
20



Zombie Apocalypse - Treatment
500
400
300
200
100
0
Population
0
5
10
15
20
Days from outbreak


Zombie Apocalypse - Eradication
Zombies
Days from outbreak
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
0
2
4
6
8
10