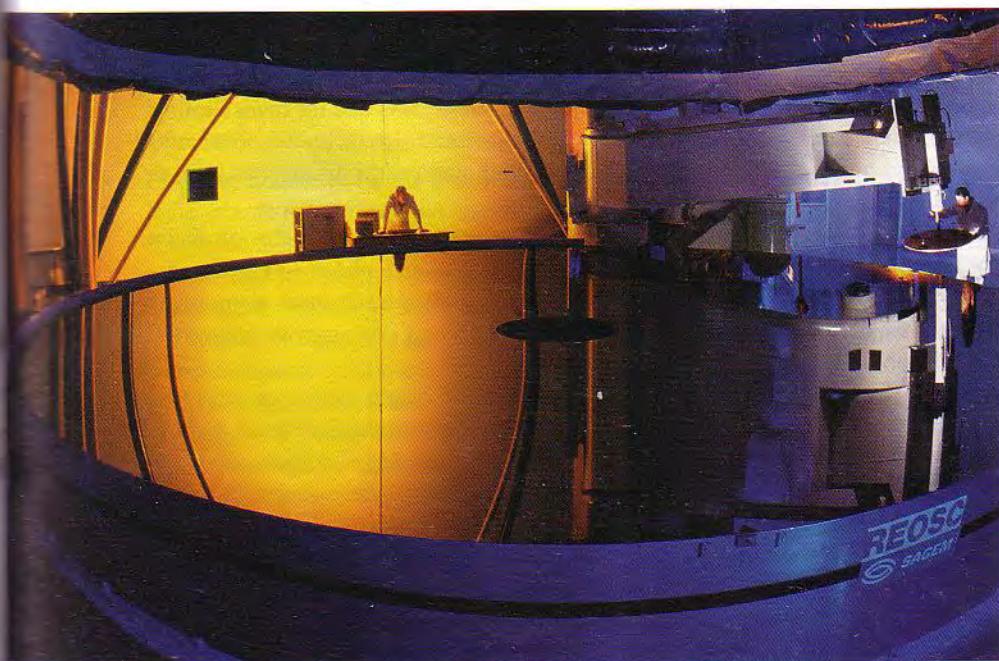


ÓPTICA GEOMÉTRICA E INSTRUMENTOS ÓPTICOS

34

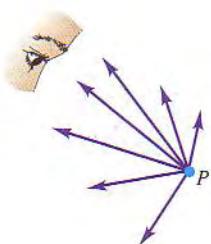


Con un diámetro de 8.2 m, este espejo de telescopio es uno de los más grandes jamás construidos con fines astronómicos. Este immense “ojo” recoge la luz de galaxias distantes y la refleja en su superficie cóncava pulimentada para enfocarla. La superficie del espejo ha sido pulida con una precisión de sólo 8.5×10^{-9} m, equivalente a alrededor de una docena de núcleos atómicos, por lo que las imágenes son extraordinariamente nítidas. Este espejo se utiliza actualmente en el Observatorio Europeo Meridional del norte de Chile.

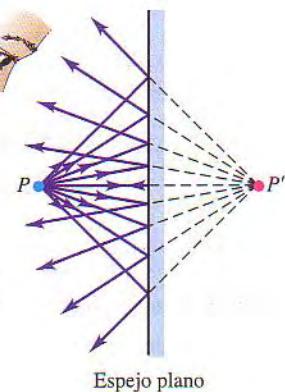
¿Por qué los grandes telescopios utilizan espejos en vez de lentes para recolectar luz y formar imágenes?

Nuestro reflejo en el espejo del baño, la vista de la Luna a través de un telescopio, los dibujos geométricos que se ven en un caleidoscopio: todos éstos son ejemplos de *imágenes*. En cada caso el objeto que miramos parece estar en un lugar diferente a su posición real: nuestro reflejo está del otro lado del espejo, la Luna parece estar más cercana cuando la vemos a través de un telescopio, y los objetos que se ven en un caleidoscopio parecen hallarse en muchos lugares al mismo tiempo. En todos los casos, los rayos de luz provenientes de un punto de un objeto se desvían por reflexión o refracción (o por una combinación de ambos fenómenos) de tal forma que convergen hacia, o parecen divergir respecto a un punto denominado *punto de imagen*. Nuestro objetivo en este capítulo es ver cómo ocurre esto y explorar los diferentes tipos de imágenes que se forman mediante dispositivos ópticos simples.

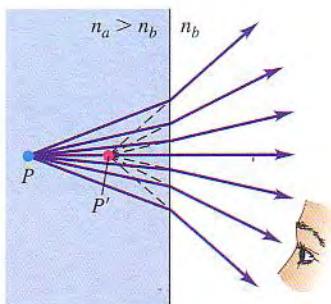
Para comprender las imágenes y su formación, sólo necesitamos el modelo de rayos de la luz, las leyes de reflexión y refracción y un poco de geometría y trigonometría simples. El papel fundamental que desempeña la geometría en nuestro análisis es la razón por la que se da el nombre de *óptica geométrica* al estudio de la formación de imágenes mediante rayos luminosos. Comenzaremos nuestro análisis con uno de los dispositivos ópticos de formación de imágenes más sencillos: un espejo plano. Proseguiremos con el estudio de cómo se forman las imágenes con los espejos curvos, las superficies refractivas y las lentes delgadas. Nuestros resultados constituirán los cimientos para comprender muchos de los instrumentos ópticos que conocemos, entre ellos las lentes de cámara fotográfica, las lentes de aumento, el ojo humano, los microscopios y los telescopios.



34.1 Los rayos luminosos irradian desde un objeto puntual P en todas direcciones.



34.2 Los rayos luminosos provenientes del objeto situado en el punto P se reflejan en un espejo plano. Los rayos reflejados que penetran en el ojo se ven como si proviniesen del punto de imagen P' .



34.3 Los rayos luminosos provenientes del objeto situado en el punto P se refractan en la interfaz plana. Los rayos refractados que penetran en el ojo se ven como si proviniesen del punto de imagen P' . Cuando $n_a > n_b$, como aquí se muestra, el punto de imagen P' está más próximo a la superficie que el punto de objeto P . (Se han exagerado los ángulos de incidencia para mayor claridad).

34.1 | Reflexión y refracción en una superficie plana

Antes de analizar el significado del término **imagen**, necesitamos primero el concepto de **objeto** como se utiliza en óptica. Por **objeto** entendemos cualquier cosa desde donde irradian rayos de luz. Esta luz podría ser emitida por el objeto mismo si éste es *autoluminoso*, como el filamento incandescente de una bombilla eléctrica. Por otra parte, la luz podría ser emitida por una fuente distinta (como una lámpara o el Sol) y luego reflejarse en el objeto; un ejemplo de esto es la luz que llega a nuestros ojos desde las páginas de este libro. La figura 34.1 muestra rayos luminosos que irradian en todas direcciones desde un objeto situado en un punto P . Para que un observador vea este objeto directamente, no debe haber obstrucción alguna entre el objeto y los ojos del observador. Adviértase que los rayos luminosos provenientes del objeto alcanzan los ojos izquierdo y derecho del observador a diferentes ángulos; el cerebro del observador procesa estas diferencias a fin de inferir la *distancia* del observador al objeto.

El objeto de la figura 34.1 es un **objeto puntual** carente de extensión física. Los objetos reales con longitud, anchura y altura se llaman **objetos extensos**. Para comenzar, consideraremos sólo un objeto puntual idealizado, pues siempre podremos pensar en un objeto extenso como constituido por un gran número de objetos puntuales.

Supóngase que algunos de los rayos provenientes del objeto inciden en una superficie reflectora plana y lisa (Fig. 34.2). Ésta podría ser la superficie de un material con un índice de refracción diferente, la cual refleja parte de la luz incidente, o una superficie metálica pulida que refleja casi el 100% de la luz que incide en ella. En todos los casos dibujaremos la superficie reflectora como una línea negra con un área sombreada tras ella, como en la figura 34.2. Los espejos de baño tienen una lámina delgada de vidrio que se halla frente a la superficie reflectora y la protege; pasaremos por alto los efectos de esta lámina delgada (sin embargo, véase el problema 34.75).

De acuerdo con la ley de reflexión, todos los rayos que inciden en la superficie se reflejan a un ángulo respecto a la normal igual al ángulo de incidencia. Dado que la superficie es plana, la **normal** tiene la misma dirección en todos los puntos de la superficie, y se tiene una reflexión *especular*. Una vez que los rayos se han reflejado, su dirección es la misma que si hubiesen provenido del punto P' . Al punto P se le llama **punto de objeto**, y el punto P' es el **punto de imagen** correspondiente; se dice que la superficie reflectora forma una **imagen** del punto P . Un observador que ve únicamente los rayos reflejados en la superficie, y que no sabe que está viendo un reflejo, *piensa* que el origen de los rayos se encuentra en el punto de imagen P' . El punto de imagen es, por consiguiente, un medio conveniente para describir la dirección de los diversos rayos reflejados, del mismo modo que el punto de objeto P describe la dirección de los rayos que llegan a la superficie *antes* de la reflexión.

Si la superficie de la figura 34.2 *no* fuera lisa, la reflexión sería *difusa*, y los rayos provenientes de distintas partes de la superficie seguirían direcciones no correlacionadas (véase la Fig. 33.6b). En este caso no habría una imagen definida del punto P' , de donde todos los rayos reflejados parecen emanar. No podemos ver nuestro reflejo sobre una superficie metálica empañada, porque su superficie es áspera; al pulir el metal su superficie se alisa, hay reflexión especular y se hace visible una imagen reflejada.

Una superficie plana *refractiva* también forma una imagen, como se muestra en la figura 34.3. Los rayos provenientes del punto P se refractan en la interfaz entre dos materiales ópticos. Cuando los ángulos de incidencia son pequeños, la dirección final de los rayos después de la refracción es la misma que si hubiesen provenido del punto P' , como se muestra, y también en este caso llamamos *punto*

de imagen a P' . En la sección 33.2 describimos cómo este efecto hace aparecer los objetos que están bajo el agua más próximos a la superficie de lo que están en realidad (véase la Fig. 33.8).

En las figuras 34.2 y 34.3 los rayos no pasan realmente por el punto de imagen P' . De hecho, si el espejo de la figura 34.2 es opaco, no hay luz alguna en su lado derecho. Si los rayos salientes no pasan en realidad por el punto de imagen, se dice que la imagen es una **imagen virtual**. Más adelante veremos casos donde los rayos *pasan* efectivamente por un punto de imagen, en cuyo caso la imagen resultante recibe el nombre de **imagen real**. Las imágenes que se forman en una pantalla de proyección, en la película fotográfica de una cámara y en la retina del ojo son imágenes reales.

Formación de imágenes por espejos planos

Concentrémonos por ahora en las imágenes que se producen por *reflexión*; más adelante en este mismo capítulo regresaremos a la refracción. Para hallar la ubicación precisa de la imagen virtual P' que un espejo plano forma de un objeto situado en P , utilizaremos la construcción que se presenta en la figura 34.4. La figura muestra dos rayos que divergen a partir de un punto de objeto P situado a una distancia s a la izquierda de un espejo plano. Llamamos a s la **distancia de objeto**. El rayo PV incide normalmente en el espejo (es decir, es perpendicular a la superficie del espejo), y regresa siguiendo el mismo camino por el que llegó.

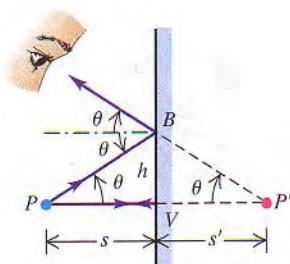
El rayo PB forma un ángulo θ con PV ; incide en el espejo a un ángulo de incidencia θ y se refleja formando un ángulo igual con la normal. Si prolongamos hacia atrás los dos rayos reflejados, éstos se intersecan en el punto P' , a una distancia s' detrás del espejo. Llamamos a s' la **distancia de imagen**. La línea entre P y P' es perpendicular al espejo. Los dos triángulos PVB y $P'VB$ son congruentes; por tanto, P y P' están a la misma distancia del espejo, y s y s' son de igual magnitud. El punto de imagen P' está situado exactamente en posición opuesta al punto del objeto P , tan *distante* de la cara posterior del espejo como el punto del objeto se encuentra de su cara anterior.

Podemos repetir la construcción de la figura 34.4 con respecto a cada rayo que diverge desde P . La dirección de *todos* los rayos reflejados salientes es la que sería si cada uno hubiese tenido su origen en el punto P' , lo que confirma que P' es la *imagen* de P . No importa dónde se halle el observador, siempre verá la imagen en el punto P' .

Reglas de signos

Antes de seguir adelante, conviene presentar algunas reglas generales de signos. Éstas quizás parezcan innecesariamente complicadas con respecto al caso simple de una imagen formada por un espejo plano, pero nos proponemos expresar las reglas de una forma que sea aplicable a *todas* las situaciones que encontraremos más adelante. Éstas incluyen la formación de imágenes por una superficie reflectora o refractiva plana o esférica, o por un par de superficies refractivas que forman una lente. Las reglas son las siguientes:

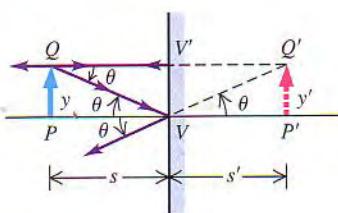
- Regla de signos para la distancia de objeto:** Cuando el objeto está del mismo lado de la superficie reflectora o refractiva que la luz entrante, la distancia de objeto s es positiva; en caso contrario, es negativa.
- Regla de signos para la distancia de imagen:** Cuando la imagen está del mismo lado de la superficie reflectora o refractiva que la luz saliente, la distancia de imagen s' es positiva; en caso contrario, es negativa.
- Regla de signos para el radio de curvatura de una superficie esférica:** Cuando el centro de curvatura C está del mismo lado que la luz saliente, el radio de curvatura es positivo; en caso contrario, es negativo.



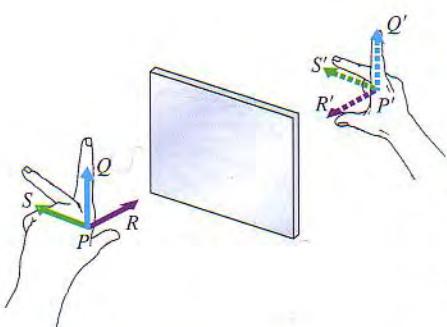
34.4 Construcción para hallar la ubicación de la imagen formada por un espejo plano. El punto de imagen P' está tan atrás del espejo como el punto de objeto P está delante de él. Puesto que los rayos luminosos no pasan realmente por P' , se trata de una imagen virtual.



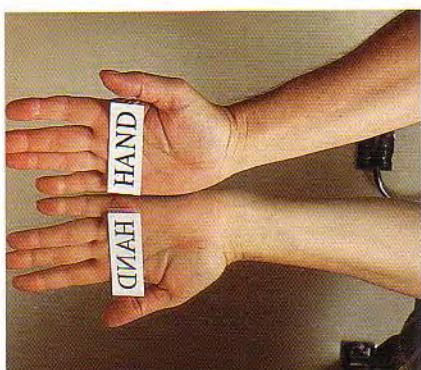
15.4 Óptica geométrica: espejos planos



34.5 Construcción para hallar la altura de una imagen formada por reflexión en una superficie reflectora plana. La imagen que aparece en P' (flecha punteada) es de la misma altura que el objeto situado en P (flecha continua).



34.6 La imagen $S'P'Q'R'$ formada por un espejo plano es virtual, derecha e inversa. Es del mismo tamaño que el objeto $SPQR$.



34.7 La imagen formada por un espejo plano es inversa; la imagen de una mano derecha es una mano izquierda, y así sucesivamente. (La mano descansa sobre un espejo horizontal). ¿Son inversas las imágenes de las letras H y A?

En el caso de un espejo los lados entrante y saliente son siempre el mismo; por ejemplo, en las figuras 34.2 y 34.4 ambos están del lado izquierdo. En el caso de la superficie refractiva de la figura 34.3, los lados entrante y saliente están a los lados izquierdo y derecho, respectivamente, de la interfaz entre los dos materiales. (Adviértase que en otros textos quizás se empleen reglas diferentes).

En la figura 34.4 la distancia de objeto s es *positiva* porque el punto de objeto P está en el lado entrante (el lado izquierdo) de la superficie reflectora. La distancia de imagen s' es *negativa* porque el punto de imagen P' no está en el lado saliente (el lado izquierdo) de la superficie. La relación entre las distancias de objeto y de imagen s y s' es simplemente

$$s = -s' \quad (\text{espejo plano}) \quad (34.1)$$

En el caso de una superficie reflectora o refractiva plana, el radio de curvatura es infinito y no es una magnitud particularmente interesante ni útil; en realidad, en estos casos no necesitamos la tercera regla de signos. Pero esta regla será de gran importancia cuando estudiemos la formación de imágenes por superficies reflectoras y refractivas *curvas* más adelante, en este mismo capítulo.

Imagen de un objeto extenso: espejo plano

En seguida consideraremos un objeto *extenso* de tamaño finito. Para simplificar, se suele considerar un objeto de una sola dimensión, como una flecha delgada, por ejemplo, orientado paralelamente a la superficie reflectora; un ejemplo es la flecha PQ de la figura 34.5. La distancia de la cabeza a la cola de una flecha orientada de este modo es su *altura*; en la figura 34.5 la altura es y . La imagen que forma un objeto extenso como éste es una imagen extensa; a cada punto del objeto corresponde un punto de la imagen. Se muestran dos de los rayos provenientes de Q ; todos los rayos que proceden de Q parecen divergir desde su punto de imagen Q' después de la reflexión. La imagen de la flecha es la línea $P'Q'$, cuya altura es y' . Otros puntos del objeto PQ tienen puntos de imagen situados entre P' y Q' . Los triángulos PQV y $P'Q'V$ son congruentes; por tanto, el objeto PQ y la imagen $P'Q'$ tienen el mismo tamaño y orientación, y $y = y'$.

La razón de la altura de la imagen respecto a la altura del objeto, y'/y , en *cualquier* situación de formación de imágenes es el **aumento lateral** m ; es decir,

$$m = \frac{y'}{y} \quad (\text{aumento lateral}) \quad (34.2)$$

Así pues, en el caso de un espejo plano el aumento lateral m es la unidad. Cuando nos miramos en un espejo plano, nuestra imagen es del mismo tamaño que nuestro cuerpo.

En la figura 34.5 la flecha imagen apunta en la *misma* dirección que la flecha objeto; decimos que la imagen es **derecha**. En este caso, y y y' tienen el mismo signo, y el aumento lateral m es positivo. La imagen que forma un espejo plano siempre es derecha, por lo que y y y' tienen la misma magnitud y el mismo signo; de acuerdo con la ecuación 34.2, el aumento lateral de un espejo plano siempre es $m = +1$. Más adelante encontraremos situaciones donde la imagen está **invertida**, es decir, la flecha imagen apunta en dirección *opuesta* a la de la flecha objeto. En el caso de una imagen invertida, y y y' tienen signos *opuestos*, y el aumento lateral m es *negativo*.

El objeto de la figura 34.5 tiene una sola dimensión. La figura 34.6 muestra un objeto tridimensional y su imagen virtual tridimensional formada por un espejo plano. El objeto y la imagen guardan la misma relación que una mano izquierda y una mano derecha.

CUIDADO. En este punto, quizás usted se pregunte por qué un espejo plano invierte las imágenes de izquierda a derecha pero no de arriba hacia abajo. ¡Esta pregunta es muy engañosa! Como se ve en la figura 34.6, la imagen de arriba a abajo $P'Q'$ y la imagen de izquierda a derecha $P'S'$ son paralelas a sus objetos y no están invertidas de modo alguno. Sólo la imagen de adelante hacia atrás $P'R'$ está invertida respecto a PR . Por tanto, lo más correcto es afirmar que un espejo invierte *de atrás hacia adelante*. Para verificar esta relación entre objeto e imagen, apunte sus pulgares a lo largo de PR y $P'R'$, sus índices a lo largo de PQ y $P'Q'$ y sus dedos medios a lo largo de PS y $P'S'$. Cuando un objeto y su imagen están relacionados de esta forma, se dice que la imagen es *inversa*; esto significa que sólo se ha invertido la dimensión de adelante hacia atrás.

La imagen inversa de un objeto tridimensional formada por un espejo plano es del mismo *tamaño* que el objeto en todas sus dimensiones. Cuando las dimensiones transversales del objeto e imagen están en la misma dirección, la imagen es derecha. Así pues, un espejo plano siempre forma una imagen derecha, aunque inversa. La figura 34.7 ilustra este punto.

Una propiedad importante de todas las imágenes formadas por superficies reflectoras o refractivas es que una *imagen* formada por una superficie o dispositivo óptico puede servir como el *objeto* de una segunda superficie o dispositivo. La figura 34.8 muestra un ejemplo sencillo. El espejo 1 forma una imagen P'_1 del punto de objeto P , y el espejo 2 forma otra imagen P'_2 , cada una del modo como hemos explicado. Además, sin embargo, la imagen P'_1 formada por el espejo 1 sirve como objeto para el espejo 2, el cual forma entonces una imagen de este objeto en el punto P'_3 como se muestra. De modo análogo, el espejo 1 toma la imagen P'_2 formada por el espejo 2 como objeto y forma una imagen de ella. Le dejamos a usted la tarea de demostrar que este punto de imagen también está en P'_3 . La idea de que una imagen formada por un dispositivo puede actuar como el objeto de un segundo dispositivo es de gran importancia en la óptica geométrica. La aplicaremos más adelante en este capítulo para localizar la imagen formada por dos refracciones sucesivas en superficies curvas en una lente. Esta idea nos ayudará a comprender la formación de imágenes por combinaciones de lentes, como en un microscopio o en un telescopio de refracción.

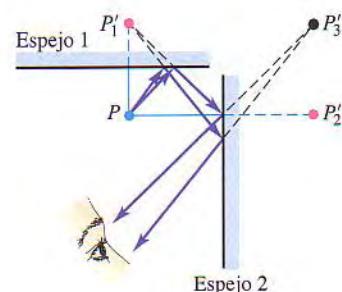
Evalue su comprensión

Si camina directamente hacia un espejo plano con rapidez v , ¿con qué rapidez se aproxima su imagen a usted?

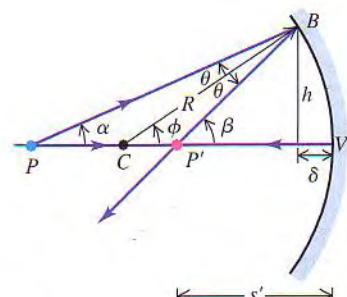
34.2 | Reflexión en una superficie esférica

Un espejo plano forma una imagen del mismo tamaño que el objeto. Pero los espejos tienen numerosas aplicaciones donde se requiere que la imagen y el objeto sean de diferente tamaño. Un espejo de aumento para aplicar maquillaje proporciona una imagen *más grande* que el objeto, y los espejos de vigilancia (los que se utilizan en los comercios para identificar a los ladrones) forman una imagen *más pequeña* que el objeto. También hay aplicaciones de espejos en las que es deseable una imagen *real*, de modo que los rayos luminosos pasan en efecto por el punto de imagen P' . Por sí solo, un espejo plano no es capaz de llevar a cabo ninguna de estas tareas. En su lugar, se utilizan espejos *curvos*. (Véase la fotografía inicial de este capítulo).

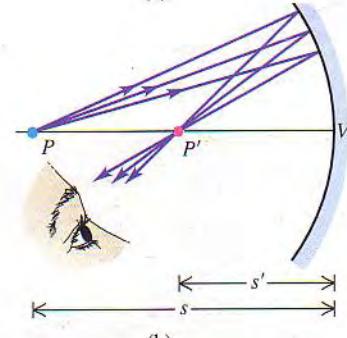
Consideremos el caso especial (y fácil de analizar) de formación de imágenes por un espejo *esférico*. La figura 34.9a muestra un espejo esférico con radio de curvatura R , con su lado cóncavo hacia la luz incidente. El **centro de curvatura** de la superficie (el centro de la esfera de la cual forma parte la superficie) está en C , y el **vértice**



34.8 Las imágenes P'_1 y P'_2 se forman por reflexión simple de cada rayo proveniente de un objeto situado en P . La imagen P'_3 localizada tratando cualquiera de las otras imágenes como objeto, se forma por doble reflexión de cada rayo.



(a)



(b)

34.9 (a) Construcción para hallar la posición de la imagen P' formada por un espejo esférico cóncavo de un objeto puntual P que se halla sobre el eje óptico del espejo. (b) Si el ángulo α es pequeño, *todos* los rayos provenientes de P se intersecan en P' . El ojo ve algunos de los rayos salientes y los percibe como si proviniesen de P' .

del espejo (el centro de la superficie del espejo) está en V . La recta CV recibe el nombre de **eje óptico**. El punto P es un objeto puntual que se encuentra sobre el eje óptico; por el momento, supondremos que la distancia de P a V es mayor que R .

El rayo PV , que pasa por C , incide de forma normal en el espejo y se refleja sobre sí mismo. El rayo PB , a un ángulo α respecto al eje, incide en el espejo en B , donde los ángulos de incidencia y reflexión son θ . El rayo reflejado interseca el eje en el punto P' . Demostraremos en breve que *todos* los rayos provenientes de P intersecan el eje en el *mismo* punto P' , como en la figura 34.9b, siempre y cuando el ángulo α sea pequeño. El punto P' es, por tanto, la *imagen* del punto objeto P . A diferencia de los rayos reflejados de la figura 34.1, los rayos reflejados de la figura 34.9b se intersecan efectivamente en el punto P' , y luego divergen a partir de P' como si hubiesen nacido de este punto. Por consiguiente, P' es una imagen *real*.

A fin de apreciar la utilidad de una imagen real, supóngase que el espejo está en una habitación a oscuras donde la única fuente de luz es un objeto autoluminoso situado en P . Si se coloca un pedazo pequeño de película fotográfica en P' , todos los rayos luminosos provenientes del punto P que se reflejen en el espejo incidirán en el mismo punto P' de la película; una vez revelada, la película mostrará una sola mancha brillante que representa una imagen nítidamente enfocada del objeto en el punto P . En este principio se basan casi todos los telescopios astronómicos, los cuales utilizan grandes espejos cóncavos para obtener fotografías de objetos celestes. Con un espejo *plano* como el de la figura 34.2, colocar un pedazo de película en el punto de imagen P' sería una pérdida de tiempo; los rayos luminosos nunca pasan realmente por el punto de imagen, y no se registra la imagen en la película. Las imágenes reales son *indispensables* en fotografía.

Hallemos ahora la ubicación del punto de imagen real P' de la figura 34.9a y probemos la aseveración de que todos los rayos provenientes de P se intersecan en P' (siempre y cuando el ángulo que forman con el eje óptico sea pequeño). La distancia de objeto, medida desde el vértice V , es s ; la distancia de imagen, también medida desde V , es s' . Los signos de s , s' y el radio de curvatura R están determinados por las reglas de signos dadas en la sección 34.1. El punto de objeto P está del mismo lado que la luz incidente, por lo que, de acuerdo con la primera regla de signos, s es positiva. El punto de imagen P' está del mismo lado que la luz reflejada, de modo que, de acuerdo con la segunda regla de signos, la distancia de imagen s' también es positiva. El centro de curvatura C está del mismo lado que la luz reflejada, así que, según la tercera regla de signos, R siempre es positivo cuando la reflexión ocurre en el lado *cóncavo* de una superficie.

Ahora utilicemos el siguiente teorema de geometría plana: un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos opuestos. Aplicando este teorema a los triángulos PBC y $P'BC$ de la figura 34.9a tenemos que

$$\phi = \alpha + \theta \quad \beta = \phi + \theta$$

Eliminando θ entre estas dos ecuaciones se obtiene

$$\alpha + \beta = 2\phi \tag{34.3}$$

Ahora podemos calcular la distancia de imagen s' . Sea h la altura del punto B respecto al eje óptico, y sea δ la distancia corta de V al pie de esta línea vertical. Escribimos entonces expresiones de las tangentes de α , β y ϕ recordando que s , s' y R son todas cantidades positivas:

$$\tan \alpha = \frac{h}{s - \delta} \quad \tan \beta = \frac{h}{s' - \delta} \quad \tan \phi = \frac{h}{R - \delta}$$

Estas ecuaciones trigonométricas no se resuelven de forma tan simple como las ecuaciones algebraicas correspondientes a un espejo plano. Sin embargo, *si el ángulo*

gulo α es pequeño, los ángulos β y ϕ también lo son. La tangente de un ángulo mucho menor que un radián es casi igual al ángulo mismo (medido en radianes), de modo que podemos sustituir $\tan \alpha$ por α , y así sucesivamente, en las ecuaciones anteriores. Asimismo, si α es pequeño, podemos pasar por alto la distancia δ en comparación con s' , s y R . Así pues, en el caso de ángulos pequeños tenemos las relaciones aproximadas siguientes:

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$$

Sustituyendo éstas en la ecuación (34.3) y dividiendo entre h , se obtiene una relación general entre s , s' y R :

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad (\text{relación objeto-imagen, espejo esférico}) \quad (34.4)$$

Esta ecuación no contiene el ángulo α . Por tanto, *todos* los rayos provenientes de P que forman ángulos suficientemente pequeños con el eje se intersecan en P' después de reflejarse; esto comprueba lo que antes afirmamos. Estos rayos, casi paralelos al eje y próximos a él, se llaman **rayos paraxiales**. (El término **aproximación paraxial** se suele aplicar a las aproximaciones que hemos descrito). Debido a que todos estos rayos reflejados convergen en el punto de imagen, a los espejos cóncavos también se les llama *espejos convergentes*.

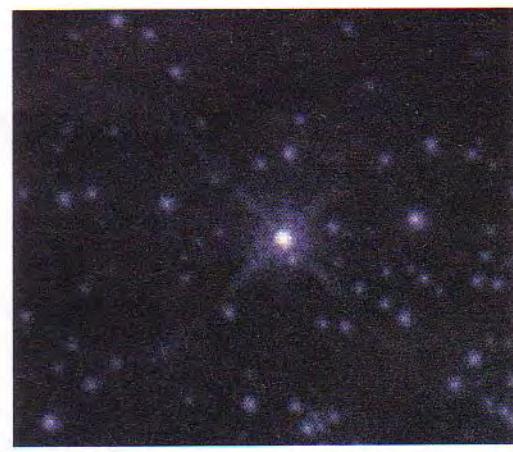
Es preciso entender con claridad que la ecuación (34.4), así como muchas relaciones similares que deduciremos más adelante en este capítulo y en el siguiente, son sólo *aproximadamente* correctas. Es resultado de un cálculo que contiene aproximaciones, y sólo es válida respecto a rayos paraxiales. Si se aumenta el ángulo α que un rayo forma con el eje óptico, el punto P' donde el rayo interseca el eje óptico se acerca un poco más al vértice que en el caso de un rayo paraxial. En consecuencia, un espejo esférico, a diferencia de un espejo plano, no forma una imagen puntual precisa de un objeto puntual; la imagen se “embarría”. Esta propiedad de los espejos esféricos se llama **aberración esférica**. Los decepcionantes resultados iniciales del Telescopio Espacial Hubble cuando éste fue colocado en órbita por primera vez en 1990 se debieron, en parte, a errores en las correcciones por aberración esférica en su espejo primario (Fig. 34.10a). Los resultados del telescopio mejoraron espectacularmente después de la instalación de óptica correctiva en 1993 (Fig. 34.10b).

Si el radio de curvatura se hace infinito ($R = \infty$), el espejo se vuelve *plano*, y la ecuación (34.4) se reduce a la ecuación (34.1) de una superficie reflectora plana.

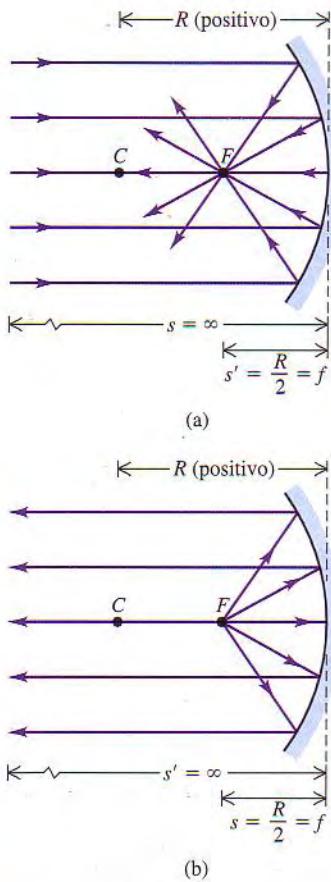
34.10 (a) Imagen de una estrella obtenida por el Telescopio Espacial Hubble (HST, por sus siglas en inglés) original, después de que fuera puesto en órbita en 1990. Al espejo cóncavo de 2.4 m de diámetro le faltaba profundidad en la medida de 1/50 del ancho de un cabello humano, y esto dio lugar a una aberración esférica de la imagen de la estrella. (b) Luego de la instalación de una óptica correctiva en 1993, fue posible eliminar casi por completo los efectos de la aberración esférica.



(a)



(b)



34.11 (a) Los rayos incidentes paralelos a un espejo cóncavo convergen en el punto focal F . (b) Los rayos que divergen a partir del punto focal F de un espejo cóncavo son paralelos al eje después de reflejarse. Se han exagerado los ángulos para mayor claridad.

Punto focal y distancia focal

Cuando el punto objeto P está muy lejos del espejo esférico ($s = \infty$), los rayos entrantes son paralelos. (La estrella de la figura 34.10 es un ejemplo de un objeto distante de este tipo). De acuerdo con la ecuación (34.4), la distancia s' viene dada en este caso por

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad s' = \frac{R}{2}$$

Esta situación se muestra en la figura 34.11a. El haz de rayos paralelos incidentes converge, después de reflejarse en el espejo, en un punto F situado a una distancia $R/2$ del vértice del espejo. El punto F donde los rayos paralelos convergen se llama **punto focal o foco**; de este modo decimos que estos rayos se enfocan. La distancia del vértice al punto focal, que se denota con f , recibe el nombre de **distancia focal**. Vemos que f está relacionada con el radio de curvatura R como sigue:

$$f = \frac{R}{2} \quad (\text{distancia focal de un espejo esférico}) \quad (34.5)$$

En la figura 34.11b se muestra la situación opuesta. Ahora el *objeto* se encuentra en el punto focal F , por lo que la distancia de objeto es $s = f = R/2$. La distancia de imagen s' viene dada una vez más por la ecuación (34.4):

$$\frac{2}{R} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad \frac{1}{s'} = 0 \quad s' = \infty$$

Con el objeto en el punto focal, los rayos reflejados de la figura 34.11b son paralelos al eje óptico; se encuentran sólo en un punto infinitamente alejado del espejo, por lo que la imagen está en el infinito.

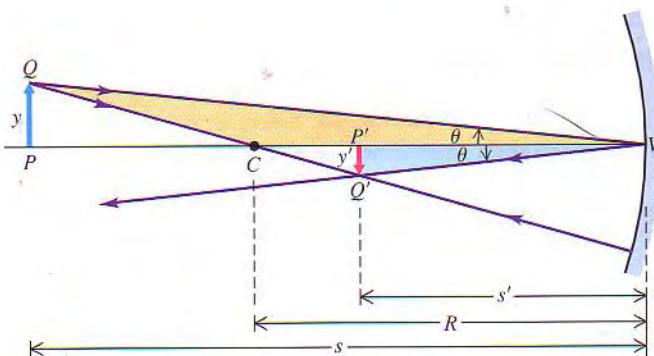
Así pues, el punto focal F de un espejo esférico tiene las propiedades siguientes: (1) todo rayo entrante paralelo al eje óptico se refleja a través del punto focal y (2) todo rayo entrante que pasa por el punto focal se refleja paralelamente al eje óptico. En el caso de espejos esféricos estos enunciados se cumplen sólo cuando los rayos son paraxiales. En el caso de espejos parabólicos estos enunciados son *exactamente* verdaderos; es por ello que se prefieren espejos parabólicos en la construcción de telescopios astronómicos. Se utilizan espejos esféricos o parabólicos en las linternas y faros para dar a la luz de la bombilla la forma de un haz paralelo. Ciertas centrales de energía solar utilizan una serie de espejos planos para simular un espejo cóncavo aproximadamente esférico; los espejos recogen la luz del Sol y la dirigen hacia el punto focal, donde se encuentra una caldera de vapor. (Los conceptos de punto focal y distancia focal también son aplicables a las lentes, como veremos en la sección 34.4).

Por lo regular, expresaremos la relación entre las distancias de objeto y de imagen de un espejo [ecuación (34.4)] en términos de la distancia focal f :

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (\text{relación objeto-imagen, espejo esférico}) \quad (34.6)$$

Imagen de un objeto extenso: espejo esférico

Supóngase ahora que se tiene un objeto de tamaño *finito*, representado por la flecha PQ en la figura 34.12, perpendicular al eje óptico CV . La imagen de P formada por rayos paraxiales está en P' . La distancia de objeto correspondiente al punto Q es casi idéntica a la correspondiente al punto P , por lo que la imagen $P'Q'$ es casi recta y perpendicular al eje. Adviértase que las flechas objeto e imagen son de



34.12 Construcción para hallar la posición, orientación y altura de una imagen formada por un espejo esférico cóncavo.

distinto tamaño (y y y' , respectivamente) y de orientación opuesta. En la ecuación (34.2) definimos el *aumento lateral* m como la razón del tamaño de imagen y' respecto al tamaño de imagen y :

$$m = \frac{y'}{y}$$

Como los triángulos PVQ y $P'VQ'$ son *semejantes*, también tenemos la relación $y/s = -y'/s'$. El signo negativo es necesario porque objeto e imagen están en lados opuestos del eje óptico; si y es positiva, y' es negativa. Por tanto,

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad (\text{aumento lateral, espejo esférico}) \quad (34.7)$$

Si m es positiva, la imagen es derecha en comparación con el objeto; si m es negativa, la imagen es *invertida* respecto al objeto, como en la figura 34.12. En el caso de un *espejo plano*, $s = -s'$, por lo que $y' = y$ y $m = +1$; puesto que m es positiva, la imagen es derecha, y como $|m| = 1$, la imagen es del mismo tamaño que el objeto.

CUIDADO Aunque la razón del tamaño de la imagen respecto al tamaño del objeto se llama *aumento*, la imagen formada por un espejo o lente puede ser mayor, menor o del mismo tamaño que el objeto. Si es más pequeña, entonces el valor absoluto del aumento es menor que la unidad: $|m| < 1$. La imagen que forma el espejo de un telescopio astronómico o una lente de cámara es por lo regular *mucho* más pequeña que el objeto. Por ejemplo, la imagen de la estrella brillante de la figura 34.10 mide apenas unos pocos milímetros de ancho, en tanto que la estrella misma tiene un diámetro de cientos de miles de kilómetros.

En nuestro análisis de los espejos cóncavos hemos considerado hasta ahora sólo objetos que se encuentran *afuera de* o en el *punto focal*, de modo que la distancia de objeto s es mayor que o igual a la distancia focal (positiva) f . En este caso el punto de imagen está del mismo lado del espejo que los rayos salientes, y la imagen es real e invertida. Si se coloca un objeto *más adentro* del punto focal de un espejo cóncavo, de modo que $s < f$, la imagen resultante es *virtual* (esto es, el punto de imagen está en el lado opuesto del espejo respecto al objeto), *derecha y más grande* que el objeto. Los espejos que se utilizan para aplicar maquillaje (a los que hicimos referencia al principio de esta sección) son espejos cóncavos; al utilizarlos, la distancia del rostro al espejo es menor que la distancia focal, y se ve una imagen derecha ampliada. Se pueden probar estos enunciados acerca de los espejos cóncavos aplicando las ecuaciones (34.6) y (34.7) (véase el ejercicio 34.9). También podremos verificar estos resultados más adelante en esta sección, una vez que hayamos aprendido ciertos métodos gráficos para relacionar las posiciones y tamaños del objeto y de la imagen.



- 15.5 Espejos esféricos: diagramas de rayos
- 15.6 Espejos esféricos: ecuación del espejo
- 15.7 Espejos esféricos: aumento lineal m
- 15.8 Espejos esféricos: problemas

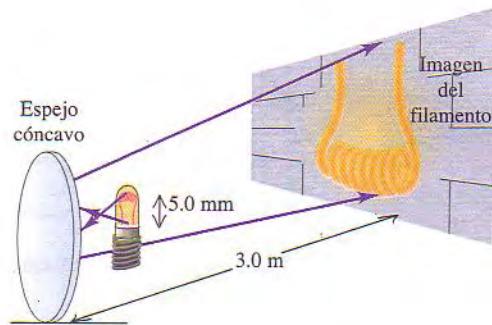
**Ejemplo
34.1**

Formación de imagen por un espejo cóncavo I

Un espejo cóncavo forma una imagen, sobre una pared situada a 3.00 m del espejo, del filamento de una lámpara de reflector que está a 10.0 cm delante del espejo (Fig. 34.13). a) ¿Cuáles son el radio de curvatura y la distancia focal del espejo? b) ¿Cuál es la altura de la imagen si la del objeto es de 5.00 mm?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Se conocen las distancias del espejo al objeto (s) y del espejo a la imagen (s'). Se aplica la relación entre objeto e imagen dada por la ecuación (34.6) para hallar la distancia focal f , y luego se halla el radio de curvatura mediante la ecuación



34.13 El espejo cóncavo forma una imagen real, aumentada e invertida del filamento de la lámpara.

**Ejemplo
conceptual 34.2**

Formación de imagen por un espejo cóncavo II

En el ejemplo 34.1, suponga que la mitad izquierda de la superficie reflectora del espejo está cubierta de hollín no reflejante. ¿Qué efecto tendrá esto en la imagen del filamento?

SOLUCIÓN

Sería natural conjeturar que en este caso la imagen mostraría sólo la mitad del filamento. De hecho, sin embargo, la imagen sigue mostrando el filamento *completo*. La explicación es evidente si se examina la figura 34.9b. Los rayos luminosos que provienen de cualquier punto de objeto P se reflejan en *todas* las partes del espejo y convergen en el punto de imagen P' correspondiente. Si parte de la superfi-

(34.5). La ecuación (34.7) permite calcular la altura y' de la imagen a partir de las distancias s y s' y la altura y del objeto.

EJECUTAR: a) El objeto y la imagen están ambos del lado cóncavo del objeto (el lado reflejante), por lo que tanto la distancia de objeto como la distancia de imagen son positivas; tenemos $s = 10.0 \text{ cm}$ y $s' = 300 \text{ cm}$. De acuerdo con la ecuación (34.4),

$$\frac{1}{10.0 \text{ cm}} + \frac{1}{300 \text{ cm}} = \frac{2}{R}$$

$$R = \frac{2}{\frac{1}{10.0 \text{ cm}} + \frac{1}{3.33 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}}} = 19.4 \text{ cm}$$

La distancia focal del espejo es $f = R/2 = 9.7 \text{ cm}$.

b) Según la ecuación (34.7) el aumento lateral es

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{300 \text{ cm}}{10.0 \text{ cm}} = -30.0$$

Puesto que m es negativa, la imagen es invertida. La altura de la imagen es 30.0 veces la altura del objeto, esto es, $(30.0)(5.00) \text{ mm} = 150 \text{ mm}$.

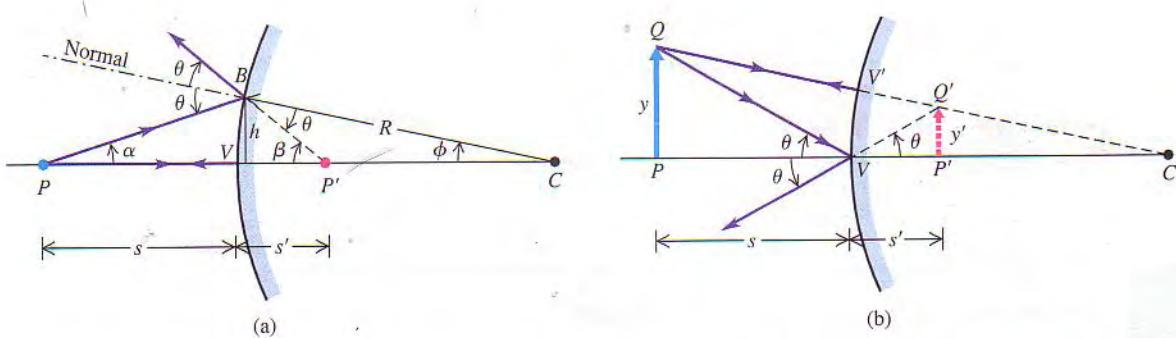
EVALUAR: Adviértase que el objeto se encuentra inmediatamente afuera respecto al punto focal ($s = 10.0 \text{ cm}$ en comparación con $f = 9.7 \text{ cm}$). Esto es muy parecido a lo que se hace en los faros de automóvil. Si se coloca el filamento cerca del punto focal, el espejo cóncavo produce un haz de rayos casi paralelos.

cie del espejo se torna no reflejante o se elimina por completo, los rayos luminosos provenientes de la superficie reflejante restante continúan formando una imagen de todas las partes del objeto.

El único efecto de la reducción del área reflectora es que la imagen se atenúa porque llega menos energía al punto de imagen. En nuestro ejemplo, el área reflejante del espejo se reduce a la mitad, y la imagen tendrá la mitad de la brillantez original. Al *aumentar* el área reflejante la imagen se vuelve más brillante. Para formar imágenes razonablemente brillantes de estrellas distantes, los telescopios astronómicos utilizan espejos de hasta varios metros de diámetro. La fotografía inicial de este capítulo muestra un ejemplo.

Espejos convexos

En la figura 34.14a el lado *convexo* de un espejo esférico mira hacia la luz incidente. El centro de curvatura está en el lado opuesto a los rayos salientes; de acuerdo con la tercera regla de signos de la sección 34.1, R es negativo. El rayo PB se refle-



34.14 Construcción para hallar (a) la posición y (b) el aumento de la imagen formada por un espejo convexo.

ja, con ángulos de incidencia y reflexión iguales ambos a θ . El rayo reflejado, proyectado hacia atrás, interseca el eje en P' . Como en el caso del espejo cóncavo, todos los rayos provenientes de P que se reflejan en el espejo divergen a partir del mismo punto P' , siempre y cuando el ángulo α sea pequeño. Por consiguiente, P' es la imagen de P . La distancia de objeto s es positiva, la distancia de imagen s' es negativa, y el radio de curvatura R es *negativo* en el caso de un espejo *convexo*.

La figura 34.14b muestra dos rayos que divergen a partir de la cabeza de la flecha PQ y de la imagen $P'Q'$ de esta flecha. El mismo procedimiento que seguimos en el caso de un espejo cóncavo permite demostrar que, con respecto a un espejo convexo,

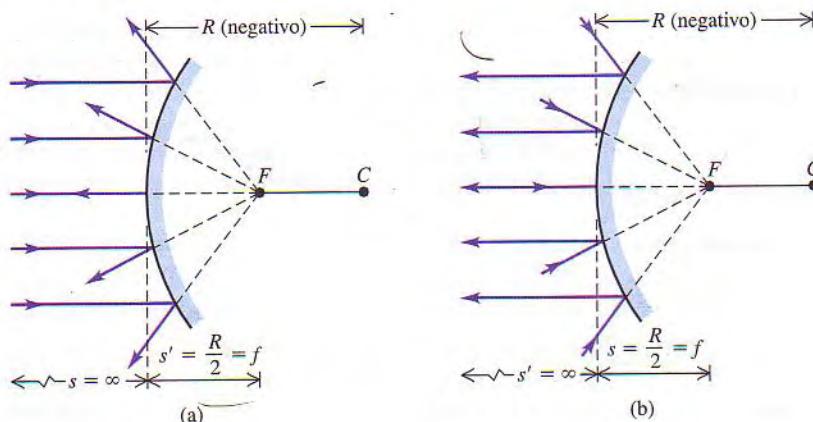
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

y el aumento lateral es

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Estas expresiones son exactamente equivalentes a las ecuaciones (34.4) y (34.7) correspondientes a un espejo cóncavo; se deja la prueba como problema. Así pues, si aplicamos nuestras reglas de signos de modo congruente, las ecuaciones (34.4) y (34.7) son válidas tanto con espejos cóncavos como convexas.

Cuando R es negativo (espejo convexo), los rayos entrantes que son paralelos al eje óptico no se reflejan a través del punto focal F . En cambio, divergen como si proviniesen del punto F situado a una distancia f detrás del espejo, como se muestra en la figura 34.15a. En este caso, f es la distancia focal, y F recibe el nombre de *punto focal virtual*. La distancia de imagen s' correspondiente es negativa, por lo que tanto f como R son negativos, y la ecuación (34.5), $f = R/2$, se cumple



34.15 (a) Los rayos incidentes paralelos al eje de un espejo convexo divergen como si proviniesen del punto focal virtual F . (b) Los rayos dirigidos hacia el punto focal virtual F de un espejo convexo son paralelos al eje después de reflejarse. Se han exagerado los ángulos para mayor claridad.

respecto a espejos tanto convexos como cóncavos. En la figura 34.15b los rayos entrantes convergen como si fuesen a encontrarse en el punto focal virtual F , y se reflejan paralelamente al eje óptico.

En síntesis, las ecuaciones de la (34.4) a la (34.7), las relaciones básicas de formación de imágenes por espejos esféricos, son válidas con respecto a espejos tanto cóncavos como convexas, siempre y cuando se apliquen las reglas de signos de forma congruente.

Ejemplo 34.3

Problema de imagen de Santa Claus

Para saber si se ha ensuciado de hollín, Santa Claus examina su reflejo en un ornamento plateado brillante de un árbol de Navidad que está a 0.750 m de distancia (Fig. 34.16a). El diámetro del ornamento es de 7.20 cm. Las obras de referencia más conocidas indican que Santa Claus es un “viejo elfo muy jovial”, por lo que estimamos su estatura en 1.6 m. ¿En dónde aparece, y cuál es la altura de la imagen de Santa Claus que forma el ornamento? ¿Es derecha o invertida?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Santa Claus es el objeto y la superficie del ornamento más próxima a él actúa como espejo convexo. Las relaciones entre distancia de objeto, distancia de imagen, distancia focal y aumento son las correspondientes a los espejos cóncavos, siempre y cuando se apliquen las reglas de signos de forma congruente.

PLANTEAR: Como el espejo es convexo, su radio de curvatura y su distancia focal son negativos. La distancia de objeto es $s = 0.750 \text{ m} = 75.0 \text{ cm}$, y la estatura de Santa Claus es $y = 1.65 \text{ m}$. Se aplica la ecuación (34.6) para hallar la distancia de imagen s' , y en seguida la ecuación (34.7) para hallar el aumento lateral m y, por consiguiente, la altura y' de la imagen. El signo de y' indica si la imagen es derecha o invertida.

EJECUTAR: El radio del espejo convexo (la mitad del diámetro) es $R = -(7.20 \text{ cm})/2 = -3.60 \text{ cm}$, y la distancia focal es $f = R/2 = -1.80 \text{ cm}$. De acuerdo con la ecuación (34.6),

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-1.80 \text{ cm}} - \frac{1}{75.0 \text{ cm}}$$

$$s' = -1.76 \text{ cm}$$

Puesto que s' es negativa, la imagen está detrás del espejo, es decir, del lado opuesto a la luz saliente (Fig. 34.16b), y es virtual. La imagen está aproximadamente a medio camino entre la superficie anterior del ornamento y su centro.

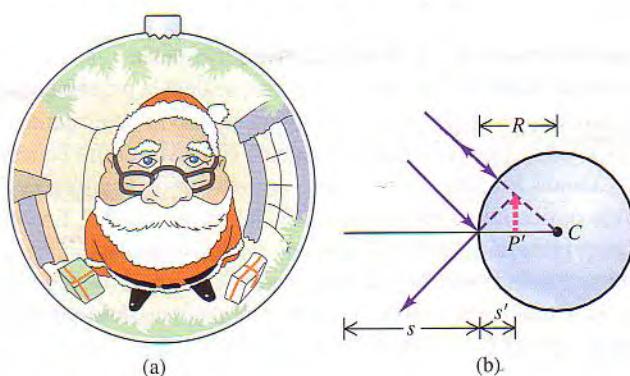
La ecuación (34.7) proporciona el aumento lateral m :

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -\frac{-1.76 \text{ cm}}{75.0 \text{ cm}} = 0.0234$$

Dado que m es positiva, la imagen es derecha. Es tan sólo alrededor de 0.0234 veces tan alta como Santa Claus mismo:

$$y' = my = (0.0234)(1.6 \text{ m}) = 3.8 \times 10^{-2} \text{ m} = 3.8 \text{ cm}$$

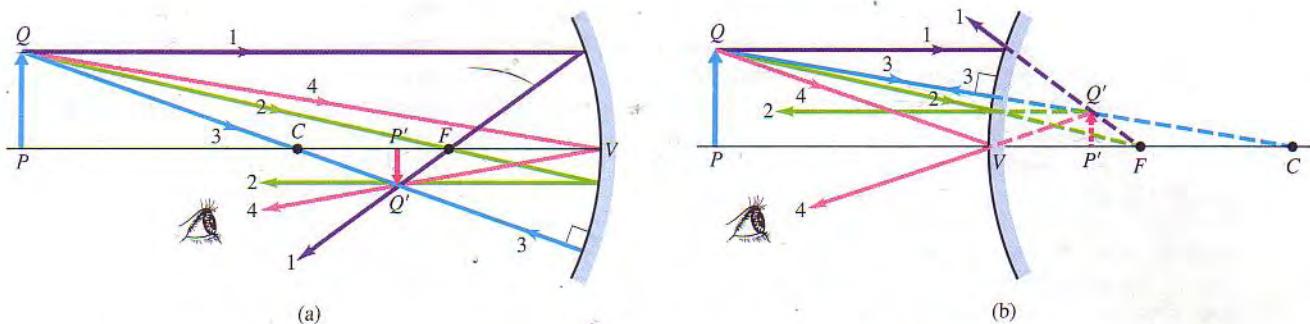
EVALUAR: Cuando la distancia de objeto s es positiva, un espejo convexo *siempre* forma una imagen derecha, virtual, disminuida e invertida. Por esta razón se utilizan espejos convexos para vigilar a los ladrones en las tiendas, en las intersecciones de poca visibilidad y como espejos retrovisores de “gran ángulo” para autos y camiones (incluso los que llevan la leyenda “los objetos que se ven en este espejo están más cerca de lo que parecen”).



34.16 (a) El ornamento forma una imagen virtual, reducida y derecha de Santa Claus. (b) Dos de los rayos que forman la imagen. Se han exagerado los ángulos para mayor claridad.

Métodos gráficos para espejos

En los ejemplos 34.1 y 34.3 aplicamos las ecuaciones (34.6) y (34.7) para hallar la posición y el tamaño de las imágenes formadas por un espejo. También podemos establecer las propiedades de la imagen mediante un sencillo método gráfico. Este método consiste en hallar el punto de intersección de unos pocos rayos específicos que divergen a partir de un punto del objeto (como el punto Q de la figura 34.17) y se reflejan en el espejo. En estas condiciones (sin tener en cuenta las aberraciones),



todos los rayos provenientes de este punto de objeto que inciden en el espejo se intersecan en el mismo punto. Para esta construcción siempre se elige un punto de objeto que *no* esté sobre el eje óptico. En la figura 34.17 se muestran cuatro rayos que normalmente es fácil dibujar. Éstos se llaman **rayos principales**.

1. *Un rayo paralelo al eje*, después de reflejarse, pasa por el punto focal F de un espejo cóncavo o parece provenir del punto focal (virtual) de un espejo convexo.
2. *Un rayo que pasa por (o avanza hacia) el punto focal F* se refleja paralelamente al eje.
3. *Un rayo a lo largo del radio* que pasa por el centro de curvatura C , o se aleja de él, interseca la superficie en dirección normal y se refleja de regreso a lo largo de su trayectoria original.
4. *Un rayo que incide en el vértice V* se refleja formando ángulos iguales con el eje óptico.

Una vez que hemos hallado la posición del punto de imagen por medio de la intersección de dos cualesquiera de estos rayos principales (1, 2, 3, 4), podemos dibujar el trayecto de cualquier otro rayo del punto de objeto al mismo punto de imagen.

CUIDADO Aunque hemos destacado los rayos principales, de hecho cualquier rayo proveniente del objeto que incida en el espejo pasará por el punto de imagen (en el caso de una imagen real) o parecerá que nace en el punto de imagen (en el caso de una imagen virtual). Por lo regular, basta con trazar los rayos principales, pues son todo lo que se necesita para localizar la imagen.

Estrategia para resolver problemas

Formación de imágenes por espejos

IDENTIFICAR los conceptos pertinentes: Existen dos formas distintas y complementarias de resolver problemas relacionados con la formación de imágenes por espejos. Uno de ellos emplea ecuaciones, en tanto que el otro implica dibujar un diagrama de rayos principales. La resolución satisfactoria de un problema se basa en *ambos* métodos.

PLANTEAR el problema: Estableza cuáles son las variables que se buscan. Las tres magnitudes clave son la distancia focal, la distancia de objeto y la distancia de imagen; típicamente, se le darán dos de éstas y deberá hallar la tercera.

EJECUTAR la solución como sigue:

1. El diagrama de rayos principales es a la óptica geométrica lo que el diagrama de cuerpo libre es a la mecánica. En cualquier problema relacionado con la formación de imágenes por un espejo, *siempre* dibuje primero un diagrama de rayos principales si cuenta con la información suficiente. (Se debe seguir este mismo consejo al tratar con lentes en las secciones siguientes).
2. Por lo regular lo mejor es orientar los diagramas siempre del mismo modo, con los rayos entrantes dirigidos de izquierda a derecha. No dibuje muchos otros rayos al azar;

aténgase a los rayos principales, acerca de los cuales tiene cierta información. ¡Utilice una regla y mida las distancias minuciosamente! Un dibujo a mano alzada *no* le dará buenos resultados.

3. Si sus rayos principales no convergen en un punto de imagen real, puede ser necesario prolongarlos directamente hacia atrás para localizar un punto de imagen virtual, como en la figura 34.17b. Es recomendable dibujar las extensiones con líneas discontinuas. Otro recurso útil es codificar por colores los diferentes rayos principales, como en la figura 34.17.
4. Compruebe sus resultados mediante la ecuación (34.6), $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$, y la ecuación de aumento [ecuación (34.7)]. Los resultados hallados con esta ecuación deben ser congruentes con su diagrama de rayos principales; en caso contrario, revise de nuevo sus cálculos y su diagrama.

Ejemplo 34.4

Espejo cóncavo, diferentes distancias de objeto

Un espejo cóncavo tiene un radio de curvatura con un valor absoluto de 20 cm. Halle por medios gráficos la imagen de un objeto en forma de una flecha perpendicular al eje del espejo a cada una de las distancias de objeto siguientes: a) 30 cm, b) 20 cm, c) 10 cm y d) 5 cm. Compruebe la construcción *calculando* el tamaño y el aumento de cada imagen.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Conocemos el radio de curvatura $R = 20$ cm (positivo porque el espejo es cóncavo) y, por tanto, la distancia focal $f = R/2 = 10$ cm. En cada caso se nos indica la distancia de objeto s y se nos pide hallar la distancia de imagen s' y el aumento $m = -s'/s$.

EJECUTAR: En las cuatro partes de la figura 34.18 se muestran los diagramas de rayos principales correspondientes a los cuatro casos. Estudie detenidamente cada uno de estos diagramas, comparando cada rayo numerado con la descripción que se ha dado. Vale la pena destacar varios puntos. Primero, en (b) las distancias de objeto y de imagen son iguales. En este caso no se puede dibujar el rayo 3 porque un rayo proveniente de Q que pasa por el centro de curvatura C no incide en el espejo. No se puede dibujar el rayo 2 en (c) porque un rayo que va de Q hacia F tampoco incide en el espejo. En este caso los rayos salientes son paralelos, lo que corresponde a una distancia de imagen infinita. En (d) los rayos salientes no tienen un punto de intersección real; es necesario prolongarlos hacia atrás para hallar el punto desde el cual parecen divergir, es decir, el *punto de imagen virtual* Q' . El caso que se muestra en (d) ilustra la observación general de que un objeto situado por dentro del punto focal de un espejo cóncavo produce una imagen virtual.

Las mediciones de las figuras, empleando las escalas apropiadas, dan las siguientes distancias de imagen aproximadas: a) 15 cm; b) 20 cm; c) ∞ o $-\infty$ (porque los rayos salientes son paralelos y no convergen a ninguna distancia finita); d) -10 cm. Para calcular estas distancias, se aplica la ecuación (34.6) con $f = 10$ cm:

5. Ponga mucha atención a los signos de las distancias de objeto y de imagen, de radios de curvatura y de alturas de objeto e imagen. Un signo negativo en cualquiera de estas magnitudes *siempre* tiene un significado. Aplique de forma minuciosa y congruente las ecuaciones y las reglas de signos, ¡y éstas siempre le dirán la verdad! Advierta que las *mismas* reglas de signos (dadas en la sección 34.1) funcionan en los cuatro casos de este capítulo: reflexión y refracción en superficies planas y esféricas.

EVALUAR la respuesta: Ya ha comprobado sus resultados empleando tanto diagramas como ecuaciones. No obstante, siempre resulta útil echar una mirada retrospectiva y preguntarse: ¿son razonables estos resultados?

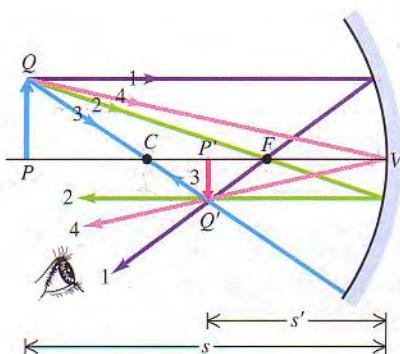
$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{30 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{10 \text{ cm}} & s' &= 15 \text{ cm} \\ \text{b) } \frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{10 \text{ cm}} & s' &= 20 \text{ cm} \\ \text{c) } \frac{1}{10 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{10 \text{ cm}} & s' &= \infty (\text{o } -\infty) \\ \text{d) } \frac{1}{5 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} &= \frac{1}{10 \text{ cm}} & s' &= -10 \text{ cm} \end{aligned}$$

En (a) y (b) la imagen es real; en (d), es virtual. En (c) la imagen se forma en el infinito.

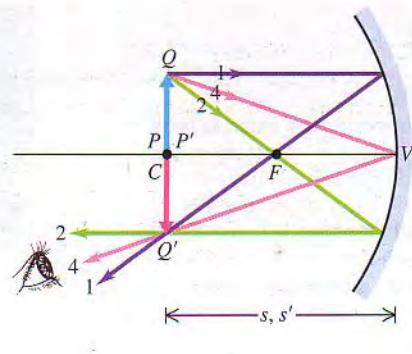
Los aumentos laterales medidos en las figuras son aproximadamente a) $-\frac{1}{2}$; b) -1 ; c) ∞ o $-\infty$ (porque la distancia de imagen es infinita); d) $+2$. Calculando los aumentos con base en la ecuación (34.7) se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \text{a) } m &= \frac{-15 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = -\frac{1}{2} \\ \text{b) } m &= \frac{-20 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = -1 \\ \text{c) } m &= \frac{\infty \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = -\infty (\text{o } +\infty) \\ \text{d) } m &= -\frac{-10 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = +2 \end{aligned}$$

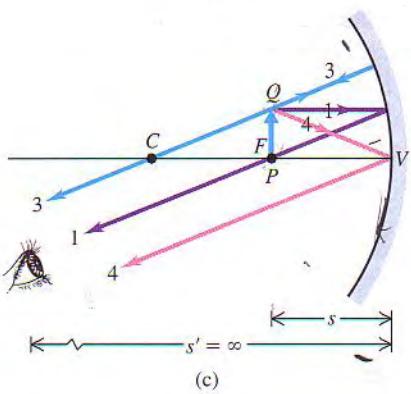
En (a) y (b) la imagen es invertida; en (d), es derecha.



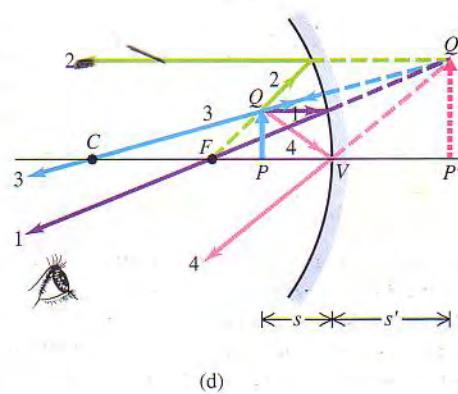
(a)



(b)



(c)



(d)

34.18 Uso de diagramas de rayos principales para localizar la imagen $P'Q'$ formada por un espejo cóncavo. En cada caso el objeto PQ está a una distancia diferente del espejo.

EVALUAR: Advierta la tendencia conforme el objeto se acerca al espejo. Cuando el objeto está lejos del espejo, como en la figura 34.18a, la imagen es más pequeña que el objeto, invertida y real. A medida que la distancia de objeto disminuye, la imagen se aleja del espejo y aumenta de tamaño (Fig. 34.18b). Cuando el objeto está en

el punto focal, la imagen se halla en el infinito (Fig. 34.18c). Si el objeto se desplaza por dentro del punto focal, la imagen se torna más grande que el objeto, derecha y virtual (Fig. 34.18d). Puede poner a prueba estas conclusiones mirando objetos reflejados en el cuenco cóncavo de una cuchara metálica.

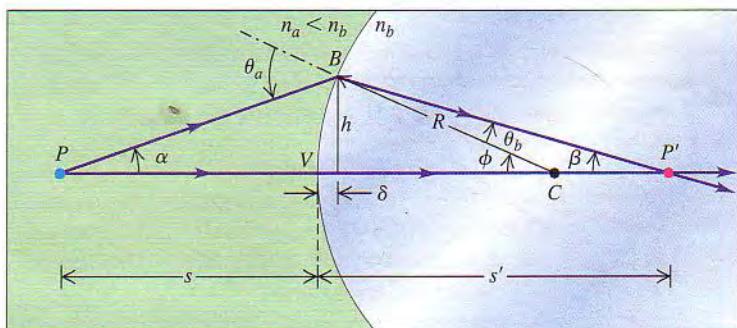
Evalué su comprensión

Los espejos de tocador se diseñan de modo que nuestra imagen aparezca al derecho y aumentada. ¿Es el espejo cóncavo o convexo? Para ver una imagen aumentada, ¿dónde debemos colocar el espejo en relación con nuestro rostro?

34.3 | Refracción en una superficie esférica

Como mencionamos en la sección 34.1, se forman imágenes por refracción lo mismo que por reflexión. Para comenzar, consideraremos la refracción en una superficie esférica, es decir, en una interfaz esférica entre dos materiales ópticos de diferente índice de refracción. Este análisis es aplicable directamente a ciertos sistemas ópticos reales, como el ojo humano, por ejemplo. Asimismo, constituye un peldaño hacia el análisis de las lentes, que normalmente tienen *dos* superficies esféricas (o casi esféricas).

34.19 Construcción para hallar la posición del punto de imagen P' de un objeto puntual P formado por refracción en una superficie esférica. Los materiales a la izquierda y a la derecha de la interfaz tienen índices de refracción n_a y n_b , respectivamente. En el caso que aquí se muestra, $n_a < n_b$.



En la figura 34.19a una superficie esférica de radio R forma una interfaz entre dos materiales con índices de refracción diferentes n_a y n_b . La superficie forma una imagen P' de un punto de objeto P ; nos proponemos averiguar cuál es la relación entre las distancias de objeto y de imagen (s y s'). Aplicaremos las reglas de signos que utilizamos en el caso de los espejos esféricos. El centro de curvatura C está del lado saliente de la superficie; por tanto, R es positivo. El rayo PV incide en el vértice V y es perpendicular a la superficie (esto es, al plano tangente a la superficie en el punto de incidencia V), y penetra en el segundo material sin desviarse. El rayo PB , que forma un ángulo α con el eje, incide a un ángulo θ_a respecto a la normal, y se refracta a un ángulo θ_b . Estos rayos se intersecan en P' , a una distancia s' a la derecha del vértice. El dibujo de la figura corresponde al caso $n_a < n_b$. Las distancias de objeto y de imagen son ambas positivas.

Probaremos que si el ángulo α es pequeño, *todos* los rayos provenientes de P se intersecan en el mismo punto P' , por lo que P' es la *imagen real* de P . Emplearemos en gran medida el mismo método que aplicamos a los espejos esféricos en la sección 34.2. Una vez más, aplicaremos el teorema según el cual el ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos opuestos; la aplicación de esto a los triángulos PBC y $P'BC$ da lo siguiente:

$$\theta_a = \alpha + \phi \quad \phi = \beta + \theta_b \quad (34.8)$$

Según la ley de refracción,

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

Asimismo, las tangentes de α , β y ϕ son

$$\tan \alpha = \frac{h}{s + \delta} \quad \tan \beta = \frac{h}{s' - \delta} \quad \tan \phi = \frac{h}{R - \delta} \quad (34.9)$$

En el caso de rayos paraxiales, θ_a y θ_b son ambos pequeños en comparación con un radián, y podemos tomar como aproximación del seno y de la tangente de cualquiera de estos ángulos el ángulo mismo (medido en radianes). La ley de refracción da entonces

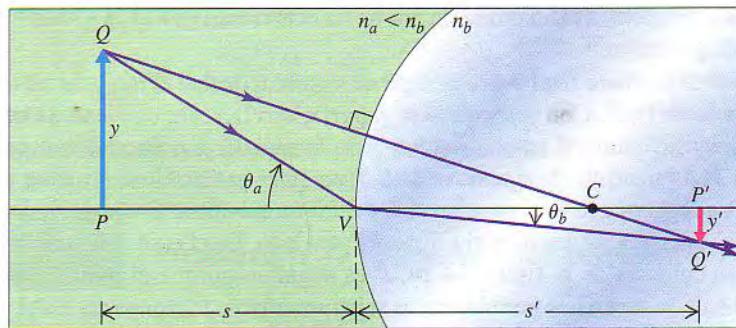
$$n_a \theta_a = n_b \theta_b$$

Combinando esto con la primera de las ecuaciones (34.8) se obtiene

$$\theta_b = \frac{n_a}{n_b} (\alpha + \phi)$$

La sustitución de esto en la segunda de las ecuaciones (34.8) da

$$n_a \alpha + n_b \beta = (n_b - n_a) \phi \quad (34.10)$$



34.20 Construcción para hallar la altura de una imagen formada por refracción en una superficie esférica. En el caso que aquí se muestra, $n_a < n_b$.

Ahora aplicamos las aproximaciones $\tan \alpha = \alpha$, etcétera, en las ecuaciones (34.9) y también pasamos por alto la pequeña distancia δ ; esas ecuaciones se transforman entonces en

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$$

Por último, sustituimos éstas en la ecuación (34.10) y extraemos por división el factor común h para obtener

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} \quad (34.11)$$

(relación objeto-imagen, superficie refractiva esférica)

Esta ecuación no contiene el ángulo α , por lo que la distancia de imagen es la misma con respecto a *todos* los rayos paraxiales que emanan de P ; esto prueba nuestra aseveración de que P' es la imagen de P .

Para obtener el aumento lateral m correspondiente a esta situación utilizaremos la construcción de la figura 34.20. Dibujamos dos rayos a partir del punto Q , uno que pasa por el centro de curvatura C y otro que incide en el vértice V . De los triángulos PQV y $P'Q'V$,

$$\tan \theta_a = \frac{y}{s} \quad \tan \theta_b = \frac{-y'}{s'}$$

y de acuerdo con la ley de refracción,

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

Si los ángulos son pequeños,

$$\tan \theta_a = \sin \theta_a \quad \tan \theta_b = \sin \theta_b$$

así pues, por último,

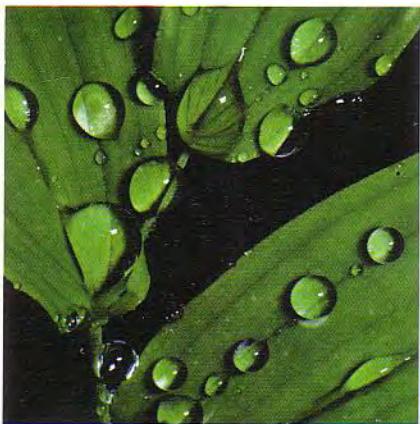
$$\frac{n_a y}{s} = -\frac{n_b y'}{s'}$$

o bien,

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s} \quad (34.12)$$

(aumento lateral, superficie refractiva esférica)

Las ecuaciones (34.11) y (34.12) son aplicables a superficies refractivas tanto concavas como cóncavas, siempre y cuando se apliquen las reglas de signos de forma congruente. No importa si n_b es mayor o menor que n_a . Para verificar estos enunciados, construya diagramas como las figuras 34.19 y 34.20 que correspondan a los tres casos siguientes: (i) $R > 0$ y $n_a > n_b$, (ii) $R < 0$ y $n_a < n_b$ y (iii) $R < 0$ y $n_a > n_b$.



34.21 Los rayos luminosos se refractan al atravesar las superficies curvas de estas gotitas de agua.

Después, en cada caso, deduzca de nuevo las ecuaciones (34.11) y (34.12) a partir de su diagrama.

He aquí una nota final sobre la regla de signos aplicable al radio de curvatura R de una superficie. Con respecto a la superficie reflectora convexa de la figura 34.14, consideramos R como negativo, pero la superficie *refractiva* convexa de la figura 34.19 tiene un valor *positivo* de R . Esto quizás parezca incongruente, pero no lo es. La regla es que R es positivo si el centro de curvatura C está del lado saliente de la superficie, y negativo si C está del otro lado. En el caso de la superficie refractiva convexa de la figura 34.14, R es negativo porque el punto C está a la derecha de la superficie pero los rayos salientes están a la izquierda. En el caso de la superficie refractiva convexa de la figura 34.19, R es positivo porque tanto C como los rayos salientes están a la derecha de la superficie.

La refracción en superficies curvas es una de las razones por las que los jardineros evitan regar las plantas a mediodía. Cuando la luz solar entra en una gota de agua que reposa sobre una hoja (Fig. 34.21), los rayos luminosos se refractan unos hacia otros, como en las figuras 34.19 y 34.20. En consecuencia, la luz solar que incide en la hoja está más concentrada y puede causar daño.

Un caso especial importante de superficie refractiva esférica es una superficie *plana* entre dos materiales ópticos. Esto corresponde a fijar $R = \infty$ en la ecuación (34.11). En este caso,

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = 0 \quad (\text{superficie refractiva plana}) \quad (34.13)$$

Para hallar el aumento lateral m correspondiente a este caso, combinamos esta ecuación con la relación general [ecuación (34.12)] para obtener este resultado simple:

$$m = 1$$

Es decir, la imagen que forma una superficie refractiva *plana* siempre tiene el mismo tamaño lateral que el objeto, y siempre es derecha.

Un ejemplo de formación de imágenes por una superficie refractiva plana es la apariencia de una pajilla o un remo de canoa parcialmente sumergido. Visto desde ciertos ángulos, el objeto parece tener un doblez muy marcado en la superficie del agua porque la parte sumergida aparece hallarse a sólo alrededor de tres cuartas partes de su distancia real debajo de la superficie. (Comentamos acerca de la apariencia de un objeto sumergido en la sección 33.2; véase la figura 33.8).

Ejemplo 34.5

Formación de imágenes por refracción I

Una barra cilíndrica de vidrio en aire (Fig. 34.22) tiene un índice de refracción de 1.52. Un extremo ha sido pulido para formar una superficie hemisférica de radio $R = 2.00\text{ cm}$. a) Halle la distancia de imagen de un objeto pequeño situado sobre el eje de la barra, a 8.00 cm a la izquierda del vértice. b) Halle el aumento lateral.

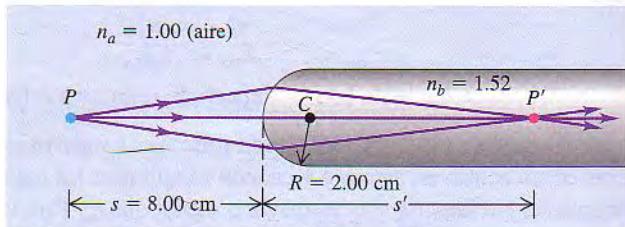
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: En este caso el material a es aire ($n_a = 1.00$) y el material b es el vidrio del que se compone la barra ($n_b = 1.52$). Sabemos que $s = 8.00\text{ cm}$; el radio de la superficie esférica es positivo ($R = +2.00\text{ cm}$) porque el centro de curvatura está del lado saliente de la superficie. Las variables que buscamos son la distancia de imagen s' y el aumento lateral m .

EJECUTAR: a) De acuerdo con la ecuación (34.11),

$$\frac{1.00}{8.00\text{ cm}} + \frac{1.52}{s'} = \frac{1.52 - 1.00}{+2.00\text{ cm}}$$

$$s' = +11.3\text{ cm}$$



34.22 La barra de vidrio en aire forma una imagen real.

b) De la ecuación (34.12),

$$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = -\frac{(1.00)(11.3 \text{ cm})}{(1.52)(8.00 \text{ cm})} = -0.929$$

EVALUAR: Como la distancia de imagen s' es positiva, la imagen se forma 11.3 cm a la *derecha* del vértice (en el lado saliente original).

Ejemplo 34.6

Formación de imágenes por refracción II

Se sumerge en agua (índice de refracción $n = 1.33$) la barra de vidrio del ejemplo 34.5 como se muestra en la figura 34.23. Las demás magnitudes tienen los mismos valores que en el caso anterior. Halle la distancia de imagen y el aumento lateral.

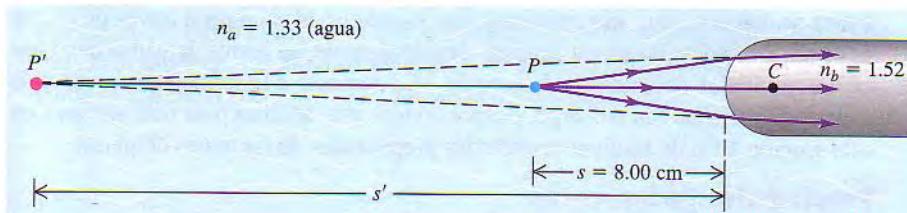
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: La situación es la misma que en el ejemplo 34.5, salvo que ahora $n_a = 1.33$.

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (34.11),

$$\frac{1.33}{8.00 \text{ cm}} + \frac{1.52}{s'} = \frac{1.52 - 1.33}{+2.00 \text{ cm}}$$

$$s' = -21.3 \text{ cm}$$



34.23 Cuando está inmersa en agua, la barra de vidrio forma una imagen virtual.

Ejemplo 34.7

Profundidad aparente de una alberca

Los propietarios de albercas saben que una alberca siempre parece menos profunda de lo que realmente es, y que es importante identificar claramente las partes profundas para que las personas que no saben nadar no se introduzcan donde el agua les cubriría la cabeza. Si una persona que no sabe nadar mira directamente hacia abajo el agua de una alberca que tiene 2.00 m de profundidad, ¿cuál es la profundidad aparente?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La superficie del agua actúa como una superficie refractiva plana.

PLANTEAR: En la figura 34.24 se muestra la situación. Para hallar la profundidad aparente de la alberca, imaginamos que hay una flecha PQ pintada en el fondo de la alberca. La superficie refractiva del agua forma una imagen virtual $P'Q'$ de esta flecha. Para hallar la profundidad de esta flecha, la cual nos indica la profundidad aparente de la alberca, aplicamos la ecuación (34.13).

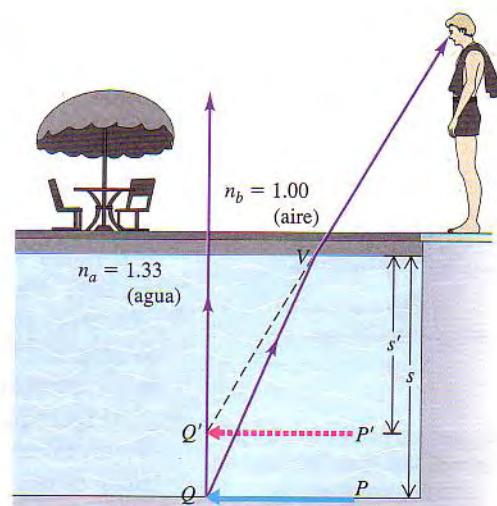
34.24 La flecha $P'Q'$ es la imagen virtual de la flecha PQ que está bajo el agua. Para mayor claridad, se han exagerado los ángulos que el rayo forma con la vertical.

como se muestra en la figura 34.22. El valor de m indica que la imagen es un poco más pequeña que el objeto e invertida. Si el objeto es una flecha de 1.000 mm de altura que apunta hacia arriba, la imagen es una flecha de 0.929 mm de altura que apunta hacia abajo.

El aumento es en este caso

$$m = -\frac{(1.33)(-21.3 \text{ cm})}{(1.52)(8.00 \text{ cm})} = +2.33$$

El valor negativo de s' significa que, una vez que la superficie ha refractado los rayos, éstos no convergen, sino que *parecen* divergir a partir de un punto situado 21.3 cm a la *izquierda* del vértice. Vemos un caso similar en la reflexión de luz en un espejo convexo; describimos el punto como una *imagen virtual*. En este ejemplo la superficie forma una imagen virtual a 21.3 cm a la izquierda del vértice. La imagen vertical es derecha (porque m es positivo) y 2.33 veces más grande que el objeto.



EJECUTAR: La distancia de objeto es la profundidad aparente de la alberca: $s = 2.00\text{ m}$. El material a es el agua ($n_a = 1.33$) y el material b es el aire ($n_b = 1.00$). La ecuación (34.13) proporciona la posición de la imagen:

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{1.33}{2.00\text{ m}} + \frac{1.00}{s'} = 0$$

$$s' = -1.50\text{ m}$$

La distancia de imagen es negativa. De acuerdo con las reglas de signos de la sección 34.1, esto significa que la imagen es virtual y

está del lado entrante de la superficie refractiva, es decir, del mismo lado que el objeto. La profundidad aparente es de 1.50 m , esto es, de sólo tres cuartas partes de la profundidad real. Un nadador de 1.80 m de estatura que no tomase en cuenta este efecto tendría problemas.

EVALUAR: Recuérdese que el aumento lateral correspondiente a una superficie refractiva plana es $m = 1$. Por tanto, la imagen $P'Q'$ de la flecha tiene la misma *longitud* que la flecha real PQ . Sólo la profundidad es diferente.

Evalué su comprensión

Las gotitas de agua de la figura 34.21 tienen un radio de curvatura R y un índice de refracción $n = 1.33$. ¿Forman una imagen del Sol sobre la hoja?

34.4 | Lentes delgadas

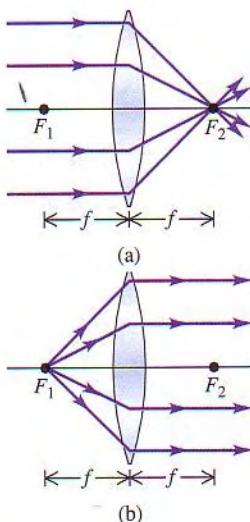
El dispositivo óptico más conocido y de uso más extendido (después del espejo plano) es la *lente*. Una lente es un sistema óptico con dos superficies refractivas. La lente más simple tiene dos superficies *esféricas* lo suficientemente próximas una de otra como para que podamos pasar por alto la distancia entre ellas (el espesor de la lente); a este dispositivo se le llama **lente delgada**. Si usted utiliza anteojos o lentes de contacto para leer, entonces está viendo estas palabras a través de un par de lentes delgadas. Podemos analizar detalladamente las lentes delgadas con base en los resultados obtenidos en la sección 34.3 respecto a la refracción en una sola superficie esférica. Sin embargo, pospondremos este análisis para más adelante en esta sección a fin de analizar primero las propiedades de las lentes delgadas.

Propiedades de las lentes

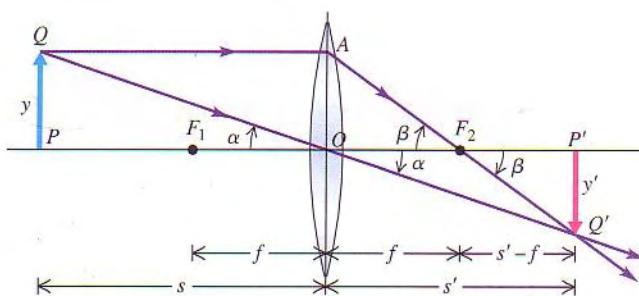
Una lente de la forma que se muestra en la figura 34.25 tiene la propiedad de que, cuando un haz de rayos paralelos al eje atraviesa la lente, los rayos convergen en un punto F_2 (Fig. 34.25a) y forman una imagen real en ese punto. Las lentes de este tipo se llaman **lentes convergentes**. De modo análogo, los rayos que pasan por el punto F_1 emergen de la lente en forma de un haz de rayos paralelos (Fig. 34.25b). Los puntos F_1 y F_2 son lo que se conoce como el primero y segundo *puntos focales*, y la distancia f (medida desde el centro de la lente) es la *distancia focal*. Adviértanse las semejanzas entre los dos puntos focales de una lente convergente y el único punto focal de un espejo cóncavo (Fig. 34.11). Como en el caso de los espejos cóncavos, la distancia focal de una lente convergente se define como una cantidad *positiva*, y las lentes de esta clase se conocen también como *lentes positivas*.

La recta horizontal central de la figura 34.25 se denomina *eje óptico*, como en el caso de los espejos esféricos. Los centros de curvatura de las dos superficies esféricas se encuentran sobre el eje óptico y lo definen. Las dos distancias focales de la figura 34.25, ambas identificadas como f , *siempre son iguales* en el caso de una lente delgada, incluso cuando los dos lados tienen diferente curvatura. Más adelante en esta sección deduciremos este resultado, un poco sorprendente, cuando deduzcamos la relación entre f , el índice de refracción de la lente, y los radios de curvatura de sus superficies.

Al igual que un espejo cóncavo, una lente convergente forma imágenes de los objetos extensos. La figura 34.26 muestra cómo hallar la posición y el aumento lateral de una imagen formada por una lente convergente delgada. Con base en la misma notación y reglas de signos que hemos utilizado, sean s y s' las distancias



34.25 F_1 y F_2 son los puntos focales primero y segundo de una lente delgada convergente. El valor numérico de f es positivo.



34.26 Construcción para hallar la posición de la imagen que forma una lente delgada. Para destacar la suposición de que la lente es muy delgada, se muestra el rayo QAQ' como si se doblase en el plano medio de la lente, no en las dos superficies, y el rayo QOQ' se muestra como línea recta.

de objeto y de imagen, respectivamente, y sean y y y' las alturas del objeto y de la imagen. El rayo QA , paralelo al eje óptico antes de la refracción, pasa por el segundo punto focal F_2 después de refractarse. El rayo QOQ' pasa directamente por el centro de la lente sin desviarse, porque en el centro las dos superficies son paralelas y (suponemos) están muy próximas una de otra. Existe refracción donde el rayo entra y sale del material, pero no hay un cambio neto de dirección.

Los dos ángulos identificados como α en la figura 34.26 son iguales. Por consiguiente, los dos triángulos rectángulos PQO y $P'Q'O$ son *semejantes*, y las razones de los lados correspondientes son iguales. Por tanto,

$$\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'} \quad \text{o} \quad \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad (34.14)$$

(La razón del signo negativo es que la imagen está abajo del eje óptico y y' es negativa). Asimismo, los ángulos identificados como β son iguales, y los dos triángulos rectángulos OAF_2 y $P'Q'F_2$ son semejantes; por tanto,

$$\frac{y}{f} = -\frac{y'}{s' - f}$$

o bien,

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s' - f}{f} \quad (34.15)$$

Ahora igualamos las ecuaciones (34.14) y (34.15), dividimos entre s' y reorganizamos para obtener

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (\text{relación objeto-imagen, lente delgada}) \quad (34.16)$$

Este análisis también proporciona el aumento lateral $m = y'/y$ correspondiente a la lente; según la ecuación (34.14),

$$m = -\frac{s'}{s} \quad (\text{aumento lateral, lente delgada}) \quad (34.17)$$

El signo negativo indica que, cuando s y s' son ambas positivas, como en la figura 34.26, la imagen es *invertida*, y los signos de y y y' son opuestos.

Las ecuaciones (34.16) y (34.17) son las ecuaciones fundamentales de las lentes delgadas. Son *exactamente* iguales a las ecuaciones correspondientes de los espejos esféricos [ecuaciones (34.6) y (34.7)]. Como veremos, las reglas de signos que seguimos en el caso de los espejos esféricos también son aplicables a las lentes. En particular, considérese una lente con una distancia focal positiva (una lente convergente). Cuando un objeto está por fuera del primer punto focal F_1 de esta lente (es decir, cuando $s > f$), la distancia de imagen s' es positiva (esto es, la imagen está del mismo lado que los rayos salientes); esta imagen es real e invertida, como en la figura 34.26. Un objeto colocado más adentro del primer punto fo-

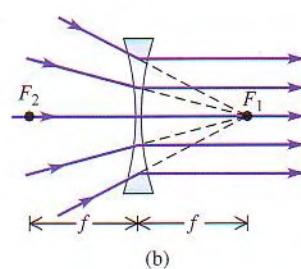
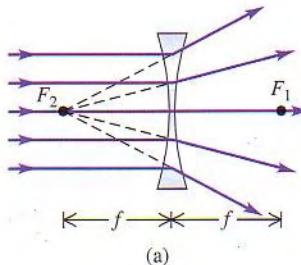
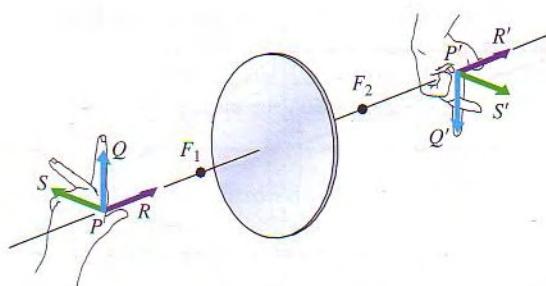


15.9 Diagramas de rayos de lentes delgadas

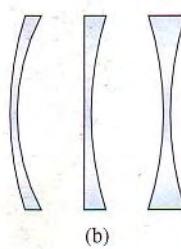
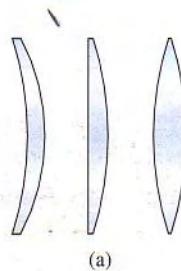
15.10 Lentes delgadas convergentes

15.11 Lentes delgadas divergentes

34.27 Una lente *no* volteo al revés la imagen $S'P'Q'R'$ de un objeto tridimensional $SPQR$



34.28 F_2 y F_1 son los puntos focales segundo y primero de una lente delgada divergente, respectivamente. El valor numérico de f es negativo.



34.29 (a) Lentes convergentes de menisco, plano-convexa y biconvexa. (b) Lentes divergentes de menisco, plano-cóncava y bicóncava.

cal de una lente convergente, de modo que $s < f$, forma una imagen con un valor negativo de s' ; esta imagen se encuentra del mismo lado de la lente que el objeto, y es virtual, derecha y más grande que éste. Estos enunciados se pueden verificar algebraicamente por medio de las ecuaciones (34.16) y (34.17); también los verificaremos en la próxima sección por métodos gráficos análogos a los que se presentaron en la sección 34.2 aplicados a espejos.

La figura 34.27 muestra cómo una lente forma una imagen tridimensional de un objeto tridimensional. El punto R está más cerca de la lente que el punto P . De acuerdo con la ecuación (34.16), el punto de imagen R' está más alejado de la lente que el punto de imagen P' , y la imagen $P'R'$ apunta en la misma dirección que el objeto PR . Las flechas $P'S'$ y $P'Q'$ están al revés respecto a PS y PQ .

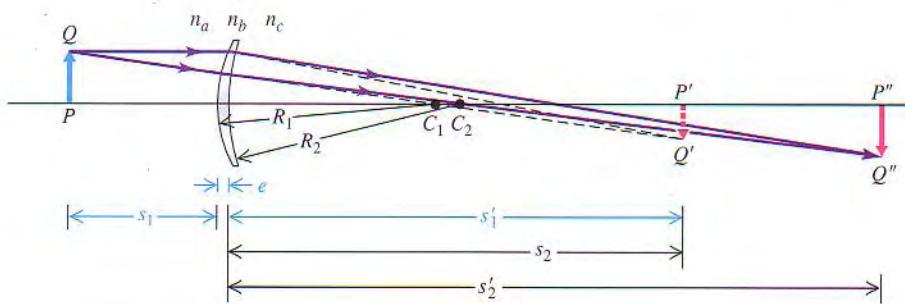
Comparemos la figura 34.27 con la figura 34.6, la cual muestra la imagen formada por un *espejo* plano. Advertimos que la imagen formada por la lente es invertida, pero *no* es inversa de adelante hacia atrás a lo largo del eje óptico. Es decir, si el objeto es una mano izquierda, su imagen también es una mano izquierda. Podemos verificar esto apuntando el pulgar izquierdo a lo largo de PR , el índice a lo largo de PQ y el dedo medio izquierdo a lo largo de PS . Luego giramos la mano 180° con el pulgar como eje; esto hace coincidir los dedos con $P'Q'$ y $P'S'$. En otras palabras, una imagen *invertida* es equivalente a una imagen que ha girado 180° en torno al eje de la lente.

Hasta ahora hemos analizado lentes *convergentes*. La figura 34.28 muestra una **lente divergente**; el haz de rayos paralelos que incide en esta lente *diverge* después de refractarse. La distancia focal de una lente divergente es una cantidad *negativa*, y las lentes de este tipo se conocen también como *lentes negativas*. Los puntos focales de una lente negativa están invertidos en relación con los de una lente positiva. El segundo punto focal, F_2 , de una lente negativa es el punto a partir del cual los rayos que originalmente son paralelos al eje *parecen divergir* después de refractarse, como en la figura 34.28a. Los rayos incidentes que convergen hacia el primer punto focal F_1 , como en la figura 34.28b, emergen de la lente paralelos a su eje.

Las ecuaciones (34.16) y (34.17) son aplicables a lentes tanto positivas como negativas. En la figura 34.29 se muestran los diversos tipos de lentes, tanto convergentes como divergentes. La siguiente es una observación importante: *toda lente más gruesa en su centro que en sus bordes es una lente convergente con f positiva, y toda lente más gruesa en sus bordes que en su centro es una lente divergente con f negativa* (siempre y cuando la lente tenga un índice de refracción mayor que el material circundante). Podemos probar esto mediante la *ecuación del fabricante de lentes*, cuya deducción constituye nuestra siguiente tarea.

Ecuación del fabricante de lentes

Ahora deduciremos la ecuación (34.16) con más detenimiento y, al mismo tiempo, deduciremos la *ecuación del fabricante de lentes*, que es la relación entre la distancia focal f , el índice de refracción n de la lente y los radios de curvatura R_1



y R_2 de las superficies de la lente. Aplicaremos el principio según el cual una imagen formada por una superficie reflectora o refractiva puede servir como el objeto de una segunda superficie reflectora o refractiva.

Comenzaremos con el problema de carácter algo más general de dos interfaces esféricas que separan tres materiales con índices de refracción n_a , n_b y n_c , como se muestra en la figura 34.30. Las distancias de objeto y de imagen correspondientes a la primera superficie son s_1 y s'_1 , y las que corresponden a la segunda superficie son s_2 y s'_2 . Supondremos que la lente es delgada, de modo que la distancia t entre las dos superficies es pequeña en comparación con las distancias de objeto y de imagen y, por tanto, se pueden pasar por alto. Éste es normalmente el caso de las lentes de anteojos (Fig. 34.31). En estas condiciones s_2 y s'_1 tienen la misma magnitud pero signo opuesto. Por ejemplo, si la primera imagen está del lado saliente de la primera superficie, s'_1 es positiva. Pero cuando la vemos como un objeto de la segunda superficie, la primera imagen *no* está del lado entrante de esa superficie. Por tanto, podemos afirmar que $s_2 = -s'_1$.

Necesitamos aplicar la ecuación de una sola superficie [ecuación (34.11)] dos veces: una por cada superficie. Las ecuaciones resultantes son

$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$

Ordinariamente, los materiales primero y tercero son aire o vacío, así que fijamos $n_a = n_c = 1$. El segundo índice n_b es el de la lente, al cual llamaremos simplemente n . Sustituyendo estos valores y la relación $s_2 = -s'_1$, obtenemos lo siguiente:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n - 1}{R_1}$$

$$-\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1 - n}{R_2}$$

Para obtener una relación entre la posición inicial del objeto s_1 y la posición final de la imagen s'_2 , sumamos estas dos ecuaciones. Con ello se elimina el término n/s'_1 y se obtiene

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Por último, considerando la lente como una sola unidad, llamamos a la distancia de objeto simplemente s en vez de s_1 , y llamamos a la distancia final de imagen s' en vez de s'_2 . Luego de efectuar estas sustituciones, tenemos que

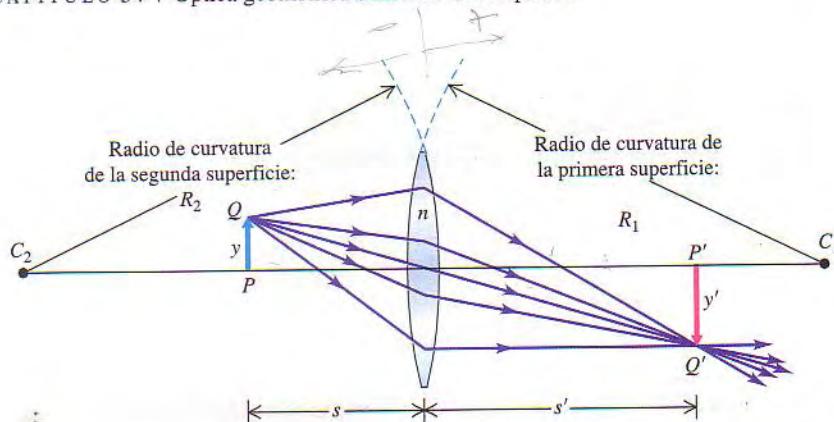
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (34.18)$$

34.30 La imagen formada por la primera superficie de una lente sirve como el objeto de la segunda superficie. Las distancias s'_1 y s_2 se toman como iguales; ésta es una buena aproximación si el espesor e de la lente es pequeño.



34.31 Estos lentes de anteojos satisfacen la aproximación de la lente delgada; su espesor es pequeño en comparación con las distancias de objeto y de imagen.

34.32 Lente delgada. En este caso, R_1 es positivo (porque el centro de curvatura C_1 está del mismo lado que la luz saliente) y R_2 es negativo (porque el centro de curvatura C_2 está del lado opuesto a la luz saliente). La distancia focal f es positiva, y la lente es convergente. En este caso, s y s' también son positivas y, por tanto, m es positivo.



Ahora comparamos esto con la otra ecuación de lentes delgadas [ecuación (34.16)]. Vemos que las distancias de objeto y de imagen s y s' aparecen exactamente en los mismos lugares en ambas ecuaciones y que la distancia focal f viene dada por

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (34.19)$$

(ecuación del fabricante de lentes para una lente delgada)

Ésta es la **ecuación del fabricante de lentes**. Al deducir de nuevo la relación entre distancia de objeto, distancia de imagen y distancia focal de una lente delgada, al mismo tiempo hemos deducido también una expresión de la distancia focal f de una lente en términos de su índice de refracción n y de los radios de curvatura R_1 y R_2 de sus superficies. Con esto se puede demostrar que todas las lentes de la figura 34.29a son lentes convergentes con distancias focales positivas, y que todas las lentes de la figura 34.29b son lentes divergentes con distancias focales negativas (véase el ejercicio 34.30).

Se aplican todas las reglas de signos anteriores de la sección 34.1 a las ecuaciones (34.18) y (34.19). Por ejemplo, en la figura 34.32, s , s' y R_1 son positivos, pero R_2 es negativo.

No es difícil generalizar la ecuación (34.19) a la situación donde la lente está inmersa en un material con un índice de refracción mayor que la unidad. Lo invitamos a obtener la ecuación del fabricante de lentes para esta situación más general.

¡Hacemos hincapié en que la aproximación paraxial es en efecto una **aproximación!** Los rayos que forman ángulos suficientemente grandes con el eje óptico de una lente esférica no se enfocan en el mismo lugar que los rayos paraxiales; este problema es el mismo de aberración esférica que asedia a los *espejos* esféricos (sección 34.2). Para evitar ésta y otras limitaciones de las lentes esféricas delgadas, en los instrumentos ópticos de precisión se utilizan lentes de forma más complicada.

Ejemplo 34.8

Hallar la distancia focal de una lente

- a) Suponga que el valor absoluto de los radios de curvatura de las superficies de lente de la figura 34.32 es igual en ambos casos a 10.0 cm y que el índice de refracción es $n = 1.52$. ¿Cuál es la distancia focal f de la lente? b) Suponga que la lente de la figura 34.28 también tiene $n = 1.52$ y que los valores absolutos de los radios de curvatura de sus superficies de lente también son iguales a 10 cm. ¿Cuál es la distancia focal de esta lente?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Se aplica la ecuación del fabricante de lentes para hallar la distancia focal en ambas situaciones. Adviértase que en el inciso (a) la lente es convexa por ambos lados (Fig. 34.32), en tanto que en el inciso (b) es cóncava por ambas caras (Fig. 34.28). Tenemos en cuenta estas diferencias poniendo una atención minuciosa a los signos de los radios de curvatura R_1 y R_2 .

EJECUTAR: a) La figura 34.32 muestra que el centro de curvatura de la primera superficie (C_1) está del lado saliente de la lente, en tanto que el centro de curvatura de la segunda superficie (C_2) está del lado *entrante*. Por consiguiente, R_1 es positivo pero R_2 es negativo: $R_1 = +10\text{ cm}$, $R_2 = -10\text{ cm}$. De acuerdo con la ecuación (34.19),

$$\frac{1}{f} = (1.52 - 1) \left(\frac{1}{+10\text{ cm}} - \frac{1}{-10\text{ cm}} \right)$$

$$f = 9.6\text{ cm}$$

b) En el caso de una lente bicóncava el centro de curvatura de la primera superficie está del lado *entrante*, en tanto que el centro de curvatura de la segunda superficie está del lado saliente. Por tanto, R_1

es negativo y R_2 es positivo: $R_1 = -10\text{ cm}$, $R_2 = +10\text{ cm}$. De nuevo con base en la ecuación (34.19),

$$\frac{1}{f} = (1.52 - 1) \left(\frac{1}{-10\text{ cm}} - \frac{1}{+10\text{ cm}} \right)$$

$$f = -9.6\text{ cm}$$

EVALUAR: En el inciso (a) la distancia focal es positiva, así que se trata de una lente convergente; esto es razonable, pues la lente es más gruesa en el centro que en los bordes. En el inciso (b) la distancia focal es *negativa*, de modo que se trata de una lente *divergente*; esto también es razonable, pues la lente es más gruesa en los bordes que en el centro.

Métodos gráficos para lentes

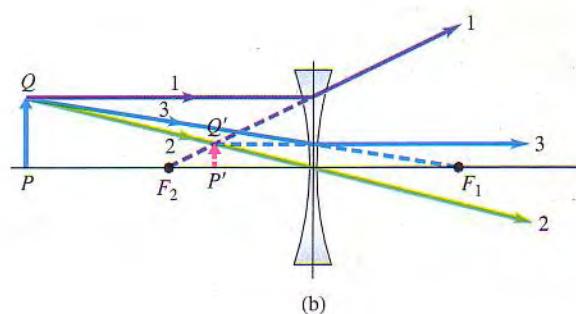
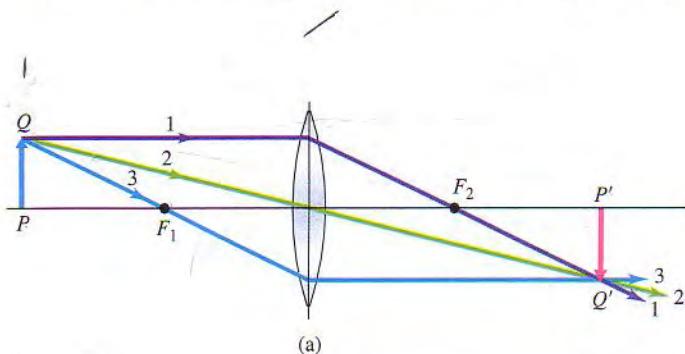
Se pueden hallar la posición y el tamaño de una imagen formada por una lente delgada mediante un método gráfico muy parecido al que se aplicó en la sección 34.2 a los espejos esféricos. También en este caso se dibujan unos pocos rayos especiales, llamados *rayos principales*, que divergen a partir de un punto del objeto que *no* está sobre el eje óptico. La intersección de estos rayos, después que han atravesado la lente, determina la posición y el tamaño de la imagen. Al utilizar este método gráfico, haremos de cuenta que la desviación de cada rayo ocurre en su totalidad en el plano medio de la lente, como se muestra en la figura 34.33. Esto concuerda con la suposición de que la distancia entre las superficies de la lente es insignificante.

Los tres rayos principales cuyo trayecto es normalmente fácil de trazar en el caso de las lentes se muestran en la figura 34.33:

1. *Un rayo paralelo al eje* emerge de la lente en una dirección que pasa por el segundo punto focal F_2 de una lente convergente, o que parece provenir del segundo punto focal de una lente divergente.
2. *Un rayo que pasa por el centro de la lente* no se desvía en grado apreciable; en el centro de la lente las dos superficies son paralelas; por tanto, este rayo emerge prácticamente con el mismo ángulo que tenía al entrar y a lo largo de la misma recta.
3. *Un rayo que pasa por (o avanza hacia) el primer punto focal F_1* emerge paralelo al eje.

Cuando la imagen es real, la posición del punto de imagen está determinada por la intersección de dos cualesquiera de los rayos 1, 2 y 3 (Fig. 34.33a). Cuando la imagen es virtual, se prolongan hacia atrás los rayos salientes divergentes hasta su punto de intersección para hallar el punto de imagen (Fig. 34.33b).

34.33 Diagramas de rayos principales que ilustran el método gráfico para localizar una imagen formada por una lente delgada. (a) Una lente convergente; (b) una lente divergente. Los colores de los rayos sirven sólo como identificación; no se refieren a colores específicos de la luz.

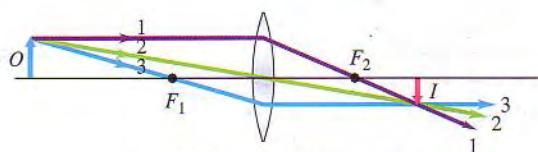


CUIDADO Tenga en mente que *todo* rayo proveniente del objeto que incida en la lente pasará por el punto de imagen (si la imagen es real) o parecerá que nace en el punto de imagen (si la imagen es virtual). (Hicimos un comentario análogo acerca de la formación de imágenes por espejos en la sección 34.2). Hemos destacado los rayos principales porque son los únicos que necesitamos dibujar para localizar la imagen.

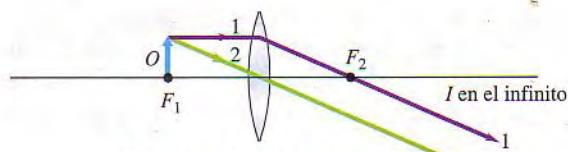
La figura 34.34 muestra diagramas de rayos principales correspondientes a una lente convergente con diversas distancias de objeto. Le sugerimos estudiar cada uno de estos diagramas con mucho detenimiento, comparando cada rayo numerado con la descripción precedente.

Los incisos (a), (b) y (c) de la figura 34.34 ayudan a explicar lo que ocurre al enfocar una cámara fotográfica. Para que una fotografía esté bien enfocada, la película debe estar en la posición de la imagen real que forma la lente de la cámara. La distancia de imagen aumenta conforme el objeto se aproxima, por lo que se retira más la película detrás de la lente (es decir, se aleja la lente frente a la película). En la figura 34.34d el objeto está en el punto focal; no se puede dibujar el rayo 3 porque no atraviesa la lente. En la figura 34.34e la distancia de objeto es menor que la distancia focal. Los rayos salientes son divergentes y la imagen es *virtual*; se localiza su posición prolongando los rayos salientes hacia atrás, así que la distancia s' es negativa. Adviértase así mismo que la imagen es derecha y más grande que el objeto. (Veremos la utilidad de esto en la sección 34.6). La figura 34.34f corresponde a un *objeto virtual*. Los rayos entrantes no divergen a partir de un objeto real, sino que convergen como si fueran a encontrarse en la punta del objeto virtual O del lado derecho; en este caso la distancia de objeto s es negativa. La imagen es real y se halla entre la lente y el segundo punto focal. Se presenta esta situación si los rayos que inciden en la lente de la figura 34.34f emergen de otra lente convergente situada a la izquierda de la figura (no se muestra).

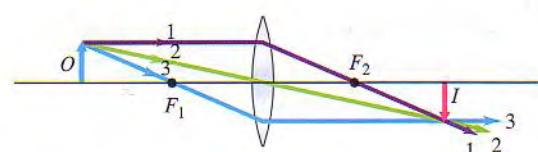
34.34 Formación de imágenes por una lente delgada convergente a diversas distancias de objeto. Se han numerado los rayos principales.



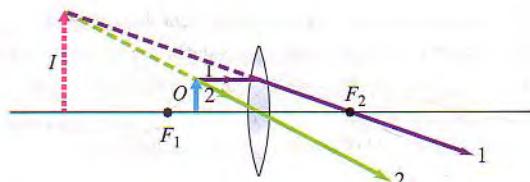
(a) El objeto O está por fuera del punto focal; la imagen I es real



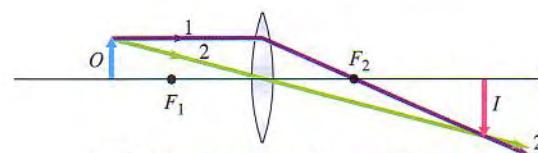
(d) El objeto O está en el punto focal; la imagen I está en el infinito



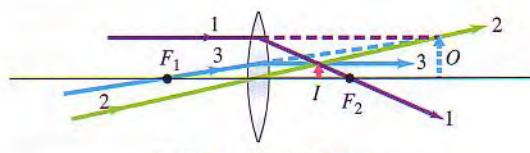
(b) El objeto O está más cerca del punto focal; la imagen I es real y más lejana



(e) El objeto O está por dentro del punto focal; la imagen I es virtual y más grande que el objeto



(c) El objeto O está aun más cerca del punto focal; la imagen I es real y aun más lejana



(f) Objeto virtual O (los rayos luminosos *convergen* en la lente)

Estrategia para resolver problemas

Formación de imágenes por lentes delgadas

IDENTIFICAR los conceptos pertinentes: La estrategia delineada con respecto a espejos en la sección 34.2 es igualmente aplicable a las lentes delgadas, y conviene repasarla ahora mismo. Como en el caso de los espejos, los problemas de formación de imágenes por lentes se deben resolver por medio de ecuaciones y también de un diagrama de rayos principales.

PLANTEAR el problema: Como siempre, establezca las variables que se buscan.

EJECUTAR la solución como sigue:

- Siempre parte de un diagrama de rayos principales si cuenta con información suficiente. Oriente sus diagramas siempre de igual forma, de modo que la luz se propague de izquierda a derecha. No bosqueje simplemente estos diagramas; trace los rayos con una regla y mida las distancias minuciosamente.
- Dibuje los rayos principales de modo que se doblen en el plano medio de la lente, como se muestra en la figura 34.33. En el caso de una lente hay sólo tres rayos principales, comparados con los cuatro que corresponden a un espejo. Cerciórese de dibujar *los tres* siempre que sea posible. La intersección de dos cualesquiera de ellos determina la imagen, pero si el tercero no pasa por el mismo punto de in-

tersección, ello significa que se ha cometido un error. La superfluidez puede ser útil para identificar errores.

- Si los rayos principales salientes no convergen en un punto de imagen real, la imagen es virtual. En tales casos es necesario prolongar hacia atrás los rayos salientes para hallar el punto de imagen virtual, el cual se encuentra del lado *entrante* de la lente.
- Las reglas de signos que hemos utilizado al tratar con espejos y superficies refractivas únicas (véase la sección 34.1) también son aplicables a las lentes delgadas. Ponga muchísimo cuidado en establecer los signos como es debido y en interpretar los signos de los resultados correctamente.
- Utilice las ecuaciones (34.16) y (34.17) para confirmar por medio de cálculos sus resultados gráficos de posición y tamaño de las imágenes. Esto ofrece una comprobación de congruencia extremadamente útil.
- La *imagen* formada por una lente o espejo puede servir como el *objeto* de otra. En tales casos, tenga cuidado al hallar las *distancias* de objeto y de imagen correspondientes a esta imagen intermedia; no olvide incluir correctamente la distancia entre los dos elementos (lentes o espejos).

EVALUAR la respuesta: Examine sus diagramas y cálculos con ojo crítico para asegurar la congruencia de sus resultados.

Ejemplo
34.9

Ubicación de la imagen y aumento con una lente convergente

Cierta lente convergente tiene una distancia focal de 20 cm. Halle gráficamente la ubicación de la imagen de un objeto situado a cada una de las distancias siguientes de la lente: a) 50 cm; b) 20 cm; c) 15 cm; d) -40 cm. Halle el aumento en cada caso. Compruebe sus resultados calculando la posición y el aumento de la imagen con base en las ecuaciones (34.16) y (34.17).

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: En cada caso se tiene la distancia focal $f = 20$ cm y el valor de la distancia de objeto s . Las variables que se buscan son la distancia de imagen s' y el aumento $m = -s'/s$.

EJECUTAR: Los diagramas de rayos principales apropiados se muestran en a) figura 34.34a, b) figura 34.34d, c) figura 34.34e y d) figura 34.34f. Las distancias de imagen aproximadas, obtenidas por medición de estos diagramas, son 35 cm, $-\infty$, -40 cm y 15 cm, y los aumentos aproximados son $-\frac{2}{3}$, $+\infty$, $+3$ y $+\frac{1}{3}$, respectivamente.

Calculando las posiciones de imagen a partir de la ecuación (34.16) se halla lo siguiente:

$$a) \frac{1}{50 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \quad s' = 33.3 \text{ cm}$$

$$b) \frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \quad s' = \pm\infty$$

$$c) \frac{1}{15 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \quad s' = -60 \text{ cm}$$

$$d) \frac{1}{-40 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20 \text{ cm}} \quad s' = 13.3 \text{ cm}$$

Los resultados gráficos son razonablemente cercanos a éstos excepto en el inciso (c); la exactitud del diagrama de la figura 34.34e es limitada porque los rayos prolongados hacia atrás tienen casi la misma dirección.

De acuerdo con la ecuación (34.17) los aumentos son

$$a) m = -\frac{33.3 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = -\frac{2}{3}$$

$$b) m = -\frac{\pm\infty \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \pm\infty$$

$$c) m = -\frac{-60 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = +4$$

$$d) m = -\frac{13.3 \text{ cm}}{-40 \text{ cm}} = +\frac{1}{3}$$

EVALUAR: Adviértase que s' es positiva en los incisos (a) y (d) pero negativa en el inciso (c). Esto tiene sentido: la imagen es real en las partes a) y d), pero es virtual en la parte b). Los rayos luminosos que emergen de la lente en el inciso (b) son paralelos y nunca convergen; por tanto, se puede considerar que la imagen está en $+\infty$ o $-\infty$.

Los valores de aumento nos indican que la imagen es invertida en el inciso (a) y derecha en los incisos (c) y (d), de acuerdo con los diagramas de rayos principales. El valor infinito del aumento en el inciso (b) es otra forma de decir que la imagen se forma a una distancia infinita.

Ejemplo 34.10

Formación de imágenes por una lente divergente

Se le entrega una lente divergente delgada. Usted encuentra que un haz de rayos paralelos se ensancha después de pasar a través de la lente, como si todos los rayos proveniesen de un punto situado a 20.0 cm del centro de la lente. Usted se propone utilizar esta lente para formar una imagen virtual derecha que tenga $\frac{1}{3}$ de la altura del objeto. a) ¿Dónde se debe colocar el objeto? b) Dibuje un diagrama de rayos principales.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: La observación con rayos paralelos muestra que la distancia focal es $f = -20 \text{ cm}$. Se busca un aumento lateral $m = +\frac{1}{3}$ (positivo porque la imagen debe ser derecha). Con base en esto se determina la razón s'/s a partir de la ecuación (34.17), y luego se halla la distancia de objeto s mediante la ecuación (34.16).

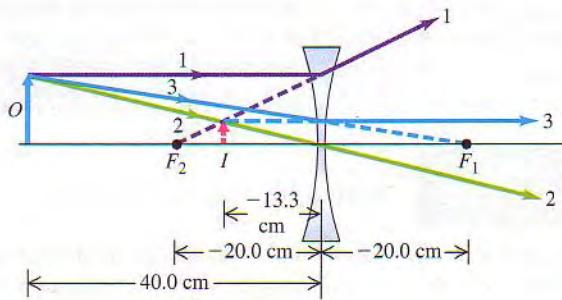
EJECUTAR: a) De acuerdo con la ecuación (34.17), $m = +\frac{1}{3} = -s'/s$, por tanto, $s' = -s/3$. Si se inserta este resultado en la ecuación (34.16), se halla lo siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{1}{s} + \frac{1}{-s/3} &= \frac{1}{-20.0 \text{ cm}} \\ s &= 40.0 \text{ cm} \\ s' &= -\frac{s}{3} = -\frac{40.0 \text{ cm}}{3} = -13.3 \text{ cm}\end{aligned}$$

La distancia de imagen es negativa; por tanto, el objeto y la imagen están del mismo lado de la lente.

b) La figura 34.35 es el diagrama de rayos principales correspondiente a este problema, con los rayos numerados del mismo modo que en la figura 34.33b.

EVALUAR: Se suele montar una lente divergente en la puerta principal de los hogares. La lente proporciona al ocupante de la vivienda una imagen derecha y reducida de cualquier persona que se encuentre afuera de la puerta. El ocupante puede ver a la persona completa y decidir si le permite entrar o no.



34.35 Diagrama de rayos principales de una imagen formada por una lente delgada divergente.

Ejemplo 34.11

Imagen de una imagen

Un objeto de 8.0 cm de alto está 12.0 cm a la izquierda de una lente convergente cuya distancia focal es de 8.0 cm. Una segunda lente convergente con una distancia focal de 6.0 cm se coloca 36.0 cm a la derecha de la primera lente. Ambas lentes tienen el mismo eje óptico. Halle la posición, tamaño y orientación de la imagen creada por las dos lentes combinadas. (Se utilizan combinaciones de lentes convergentes en los telescopios y microscopios, los cuales se estudiarán en la sección 34.7).

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: La situación se muestra en la figura 34.36. El objeto O se encuentra por fuera del primer punto focal F_1 de la primera lente; por tanto, esta lente produce una imagen real I . Los rayos luminosos que inciden en la segunda lente divergen a partir de esta imagen real como si I fuera un objeto material. De es-

te modo, la *imagen* formada por la *primera lente* actúa como *objeto* de la *segunda lente*. Nuestro objetivo es establecer las propiedades de la imagen final formada por la segunda lente.

EJECUTAR: En la figura 34.36 hemos trazado los rayos principales 1, 2 y 3 a partir de la cabeza de la flecha objeto O para hallar la posición de la primera imagen I , y los rayos principales 1', 2' y 3' a partir de la cabeza de la primera imagen a fin de hallar la posición de la segunda imagen I' formada por la segunda lente (no obstante que los rayos 2' y 3' no existen realmente en este caso). Adviértase que la imagen se invierte *dos veces*, una por cada lente, de modo que la segunda imagen I' tiene la misma orientación que el objeto original.

Para calcular la posición y tamaño de la segunda imagen I' , primero es necesario hallar la posición y tamaño de la primera imagen I . La aplicación de la ecuación (34.16), $1/s + 1/s' = 1/f$, a la primera lente da lo que sigue:

$$\frac{1}{12.0 \text{ cm}} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{8.0 \text{ cm}} \quad s'_1 = +24.0 \text{ cm}$$

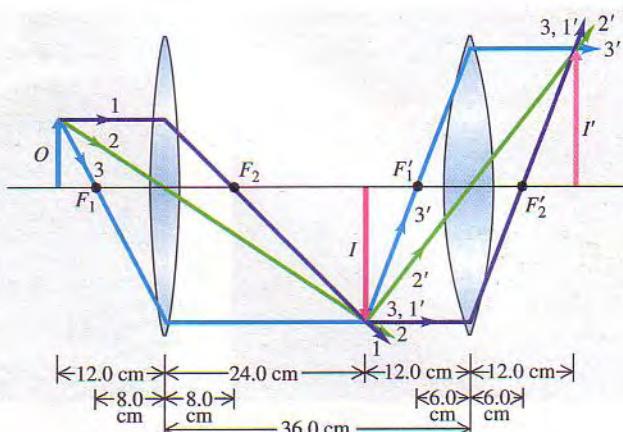
La primera imagen I está 24.0 cm a la derecha de la primera lente. El aumento es $m_1 = -(24.0 \text{ cm})/(12.0 \text{ cm}) = -2.00$; por tanto, la altura de la primera imagen es $(-2.0)(8.0 \text{ cm}) = -16.0 \text{ cm}$.

La primera imagen está 36.0 cm – 24.0 cm = 12.0 cm a la izquierda de la segunda lente; por tanto, la distancia de objeto correspondiente a la segunda lente es de +12.0 cm. La aplicación de la ecuación (34.16) a la segunda lente proporciona la posición de la segunda imagen, que es la final:

$$\frac{1}{12.0 \text{ cm}} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{6.0 \text{ cm}} \quad s'_2 = +12.0 \text{ cm}$$

La imagen final está 12.0 cm a la derecha de la segunda lente y 48.0 cm a la derecha de la primera. El aumento que produce la segunda lente convergente es $m_2 = -(12.0 \text{ cm})/(12.0 \text{ cm}) = -1.0 \text{ cm}$.

EVALUAR: El valor de m_2 significa que la imagen final es del mismo tamaño que la primera, pero su orientación es opuesta. El diagrama de rayos principales también muestra esto mismo.



34.36 Diagrama de rayos principales correspondiente a una combinación de dos lentes convergentes. La primera lente forma una imagen real del objeto. Esta imagen real actúa como objeto de la segunda lente.

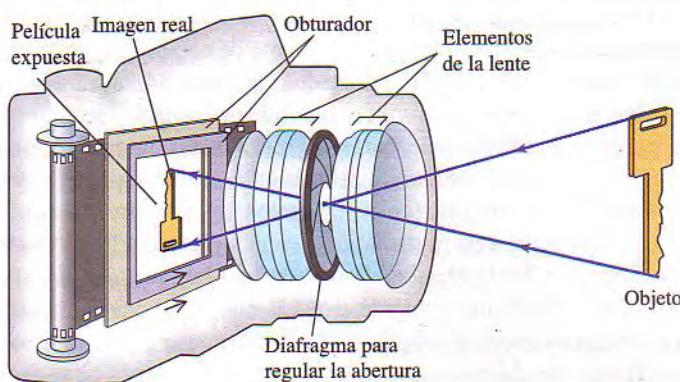
Evalue su comprensión

Suponga que recorta los dos tercios inferiores de la lente de la figura 34.34a. ¿Se sigue formando una imagen I en la misma posición? ¿Por qué?

34.5 | Cámaras fotográficas

El concepto de *imagen*, que es tan fundamental para comprender los sistemas simples de espejos y lentes, desempeña un papel igualmente importante en el análisis de los instrumentos ópticos (también conocidos como *dispositivos ópticos*). Entre los dispositivos ópticos más comunes se cuentan las cámaras fotográficas, las cuales forman una imagen de un objeto y lo registran ya sea por medios electrónicos o sobre una película.

Los elementos básicos de una **cámara fotográfica** son una caja hermética a la luz (*cámara* significa “habitación” o “recinto”), una lente convergente, un obturador para abrir la lente durante un intervalo de tiempo definido y un medio de registro sensible a la luz: ya sea película fotográfica o, en una cámara digital, un detector electrónico (Fig. 34.37). La lente forma una imagen real invertida del ob-



34.37 Elementos fundamentales de una cámara fotográfica de película. La lente forma una imagen real e invertida del objeto en el plano de la película. La imagen se enfoca desplazando la lente hacia atrás o adelante respecto a la película. Una cámara digital tiene un detector electrónico en lugar de película.



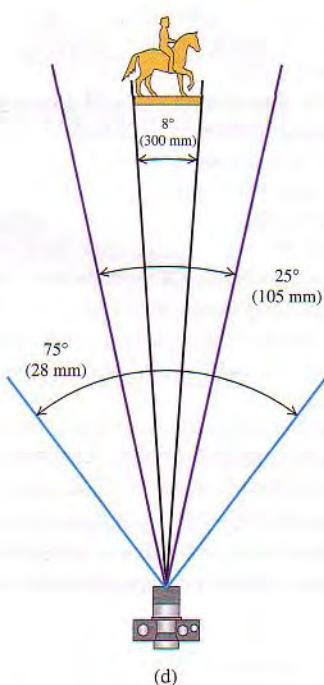
(a)



(b)



(c)



(d)

34.38 (a), (b), (c) Tres fotografías tomadas con la misma cámara y desde el mismo punto del Jardín Público de Boston utilizando lentes con distancias focales $f = 28 \text{ mm}$, 105 mm y 300 mm . Al aumentar la distancia focal el tamaño de imagen crece de forma proporcional. (d) Cuanto más grande es el valor de f , más pequeño es el ángulo de visión. Los ángulos que aquí se muestran corresponden a una cámara que utiliza película de 35 mm (área de imagen: $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$) y se refieren al ángulo de visión a lo largo de la dimensión diagonal de la película.

jeto que se fotografiaba sobre el medio de registro. Las lentes de cámara fotográfica de alta calidad tienen varios elementos, lo cual permite corregir parcialmente diversas *aberraciones*, entre ellas la dependencia del índice de refracción respecto a la longitud de onda y las limitaciones que impone la aproximación paraxial.

Cuando la cámara está *enfocada* correctamente, la posición del medio de registro coincide con la posición de la imagen real formada por la lente. La fotografía resultante será entonces lo más nítida posible. Con una lente convergente, la distancia de imagen aumenta conforme la distancia de objeto disminuye (véanse las figuras 34.34a, 34.34b y 34.34c y el análisis de la sección 34.4). Por consiguiente, al “enfocar” la cámara, la lente se acerca a la película en el caso de un objeto distante y se aleja de ella si el objeto está cerca.

La elección de la distancia focal f de una lente de cámara depende del tamaño de la película y del ángulo de visión deseado. La figura 34.38 muestra tres fotografías tomadas en película de 35 mm con la misma cámara y en la misma posición, pero con lentes de distancia focal diferente. Una lente de distancia focal larga, llamada lente *telefoto*, proporciona un ángulo de visión pequeño y una imagen grande de un objeto distante (como la estatua de la figura 34.38c); una lente de distancia focal corta brinda una imagen pequeña y un ángulo de visión amplio (como en la figura 34.38a), y recibe el nombre de lente *gran angular*. Para comprender este comportamiento, recuérdese que la distancia focal es la distancia de la lente a la imagen cuando el objeto está infinitamente lejos. En general, con *cualquier* distancia de objeto, una lente de distancia focal más larga proporciona

una distancia de imagen mayor. Esto también aumenta la altura de la imagen; como se comentó en la sección 34.4, el valor absoluto de la razón de la altura de la imagen y' respecto a la altura del objeto y (el *aumento lateral*) es igual a la razón de la distancia de imagen s' respecto a la distancia de objeto s [ecuación 34.18]:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Con una lente de distancia focal corta, la razón s'/s es pequeña, y un objeto distante forma sólo una imagen pequeña. Cuando se utiliza una lente de distancia focal larga, la imagen de este mismo objeto puede cubrir en su totalidad el área de la película. Así pues, mientras mayor sea la distancia focal, tanto más estrecho es el ángulo de visión (Fig. 34.38d).

Para que la película registre la imagen como es debido, la energía lumínica total por unidad de área que llega a la película (la “exposición”) debe estar dentro de ciertos límites. Esto se regula mediante el *obturador* y la *abertura de la lente*. El obturador regula el intervalo de tiempo durante el cual entra luz a través de la lente. Por lo regular, esto se puede ajustar por etapas que corresponden a factores de aproximadamente 2, en muchos casos desde 1 s hasta $\frac{1}{1000}$ s.

La intensidad de la luz que alcanza la película es proporcional al área vista por la lente de la cámara y al área efectiva de la lente. El tamaño del área que la lente “ve” es proporcional al cuadrado del ángulo de visión de la lente y, por tanto, es aproximadamente proporcional a $1/f^2$. El área efectiva de la lente se regula por medio de una abertura de lente ajustable, o *diafragma*, que es un orificio casi circular de diámetro variable D ; por consiguiente, el área efectiva es proporcional a D^2 . Combinando estos factores, vemos que la intensidad de luz que la película recibe con una lente en particular es proporcional a D^2/f^2 . Por lo común, los fotógrafos expresan la capacidad colectora de luz de una lente en términos de la razón f/D , conocida como el **número f** de la lente:

$$\text{número } f = \frac{\text{Distancia focal}}{\text{Diámetro de abertura}} = \frac{f}{D} \quad / \quad (34.20)$$

Por ejemplo, de una lente con una distancia focal $f = 50$ mm y un diámetro de abertura $D = 25$ mm se dice que tiene un número f de 2, o “una abertura de $f/2$ ”. La intensidad de luz que llega a la película es *inversamente* proporcional al cuadrado del número f .

En el caso de una lente con abertura de diámetro variable, si se incrementa el diámetro por un factor de $\sqrt{2}$, el número f cambia por un factor de $1/\sqrt{2}$ y la intensidad en la película se duplica. Por lo regular, las aberturas ajustables tienen escalas *marcadas con números sucesivos* (también llamados *paradas de f*) relacionados por factores de $\sqrt{2}$, como, por ejemplo

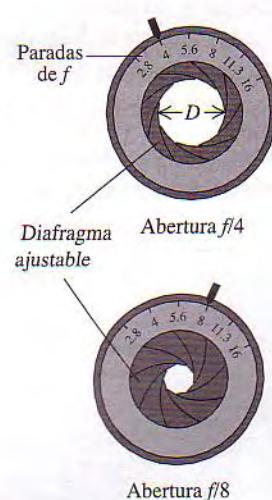
$$f/2 \quad f/2.8 \quad f/4 \quad f/5.6 \quad f/8 \quad f/11 \quad f/16$$

y así sucesivamente. Los números más grandes representan aberturas y exposiciones más pequeñas, y cada etapa corresponde a un factor de 2 en términos de intensidad (Fig. 34.39). La *exposición* real (la cantidad total de luz que llega a la película) es proporcional tanto al área de la abertura como al tiempo de exposición. Por ejemplo, las combinaciones $f/4$ y $\frac{1}{500}$ s, $f/5.6$ y $\frac{1}{250}$ s, y $f/8$ y $\frac{1}{125}$ s corresponden todas a una misma exposición.

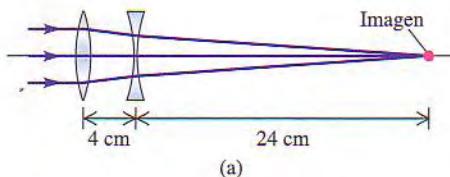
Muchos fotógrafos utilizan una *lente zoom*, que no es una sola lente sino un conjunto complejo de varios elementos de lente que proporcionan una distancia



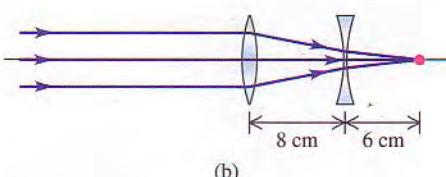
Alejandro Colí



34.39 En una lente de cámara fotográfica, los números f más grandes representan diámetros de abertura más pequeños.



(a)



(b)



(c)

34.40 (a), (b) Principio de la lente *zoom*, en la cual se utilizan dos elementos con separación variable. La distancia focal efectiva depende de la distancia entre los elementos de la lente. (c) Lente *zoom* representativa para cámara de 35 mm; contiene doce elementos dispuestos en cuatro grupos.

focal continuamente variable, en muchos casos a lo largo de un intervalo de hasta 10 a 1. La figura 34.40a muestra un sistema simple con distancia focal variable, y la figura 34.40b ilustra una lente *zoom* típica para cámara de 35 mm. Las lentes *zoom* ofrecen una variedad de tamaños de imagen de un objeto en particular. Mantener la imagen enfocada y un número *f* constante mientras la distancia focal cambia constituye un problema enormemente complejo de diseño óptico. Cuando se modifica la distancia focal de una lente *zoom* típica, dentro de la lente se mueven dos grupos de elementos y se abre y cierra un diafragma.

Un *proyector* para mirar diapositivas, imágenes digitales o películas cinematográficas funciona en gran medida como una cámara fotográfica a la inversa. En un proyector de cine, una lámpara ilumina la película, la cual actúa como objeto de la lente de proyección. La lente forma una imagen real, ampliada e invertida de la película sobre la pantalla de proyección. Debido a que la imagen es invertida, la película pasa por el proyector cabeza abajo para que la imagen aparezca en la pantalla cabeza arriba.

Ejemplo 34.12

Exposiciones fotográficas

Una lente telefoto común para cámara de 35 mm tiene una distancia focal de 200 mm y una escala de paradas *f* de *f*/5.6 a *f*/45. a) ¿Cuál es la escala correspondiente de diámetros de abertura? b) ¿Cuál es la escala correspondiente de intensidad de imagen en la película?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Se aplica la ecuación (34.20) para relacionar el diámetro (la variable que se busca) con el número *f* y la distancia focal *f* = 200 mm. La intensidad de la luz que llega a la película es proporcional a *D*²/*f*²; como *f* es la misma en todos los casos, se concluye que en este caso la intensidad es proporcional a *D*², el cuadrado del diámetro de abertura.

EJECUTAR: a) De acuerdo con la ecuación (34.20) la escala de diámetros abarca de

$$D = \frac{f}{\text{número } f} = \frac{200 \text{ mm}}{5.6} = 36 \text{ mm}$$

a

$$D = \frac{200 \text{ mm}}{45} = 4.4 \text{ mm}$$

b) Dado que la intensidad es proporcional al cuadrado del diámetro, la razón de la intensidad en *f*/5.6 respecto a la intensidad en *f*/45 es

$$\left(\frac{36 \text{ mm}}{4.4 \text{ mm}} \right)^2 = \left(\frac{45}{5.6} \right)^2 = 65 \quad (\text{aproximadamente } 2^6)$$

EVALUAR: Si el tiempo de exposición correcto en *f*/5.6 es de $\frac{1}{1000}$ s, entonces en *f*/45 es de $(65) \left(\frac{1}{1000} \text{ s} \right) = \frac{1}{15}$ s para compensar la menor intensidad. Esto ilustra una regla general: cuanto más pequeña es la abertura y más grande el número *f*, tanto más largo es el tiempo de exposición necesario. No obstante, muchos fotógrafos prefieren utilizar aberturas pequeñas a fin de que sólo se utilice la parte central de la lente para formar la imagen. Esto reduce al máximo las aberraciones que se producen cerca de los bordes de la lente y permite obtener las imágenes más nítidas posibles.

Evalue su comprensión

Cuando se utiliza con película de 35 mm (área de imagen: 24 mm × 36 mm), una lente con $f = 50$ mm proporciona un ángulo de visión de 45° y se describe como una “lente normal”. En cambio, cuando se emplea con una cámara de formato vertical que utiliza película de 60 mm × 70 mm, esta misma lente se describe como una lente gran angular. ¿Por qué?

34.6 | El ojo

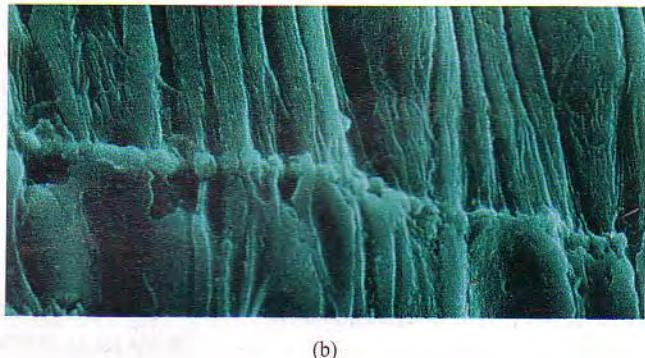
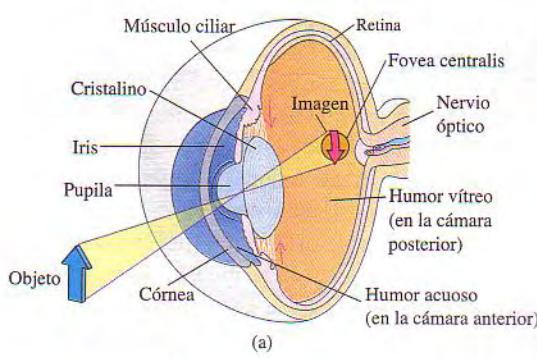
El comportamiento óptico del ojo es similar al de una cámara. En la figura 34.41a se muestran las partes fundamentales del ojo humano considerado como sistema óptico. El ojo es de forma casi esférica y tiene aproximadamente 2.5 cm de diámetro. La parte anterior tiene una curvatura un poco más marcada y está cubierta por una membrana dura y transparente llamada *córnea*. La región que está detrás de la córnea contiene un líquido llamado *humor acuoso*. En seguida viene el *cristalino*, una cápsula que contiene una gelatina fibrosa, dura en el centro y progresivamente más suave en la periferia. El cristalino se mantiene en su lugar merced a ligamentos que lo sujetan al músculo ciliar, que lo circunda. Detrás del cristalino, el ojo está lleno de una gelatina acuosa poco viscosa conocida como *humor vítreo*. Los índices de refracción tanto del humor acuoso como del humor vítreo son de alrededor de 1.336, casi iguales al del agua. El cristalino, aunque no es homogéneo, tiene un índice promedio de 1.437, no muy diferente de los índices de los humores acuoso y vítreo. En consecuencia, la mayor parte de la refracción de la luz que penetra en el ojo tiene lugar en la superficie externa de la córnea.

La refracción en la córnea y en las superficies del cristalino produce una *imagen real* del objeto que se mira. Esta imagen se forma en la *retina*, sensible a la luz, que recubre la superficie interna posterior del ojo. La retina desempeña el mismo papel que la película en una cámara. Los *bastones* y *conos* de la retina actúan como una serie de photoceldas en miniatura (Fig. 34.41b); perciben la imagen y la transmiten a través del *nervio óptico* hasta el cerebro. La mayor agudeza visual se da en una región central pequeña llamada *fovea centralis*, de alrededor de 0.25 mm de diámetro.

En frente del cristalino está el *iris*. Éste contiene una abertura de diámetro variable llamada *pupila*, la cual se abre y cierra para adaptarse a la intensidad cambiante de la luz. También los receptores de la retina tienen mecanismos de adaptación a la intensidad.

Para que un objeto se vea con nitidez, la imagen se debe formar exactamente donde se encuentra la retina. El ojo se ajusta a las diferentes distancias de objeto modificando la distancia focal f de su lente (el cristalino); la distancia entre el cristalino y la retina, que corresponde a s' , no cambia. (Compárese esto con la forma de enfocar una cámara, donde la distancia focal es fija y se modifica la distan-

34.41 (a) El ojo. El músculo ciliar se contrae para alterar la distancia focal del cristalino a fin de formar imágenes nítidas de objetos cercanos. (b) Esta imagen aumentada muestra bastones y conos del ojo humano. Los bastones son más sensibles a la luz que los conos, pero sólo los conos son sensibles a diferencias de color. Un ojo humano típico contiene alrededor de 1.3×10^8 bastones y aproximadamente 7×10^6 conos.

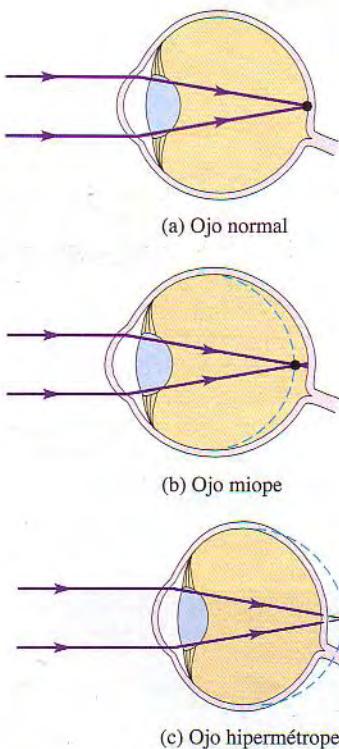


cia entre la lente y la película). En el ojo normal, un objeto situado en el infinito está enfocado nítidamente cuando el músculo ciliar se encuentra relajado. Para permitir la formación de imágenes nítidas de objetos más cercanos en la retina, la tensión del músculo ciliar que rodea el cristalino aumenta, el músculo ciliar se contrae, el cristalino se abomba, y los radios de curvatura de sus superficies se contraen; esto reduce la distancia focal. Este proceso se llama *acomodación*.

Los extremos del ámbito en el cual es posible la visión definida se conocen como el *punto lejano* y el *punto cercano* del ojo. El punto lejano del ojo normal se halla en el infinito. La posición del punto cercano depende del grado en que el músculo ciliar puede aumentar la curvatura del cristalino. El ámbito de acomodación disminuye gradualmente con la edad porque el cristalino crece a lo largo de la vida de las personas (es alrededor de un 50% más grande a los 60 años que a los 20) y los músculos ciliares son menos capaces de deformar un cristalino más grande. Por esta razón, el punto cercano se aleja poco a poco a medida que uno envejece. Este alejamiento del punto cercano recibe el nombre de *presbicia*. La tabla 34.1 muestra la posición aproximada del punto cercano en una persona promedio de diversas edades. Por ejemplo, una persona promedio de 50 años de edad no puede enfocar un objeto situado a menos de 40 cm del ojo.

Tabla 34.1 Retroceso del punto cercano con la edad

Edad (años)	Punto cercano (cm)
10	7
20	10
30	14
40	22
50	40
60	200

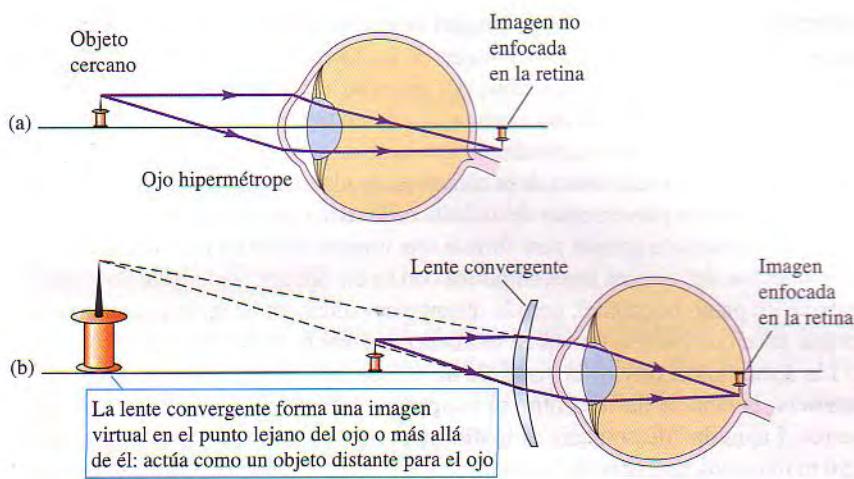


34.42 Errores de refracción en (a) un ojo normal, (b) un ojo miope (corto de vista) y (c) un ojo hipermetrópico observando un objeto muy distante. La curva azul punteada indica la posición de la retina que se requiere.

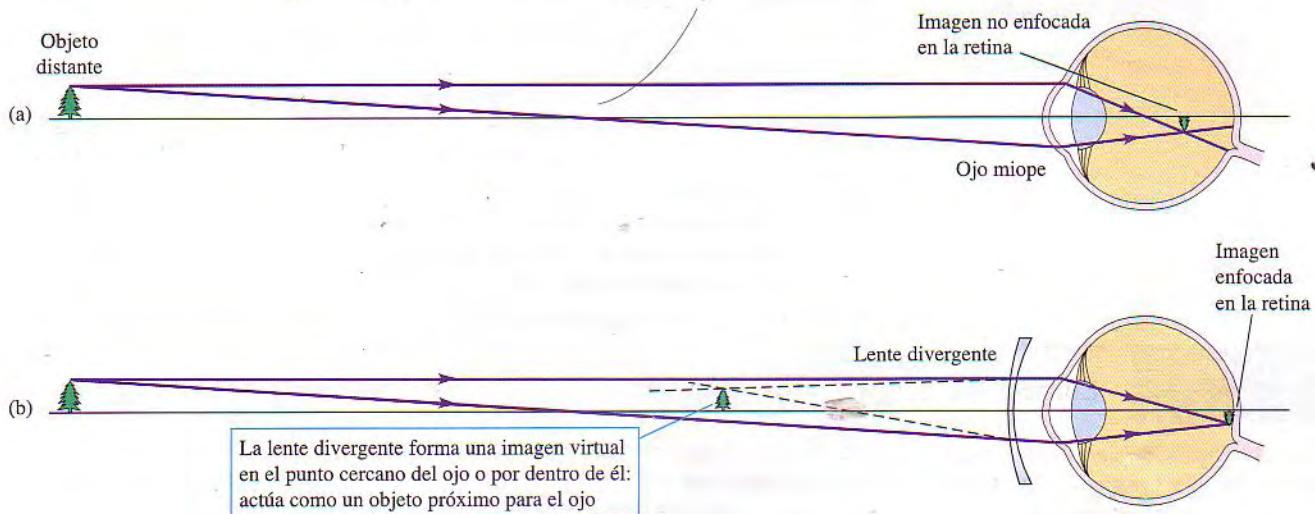
Varios defectos comunes de la visión son resultado de relaciones incorrectas de distancia en el ojo. Un ojo normal forma en la retina una imagen de un objeto situado en el infinito cuando el ojo se halla relajado (Fig. 34.42a). En el ojo *miope* (corto de vista), el globo del ojo es excesivamente largo de adelante hacia atrás en comparación con el radio de curvatura de la córnea (o la córnea presenta una curvatura demasiado pronunciada), y los rayos provenientes de un objeto situado en el infinito se enfocan delante de la retina (Fig. 34.42b). El objeto más distante del cual se puede formar una imagen en la retina está entonces más próximo que el infinito. En el ojo *hipermétrope*, el globo ocular es demasiado corto o la córnea no tiene la curvatura suficiente, y la imagen de un objeto infinitamente distante se forma detrás de la retina (Fig. 34.42c). El ojo miope produce *demasiada* convergencia en un haz de rayos paralelos como para formar una imagen en la retina; en el ojo hipermetrópico, la convergencia es *insuficiente*.

Todos estos defectos se corrigen mediante el uso de lentes correctivas (anteojos o lentes de contacto). El punto cercano de un ojo tanto presbita como hipermetrópico está *más alejado* del ojo que lo normal. Para ver claramente un objeto a la distancia normal de lectura (que ordinariamente se supone de 25 cm), se necesita una lente que forme una imagen virtual del objeto en el punto cercano o más allá de él. Esto se consigue por medio de una lente convergente (positiva), como se muestra en la figura 34.43. La lente aleja efectivamente el objeto del ojo, hasta un punto donde se puede formar una imagen nítida en la retina. De modo análogo, para corregir el ojo miope se utiliza una lente divergente (negativa) para llevar la imagen más cerca del ojo que el objeto real, como se muestra en la figura 34.44.

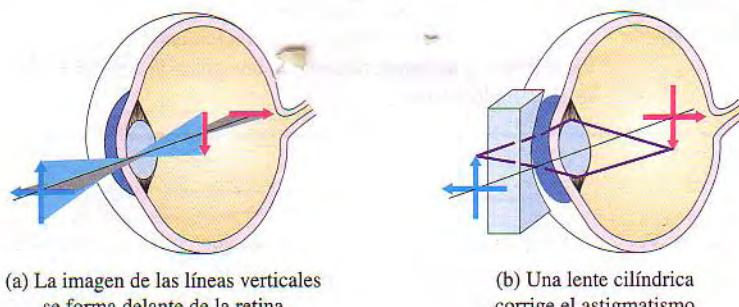
El *astigmatismo* es un tipo de defecto diferente en el cual la superficie de la córnea no es esférica, sino que tiene una curvatura más pronunciada en un plano



34.43 (a) Ojo hipermetrópico sin corrección. (b) Una lente positiva (convergente) proporciona la convergencia adicional necesaria para que un ojo hipermetrópico enfoque la imagen en la retina.



34.44 (a) Ojo miope (corto de vista) sin corrección. (b) Una lente negativa (divergente) separa aún más los rayos para compensar la convergencia excesiva del ojo miope.



34.45 (a) Un tipo de ojo astigmático. (b) La lente divergente cilíndrica con eje horizontal separa aún más los rayos en sentido vertical (pero no horizontal) a fin de que la imagen de la línea vertical también se forme en la retina.

que en otro. En consecuencia, la imagen de las líneas horizontales se puede formar en un plano diferente que la imagen de las líneas verticales (Fig. 34.45a). El astigmatismo puede hacer imposible, por ejemplo, enfocar con claridad las barras horizontales y verticales de una ventana al mismo tiempo.

El astigmatismo se corrige mediante una lente de superficie *cilíndrica*. Por ejemplo, supóngase que la curvatura de la córnea en un plano horizontal es la correcta para enfocar los rayos provenientes del infinito en la retina, pero la curvatura en el plano vertical es demasiado grande para formar una imagen nítida en la retina. Cuando se coloca delante del ojo una lente cilíndrica con su eje horizontal, la lente no altera los rayos en un plano horizontal, pero la divergencia adicional de los rayos en un plano vertical hace que éstos se enfoquen nítidamente sobre la retina (Fig. 34.45b).

Las lentes para corregir la visión se describen habitualmente en términos de su **potencia**, la cual se define como el recíproco de la distancia focal expresada en metros. La unidad de potencia es la **dioptría**. Así, por ejemplo, una lente con $f = 0.50\text{ m}$ tiene una potencia de 2.0 dioptras, $f = -0.25$ corresponde a -4.0 dioptras, y así sucesivamente. Los números de una receta de anteojos son normalmente potencias expresadas en dioptras. Cuando se busca corregir tanto astigmatismo como miopía o hipermetropía, se indican tres números: uno correspondiente a la potencia esférica, otro a la potencia cilíndrica, y un ángulo que describe la orientación del eje del cilindro.

Otro método para corregir muchos defectos de la visión consiste en cambiar la forma de la córnea. Esto se suele hacer mediante un procedimiento denominado *queratomileusis in situ asistida con láser*, o LASIK, por sus siglas en inglés. Se practica una incisión en la córnea y se dobla hacia atrás una faja de tejido externo de la córnea. Después se utiliza un láser ultravioleta intermitente con un haz de sólo $50\text{ }\mu\text{m}$ de ancho (alrededor de 1/200 del ancho de un cabello humano) para vaporizar áreas microscópicas del tejido subyacente. En seguida se vuelve la faja de tejido a su posición original, donde se amolda a la nueva forma "tallada" por el láser.

Ejemplo 34.13

Corrección de hipermetropía

El punto cercano de cierto ojo hipermétrope está a 100 cm delante del ojo. Para ver con claridad un objeto situado a 25 cm delante del ojo, ¿qué lente de contacto se necesita?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Se busca que la lente forme una imagen virtual del objeto en el punto cercano del ojo, a 100 cm delante de él. Es decir, cuando $s = 25\text{ cm}$, se busca que s' sea de 100 cm. Se halla la distancia focal necesaria de la lente de contacto a partir de la relación entre objeto e imagen correspondiente a una lente delgada [ecuación (34.16)].

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (34.16),

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{+25\text{ cm}} + \frac{1}{-100\text{ cm}}$$

$$f = +33\text{ cm}$$

Se necesita una lente convergente con distancia focal $f = 33\text{ cm}$. La potencia correspondiente es de $1/(0.33\text{ m})$, esto es, +3.0 dioptras.

EVALUAR: En este ejemplo se utiliza una lente de contacto para corregir la hipermetropía. Si se hubiesen empleado anteojos, habría sido necesario tener en cuenta la separación entre el ojo y la lente de los anteojos, y se habría necesitado una potencia algo diferente (véase el ejemplo 34.14).

Ejemplo 34.14

Corrección de miopía

El punto lejano de cierto ojo miope está a 50 cm delante del ojo. Para ver con claridad un objeto situado en el infinito, ¿qué lente de anteojos se requiere? Suponga que la lente se usa a 2 cm delante del ojo.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: El punto lejano de un ojo miope está más cerca que el infinito. Para ver nítidamente objetos situados más

allá del punto lejano, se necesita una lente que forme una imagen virtual de estos objetos no más lejos que el punto lejano. Supondremos que la imagen virtual del objeto situado en el infinito se forma en el punto lejano, a 50 cm delante del ojo y a 48 cm delante de la lente de anteojos. Entonces, cuando $s = \infty$, se busca que s' sea de -48 cm. Como en el ejemplo 34.13, la distancia focal necesaria se calcula con base en los valores de s y s' .

EJECUTAR: De acuerdo con la ecuación (34.16),

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-48 \text{ cm}}$$

$$f = -48 \text{ cm}$$

Se necesita una lente *divergente* con una distancia focal de $-48 \text{ cm} = -0.48 \text{ m}$. La potencia es de -2.1 dioptrías.

EVALUAR: Si se utilizara una lente de *contacto*, se necesitaría una $f = -50 \text{ cm}$ y una potencia de -2.0 dioptrías. ¿Ve usted por qué?

Evalue su comprensión

Cierta lente de anteojos es delgado en el centro, aún más delgado en sus bordes superior e inferior, y relativamente grueso en sus bordes izquierdo y derecho. Describa los defectos de visión que se busca corregir con esta lente.

34.7 | La lente de aumento

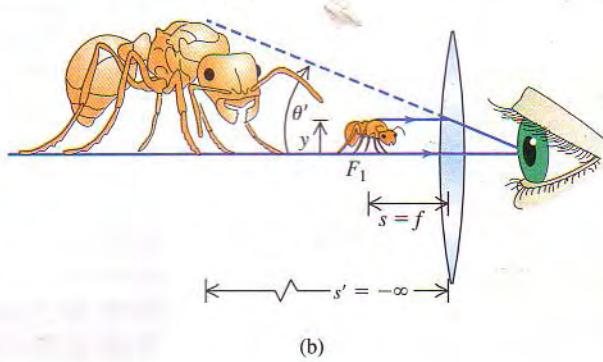
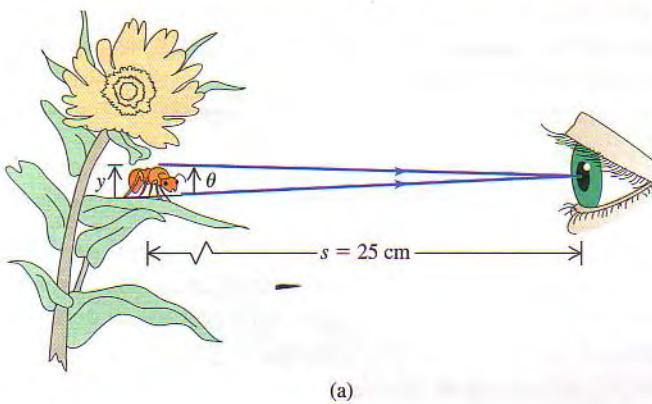
El tamaño aparente de un objeto está determinado por el tamaño de su imagen en la retina. En el ojo no asistido, este tamaño depende del *ángulo* θ que subtende el objeto en el ojo, conocido como su **tamaño angular** (Fig. 34.46a).

Para observar de cerca un objeto pequeño, como un insecto o un cristal, lo acercamos al ojo para que el ángulo subtendido y la imagen retiniana sean lo más grandes posible. Pero el ojo no puede enfocar nítidamente objetos más próximos que el punto cercano; por tanto, el tamaño angular de un objeto es máximo (es decir, subtende el ángulo de visión más grande posible) cuando se encuentra en el punto cercano. En el análisis subsiguiente supondremos un observador promedio, para quien el punto cercano está a 25 cm del ojo.

Una lente convergente permite formar una imagen virtual más grande y más alejada del ojo que el objeto mismo, como se muestra en la figura 34.46b. En estas condiciones se puede acercar más el objeto al ojo, y el tamaño angular de la imagen puede ser considerablemente más grande que el tamaño angular del objeto a 25 cm sin la lente. Una lente que se utiliza de este modo recibe el nombre de **lente de aumento**, también conocida como *vidrio de aumento* o *lupa simple*. La imagen virtual se ve con máxima comodidad cuando se halla en el infinito, de modo que el músculo ciliar del ojo esté relajado; en el análisis que sigue supondremos que éste es el caso.

En la figura 34.46a el objeto está en el punto cercano, donde subtende un ángulo θ en el ojo. En la figura 34.46b una lente de aumento delante del ojo forma una imagen en el infinito, y el ángulo subtendido por la lente de aumento es θ' . La utilidad de la lente de aumento queda expresada por la razón del ángulo θ' (con la

34.46 (a) El tamaño angular θ es máximo cuando el objeto está en el punto cercano. (b) La lente de aumento forma una imagen virtual en el infinito. Esta imagen virtual aparece ante el ojo como un objeto real que subtende un ángulo más grande θ' en el ojo.



lente de aumento) respecto al ángulo θ (sin la lente de aumento). Esta razón se conoce como el **aumento angular** M :

$$M = \frac{\theta'}{\theta} \quad (\text{aumento angular}) \quad (34.21)$$

CUIDADO No confunda el aumento angular M con el aumento *lateral* m . El aumento angular es la razón del tamaño angular de una imagen respecto al tamaño angular del objeto correspondiente; el aumento lateral se refiere a la razón de la altura de la imagen respecto a la altura del objeto correspondiente. En la situación de la figura 34.46b, el aumento angular es de aproximadamente $3\times$, porque el insecto subtende un ángulo alrededor de tres veces más grande que el de la figura 34.46a; por tanto, el insecto parece al ojo aproximadamente tres veces más grande. El aumento *lateral* $m = -s/l$ de la figura 34.46b es *infinito* porque la imagen virtual está en el infinito, ¡pero eso no significa que el insecto se vea infinitamente grande a través de la lente de aumento! (Es por esto que no intentamos dibujar una hormiga infinitamente grande en la figura 34.46b). Cuando se utiliza una lente de aumento, M es útil, pero m no lo es.

Para hallar el valor de M , primero suponemos que los ángulos son lo suficientemente pequeños como para que cada ángulo (en radianes) sea igual a su seno y a su tangente. Con base en la figura 34.46a, y trazando el rayo de la figura 34.46b que atraviesa sin desviarse el centro de la lente, hallamos que θ y θ' (en radianes) son

$$\theta = \frac{y}{25 \text{ cm}} \quad \theta' = \frac{y}{f}$$

Combinando estas expresiones con la ecuación (34.21), hallamos que

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{y/f}{y/25 \text{ cm}} = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (34.22)$$

(aumento angular de una lente de aumento simple)

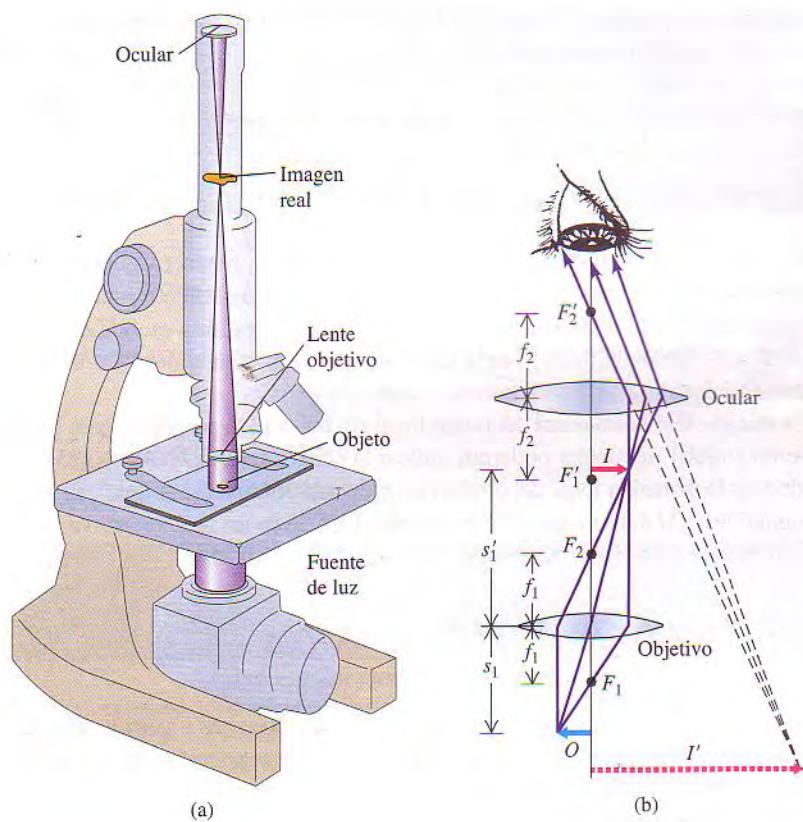
Podría parecer que es posible agrandar el aumento angular tanto como se desee reduciendo la distancia focal f . De hecho, las aberraciones de una lente simple biconvexa establecen un límite de M entre alrededor de $3\times$ y $4\times$. Si se corrigen estas aberraciones, se puede alcanzar un aumento angular de hasta $20\times$. Cuando se necesita un aumento aún mayor, normalmente se utiliza un microscopio compuesto, el cual estudiaremos en la sección que sigue.

Evalúe su comprensión

Usted dispone de dos lentes de plástico, una biconvexa y la otra bicóncava, cada una con una distancia focal cuyo valor absoluto es de 10.0 cm. ¿Cuál de estas lentes puede utilizar como lupa simple, y cuál es su aumento angular?

34.8 | Microscopios y telescopios

Las cámaras, los anteojos y las lentes de aumento utilizan una sola lente para formar la imagen. Dos dispositivos ópticos importantes que utilizan *dos* lentes son el microscopio y el telescopio. En estos dispositivos una lente primaria, u *objetivo*, forma una imagen real, y una lente secundaria, u *ocular*, sirve como lente de aumento para formar una imagen virtual ampliada.



34.47 (a) Elementos de un microscopio. (b) El objeto O se coloca inmediatamente por fuera del primer punto focal del objetivo (para mayor claridad, se ha exagerado la distancia s_1). El objetivo forma una imagen real invertida I por dentro del primer punto focal F'_1 del ocular. El oocular utiliza esa imagen como objeto y forma una imagen virtual aumentada I' que permanece invertida.

Microscopios

Cuando se necesita un aumento mayor que el que es posible obtener con una lente de aumento simple, el instrumento que se utiliza normalmente es el **microscopio**, también conocido como *microscopio compuesto*. En la figura 34.47a se muestran los elementos básicos de un microscopio. Para analizar este sistema aplicamos el principio de que una imagen formada por un elemento óptico como una lente o espejo puede servir como objeto de un segundo elemento. Empleamos este principio en la sección 34.4 cuando dedujimos la ecuación de lentes delgadas por aplicación repetida de la ecuación de refracción en una sola superficie, lo utilizamos de nuevo en el ejemplo 34.11 (sección 34.4), donde se usó la imagen formada por una lente como objeto de una segunda lente.

El objeto O que se va a examinar se coloca inmediatamente después del primer punto focal F_1 del **objetivo**, una lente convergente que forma una imagen real y ampliada I (Fig. 34.47b). En un instrumento correctamente diseñado, esta imagen se halla inmediatamente hacia adentro respecto del primer punto focal F'_1 de una segunda lente convergente llamada **ocular**. (Dejamos en sus manos descubrir por qué la imagen debe estar inmediatamente *por adentro* de F'_1 ; vea el problema 34.108). El oocular funciona como lente de aumento simple, como se explicó en la sección 34.7, y forma una imagen virtual final I' de I . La posición de I' puede hallarse en cualquier punto entre los puntos cercano y lejano del ojo. Tanto el objetivo como el oocular de un microscopio real son lentes compuestas corregidas en alto grado y con varios elementos ópticos; para simplificar, no obstante, aquí los mostramos como lentes delgadas simples.

Por lo que toca a una lente de aumento simple, lo que importa al mirar a través de un microscopio es el aumento *angular* M . El aumento angular total del microscopio

compuesto es el producto de dos factores. El primero de ellos es el aumento *lateral* m_1 del objetivo, el cual determina el tamaño lineal de la imagen real I ; el segundo factor es el aumento *angular* M_2 del ocular, el cual relaciona el tamaño angular de la imagen virtual vista a través del oocular con el tamaño angular que la imagen real I tendría si se la viese *sin* el oocular. El primero de estos factores viene dado por

$$m_1 = -\frac{s'_1}{s_1}$$

donde s_1 y s'_1 son las distancias de objeto y de imagen, respectivamente, correspondientes a la lente objetivo. En condiciones ordinarias el objeto está muy cerca del punto focal, y la distancia de imagen resultante s'_1 es muy grande en comparación con la distancia focal f_1 de la lente objetivo. Por consiguiente, s_1 es aproximadamente igual a f_1 , y podemos escribir $m_1 = -s'_1/f_1$.

La imagen real I está cerca del punto focal F'_1 del oocular; por tanto, para hallar el aumento angular del oocular podemos aplicar la ecuación (34.22): $M_2 = (25 \text{ cm})/f_2$, donde f_2 es la distancia focal del oocular (considerado como lente simple). El aumento angular total M del microscopio compuesto (aparte de un signo negativo, que habitualmente se pasa por alto) es el producto de dos aumentos:

$$M = m_1 M_2 = \frac{(25 \text{ cm}) s'_1}{f_1 f_2} \quad (34.23)$$

(aumento angular de un microscopio)

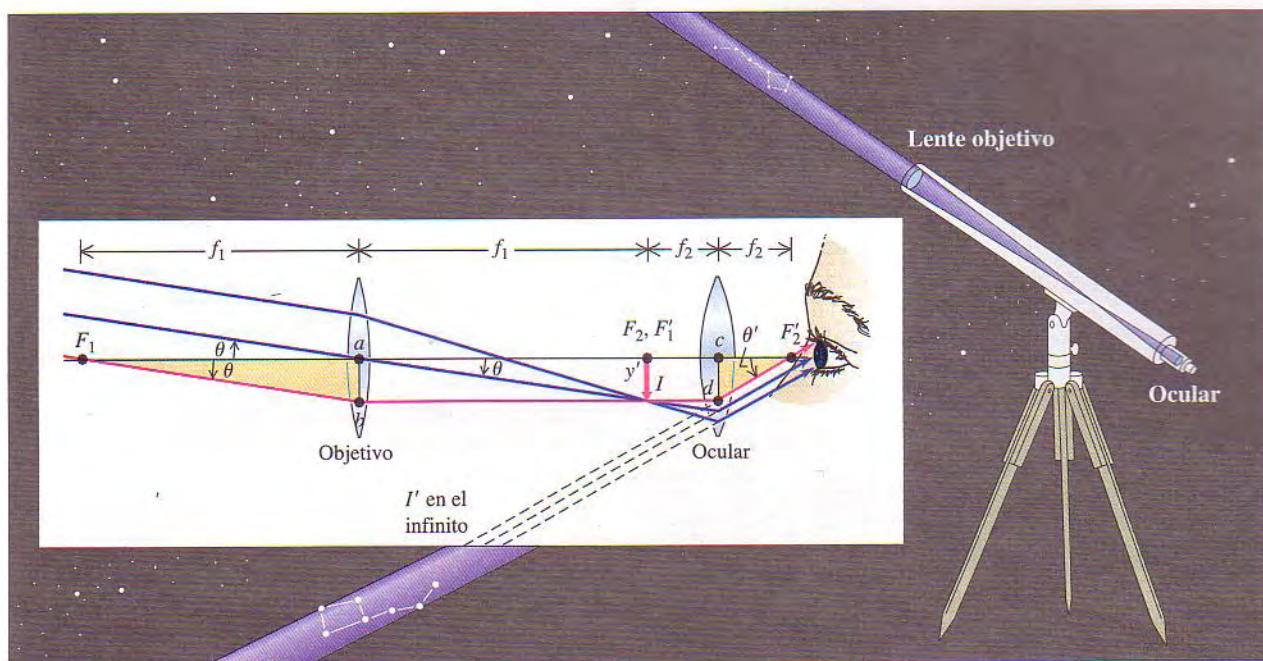
donde s'_1, f_1 y f_2 se miden en centímetros. La imagen final es invertida respecto al objeto. Por lo regular, los fabricantes de microscopios especifican los valores de m_1 y M_2 de los componentes del microscopio, en vez de las distancias focales del objetivo y del oocular.

La ecuación (34.23) muestra que se puede acrecentar el aumento angular de un microscopio utilizando un objetivo de distancia focal más corta f_1 , con lo cual se incrementa m_1 y el tamaño de la imagen real I . Casi todos los microscopios ópticos tienen una “torreta” giratoria con tres o más objetivos de diferente distancia focal, con lo cual es posible ver el mismo objeto a diferentes aumentos. También el oocular debe tener una distancia focal f_2 corta para aumentar al máximo el valor de M .

Telescopios

El sistema óptico de un **telescopio** es semejante al de un microscopio compuesto. En ambos instrumentos se observa a través de un oocular la imagen formada por un objetivo. La diferencia fundamental es que el telescopio se utiliza para ver objetos grandes situados a grandes distancias, y el microscopio sirve para ver objetos pequeños muy cercanos. Otra diferencia es que muchos telescopios utilizan un espejo curvo, no una lente, como objetivo.

En la figura 34.48 se muestra un *telescopio astronómico*. Debido a que este telescopio emplea una lente como objetivo, se le conoce como *telescopio de refracción* o *refractor*. La lente objetivo forma una imagen real reducida I del objeto. Esta imagen es el objeto para la lente ocular, la cual forma una imagen virtual ampliada de I . Los objetos que se observan con un telescopio están por lo regular tan lejos del instrumento, que la primera imagen I se forma casi exactamente en el segundo punto focal de la lente objetivo. Si la imagen final I' formada por el oocular se halla en el infinito (para ser vista con la máxima comodidad por un ojo normal), la primera imagen también debe estar en el primer punto focal del oocular. La distancia entre objetivo y oocular, que es la longitud del telescopio, es por tanto la *suma* de las distancias focales del objetivo y del oocular: $f_1 + f_2$.



34.48 Sistema óptico de un telescopio astronómico de refracción. El objetivo forma una imagen real invertida I del objeto distante (en este caso, la Osa Mayor) en su segundo punto focal F_2 ; este punto es también el primer punto focal F'_1 del ocular. El ocular utiliza esa imagen como objeto para formar una imagen virtual aumentada I' en el infinito, la cual permanece invertida.

El aumento angular M de un telescopio se define como la razón del ángulo que subtiende en el ojo la imagen final I' respecto al ángulo que subtiende el objeto en el ojo (no asistido). Podemos expresar esta razón en términos de las distancias focales del objetivo y del ocular. En la figura 34.48 se muestra en color más oscuro el rayo que pasa por F_1 , el primer punto focal del objetivo, y por F'_2 , el segundo punto focal del ocular. El objeto (no se muestra) subtiende un ángulo θ en el objetivo, y subtiende prácticamente el mismo ángulo en el ojo no asistido. Asimismo, dado que el ojo del observador se encuentra inmediatamente a la derecha del punto focal F'_2 , el ángulo que subtiende la imagen final en el ojo es casi igual al ángulo θ' . Como bd es paralela al eje óptico, las distancias ab y cd son iguales una a la otra y también a la altura y' de la imagen real I . Debido a que los ángulos θ y θ' son pequeños, sus tangentes son una buena aproximación de su valor. Con base en los triángulos rectángulos F_1ab y F'_2cd ,

$$\theta = \frac{-y'}{f_1} \quad \theta' = \frac{y'}{f_2}$$

y el aumento angular M es

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{y'/f_2}{y'/f_1} = -\frac{f_1}{f_2} \quad (34.24)$$

(aumento angular de un telescopio)

El aumento angular M de un telescopio es igual a la razón de la distancia focal del objetivo respecto a la del ocular. El signo negativo indica que la imagen final es invertida. La ecuación (34.24) muestra que, para lograr un buen aumento angular, un



34.49 Construido en 1897, éste es el telescopio de refracción más grande de la historia. Su lente tiene un metro de diámetro (D), y la longitud del tubo, prácticamente la distancia focal f , es de 19.5 m. Se encuentra en el Observatorio Yerkes de la Universidad de Chicago, en Wisconsin.



34.50 Esta fotografía muestra el interior del telescopio Gemini North que se encuentra en la cima del Mauna Kea, en Hawai. La luz de las estrellas se refleja en el espejo objetivo de 8 m de diámetro, y luego es reflejada por un espejo secundario hacia el orificio del centro del objetivo.

telescopio debe tener una distancia focal de objetivo f_1 larga. En cambio, la ecuación (34.33) muestra que un *microscopio* debe tener una distancia focal de objetivo corta. Sin embargo, un objetivo de telescopio con distancia focal larga también debe tener un diámetro D grande, a fin de que el número ff_1/D no sea demasiado grande; como se describió en la sección 34.5, un número f grande significa una imagen tenue de poca intensidad (Fig. 34.49). Típicamente, los telescopios no tienen objetivos intercambiables; en cambio, el aumento se modifica utilizando distintos oculares de diferente distancia focal f_2 . Como en el caso del microscopio, los valores pequeños de f_2 proporcionan aumentos angulares más grandes.

Una imagen invertida no representa una desventaja en la observación astronómica. Sin embargo, cuando usamos un telescopio o unos binoculares, que son en esencia un par de telescopios montados uno al lado de otro, para ver objetos en la Tierra, queremos que la imagen esté al derecho. En los binoculares de prisma, esto se consigue reflejando la luz varias veces a lo largo del trayecto del objetivo al ocular. El efecto combinado de estas reflexiones es el de voltear la imagen tanto en sentido horizontal como vertical. Normalmente, los binoculares se describen mediante dos números separados por un signo de multiplicación; por ejemplo: 7×50 . El primer número es el aumento angular M , y el segundo, el diámetro de las lentes objetivo (en milímetros). El diámetro ayuda a establecer la capacidad colectora de luz de las lentes objetivo y, con ello, la brillantez de la imagen.

En el *telescopio de reflexión* (Fig. 34.50) se ha sustituido la lente objetivo por un espejo cóncavo. En los telescopios grandes este sistema ofrece muchas ventajas, tanto teóricas como prácticas. Los espejos están inherentemente libres de aberraciones cromáticas (dependencia de la distancia focal respecto a la longitud de onda), y las aberraciones esféricas (asociadas con la aproximación paraxial) son más fáciles de corregir que en el caso de las lentes. En algunos casos la superficie reflectora es parabólica en vez de esférica. No es necesario que el material del espejo sea transparente, y puede ser más rígido que una lente, la cual se debe sostener sólo por sus bordes.

Los telescopios de reflexión más grandes del mundo, los telescopios Keck en la cima del Mauna Kea en Hawái, tienen cada uno un espejo de 10 m de diámetro total compuesto de 36 elementos reflectores hexagonales individuales. Por lo regular, las lentes de más de 1 m de diámetro no resultan prácticas.

Una dificultad en el diseño de telescopios de reflexión es que la imagen se forma delante del espejo objetivo, en una región que los rayos entrantes recorren. La figura 34.50 muestra una forma de resolver esta dificultad: los rayos reflejados en el objetivo son interceptados por un espejo secundario, el cual refleja la luz hacia un orificio del objetivo. La imagen se forma a cierta distancia del otro lado del objetivo. (También se puede ver un orificio de este tipo en el centro del espejo de telescopio de la fotografía inicial de este capítulo).

Cuando se utiliza un telescopio para obtener fotografías, se quita el ocular y se coloca ya sea película fotográfica o un detector electrónico en la posición de la imagen real que forma el objetivo. (Ciertas “lentes” de distancia focal larga para fotografía son en realidad telescopios de reflexión utilizados de este modo). La mayor parte de los telescopios que se emplea en la investigación astronómica nunca se usa con ocular.

Evalué su comprensión

La fotografía inicial de este capítulo muestra un espejo con un diámetro efectivo $D = 8.12$ m. (Esto es menor que el diámetro exterior verdadero debido al orificio del centro). El número f de este espejo es de 13.4. ¿Cuál es la distancia focal del espejo? ¿Podría sugerir alguna otra razón por la que es conveniente utilizar un espejo secundario?

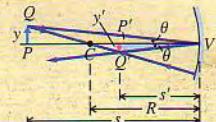
RESUMEN

Cuando divergen rayos a partir de un punto de objeto P y son reflejados o refractados, la dirección de los rayos salientes es la misma que si hubiesen divergido desde un punto P' conocido como punto de imagen. Si convergen en realidad en P' y divergen nuevamente más allá de ese punto, P' es una imagen real de P ; si sólo parecen divergir a partir de P' , se trata de una imagen virtual. Las imágenes pueden ser derechas o invertidas.



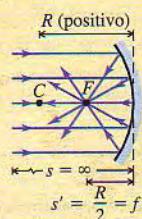
En cualquier situación de reflexión o refracción, el aumento lateral m se define como la razón de la altura de la imagen y' respecto a la altura del objeto y . Cuando m es positivo, la imagen es derecha; cuando m es negativo, la imagen es invertida.

$$m = \frac{y'}{y} \quad (34.2)$$

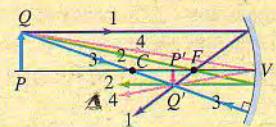


Las relaciones entre objeto e imagen deducidas en este capítulo son válidas sólo respecto a rayos cercanos y casi paralelos al eje óptico, llamados rayos paraxiales. Los rayos no paraxiales no convergen de forma precisa en un punto de imagen. El efecto recibe el nombre de aberración esférica.

El punto focal de un espejo es el punto donde los rayos paralelos convergen después de reflejarse en un espejo cóncavo, o bien el punto desde el que parecen divergir después de reflejarse en un espejo convexo. Los rayos que divergen a partir del punto focal de un espejo cóncavo son paralelos después de reflejarse, al igual que los rayos que convergen hacia el punto focal de un espejo convexo. La distancia del punto focal al vértice se llama distancia focal y se denota con f . Los puntos focales de una lente se definen de modo análogo.



En la tabla que sigue se resumen las fórmulas de distancia de objeto s y distancia de imagen s' correspondientes a espejos planos y esféricos y superficies refractivas individuales. La ecuación referente a una superficie plana se obtiene de la ecuación correspondiente aplicable a una superficie esférica fijando $R = \infty$. (Véanse los ejemplos del 34.1 al 34.7).

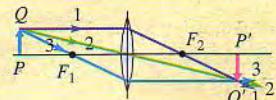


	Espejo plano	Espejo esférico	Superficie refractiva plana	Superficie refractiva esférica
Distancias de objeto y de imagen	$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = 0$	$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$	$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = 0$	$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$
Aumento lateral	$m = -\frac{s'}{s} = 1$	$m = -\frac{s'}{s}$	$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = 1$	$m = -\frac{n_a s'}{n_b s}$

La relación entre objeto e imagen, dada por la ecuación (34.16), es la misma en el caso de una lente delgada que en el de un espejo esférico. La ecuación (34.19), la ecuación del fabricante de lentes, relaciona la distancia focal de una lente con su índice de refracción y los radios de curvatura de sus superficies. (Véanse los ejemplos del 34.8 al 34.11).

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (34.16)$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (34.19)$$



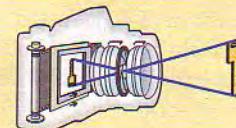
Las reglas de signos siguientes se aplican a todas las superficies reflectoras y refractivas tanto planas como esféricas.

- $s > 0$ cuando el objeto está del lado entrante de la superficie (objeto real);
 $s < 0$ en caso contrario.
- $s' > 0$ cuando la imagen está del lado saliente de la superficie (imagen real);
 $s' < 0$ en caso contrario.
- $R > 0$ cuando el centro de curvatura está del lado saliente de la superficie;
 $R < 0$ en caso contrario.
- $m > 0$ cuando la imagen es derecha; $m < 0$ cuando es invertida.

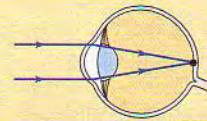
Una cámara fotográfica forma una imagen real, invertida y reducida del objeto que se fotografía sobre una superficie sensible a la luz. La cantidad de luz que incide en la superficie se regula mediante la velocidad del obturador y la abertura. La intensidad de esta luz es inversamente proporcional al cuadrado del número f de la lente. (Véase el ejemplo 34.12).

$$\text{Número } f = \frac{\text{Longitud focal}}{\text{Diámetro de apertura}} \quad (34.20)$$

$$= \frac{f}{D}$$

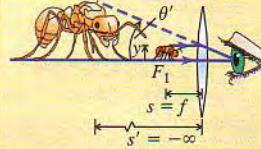


En el ojo, la refracción en la superficie de la córnea forma una imagen real en la retina. El ajuste por las diversas distancias de objeto se lleva a cabo oprimiendo el (lente) cristalino para que se abombe y, de este modo, disminuya su distancia focal. Un ojo miope es demasiado largo en relación con su cristalino; un ojo hipermetrópico es demasiado corto. La potencia de una lente correctiva, en dioptrías, es el recíproco de la distancia focal en metros. (Véanse los ejemplos 34.13 y 34.14).

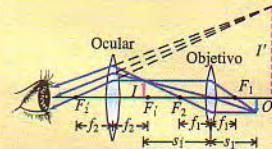


La lente de aumento simple crea una imagen virtual cuyo tamaño angular θ' es mayor que el tamaño angular θ del objeto mismo a una distancia de 25 cm, la distancia nominal más corta para una visión cómoda. El aumento angular M de una lente de aumento simple es la razón del tamaño angular de la imagen virtual respecto al tamaño angular del objeto a esta distancia.

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (34.22)$$



En un microscopio compuesto, la lente objetivo forma una primera imagen en el cañón del instrumento, y el ocular forma una imagen virtual final, que suele hallarse en el infinito, de la primera imagen. El telescopio funciona con base en el mismo principio, pero el objeto está muy alejado. En un telescopio de reflexión la lente objetivo se sustituye por un espejo cóncavo, el cual elimina las aberraciones cromáticas.



Términos clave

aberración esférica, 1291
aproximación paraxial, 1291
aumento angular, 1322
aumento lateral, 1288
cámara fotográfica, 1313
centro de curvatura, 1289
dioptría, 1320
distancia de imagen, 1287
distancia de objeto, 1287
distancia focal, 1292

ecuación del fabricante de lentes, 1308
eje óptico, 1289
imagen, 1286
imagen derecha, 1288
imagen inversa, 1289
imagen invertida, 1288
imagen real, 1287
imagen virtual, 1287
lente convergente, 1304

lente de aumento, 1321
lente delgada, 1304
lente divergente, 1306
microscopio, 1323
número f , 1315
objetivo, 1323
objeto, 1286
objeto extenso, 1286
objeto puntual, 1286
ocular, 1323

potencia, 1320
punto focal (foco), 1292
rayos paraxiales, 1291
rayos principales, 1297
tamaño angular, 1321
telescopio, 1324
vértice, 1289

Respuesta a la pregunta inicial del capítulo

Las lentes sufren de aberraciones cromáticas. En cambio, un espejo está intrínsecamente libre de aberraciones cromáticas. Además, se puede mantener su forma mediante soportes en toda su superficie posterior.

Respuestas a las preguntas de Evalué su comprensión

Sección 34.1 Cuando usted se halla a una distancia s del espejo, su imagen está a una distancia s' del otro lado del espejo, y la distancia entre usted y su imagen es de $2s$. Al acercarse al espejo, la distancia $2s$ cambia dos veces más rápidamente que la distancia s ; por tanto, su imagen se acerca a usted con una rapidez de $2v$.

Sección 34.2 Un espejo convexo siempre produce una imagen derecha, pero esa imagen es más pequeña que el objeto (véase la Fig. 34.14b). Por tanto, se debe usar un espejo cóncavo. La imagen será derecha y aumentada sólo si la distancia del objeto (el rostro) al espejo es menor que la distancia focal del espejo, como en la figura 34.18d.

Sección 34.3 El Sol está muy lejos; por tanto, la distancia de objeto es prácticamente infinita: $s = \infty$ y $1/s = 0$. El material *a* es aire ($n_a = 1.00$) y el material *b* es agua; por tanto, la posición de la imagen s' viene dada por

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} \quad \text{o} \quad 0 + \frac{1.33}{s'} = \frac{1.33 - 1.00}{R}$$

$$s' = \frac{1.33}{0.33} R = 4.0R$$

La imagen se formaría a 4.0 radios de gote de la superficie anterior de la gota. Sin embargo, como cada gote es sólo una parte de una esfera completa, la distancia de la cara anterior a la posterior de la gota es menor que $2R$. Los rayos de luz solar nunca alcanzan el punto de imagen, y las gotas no forman una imagen del Sol sobre la hoja. Aunque los rayos no están enfocados en un punto, de cualquier forma están concentrados y pueden dañar la hoja.

Sección 34.4 La idea fundamental es que *todos* los rayos provenientes del objeto que entran en la lente se refractan para formar la imagen, no sólo los rayos principales. Con la lente recortada como se describe, los rayos principales 2 y 3 no inciden en la lente y, por tanto, no contribuyen a la imagen. Pero todos los rayos que inciden en la porción restante de la lente se enfocan para formar la misma imagen *I*. La única diferencia es que, dado que hay menos rayos, la imagen es más tenue. (Compárese con el ejemplo conceptual 34.2 de la sección 34.2).

Sección 34.5 Debido a que en una cámara de formato vertical se utiliza una película más grande, con una distancia focal dada el ángulo de visión es mayor. Los objetos individuales forman imágenes del mismo tamaño en ambos tipos de película; cuando se usa una película más grande, caben más imágenes en ella y el campo de visión es más amplio.

Sección 34.6 Esta lente tiene el propósito de corregir un tipo de astigmatismo. A lo largo del eje vertical, la lente está configurada como una lente convergente, y a lo largo del eje horizontal, como lente divergente. Por tanto, el ojo es hipermétrope (véase la Fig. 34.43) con respecto a objetos orientados verticalmente, pero miope con respecto a objetos orientados en sentido horizontal (véase la Fig. 34.44). Sin corrección, el ojo enfoca los objetos verticales detrás de la retina, y los objetos horizontales, delante de ella.

Sección 34.7 Para formar una imagen virtual como en la figura 34.46, se requiere una lente convergente (distancia focal positiva). Por tanto, se debe usar la lente biconvexa (véase la Fig. 34.29 de la sección 34.4). De acuerdo con la ecuación (34.22), el aumento angular con esta lente (distancia focal $f = +10\text{ cm}$) es

$$M = \frac{25\text{ cm}}{10\text{ cm}} = 2.5 \quad \text{o} \quad 2.5\times$$

Sección 34.8 El número f es igual a la razón f/D ; por tanto, $f = 13.4D = 13.4(8.12\text{ m}) = 109\text{ m}$. De no ser por el espejo secundario, los astrónomos tendrían que ubicar un detector a 109 m delante del espejo objetivo, la cual no es una ubicación muy conveniente. Al utilizar un espejo secundario, se puede doblar sobre sí mismo el trayecto de la imagen para reducir espectacularmente las dimensiones del observatorio.

Preguntas para análisis

P34.1 ¿Se puede ver una imagen real mirando hacia atrás en la dirección de donde llegan los rayos? ¿Se puede ver una imagen virtual? Explique su respuesta. ¿Se puede saber, con sólo mirarla, si una imagen es real o virtual? De no ser así, ¿cómo se *pueden* distinguir las dos?

P34.2 Con respecto a la situación de la figura 34.3, ¿es positiva o negativa la distancia de imagen s' ? ¿Es la imagen real o virtual? Explique sus respuestas.

P34.3 Las leyes de la óptica también se aplican a las ondas electromagnéticas invisibles para el ojo. Un plato de televisión por satélite se utiliza para detectar ondas de radio provenientes de satélites en órbita. ¿Por qué se utiliza una superficie reflectora curva (un "plato")? El plato siempre es cóncavo, nunca convexo; ¿por qué? El receptor de radio propiamente dicho se coloca sobre un brazo y se suspende delante del disco. ¿A qué distancia frente al disco se debe colocar?

P34.4 Explique por qué es infinita la distancia focal de un espejo *plano*, y cuál es el significado de que el punto focal esté en el infinito.

P34.5 Si se sumerge en agua un espejo esférico, ¿cambia su distancia focal? Explique su respuesta.

P34.6 ¿Entre qué límites de posiciones del objeto forma un espejo esférico cóncavo una imagen real? ¿Y un espejo esférico convexo?

P34.7 Cuando una habitación tiene espejos en dos muros opuestos, se puede ver una serie infinita de reflejos. Analice este fenómeno en términos de imágenes. ¿Por qué se ven más tenues las imágenes distantes?

P34.8 En el caso de un espejo esférico, si $s = f$, entonces $s' = \infty$, y el aumento lateral m es infinito. ¿Tiene sentido esto? Si lo tiene, ¿qué significa?

P34.9 Se suele utilizar un espejo cóncavo (a veces rodeado de luces) como ayuda para aplicar cosméticos en el rostro. ¿Por qué es este tipo de espejo siempre cóncavo y nunca convexo? ¿Qué consideraciones determinan su radio de curvatura?

P34.10 Una estudiante afirma que puede hacer fuego en un día soleado utilizando sólo los rayos solares y un espejo cóncavo. ¿Cómo se hace esto? ¿Es pertinente el concepto de imagen? ¿Se puede hacer lo mismo con un espejo convexo? Explique su respuesta.

P34.11 Una persona mira su reflejo en el lado cóncavo de una cuchara reluciente. ¿Está el reflejo al derecho o invertido? ¿Influye la distancia entre el rostro y la cuchara? ¿Y si la persona se mira en el lado convexo? ¡Haga la prueba!

P34.12 En el ejemplo 34.4 (sección 34.2) parece haber una ambigüedad respecto al caso $s = 10\text{ cm}$, en cuanto a si s' es $+\infty$ o $-\infty$ y