

2) Evalúe cada determinante

a)  $\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 12 - 12 = 0$

b)  $\begin{vmatrix} 9 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 45 - 0 = 45$

c)  $\begin{vmatrix} 12 & 15 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -12 - (-30) = 18$

d)  $\begin{vmatrix} 100 & 50 \\ 30 & -20 \end{vmatrix} = -2000 - (1500) = -3500$

## Ejercicio 4

Evalúe cada uno de los determinantes

a) 
$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 & 5 & 4 \\ 2 & 10 & 0 & 2 & 10 \end{array} \right|$$

$$(1)(4)(0) + (0)(1)(2) + (-2)(5)(10) = -100$$

$$(2)(4)(-2) + (10)(1)(1) + (0)(5)(0) = -6$$

$$-100 + 6 = -94 //$$

b) 
$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 0,5 & 1 & -0,8 & 0,5 & 1 \\ 0,1 & 1,2 & 1,5 & 0,1 & 1,2 \\ -0,1 & -0,3 & 3 & -0,1 & -0,3 \end{array} \right|$$

$$(0,5)(1,2)(3) + (1)(1,5)(-0,1) + (-0,8)(0,1)(-0,3) = 1,674$$

$$(-0,1)(1,2)(-0,8) + (-0,3)(1,5)(0,5) + (3)(0,1)(1) = 0,171$$

$$1,674 - 0,171 = 1,503 //$$

⑥ Determine  $I_3$  en el ejemplo 9-4.

9.4 → Determine el valor de  $I_3$  a partir del siguiente conjunto de ecuaciones

$$2I_1 + 0.5I_2 + 1I_3 = 0$$

$$0.75I_1 + 0I_2 + 2I_3 = 1.5$$

$$3I_1 + 0.2I_2 + 0I_3 = -1$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0.5 & 1 \\ 0.75 & 0 & 2 \\ 3 & 0.2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= (2)(0)(1) + (0.5)(2)(3) + (1)(0.75)(0.2) - 3(0)(1) - (0.2)(2)(1) \\ &\quad - (0)(0.75)(0.5) \\ &= 3(0) - 0.8 = 2.35 \end{aligned}$$

Determinar por  $I_3$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0.5 & 0 \\ 0.75 & 0 & 1.5 \\ 3 & 0.2 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 0.5 & 0 \\ 0.75 & 0 & 0 \\ 3 & 0.2 & 3 \end{matrix} = \begin{aligned} &= 2(0)(-1) + (0.5)(1.5)(3) + (0)(0.75)(0.2) - 3(0)(0) - 2(0.2)(1.5) - (-1)(0.75) \\ &\quad (0.5) \\ &= 2.25 - 0.6 + 0.38 = 2.03 \end{aligned}$$

$$I_3 = \frac{2.03}{2.35} = 863.82 \text{ mA} /$$

8) Determine  $V_1, V_2, V_3, V_4$  resolviendo el siguiente conjunto de ecuaciones con una calculadora!

1

Solución:

Resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 16x_1 + 10x_2 - 8x_3 - 3x_4 = 15 \\ 2x_1 - 5x_3 + 2x_4 = 0 \\ -7x_1 - 12x_2 = 9 \\ -x_1 + 20x_2 - 18x_3 = 10 \end{cases}$$

Dividir 1-ésima ecuación por 16

$$\begin{cases} x_1 + 0.625x_2 - 0.5x_3 - 0.1875x_4 = 0.9375 \\ 2x_1 - 5x_3 + 2x_4 = 0 \\ -7x_1 - 12x_2 = 9 \\ -x_1 + 20x_2 - 18x_3 = 10 \end{cases}$$

De la ecuación 1 expresemos  $x_1$  por medio de otros variables

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ 2x_1 - 5x_3 + 2x_4 = 0 \\ -7x_1 - 12x_2 = 9 \\ -x_1 + 20x_2 - 18x_3 = 10 \end{cases}$$

3

De la ecuación 2 expresemos  $x_2$  por medio de otros variables

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 = 4.8x_3 + 1.9x_4 + 1.5 \\ -7.625x_2 - 3.5x_3 - 1.3125x_4 = 15.5625 \\ 20.625x_2 - 18.5x_3 - 0.1875x_4 = 10.9375 \end{cases}$$

En 3, 4 ecuación pongamos  $x_2$

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 = 4.8x_3 + 1.9x_4 + 1.5 \\ -7.625(4.8x_3 + 1.9x_4 + 1.5) - 3.5x_3 - 1.3125x_4 = 15.5625 \\ 20.625(4.8x_3 + 1.9x_4 + 1.5) - 18.5x_3 - 0.1875x_4 = 10.9375 \end{cases}$$

Después de la simplificación obtendremos:

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 = 4.8x_3 + 1.9x_4 + 1.5 \\ -40.1x_3 - 15.8x_4 = 27 \\ 80.5x_3 + 39x_4 = -20 \end{cases}$$

2

En 2, 3, 4 ecuación pongamos  $x_1$

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ 2(-0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375) + 5x_3 + 2x_4 = 0 \\ -7(-0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375) - 12x_2 = 9 \\ -(-0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375) + 20x_2 - 18x_3 = 10 \end{cases}$$

Después de la simplificación obtendremos:

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ -1.25x_2 + 6x_3 + 2.375x_4 = -1.875 \\ -7.625x_2 - 3.5x_3 - 1.3125x_4 = 15.5625 \\ 20.625x_2 - 18.5x_3 - 0.1875x_4 = 10.9375 \end{cases}$$

Dividir 2-ésima ecuación por -1.25

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 - 4.8x_3 - 1.9x_4 = 1.5 \\ -7.625x_2 - 3.5x_3 - 1.3125x_4 = 15.5625 \\ 20.625x_2 - 18.5x_3 - 0.1875x_4 = 10.9375 \end{cases}$$

4

Dividir 3-ésima ecuación por -40.1

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 - 4.8x_3 - 1.9x_4 = 1.5 \\ x_3 = -\frac{158}{401}x_4 - \frac{270}{401} \\ 80.5x_3 + 39x_4 = -20 \end{cases}$$

De la ecuación 3 expresemos  $x_3$  por medio de otros variables

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 - 4.8x_3 - 1.9x_4 = 1.5 \\ x_3 = -\frac{158}{401}x_4 - \frac{270}{401} \\ 80.5x_3 + 39x_4 = -20 \end{cases}$$

En 4 ecuación pongamos  $x_3$

$$\begin{cases} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 - 4.8x_3 - 1.9x_4 = 1.5 \\ x_3 = -\frac{158}{401}x_4 - \frac{270}{401} \\ 80.5(-\frac{158}{401}x_4 - \frac{270}{401}) + 39x_4 = -20 \end{cases}$$

Después de la simplificación obtendremos:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 = 4.8x_3 + 1.9x_4 + 1.5 \\ x_3 = -\frac{135}{401}x_4 - \frac{270}{401} \\ \frac{2920}{401}x_4 = \frac{13715}{401} \end{array} \right.$$

Dividir 4-ésima ecuación por  $\frac{2920}{401}$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = -0.625x_2 + 0.5x_3 + 0.1875x_4 + 0.9375 \\ x_2 = 4.8x_3 + 1.9x_4 + 1.5 \\ x_3 = -\frac{135}{401}x_4 - \frac{270}{401} \\ x_4 = \frac{2743}{564} \end{array} \right.$$

$$\sqrt{1} = 1,61$$

$$\sqrt{2} = -1,69$$

$$\sqrt{3} = -2,52$$

$$\sqrt{4} = 4,69$$

## Ejercicio 10

Resuelva los tres sistemas simultáneos con su calculadora

$$2I_1 - 6I_2 + 10I_3 = 9$$

$$3I_1 + 7I_2 - 8I_3 = 3$$

$$10I_1 + 5I_2 - 12I_3 = 0$$

$$I_1 \approx 1,24 A$$

$$I_2 \approx 2,05 A$$

$$I_3 \approx 1,89 A$$

El sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 10x_3 = 9 \\ 3x_1 + 7x_2 - 8x_3 = 3 \\ 10x_1 + 5x_2 - 12x_3 = 0 \end{cases}$$

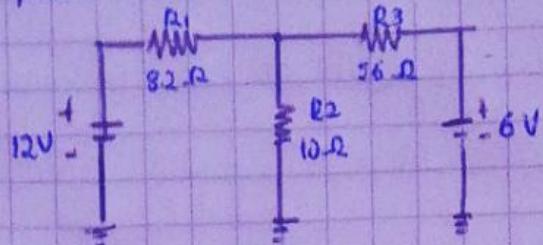
La respuesta:

$$x_1 = \frac{21}{17}$$

$$x_2 = \frac{384}{187}$$

$$x_3 = \frac{705}{374}$$

(12) Resuelve para cada una de las corrientes de rama ilustrada en la figura.



$$\text{Ecuación del lado izquierdo: } 8.2 I_1 + 10 I_2 - 12 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ecuación del lado derecho: } 10 I_2 + 5.6 I_3 - 6 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Nodo A: } I_1 - I_2 + I_3 = 0 ; \quad I_1 = I_2 - I_3$$

Reemplazo en (1)

$$8.2 (I_2 - I_3) + 10 I_2 = 12$$

$$18.2 I_2 - 8.2 I_3 = 12 \quad (3)$$

Despejo  $I_2$  de (2)

$$I_2 = \frac{6 - 5.6 I_3}{10}$$

Sustituyo  $I_2$  en (3)

$$18.2 \left( \frac{6 - 5.6 I_3}{10} \right) - 8.2 I_3 = 12 \quad I_3 = \frac{12.8}{-183.92} = -0.0587 A$$

$$\frac{109.2 - 101.92 I_3 - 82 I_3}{10} = 12$$

$$-183.92 I_3 = 10.8$$

$$I_3 = -58.72 \text{ mA}$$

Sustituyo  $I_3$  en (2)

$$10 I_2 + 5.6 (-0.0587) = 6$$

$$I_2 = 632.8 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{6 - 5.6 (-0.0587)}{10} = 0.632 A$$

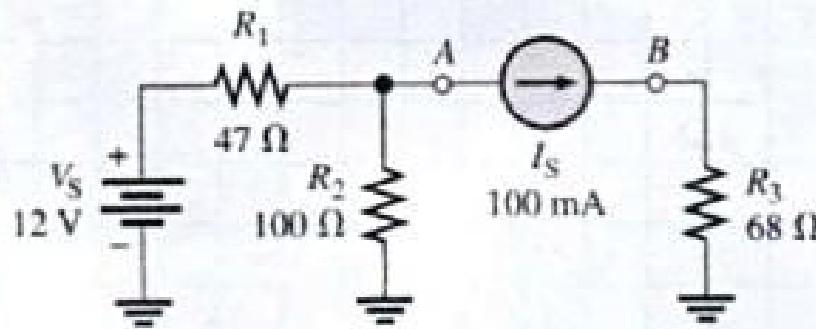
Sustituyo  $I_2, I_3$  en Ecuación del Nodo A

$$I_1 = I_2 - I_3$$

$$I_1 = 691.52 \text{ mA}$$

$$= 632.8 \text{ mA} - (-58.72 \text{ mA}) \Rightarrow$$

Determine la corriente a través de cada resistor mostrado en la figura 9-27



$$I_1 - I_2 = 100 \text{ mA}$$

$$\frac{12 - V_A}{47} - \frac{V_A}{100} = 0,1 \text{ A}$$

$$100 (12 - V_A) - 47 V_A = 470$$

$$1200 - 100 V_A - 47 V_A = 470$$

$$+ 47 V_A = + 730$$

$$V_A = 4,92 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{12 \text{ V} - 4,92 \text{ V}}{47 \Omega} = 180 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{4,92 \text{ V}}{100 \Omega} = 49,2 \text{ mA}$$

$$I_3 = 100 \text{ mA}$$

## Ejercicio 16

Escriba el determinante característico para las ecuaciones

$$0,045 I_A + 0,130 I_B + 0,66 I_C = 0$$

$$0,177 I_A + 0,0420 I_B + 0,109 I_C = 12$$

$$0,078 I_A + 0,196 I_B + 0,029 I_C = 3$$

El valor de esta determinante es:  $1,6 \times 10^{-3}$

Determinante para  $I_A$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0,130 & 0,66 \\ 12 & 0,0420 & 0,109 \\ 3 & 0,196 & 0,029 \end{vmatrix} = \frac{0,144}{1,6 \times 10^{-3}} = 90 A //$$

Determinante para  $I_B$

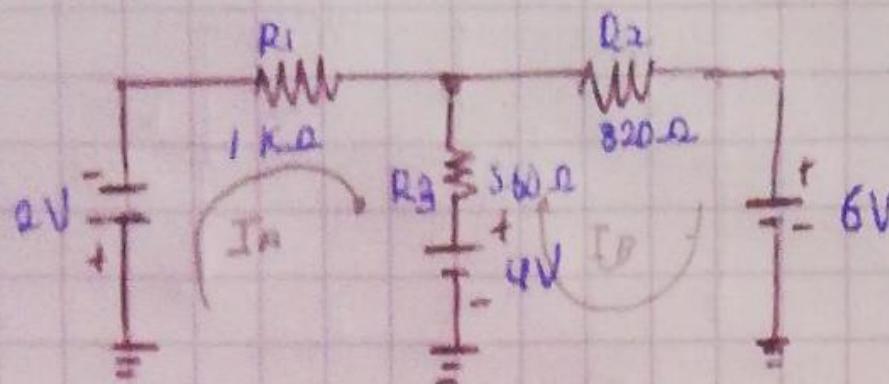
$$\begin{vmatrix} 0,045 & 0 & 0,66 \\ 0,117 & 12 & 0,109 \\ 0,078 & 3 & 0,029 \end{vmatrix} = \frac{-0,025}{1,6 \times 10^{-3}} = -15,63 A //$$

Determinante para  $I_C$

$$\begin{vmatrix} 0,045 & 0,130 & 0 \\ 0,177 & 0,0420 & 12 \\ 0,078 & 0,196 & 3 \end{vmatrix} = \frac{-0,047}{1,6 \times 10^{-3}} = -29,38 A //$$

(13)

Determine los corrientes de ramas en la figura:



$$\text{Circuito A: } 2 + 4 = 1380 I_A - 560 I_B$$

$$6 = 1380 I_A + 560 I_B$$

$$\text{Circuito B: } 6 - 4 = 1380 I_B - 560 I_A$$

$$2 = 1380 I_B - 560 I_A$$

SISTEMA DE ECUACIONES.

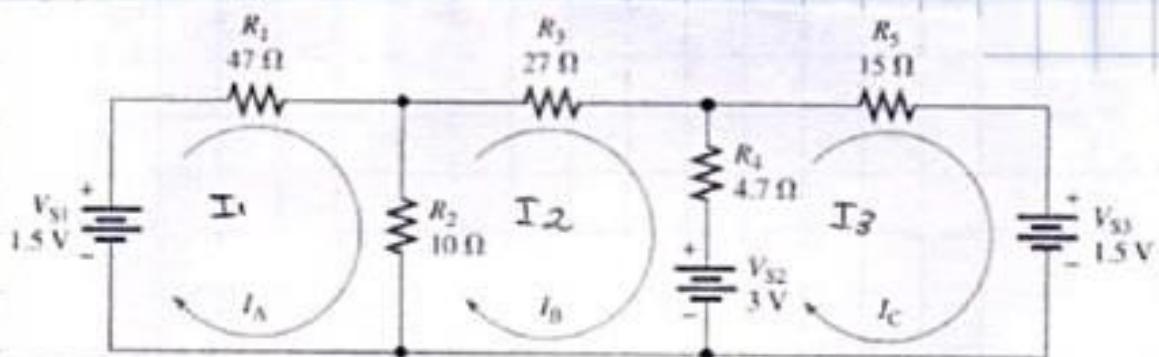
$$\begin{cases} 1380 I_A - 560 I_B = 6 \\ -560 I_A + 1380 I_B = 2 \end{cases}$$

$$I_A = \frac{42}{9196} = 5.11 \text{ mA}$$

$$I_B = \frac{81}{2298} = 3.52 \text{ mA}$$

20 Escriba las ecuaciones de lazo para el circuito

$\mathcal{E}$



Malla 1.

$$-1,5V + 47I_1 + 10(I_1 - I_2) = 0$$

$$57I_1 - 10I_2 = 1,5 \quad \textcircled{1}$$

Malla 2.

$$10(I_2 - I_1) + 27I_2 + 4,7(I_2 - I_3) + 3 = 0$$

$$-10I_1 + 47I_2 - 4,7I_3 = -3$$

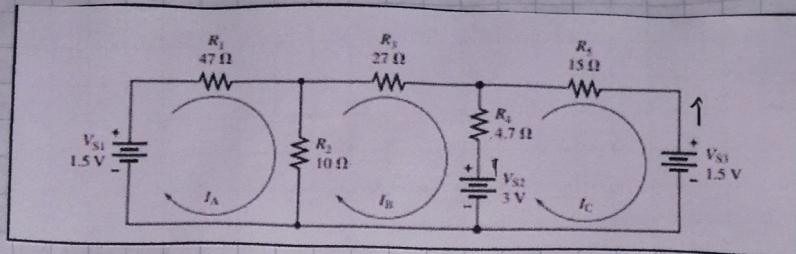
Malla 3

$$\begin{aligned} -3v + 4,7(I_3 - I_2) + 15I_3 + 1,5v &= 0 \\ -4,7I_2 + 19,7I_3 &= 1,5 \end{aligned}$$

- $I_1 = 15,6 \text{ mA}$
- $I_2 = -61,3 \text{ mA}$
- $I_3 = 61,8 \text{ mA}$

## Ejercicio 22

Determine la corriente a través de cada resistor



$$A: 47I_1 + 10I_1 - 10I_2 = 1,5$$

$$B: 27I_2 + 4,7I_2 - 4,7I_3 + 10I_2 - 10I_1 = -3$$

$$C: 15I_3 + 4,7I_3 - 4,7I_2 = 3 - 1,5$$

$$57I_1 - 10I_2 = 1,5$$

$$-10I_1 + 41,7I_2 - 4,7I_3 = -3$$

$$-4,7I_2 + 19,7I_3 = 1,5$$

Con la ayuda de nuestro sistema de cómputo obtenemos lo siguiente:

$$I_1 = 0,016\text{ A}$$

$$I_2 = -0,061\text{ A}$$

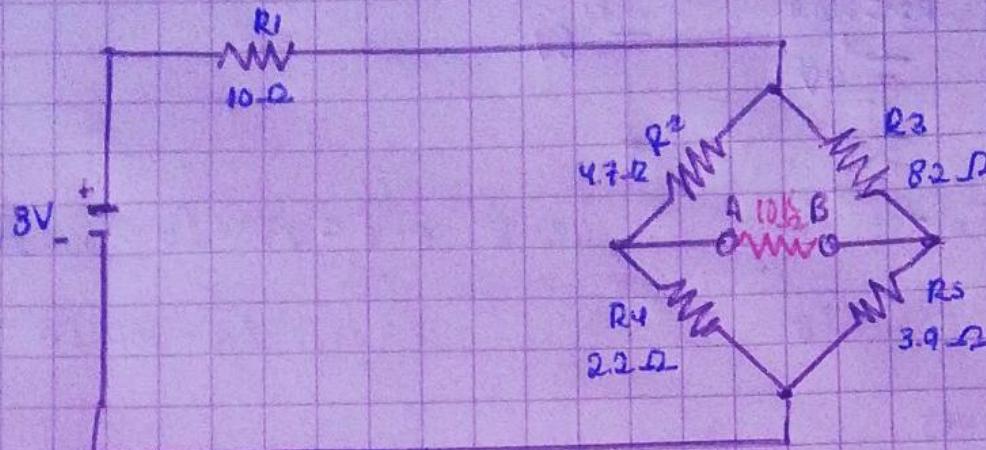
$$I_3 = 0,061\text{ A}$$

Para resistor R<sub>2</sub>, R<sub>4</sub> pasa una corriente de

$$I_{R_2} = I_1 - I_2 = 0,077\text{ A}$$

$$I_{R_4} = I_2 - I_3 = -0,122\text{ A}$$

(24) Cuando se conecta un resistor de  $10\ \Omega$  desde el terminal A hasta el terminal B en la figura, ¿Cuál es la corriente a través de él?



$$\begin{aligned} .8 &= (10 + 4.7) I_A + 4.7 I_B - 2.2 I_C & (8.2 + 1000 + 4.7) I_B - 4.7 I_A - 10000 I_C &= 0 \\ 8 &= 16.7 I_A - 4.7 I_B - 2.2 I_C & 10012.9 I_B - 4.7 I_A - 10000 I_C &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (10000 + 3.9 + 2.2) I_C = 10000 I_B - 2.2 I_A = 0 \\ & 1006.1 I_C = 10000 I_B - 2.2 I_A = 0 \end{aligned}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones:

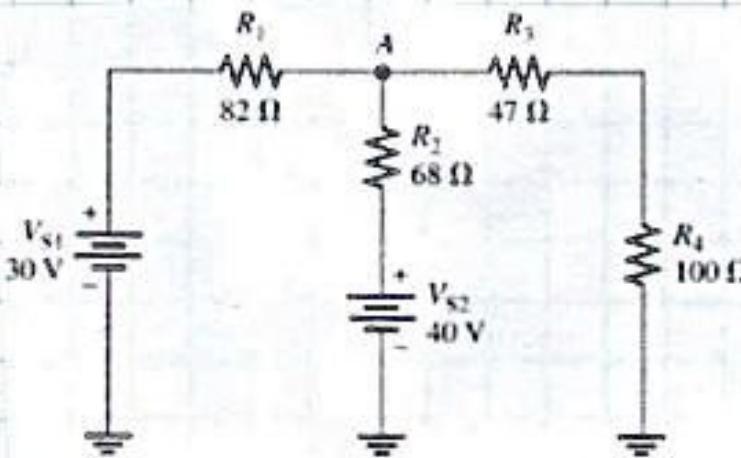
$$I_D = 0.50\ A$$

$$I_B = 0.18236\ A$$

$$I_C = 0.1816$$

$$I_B = 0.18236 - 0.1816 = 0.7632\ MA //$$

Use el método del voltaje en nodos para determinar el voltaje presente en el punto A con respecto a tierra.



Nodo A

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0A$$

$$\frac{V_B - V_A}{R_1} + \frac{0V - V_A + I_{12}}{R_2} + \frac{0V - V_A}{R_3} = 0A$$

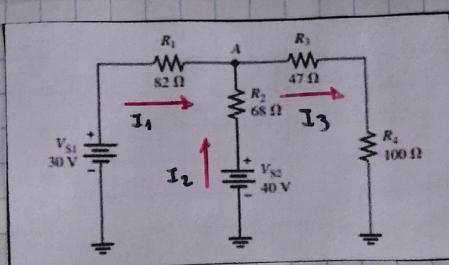
$$\frac{30V}{82\Omega} - \frac{VA}{82\Omega} + \frac{40V}{68\Omega} - \frac{VA}{68\Omega} - \frac{VA}{47\Omega} = 0$$

$$\cancel{VA} \quad 0,009 = 20,954 \cancel{A}$$

$$VA = 20,73$$

### Ejercicio 28

Escriba las ecuaciones de voltaje de nodo. Determine los voltajes de nodo



$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$\frac{30 - V_A}{82} + \frac{40 - V_A}{68} - \frac{V_A}{147} = 0$$

$$\frac{30}{82} - \frac{V_A}{82} + \frac{40}{68} - \frac{V_A}{68} - \frac{V_A}{147} = 0$$

$$-\frac{V_A}{82} - \frac{V_A}{68} - \frac{V_A}{47} = -\frac{30}{82} - \frac{40}{68}$$

$$\frac{6313}{131036} V_A = \frac{665}{692}$$

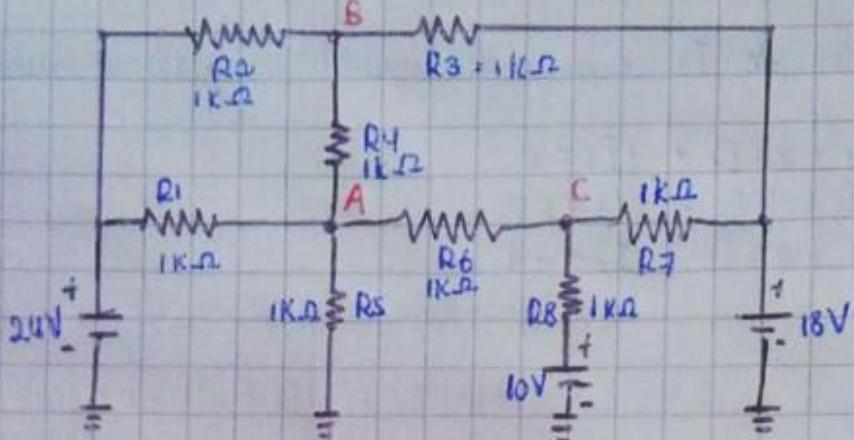
$$V_A = 19,8 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{30 - 19,8}{82} = 0,124 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{40 - 19,8}{68} = 0,129 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{19,8}{147} = 0,134 \text{ A}$$

(35) Determine el voltaje en los puntos A, B y C con respecto a la figura.



$$\text{Nodo A: } \rightarrow I_1 + I_4 + I_6 + I_8 = 0$$

$$\rightarrow \frac{V_A - V_1}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R_4} + \frac{V_A - V_C}{R_6} + \frac{V_A}{S} = 0$$

$$\rightarrow \frac{V_A}{1} - \frac{24}{1} + \frac{V_A}{1} - \frac{V_B}{1} + \frac{V_A}{1} - \frac{V_C}{1} + \frac{V_A}{4} = 0$$

$$\rightarrow 4V_A - V_B - V_C = 24 \quad (1)$$

$$\text{Nodo B: } \rightarrow I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

$$\rightarrow \frac{V_B - V_2}{R_2} + \frac{V_B - V_3}{R_3} + \frac{V_B - V_A}{R_4} = 0$$

$$\rightarrow \frac{V_B}{1} - \frac{24}{1} + \frac{V_B}{1} - \frac{V_3}{1} + \frac{V_B}{1} - \frac{V_A}{4} = 0$$

$$\rightarrow 3V_B - V_A = 42 \quad (2)$$

$$\text{Nodo C: } \rightarrow I_6 + I_7 + I_8 = 0$$

$$\rightarrow \frac{V_C - V_A}{R_6} + \frac{V_C - V_2}{R_7} + \frac{V_C - V_3}{R_8} = 0$$

$$\rightarrow \frac{V_C}{1} - \frac{V_A}{1} + \frac{V_C}{1} - \frac{V_2}{1} + \frac{V_C}{1} - \frac{V_3}{4} = 0$$

$$\rightarrow 3V_C - V_A = 28 \quad (3)$$

Sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4V_A - V_B - V_C = 24 \\ -V_A + 3V_B + 0 = 42 \\ -V_A + 0 + 3V_C = 28 \end{cases}$$

Resolviendo:

$$V_A = \frac{71}{S} = V_A = 14.2 \text{ V}$$

$$V_B = \frac{281}{I_S} \Rightarrow V_B = 18.73 \text{ V}$$

$$V_C = \frac{211}{15} \Rightarrow V_C = 14.06 \text{ V}$$