Aluno: André Santos Rocha
Ra: 235887

Problema 1: D - Power of Matrix

Dada uma matriz quadrada M e um número inteiro n, queremos computar M elevado a n.

1.1 Ideia de solução

Para este problema, usaremos a exponenciação rápida de matrizes por uma estratégia de divisão e conquista. Para um n=0, devolvemos a matriz identidade. Para um n par, $A^n = A^{\frac{n}{2}} \times A^{\frac{n}{2}}$. Para um n ímpar, $A^n = A \times A^{\frac{n}{2}} \times A^{\frac{n}{2}}$. Assim, é possível obter o resultado esperado de uma forma otimizada.

1.2 Detalhes de implementação

Sabemos que a multiplicação de matrizes exige um algoritmo $O(m^3)$. Com isso, junto à exponenciação por divisão e conquista, alcançamos uma complexidade de $O(m^3 log\, n)$.

Problema 2: F - XORinacci

Neste problema, queremos determinar o enésimo termo de uma sequência chamada XORinacci. Sabemos que $f(0) = a$, $f(1) = b$, $f(n) = f(n - 1) \oplus f(n - 2)$, onde $\oplus$ é a operação bitwise XOR.

2.1 Ideia de solução

Para este problema, perceba que $f(2) = b \oplus a$, $f(3) = f(2) \oplus f(1) = b \oplus a \oplus b = a$, $f(4) = f(3) \oplus f(2) = a \oplus b \oplus a = b$, $f(5) = f(4) \oplus f(3) = a \oplus b$. Ora, como $f(5) = f(2)$, $f(4) = f(1)$, $f(3) = f(0)$, teremos que $f(6) = f(2) \oplus f(1) = f(3) = f(0)$, e também que $f(7) = f(1)$, $f(8) = f(2)$. Dessa forma, percebemos que $f(0), f(1)\, e\, f(2)$ seguirão sendo repetidos nessa sequência. Então para obter $f(n)$, basta observar a qual elemento na sequência $f(0), f(1)\, e\, f(2)$ ele corresponde e devolver seu valor.

2.2 Detalhes de implementação

Perceba que para descobrir o que devolver entre $f(0), f(1)\, e\, f(2)$, podemos realizar a operação $n\%3$ e devolver $f(n\%3)$, que será exatamente o resultado que procuramos.