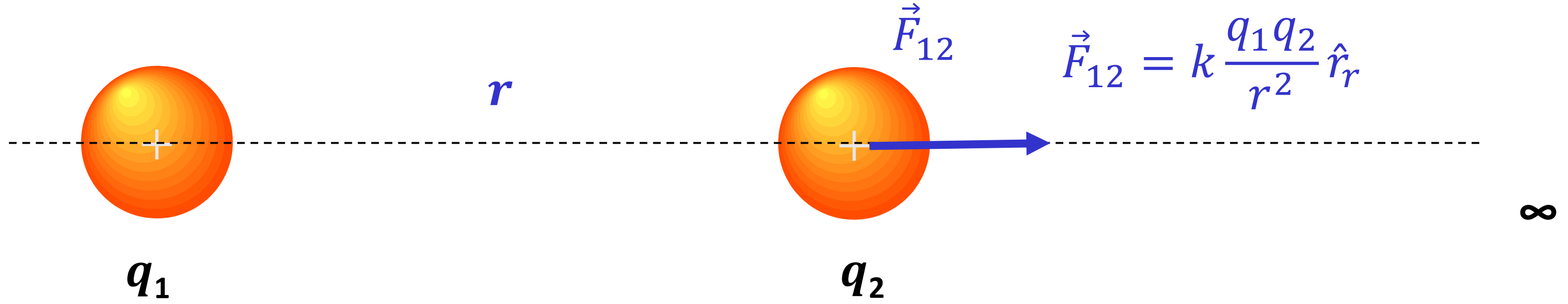
Capítulo 3. POTENCIAL ELÉTRICO

3.1.1 Trabalho realizado para deslocar a carga *q* numa região onde existe uma outra carga

Consideremos duas cargas positivas: q_1 e q_2

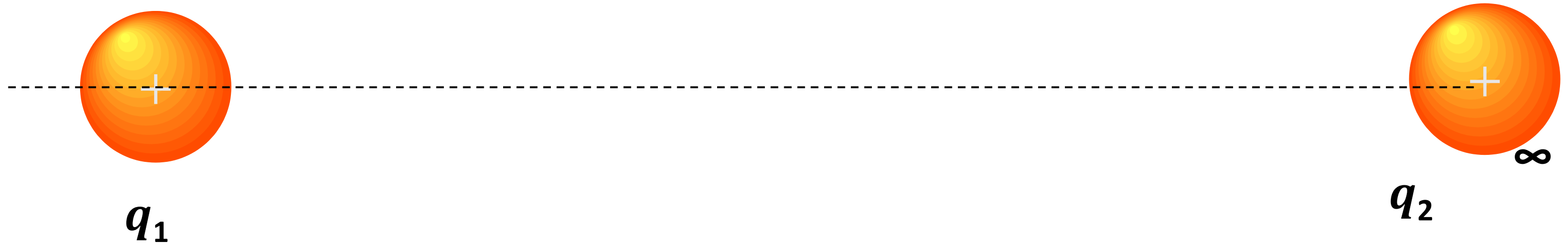
Se a carga pontal q_1 estiver fixa, o que acontece à carga pontual q_2?

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_r$$



$\vec{F}_{12}$ vai acelerar q_2 até o seu efeito deixar de se sentir (∞).

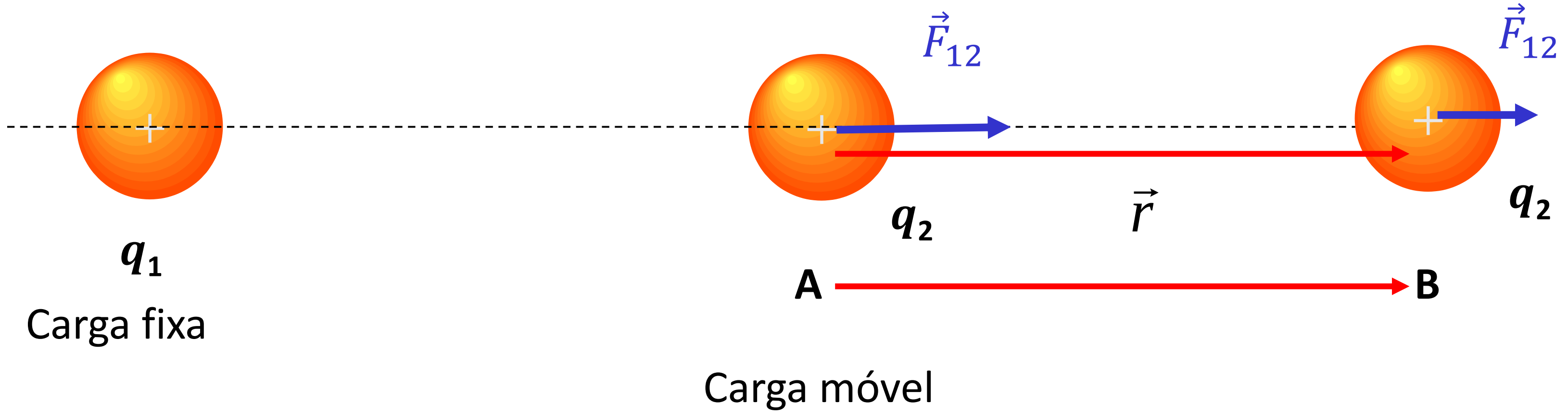
$$r \to \infty \qquad \vec{F}_{12} \to 0$$



Havendo deslocamento, $\vec{F}_{12}$ realiza trabalho (W). A força tem o mesmo sentido do deslocamento $\Rightarrow W > 0$.

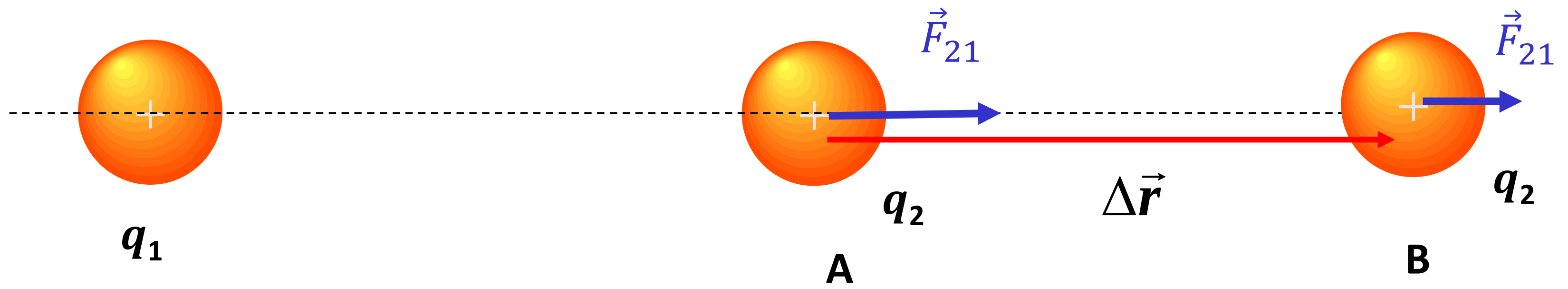
Calculo do trabalho realizado por $\vec{F}_{12}$ para levar $\boldsymbol{q_2}$ da posição **A** até uma posição **B**.

Ao longo do percurso…., i.é, à medida que $\boldsymbol{q_2}$ se afasta de $\boldsymbol{q_1}$, F_{12} é cada vez menor.



O trabalho efectuado sobre $\boldsymbol{q_2}$ pela força eléctrica $\vec{F}_{12}$ é:

$$W_{F_{12,q_2}(\mathrm{A}\to\mathrm{B})} = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \vec{F}_{12} \cdot d\vec{r} = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} |\overrightarrow{F_{12}}||d\vec{r}| \cos(\vec{F}_{12}, d\vec{r})$$



$$W_{F_{12,q_2}(\mathrm{A}\to\mathrm{B})} = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \frac{kq_1q_2}{r^2}\,dr\,cos0^o = kq_1q_2\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \frac{dr}{r^2} = kq_1q_2\left[-\frac{1}{r}\right]_A^B = -kq_1q_2\left[\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right]$$

$$W_{F_{12}(\mathrm{A}\to\mathrm{B})} = -\left[\frac{kq_1q_2}{r_B}-\frac{kq_1q_2}{r_A}\right] = kq_1q_2\left[\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right]$$

! Só depende da posição inicial e final da carga q

Força elétrica é conservativa

Força elétrica é conservativa

$$W_{F_{12}(\mathrm{A}\to\mathrm{B})} = \Delta E_{Cin,q(\mathrm{A}\to\mathrm{B})} = -\Delta E_{pot(\mathrm{A}\to\mathrm{B})} = -\left(E_{p(\mathrm{B})} - E_{p(\mathrm{A})}\right)$$

$$W_{F_{12}(\mathrm{A}\to\mathrm{B})} = -\left[\frac{kq_1q_2}{r_B} - \frac{kq_1q_2}{r_A}\right]$$

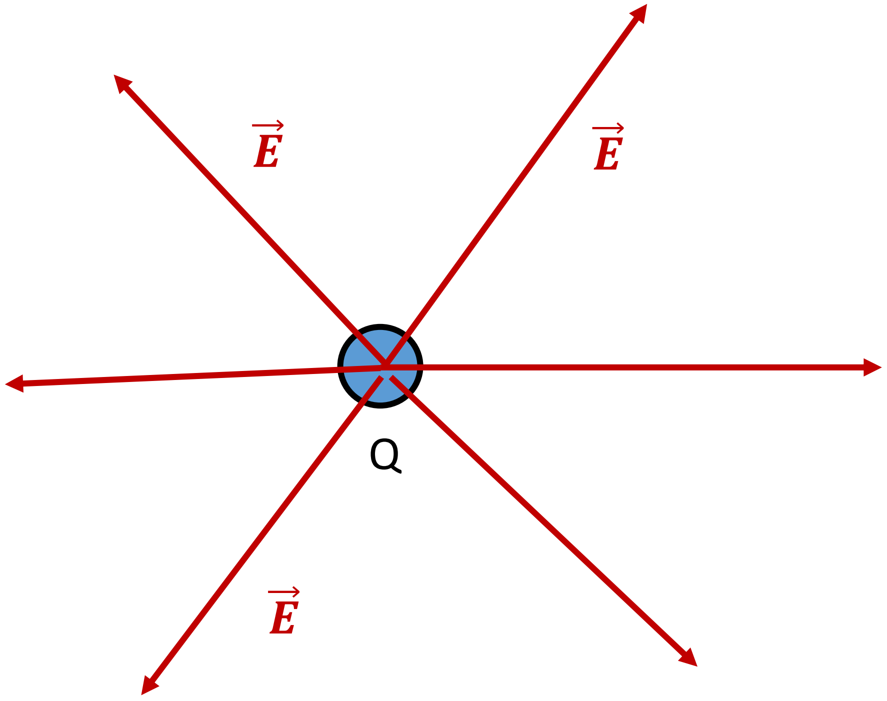
Energia potencial da carga em B

Energia potencial da carga em A

O sistema q_2 e q_1 possui uma determinada energia potencial elétrica. Devido à ação da força elétrica, a evolução do sistema é tal que tende a assumir a configuração **de energia potencial mínima.**

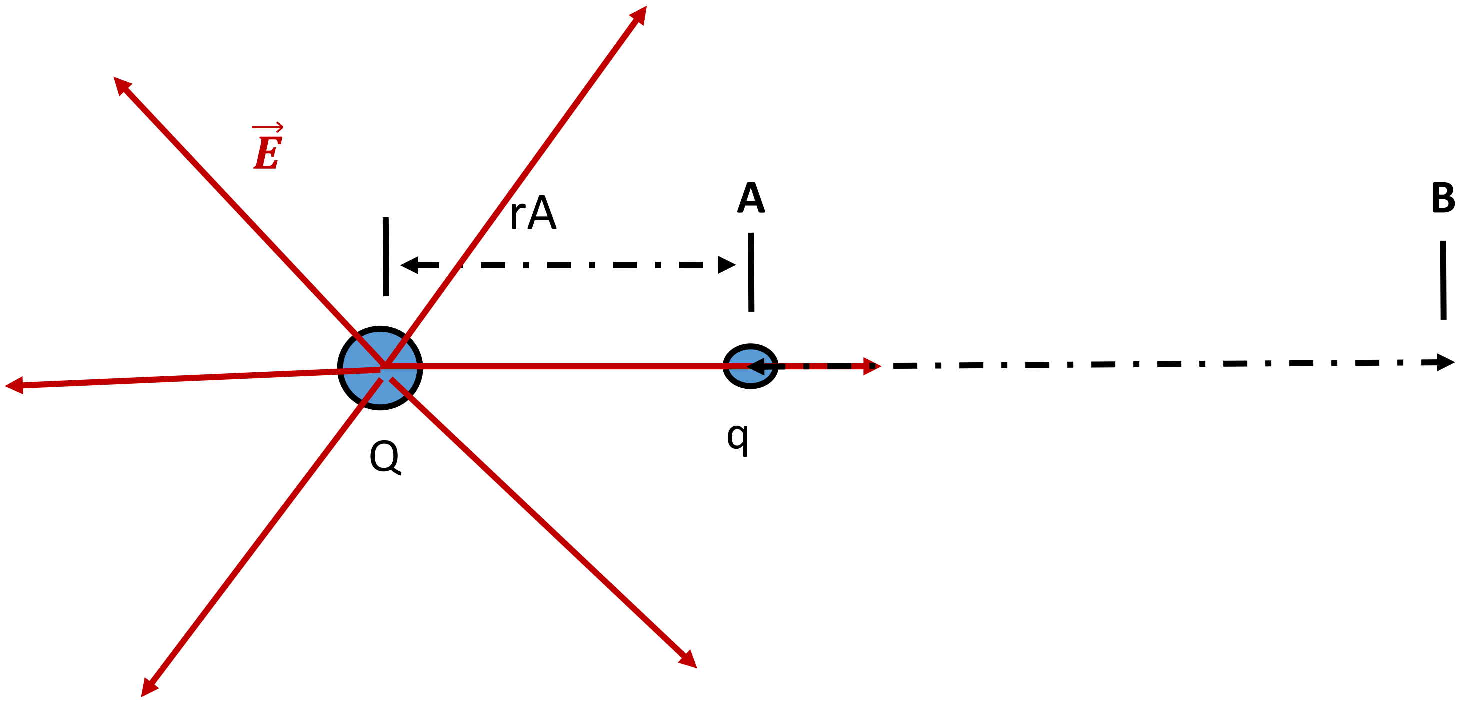
3.1.2 Trabalho realizado para deslocar a carga *q* num campo elétrico

Consideremos uma carga pontual Q (**positiva**) numa dada região do espaço:



$$\overrightarrow{E_P} = K\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

Cálculo do trabalho realizado para deslocar a carga *q* do ponto A para o ponto B numa região onde existe um campo elétrico criado pela carga Q (positiva).



A carga *q* está numa região onde existe um campo elétrico

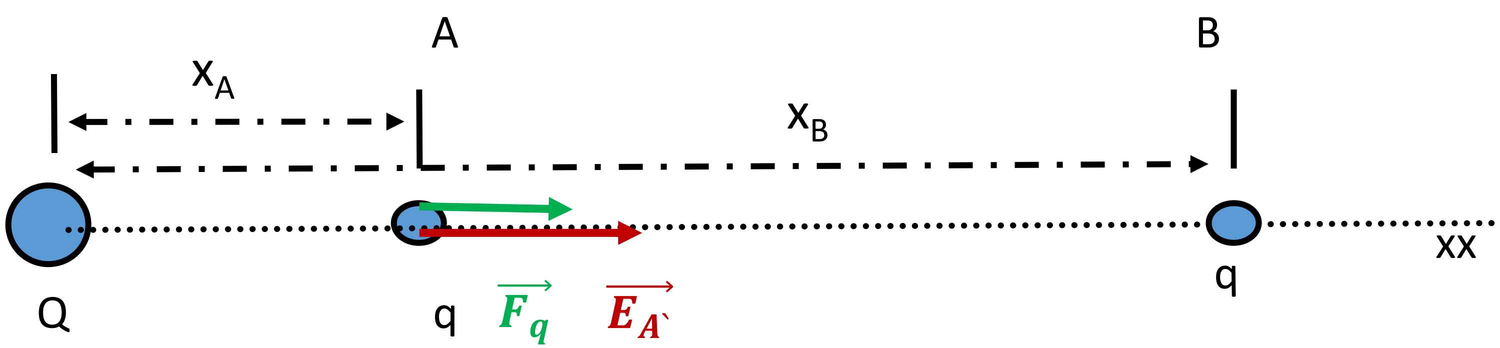
$$\overrightarrow{F_q} = q\,\vec{E}$$

$$\overrightarrow{E_P} = K\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

$$\overrightarrow{F_q} = K\,\frac{Q\,q}{r^2}\hat{r}$$

Por definição de trabalho: $$W_q^{A-B} = \int_A^B q\overrightarrow{E}\,.\,d\vec{r} = \int_A^B |q|\left|\vec{E}\right|\left|\overrightarrow{dr}\right|\cos(\vec{E},\overrightarrow{dr})$$

Consideremos o deslocamento da carga *q* segundo o eixo dos *xx*



$$\overrightarrow{F_q} = q\,\vec{E}$$

$$\overrightarrow{F_q} = K\,\frac{Q\,q}{x^2}\,\hat{\imath}$$

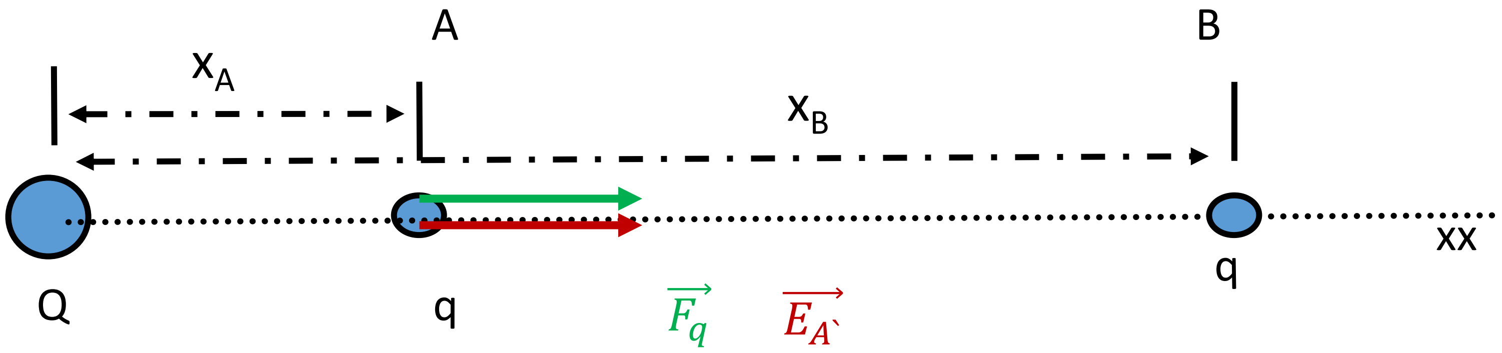
$$\overrightarrow{E_A} = K\,\frac{Q}{x^2}\,\hat{\imath}$$

$$W_q^{A-B} = \int_A^B \vec{F}\,.\,d\vec{r} = \int_A^B q\vec{E}\,.\,d\vec{r} = \int_A^B |q|\,|\vec{E}|\,|\overrightarrow{dr}|\cos(\vec{E},\overrightarrow{dr})$$

$$W_q^{A-B} = \int_{xA}^{xB} |q|\,|\vec{E}|\,|dx|\cos(\vec{E},\hat{\imath}\,)$$

$\Downarrow$

Deslocamento segundo *xx*



$$W_q^{A-B} = \int_{xA}^{xB} |q|\left|\vec{E}\right||dx|\cos(\vec{E},\hat{\imath}\,) = \int_{xA}^{xB} |q|\left|\vec{E}\right||dx|\cos 0 = \int_{xA}^{xB} |q|\left|\vec{E}\right||dx|$$

$$W_q^{A-B} = q\int_{xA}^{xB} K\frac{Q}{x^2}dx = KQq\int_{xA}^{xB}\frac{dx}{x^2} = KQq\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_{xA}^{xB} = KQq\left(\frac{1}{x_A} - \frac{1}{x_B}\right)$$ **! Só depende da posição inicial e final da carga q**

Campo elétrico é conservativo

Generalizando.....

$$\boxed{W_q^{A-B} = KQq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) = \Delta E_{cinq}^{A-B} = -\Delta E_{pq}^{A-B}}$$

O que sabemos até agora:

$$\left.\begin{array}{l} W_q^{A-B} = \int_A^B \overrightarrow{F} . d\vec{r} \\ \\ \overrightarrow{F_q} = q\,\vec{E} \end{array}\right\} \quad W_q^{A-B} = \int_A^B q\,\overrightarrow{E} . d\vec{r} = -\Delta E_{pq}^{A-B}$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta E_{p,q}^{A-B}} = E_{p,q}^{B} - E_{p,q}^{A} = -W_q^{A-B} = -\int_A^B q\,\overrightarrow{E} . d\vec{r}$$

Integral de linha → Não depende do percurso seguido entre A e B

Força Conservativa

3.2 Diferença de potencial e potencial elétrico

Por definição, a diferença de potencial entre os pontos A e B, V_B-V_A, **é a variação da energia potencial da carga entre esses 2 pontos, dividida pelo valor da carga.**

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = \frac{\Delta E_{p,q}^{A-B}}{q}}$$

unidades SI: volt $\quad \frac{J}{C} \equiv V$

Percurso 1……….

Percurso 2……….

PS1: Diferença de potencial (volt) $\neq$ energia potencial (Joule)

PS2: Diferença de potencial e energia potencial são proporcionais

$$\Delta E_{pot} = q\,\Delta V$$

PS3: $\Delta E_{pot} \rightarrow$ escalar $\Rightarrow$ ΔV escalar

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = \frac{\Delta E_{p,q}^{A-B}}{q}}$$

Percurso 1……….

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = V_B - V_A} = \frac{\Delta E_{p,q}^{A-B}}{q} = \frac{E_{p,q}^{B} - E_{p,q}^{A}}{q} \quad ; \quad \Delta E_{p,q}^{A-B} = -\int_A^B q\,\vec{E}\,.\,d\vec{r}$$

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = \frac{-\int_A^B q\vec{E}\cdot d\vec{r}}{q} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}}$$

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = \frac{\Delta E_{p,q}^{A-B}}{q}}$$

Percurso 2....

$$\Delta V^{A-B} = V_B - V_A = \frac{\Delta E_{p,q}^{A-B}}{q} = \frac{E_{p,q}^{B} - E_{p,q}^{A}}{q} \quad ; \quad \Delta E_{p,q}^{A-B} = E_{p,q}^{B} - E_{p,q}^{A} = -W_q^{A-B}$$

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = \frac{-W_q^{A-B}}{q}}$$

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = \frac{-W_q^{A-B}}{q}}$$

$$W_q^{A-B} = KQq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Já visto anteriormente

$$\Delta V^{A-B} = V_B - V_A = KQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = \left(\frac{KQ}{r_B} - \frac{KQ}{r_A}\right)$$

Percurso 2: **Percurso 1:**

definem somente a diferença de potencial $\Rightarrow$ somente as diferenças de V têm sentido

$$\Delta V^{A-B} = V_B - V_A = \left(\frac{KQ}{r_B} - \frac{KQ}{r_A}\right)$$

$$\Delta V^{A-B} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

O potencial elétrico é, muitas vezes, considerado **nulo, num certo ponto** (conveniente). Usualmente escolhemos um ponto no ∞ como o ponto de potencial nulo.

Com esta escolha

Percurso 2:

O potencial elétrico duma carga pontual, a uma distância ***r*** da carga, é:

$V_A = 0$ no $\infty \Rightarrow$ $$\boxed{V_P = \frac{KQ}{r}}$$

Percurso 1:

O potencial elétrico num qualquer ponto é igual ao trabalho necessário, por unidade de carga, para trazer uma carga de prova positiva do infinito até ao ponto considerado.

$V_A = 0$ no $\infty \Rightarrow$ $$\boxed{V_P = \int_\infty^P \vec{E} \cdot d\vec{r}}$$

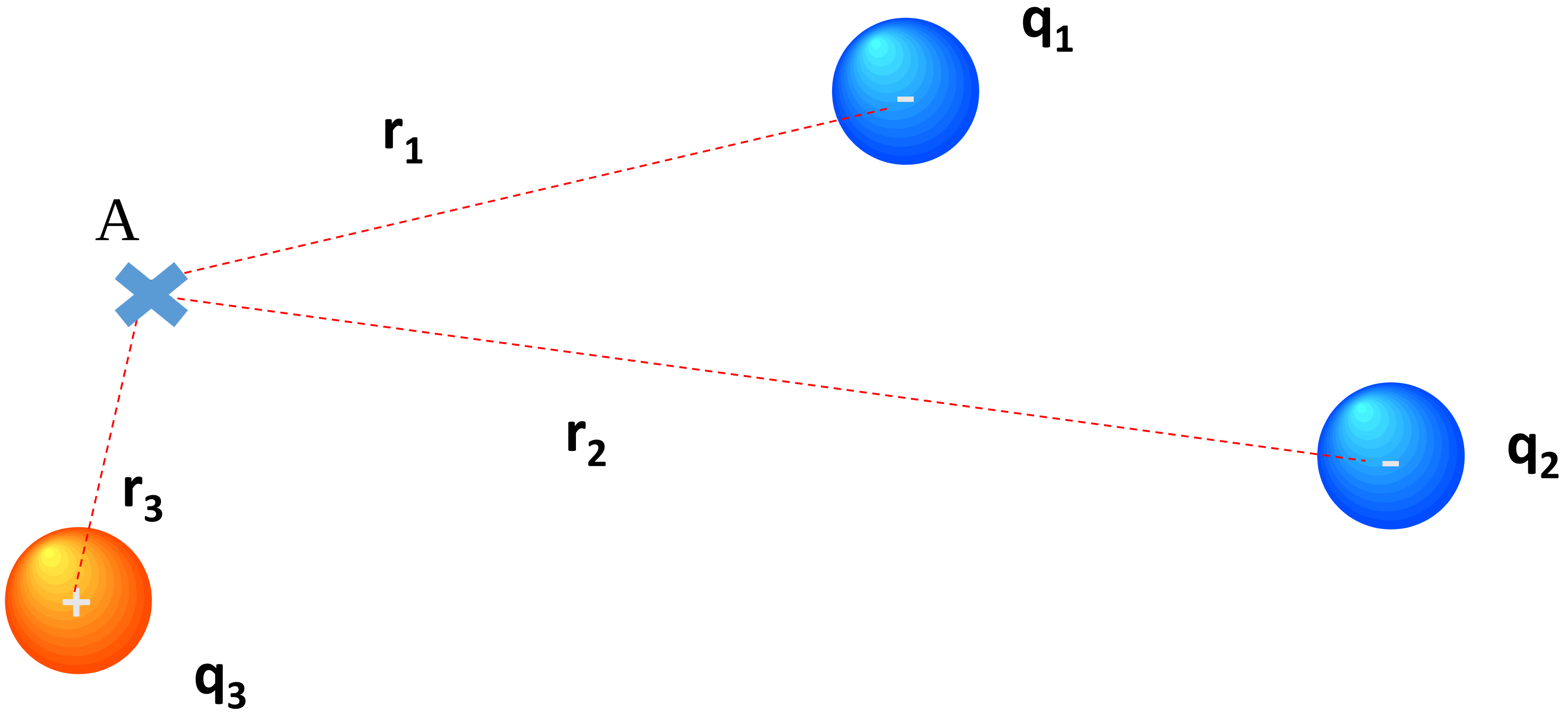
- Potencial elétrico de **duas ou mais cargas pontuais** (considerando V(∞)=0 $\Rightarrow$ **princípio da sobreposição**.

Potencial total em P $$\boxed{V = K\sum_i \frac{q_i}{r_i}}$$ 1

Em que V = 0 no ∞ e $\boldsymbol{r_i}$ é a distância do ponto ***P*** à carga $\boldsymbol{q_i}$

1 é uma soma **algébrica de escalares** $\Rightarrow$ é muito mais fácil calcular *V* do que calcular o campo elétrico.

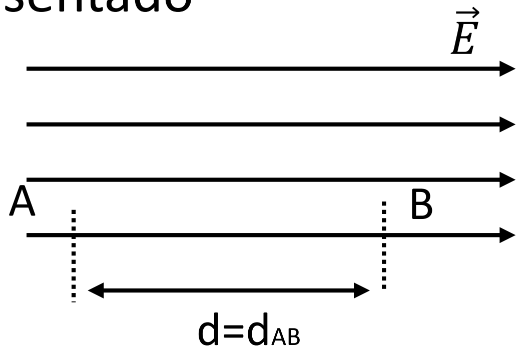
Potencial elétrico no Ponto A (considerando V(∞)=0)



$$V_A = V_{A,1} + V_{A,2} + V_{A,3} = \sum k \frac{q_i}{r_i}$$

3.3 Diferenças de Potencial num Campo Elétrico Uniforme

- Consideremos o campo uniforme representado



i) ??? Qual a diferença de potencial entre os pontos A e B?

$$V_B - V_A = \Delta V^{A-B} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_A^B E \; dr \cos 0 = -\int_A^B E dr$$

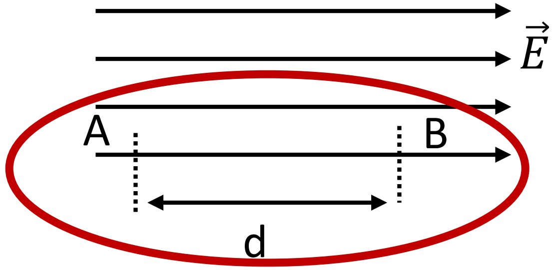
$$\Delta V^{A-B} = -E\int_A^B dr = -Ed_{AB}$$

E=cte no percurso A-B

$V_B < V_A$

- **Linhas do campo apontam sempre no sentido de potenciais decrescentes.**

- Sabemos então que $V_B < V_A$



ii) Consideremos agora uma carga a mover-se de A para B. Qual a variação da energia potencial da carga entre os pontos A e B?

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = \frac{\Delta E_{p,q}^{A-B}}{q}}$$

$$\boxed{\Delta E_{p,q}^{A-B} = E_{p,q}^{B} - E_{p,q}^{A} = q\Delta V^{A-B} = q\left(V^{B} - V^{A}\right)}$$

$$\boxed{\Delta E_{p,q}^{A-B} = q\Delta V^{A-B} = q\left(V^{B} - V^{A}\right)}$$

$\boxed{V_B < V_A}$

$\boxed{\textbf{Se } q > 0 \Rightarrow \Delta E_{pot} < 0}$ $\rightarrow$ Uma carga (+) perde energia potencial elétrica quando se desloca no sentido do campo.

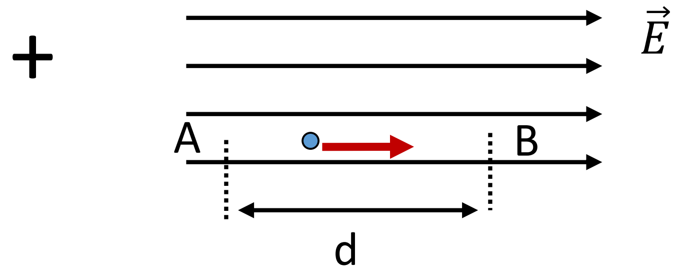
i) A carga está numa região de campo.

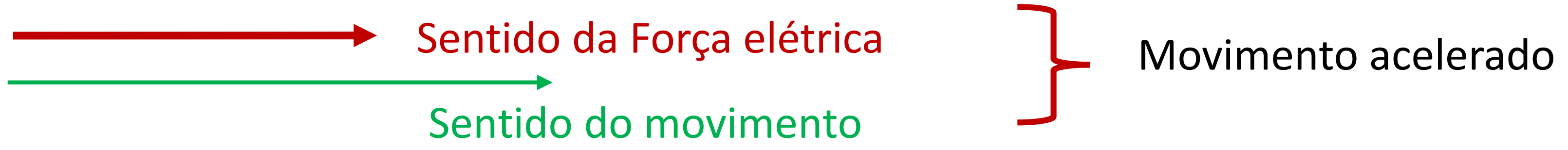
ii) Logo sente uma força:

$\vec{F} = q\,\vec{E}$ (como $q > 0$ o sentido da força é o do campo)

iii) Logo E cinética da carga vai aumentar (Newton: $\vec{F}(= q\,\overrightarrow{E}) = m\vec{a}$;

iv) Assim, a Epot elétrica da carga tem que diminuir (conservativo)





$$\boxed{\Delta E_{p,q}^{A-B} = q\Delta V^{A-B} = q\left(V^{B} - V^{A}\right)}$$

$\boxed{V_B < V_A}$

$\boxed{\textbf{Se } q < 0 \Rightarrow \Delta E_{pot} > 0}$ $\rightarrow$ Uma carga (**-**) ganha energia potencial elétrica quando se move no sentido do campo elétrico.

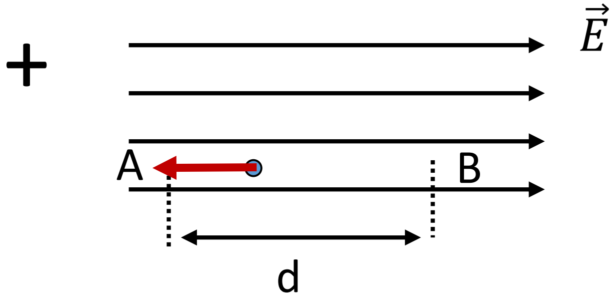
i) A carga está numa região de campo.

ii) Logo sente uma força:

$\vec{F} = q\,\vec{E}$ (como $q < 0$ o sentido da força é oposto ao do campo), i.e. sentido oposto ao movimento de A para B

iii) Logo E cinética da carga vai diminuir de A para B (Newton: $\vec{F}(= q\,\overrightarrow{E}) = m\vec{a}$;

iv) Assim, a Epot elétrica da carga tem que aumentar de A para B (conservativo)



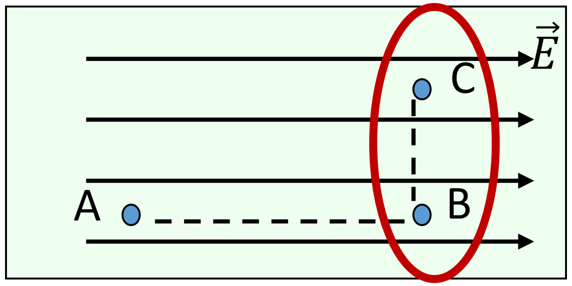
Sentido da Força elétrica

Movimento retardado

Sentido do movimento

iii) ??Qual a diferença de potencial entre os pontos B e C?

$V_B<V_A$



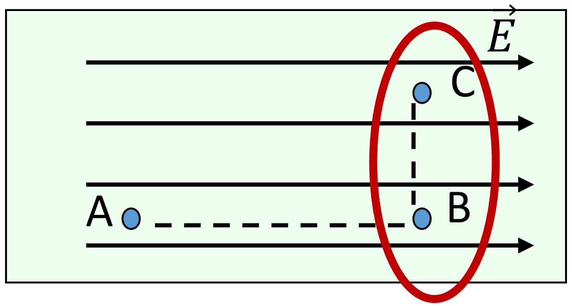
$$\Delta V^{B-C} = -\int_B^C \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_B^C \left|\vec{E}\right|\left|d\vec{r}\right|\cos(\vec{E},d\vec{r}) = -\int_B^C \left|\vec{E}\right|\left|d\vec{r}\right|\cos 90^o = 0$$

$$\Delta V^{B-C} = V^C - V^B = 0$$

$$LOGO$$

$$V^C = V^B$$

Os pontos B e C estão ao mesmo potencial elétrico



$$\Delta V^{B-C} = V^{C} - V^{B} = 0$$

$LOGO$

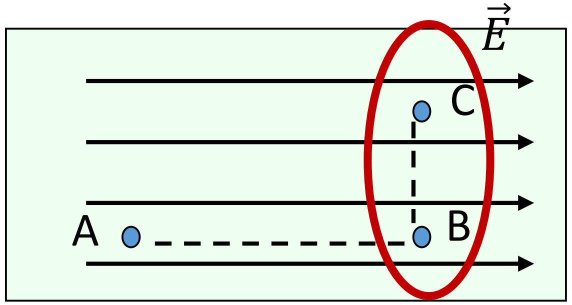
$$V^{C} = V^{B}$$

Todos os pontos sobre um plano perpendicular a um campo elétrico uniforme estão ao mesmo potencial

igual potencial= equipotencial: linhas, superfícies, volumes

Superfície/linha/volume equipotencial é qualquer superfície/linha/volume constituída por uma distribuição contínua de pontos que possuam o mesmo potencial **(e é sempre $\perp$ ao campo elétrico).**

iv) ??Como variará a energia potencial de uma carga entre os pontos B e C?



$$\Delta V^{B-C} = V^{C} - V^{B} = 0$$

$$LOGO$$

$$V^{C} = V^{B}$$

$$\Delta E_{pot,q}^{B-C} = q\Delta V^{B-C} = 0$$

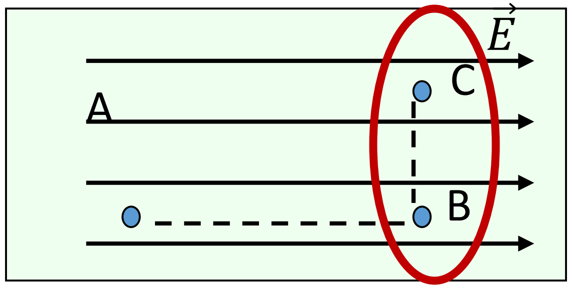
não varia!!!!!!!!!!!

v) ??Qual o trabalho para deslocar a carga entre B e C?

$$W_{q}^{B-C} = -\Delta E_{pot,q}^{B-C} = 0$$

Ou seja, não se realiza trabalho para deslocar a carga entre dois pontos sobre uma **mesma superfície equipotencial.**

Será?

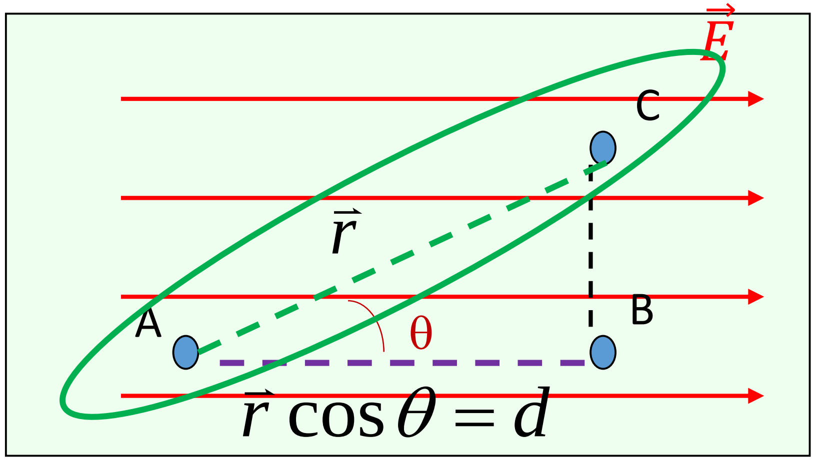


$$\Delta V^{B-C} = V^{C} - V^{B} = 0$$
$$LOGO$$
$$V^{C} = V^{B}$$

Confirmação:

$$W_q^{B-C} = \int_B^C \vec{F}.d\vec{r} = \int_B^C \left|q\vec{E}\right|\left|d\vec{r}\right| \cos(\vec{E}, d\vec{r}) = \int_B^C \left|q\vec{E}\right|\left|d\vec{r}\right| \cos(90^o) = 0$$

vi) ??????Como variará o potencial entre os pontos A e C?



$V_B < V_A$

$V_B = V_C$

$$\Delta V^{A-C} = -\int_A^C \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_A^C |\vec{E}||d\vec{r}|\cos(\vec{E}, d\vec{r}) = -\int_A^C |\vec{E}||d\vec{r}|\cos\theta = -E\int_A^C |d\vec{r}|\cos\theta = -Ed = -Ed_{A-B}$$

$$\Delta V^{A-C} = \Delta V^{A-B}$$

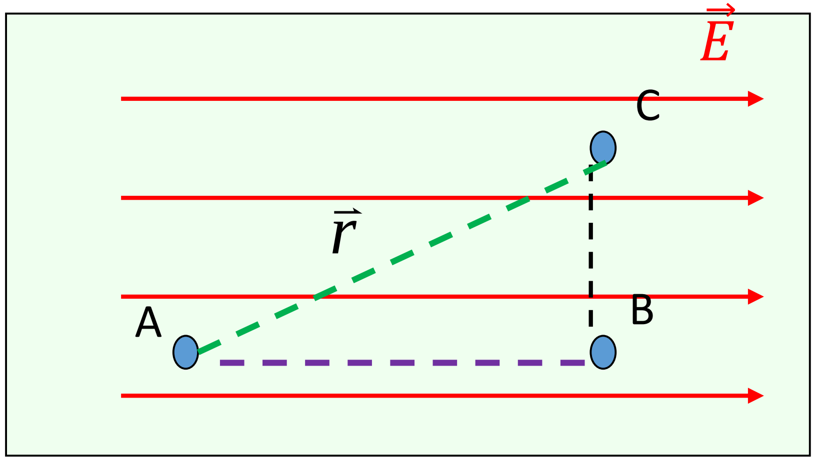
d = distância entre a superfície equipotencial que passa em A e a que passa em C

SERÁ????

Já vimos que o campo elétrico é conservativo ....
logo a d.d.p é independente da trajetória entre os pontos, ou seja, não depende do percurso efetuado....

$$\Delta V^{A-B} = -\int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

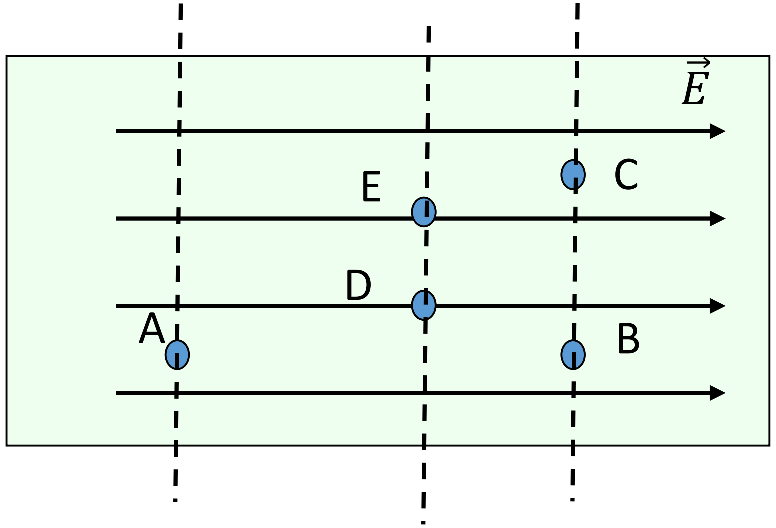
Depende unicamente do ponto inicial e final



$$\Delta V^{A-C} = \Delta V^{A-B} + \Delta V^{B-C} = \Delta V^{A-B} + 0 = \Delta V^{A-B}$$

Certo

RESUMINDO



$V_A > V_D > V_B$

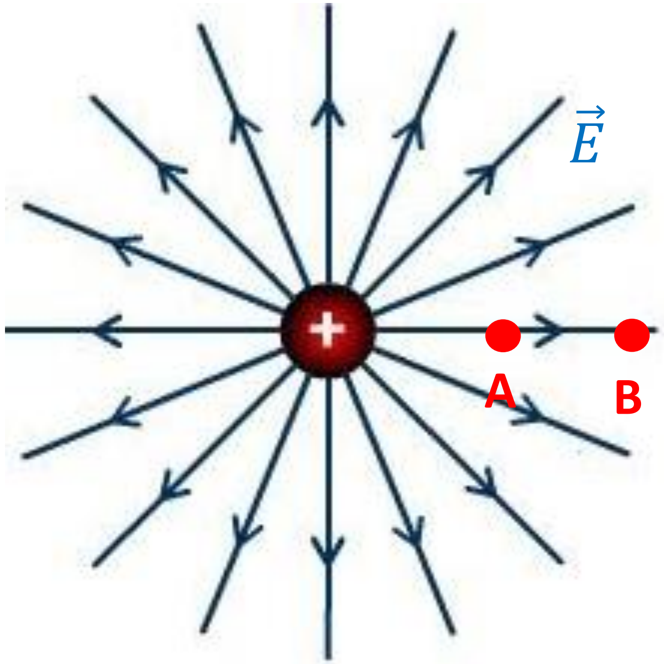
$V_B = V_C$

$V_D = V_E$

- Linhas do campo apontam sempre no sentido de potenciais decrescentes.
- O potencial é contante em qualquer ponto de uma linha equipotencial
- As linhas equipotenciais são sempre perpendiculares ao campo elétrico

O potencial na vizinhança de cargas pontuais

(a)



Se V(∞)=0

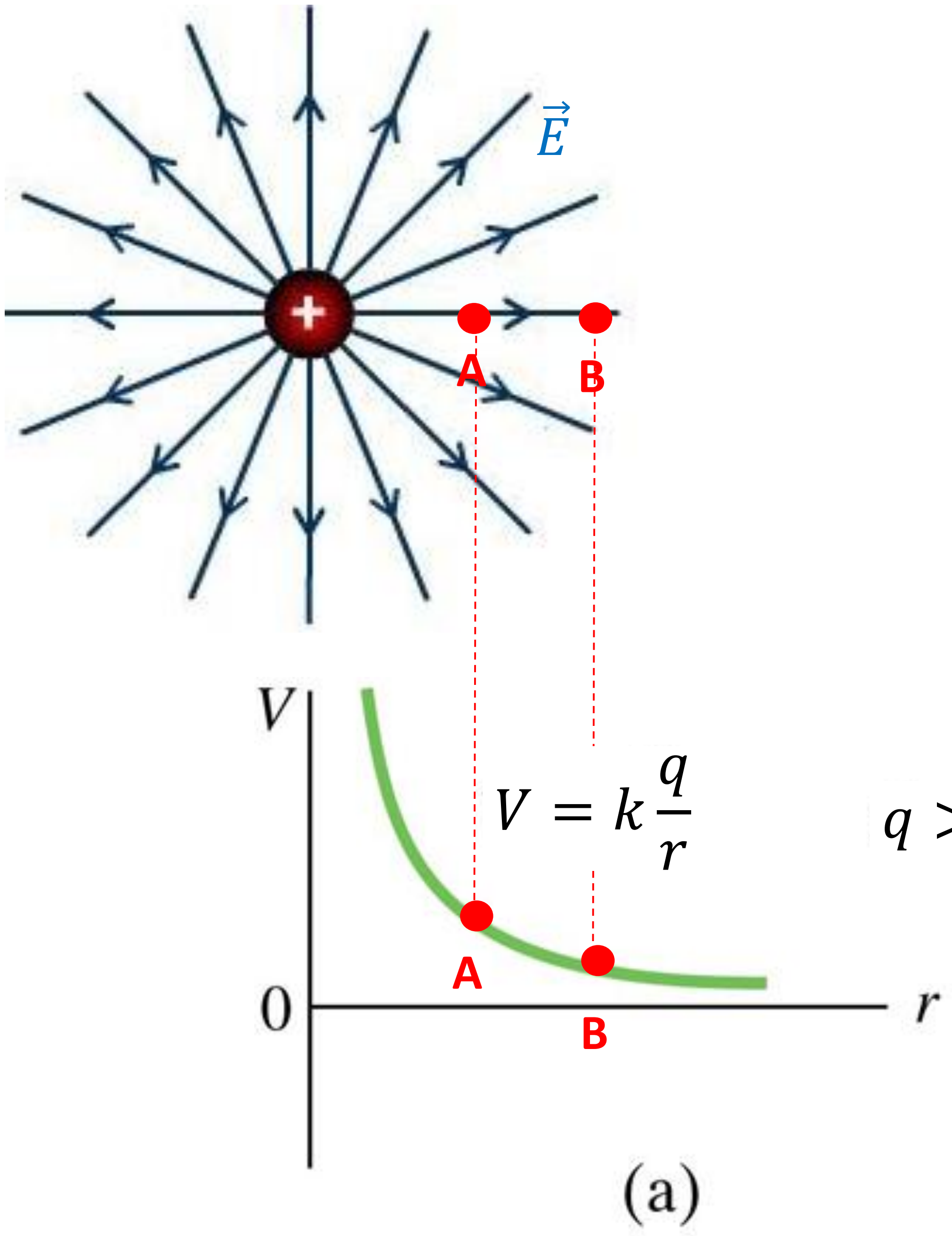
$$V_{\mathrm{P}} = K\frac{q}{r_{\mathrm{P}}}$$

Relacionar o V_{A} com V_{B} (olhando para $\vec{E}$)

$$\boldsymbol{V_A > V_B}$$

Se V(∞)=0

(a)

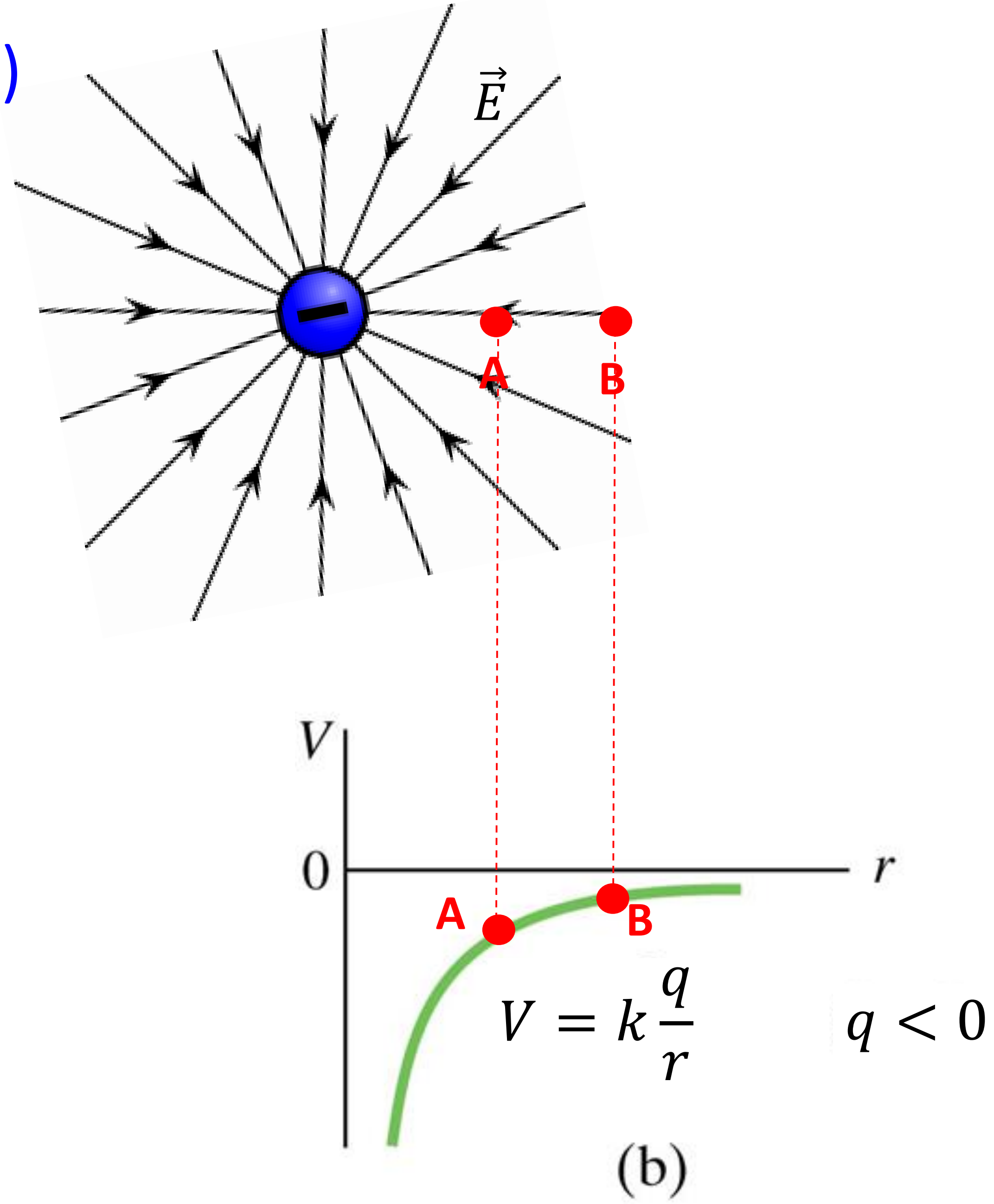


$V_A > V_B$

$V_P = K\frac{q}{r_P}$

$q > 0$

(b)



Se V(∞)=0

$$V_P = K\frac{q}{r_P}$$

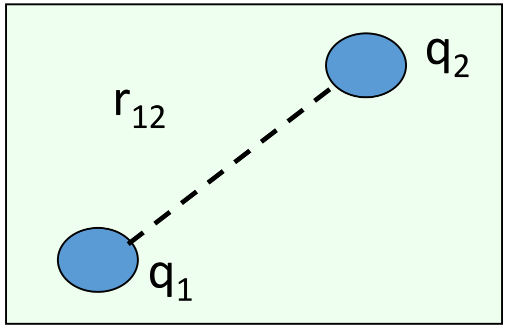
Relacionar o V_A com V_B (olhando para $\vec{E}$)

$$\boldsymbol{V_A < V_B}$$

3.4 Energia potencial da interação dum sistema de partículas carregadas

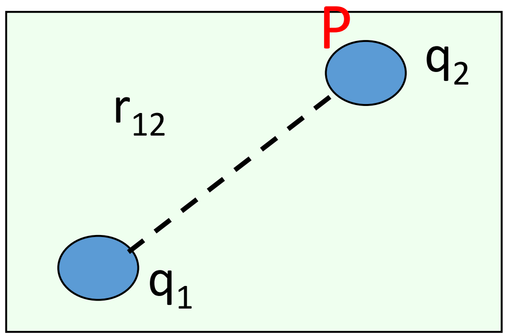
Quanto custa (energeticamente) manter as partículas nas suas posições?

Qual o trabalho realizado para as colocar naquelas posições?



Por definição, o trabalho realizado para posicionar as partículas nas referidas posições = energia potencial do sistema de partículas naquelas posições.

Sistema de duas partículas (*q_1* e *q_2*) mantidas a uma distância r_{12}



$$\boxed{E_{pot}^{q1,q2} = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

Consideremos:

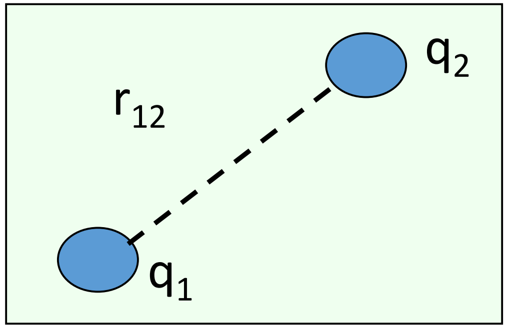
i) Zero o potencial no infinito. Assim podemos definir o potencial num ponto (e não uma diferença de potencial).

Assim podemos definir o potencial no ponto P criado por ***q_1*** **:** $V_P = V_1 = \frac{K\,q_1}{r_{12}}$

$$\boxed{E_{pot}^{q1,q2} = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}} = q_2 V_1}$$

o trabalho necessário para trazer uma carga ***q_2***, do ∞ até ***P***, sem aceleração

$$E_{pot}^{q1,q2} = q_2 V_1 = K\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$



Se q_1 e q_2 mesmo sinal: $E_{pot} > 0$

q_1 e q_2 repelem-se $\Rightarrow$ **é preciso realizar trabalho sobre o sistema** para aproximar uma carga da outra.

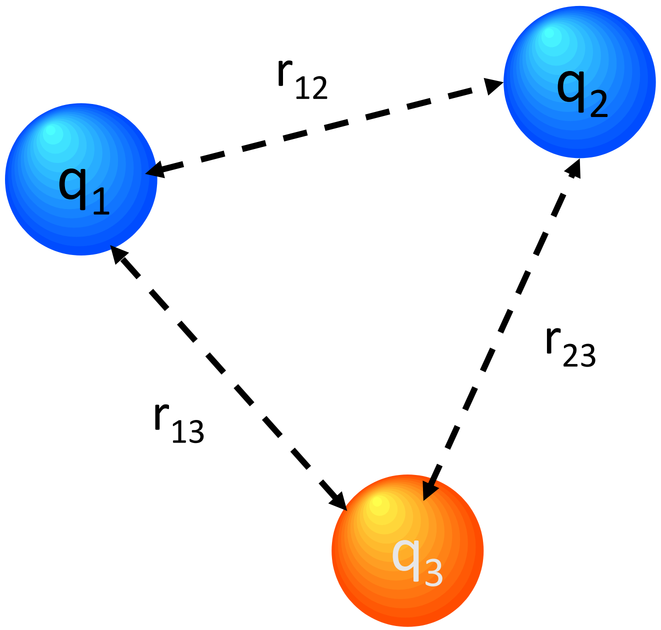
Se q_1 e q_2 sinais opostos: $E_{pot} < 0$

q_1 e q_2 atraem-se $\Rightarrow$ **o sistema realiza trabalho** quando as cargas se aproximam.

E se existirem mais do que duas cargas?????

Qual a energia potencial eletrostática de um sistema de várias cargas eléctricas pontuais?

EX: 3 cargas



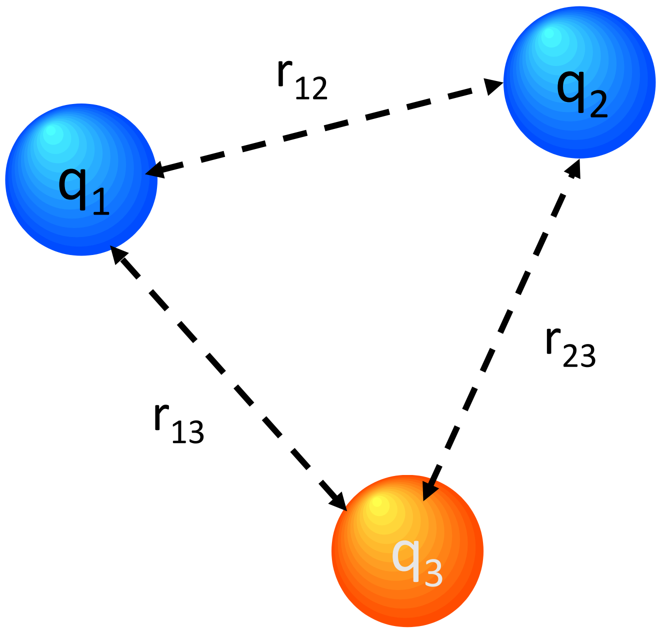
- Calcula-se a E_{pot} para **todos os pares** de cargas, e
- Soma algébrica dos resultados.

$$E_P = E_{P12} + E_{P13} + E_{p23}$$

$$E_P = k\left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right]$$

Generalizando:

$$\boxed{E_P = \sum_{i \neq j} k \frac{q_i q_j}{r_{ij}}}$$



$$E_P = k\left[\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right]$$

SIGNIFICADO: **Quanto custa manter as cargas nas posições em que estão**
Qual o trabalho para as manter nas posições

Considerando q_1 fixa:

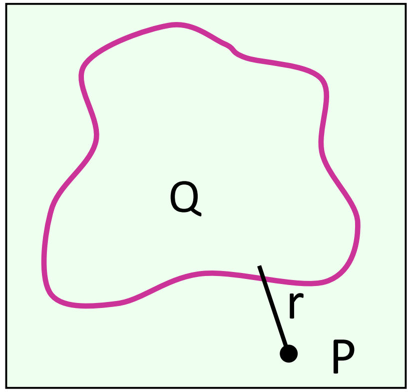
Trabalho para trazer q_2 do ∞ até à sua posição na vizinhança **de q_1** é

$$\boxed{K\frac{q_1 q_2}{r_{12}}}$$

Trabalho para trazer q_3 do ∞ até à sua posição na vizinhança de **q_1 e q_2** é

$$\boxed{K\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + K\frac{q_2 q_3}{r_{23}}}$$

3.5 Potencial Elétrico de Distribuições Contínuas de Carga



??Qual o potencial no ponto P devido à d. c. cargas

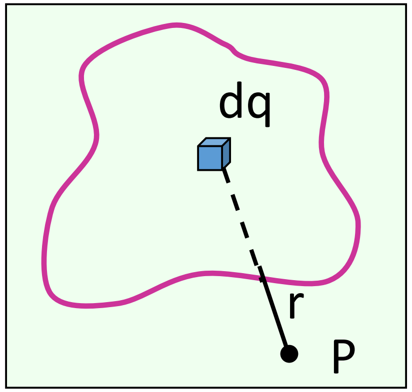
Abordagem A: Princípio de sobreposição

Abordagem B: Usando o campo elétrico

Abordagem A: Princípio de sobreposição

Considerando V(∞) = 0

Vamos considerar a contribuição para o potencial de um elemento de carga d*q*, (como carga pontual):



$$dV = K\,{}^{dq}\!/_{r}$$

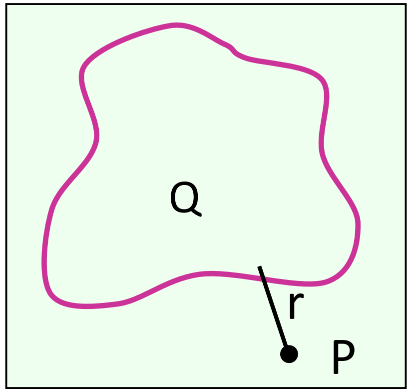
$$\left(pois\,V = K\frac{q}{r}\right)$$

O potencial no ponto P será a soma destas contribuições: $V = \sum dV$

$$\boxed{\boldsymbol{V = K\int \frac{dq}{r}}}$$

Sobre todo o corpo

Abordagem B: Usando o campo elétrico



$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Útil quando

i) se conhece o campo elétrico.

Ou

ii) quando **facilmente** se fica a conhecer o campo elétrico, por outras considerações, como a Lei de Gauss (caso de distribuição de cargas simétricas)

Assim, a metodologia é:

$\Rightarrow$ calcular o $\vec{E}$, usando a Lei de Gauss;

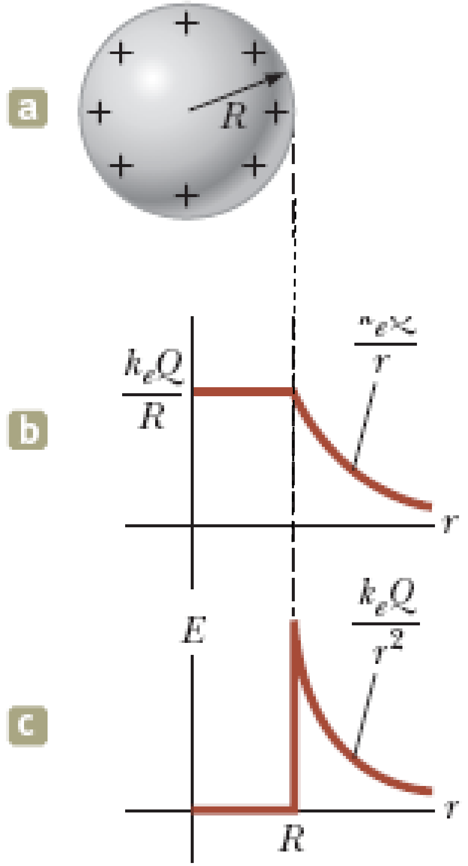
$\Rightarrow$ Substituir na equação que relaciona ***ΔV*** com $\vec{E}$.

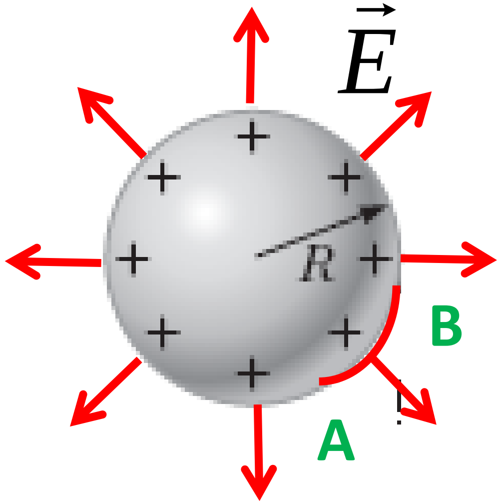
$\Rightarrow$ Finalmente, escolhe-se um ponto conveniente arbitrário, onde ***V*** é nulo.

Exemplo 1: Potencial gerado por condutores esféricos

???Como variará o potencial na superfície de uma esfera condutora

Já sabemos que num condutor esférico em equilíbrio eletrostático, o excesso de carga acumula-se à superfície (cap. anterior). A densidade superficial de carga, σ, nesse condutor é uniforme.





$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{r}$$

$$\Downarrow$$

Campo é perpendicular ao percurso.

$$V_B - V_A = 0$$

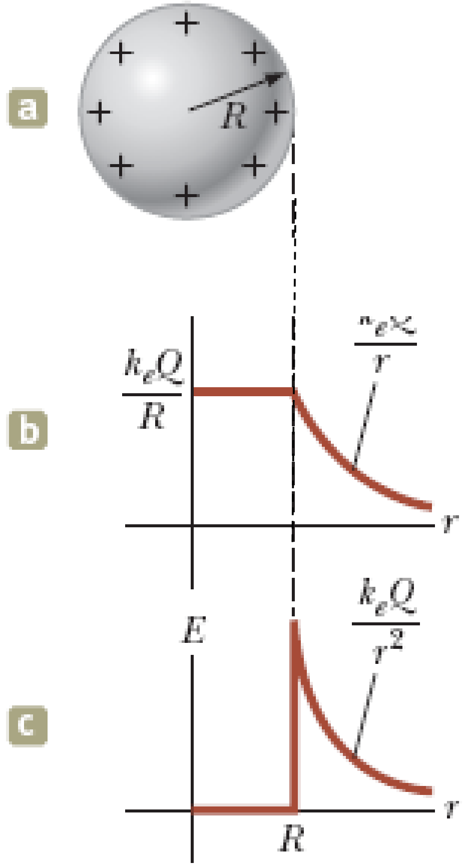
$$\Downarrow$$

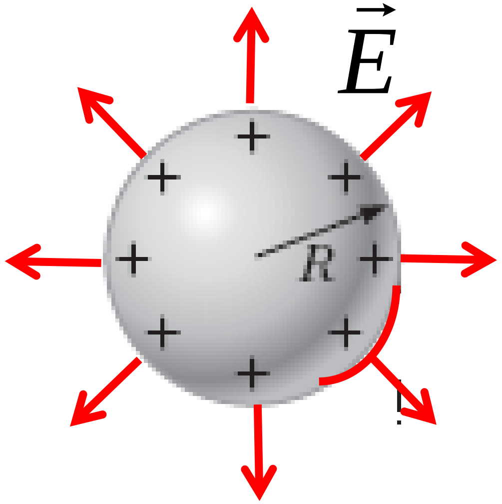
$$V_B = V_A$$

Portanto o potencial é constante ao longo da superfície.

Potencial gerado por condutores esféricos e não esféricos

???Como variará o potencial fora da esfera condutora





A

B

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{r}$$

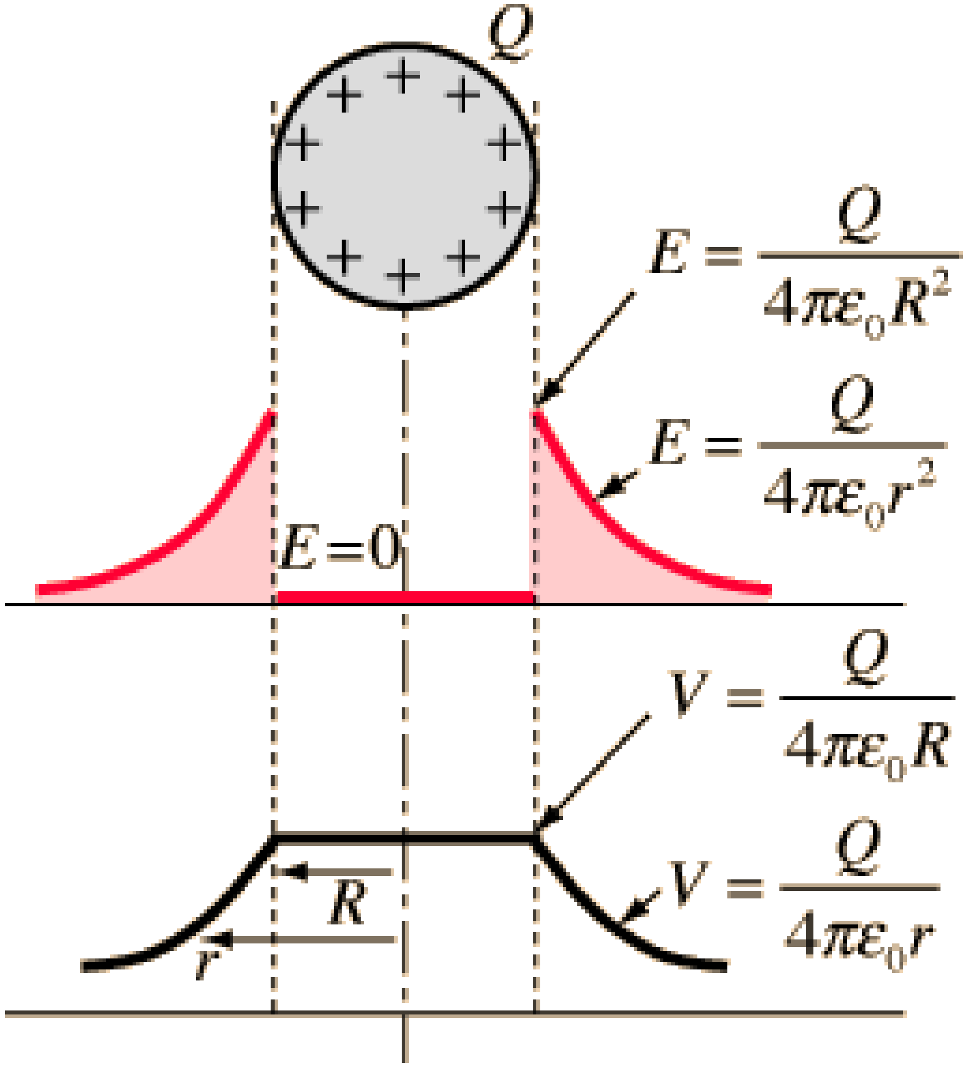
$$\Delta V_{\infty r} = -kq\int_r^{\infty} \frac{1}{r^2} \cdot d\vec{r}$$

$$V_{\infty} - V_r = -kq\left[-\frac{1}{r}\right]_r^{\infty}$$

$$-V_r = -kq\left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{r}\right]$$

$$V_r = \frac{kq}{r}$$

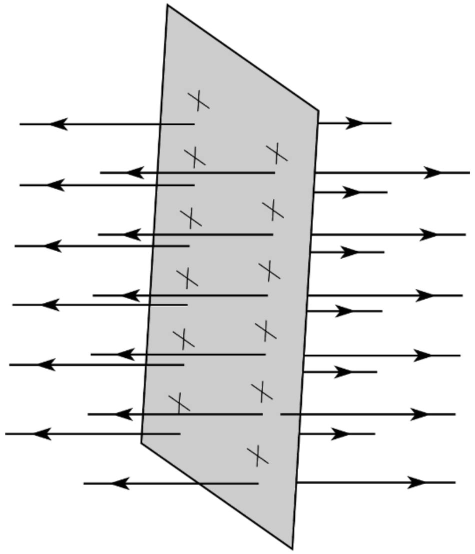
Campo elétrico e Potencial numa esfera condutora carregada



Como o campo é nulo no interior do condutor, então, no interior do condutor, o potencial é constante e igual ao potencial na superfície.

Exemplo 2: Potencial devido a um plano uniformemente carregado (σ)

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{r}$$



$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\imath} = -2\pi k\sigma\hat{\imath}$$

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{r} =$$
$$-(-2\pi k\sigma\hat{\imath})\cdot\left(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\,\hat{k}\right) = 2\pi k\sigma dx$$

$$\int dV = \int 2\pi k\sigma dx$$

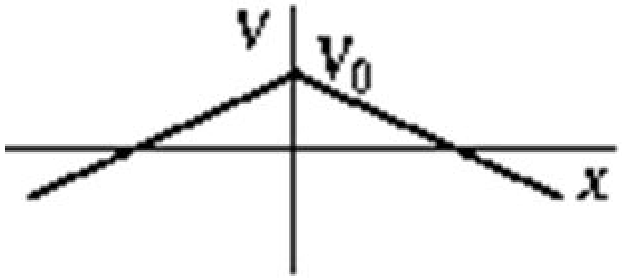
$$V = V_0 + 2\pi k\sigma x$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\imath} = 2\pi k\sigma\hat{\imath}$$

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{r} =$$
$$-(2\pi k\sigma\hat{\imath})\cdot\left(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\,\hat{k}\right) = -\,2\pi k\sigma dx$$

$$\int dV = \int -2\pi k\sigma dx$$

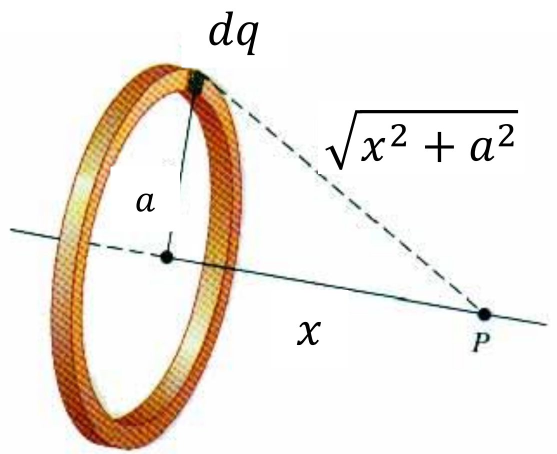
$$V = V_0 - 2\pi k\sigma x$$



$$\boxed{V = V_0 - 2\pi k\sigma|x|}$$

Exemplo 3: Potencial gerado por um anel com distribuição homogénea de carga

Potencial num eixo de um anel de carga Q, uniformemente carregado



O potencial criado por um elemento de carga dq, que pode ser considerado pontual, no ponto **P**, assumindo que o potencial é nulo no infinito, pode ser calculado por:

$$dV = \frac{kdq}{r}$$

A contribuição de todos os elementos de carga dq, para o potencial no ponto **P**, será:

$$V = \int \frac{kdq}{r}$$

$$V = \int \frac{kdq}{r} = \int \frac{kdq}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{k}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq$$

Q

$$\boxed{V = \frac{kQ}{\sqrt{x^2 + a^2}}}$$

3.6 Cálculo de $\vec{E}$ a Partir do Potencial Elétrico

Sabemos que:

- $\vec{E}$ e V são determinados por uma certa distribuição de cargas
- $\vec{E}$ e V estão relacionados por : $\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \Rightarrow \quad dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$

Assim, se $\vec{E}$ só tiver uma componente, E_x:

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = E_x dx \Rightarrow dV = -E_x dx \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{E_x = -\frac{dV}{dx}}$$

! O campo elétrico é igual ao negativo da derivada do potencial em relação a uma certa coordenada.

- <u>Em geral</u>, V é uma função das três coordenadas espaciais (coordenadas retangulares), então:

$$\boxed{E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}} \qquad \boxed{E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}} \qquad \boxed{E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}}$$

$$\Downarrow$$

Derivadas parciais $\rightarrow$ Na operação $\partial V / \partial x$ toma-se a derivada em relação a ***x***, mantendo-se ***y*** e ***z*** constantes

Exemplo: $\boldsymbol{V} = 3\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{y} + \boldsymbol{y}^2 + \boldsymbol{yz}$

$$\partial V/\partial x = \partial/\partial x\left(3x^2y + y^2 + yz\right) = 3y\,\partial/\partial x\left(x^2\right) + \partial/\partial x\,(y^2) + \partial/\partial x\,(yz) = 6xy + 0 + 0$$

$$\partial V/\partial y = \partial/\partial y\left(3x^2y + y^2 + yz\right) = 3x^2\,d/dy\,(y) + \partial/\partial y\,(y^2) + \partial/\partial y\,(yz) = 3x^2 + 2y + z$$

- Em notação vetorial:

$$\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = -\nabla\mathbf{V} = -\left(\hat{\boldsymbol{i}}\,\partial/\partial\mathbf{x} + \hat{\boldsymbol{j}}\,\partial/\partial\mathbf{y} + \hat{\boldsymbol{k}}\,\partial/\partial\mathbf{z}\right)\mathbf{V}$$

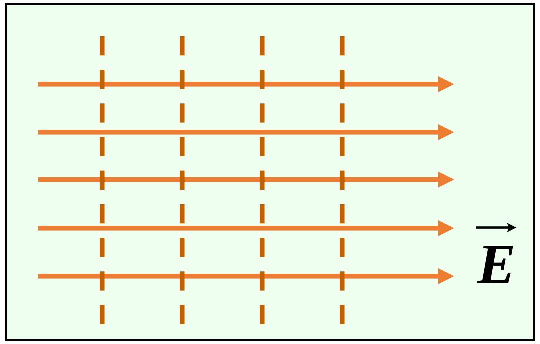
- ∇ é o operador gradiente.

Superfícies equipotenciais – Superfícies com igual valor de potencial elétrico.

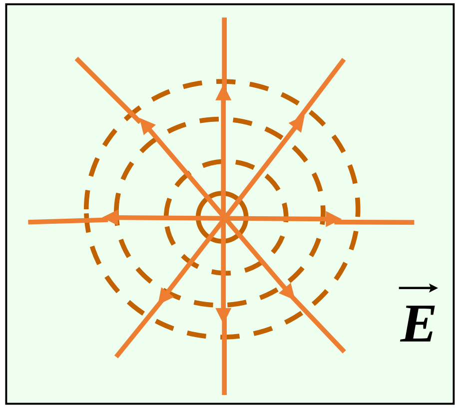
As superfícies equipotenciais são sempre perpendiculares às linhas de campo elétrico.

As linhas de campo elétrico apontam no sentido decrescente do valor de potencial.

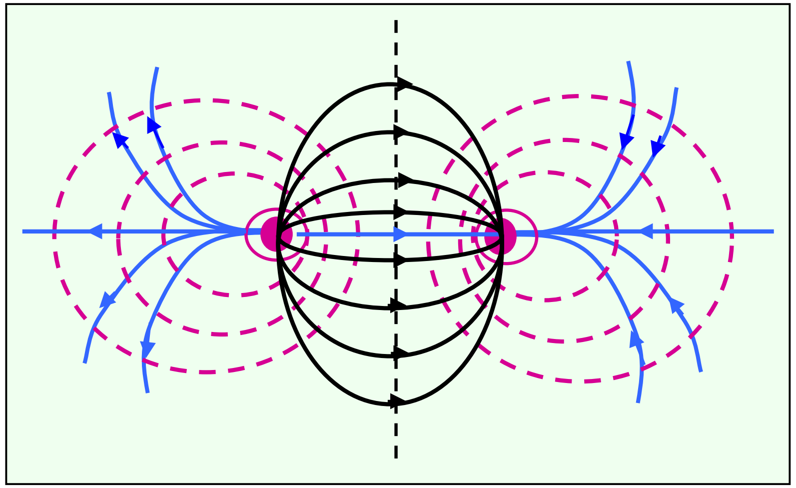
Superfícies equipotenciais (---)
Linhas do campo elétrico (→)



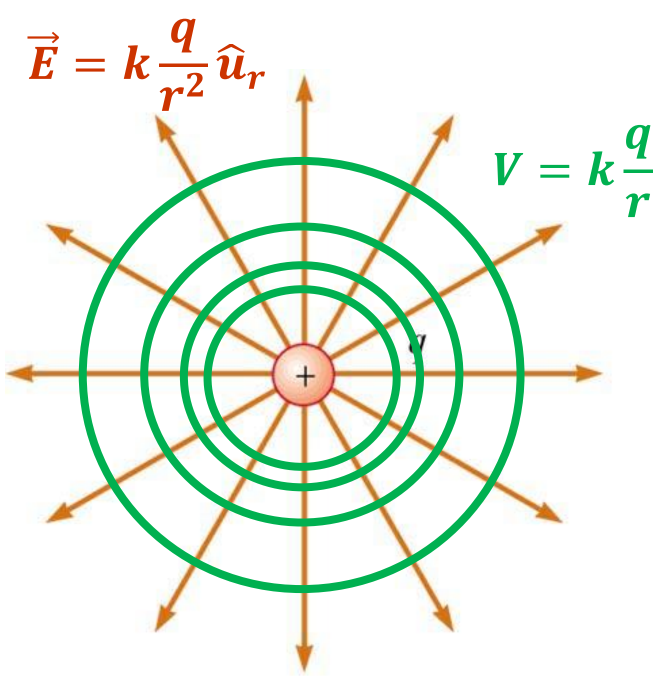
campo elétrico uniforme provocado por um plano ∞ carregado



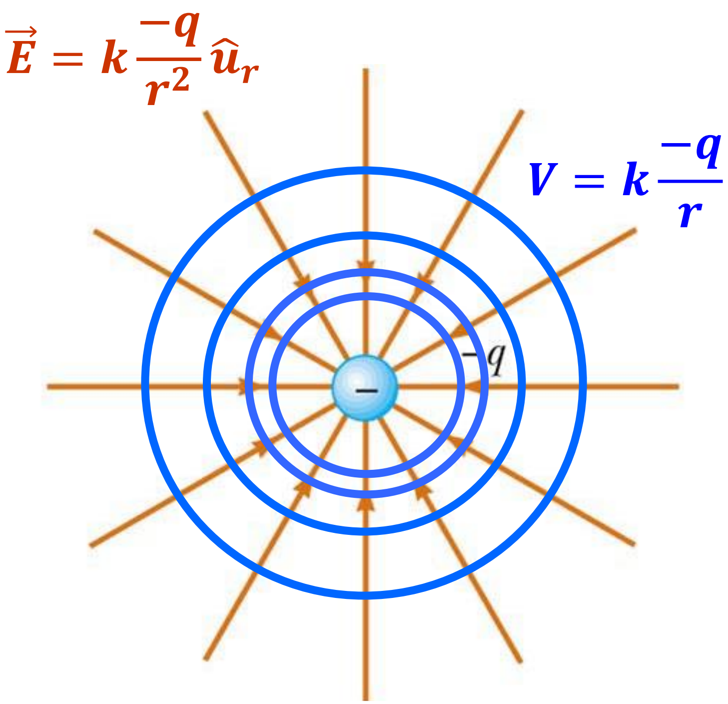
campo elétrico (não uniforme) provocado uma carga pontual positiva



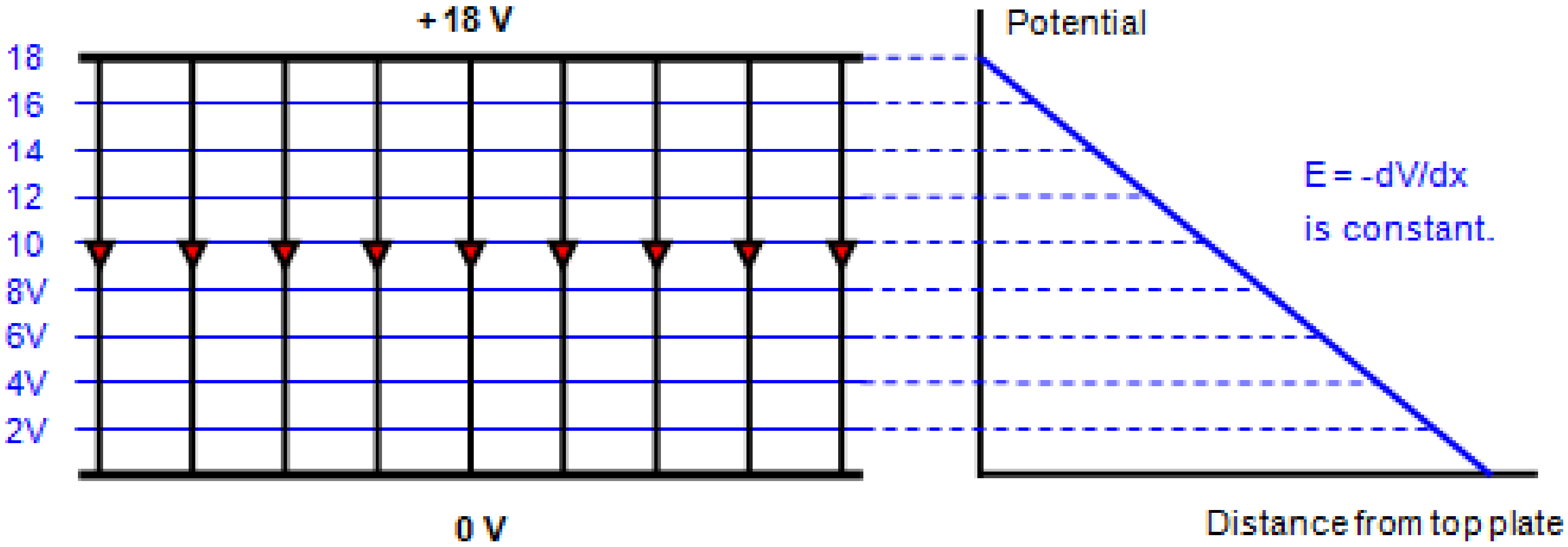
campo elétrico (não uniforme) provocado um dipolo elétrico



$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{u}_r$
$V = k\frac{q}{r}$
+
q



$\vec{E} = k\frac{-q}{r^2}\hat{u}_r$
$V = k\frac{-q}{r}$
−
$-q$

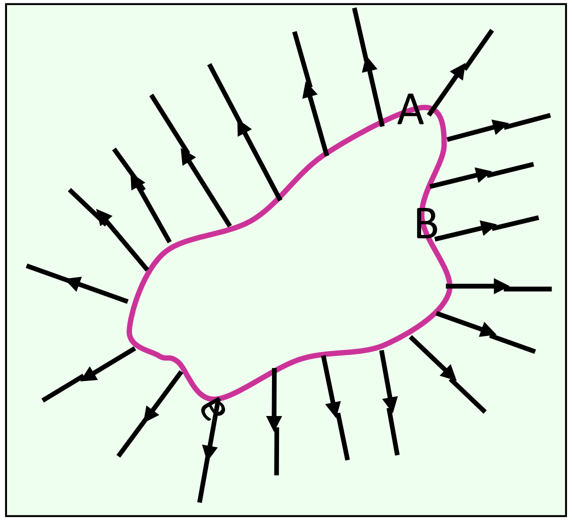


+18 V
18
16
14
12
10
8V
6V
4V
2V
0 V
Potential
E = -dV/dx
is constant.
Distance from top plate

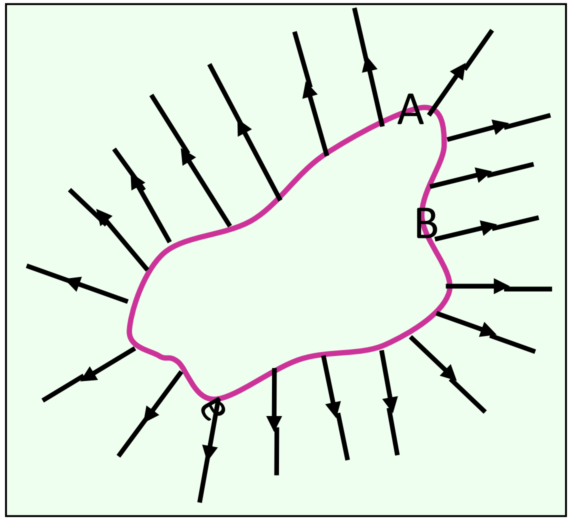
3.7 O Potencial de um Condutor Carregado

O condutor está em equilíbrio LOGO

- Se tem excesso de carga $\rightarrow$ está na superfície externa.
- $\vec{E}$ na face externa $\perp$ à superfície.
- $\vec{E} = 0$ no interior do condutor.



??? Qual o potencial na sua superfície?



Sobre qualquer curva/deslocamento, na superfície

$$\vec{E} \perp d\vec{r}$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = |\vec{E}||d\vec{r}|\cos(\vec{E}, d\vec{r}) = |\vec{E}||d\vec{r}|\cos(90^o) = 0$$

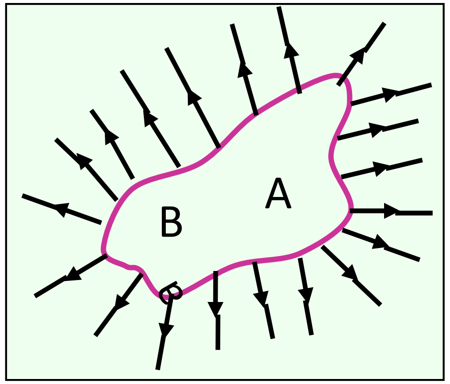
$$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0}$$

$\forall$ A e B

Todos os ponto sobre a superfície dum condutor carregado, em equilíbrio, **está ao mesmo potencial.**

$\Rightarrow$A superfície de qualquer condutor carregado, em equilíbrio, é uma superfície equipotencial.

??? Qual o potencial no interior?



$\vec{E} = 0$ no interior $\Rightarrow$ o potencial é constante $\forall$P no interior do condutor: constante e igual ao valor que tem na superfície do condutor.

$$\boxed{E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = 0 \Leftrightarrow V = Conste}$$

$\Rightarrow$Não há trabalho para deslocar uma carga de prova do interior dum condutor carregado até à sua superfície.

$$\boxed{\Delta V^{A-B} = \frac{\Delta E_{p,q}^{A-B}}{q} = \frac{-W_q^{A-B}}{q}}$$

Curiosidades: Descarga em Coroa

- Brilho azulado, visível a olho nu nas vizinhanças de pontas agudas dum condutor a um potencial elétrico elevado.

- O ar atmosférico torna-se condutor, em virtude da ionização das moléculas de ar nas regiões de campos elétricos elevados.

- Em condições normais de temperatura e pressão este tipo de descarga acontece quando E ~ 3×10^6 V/m ou mais.

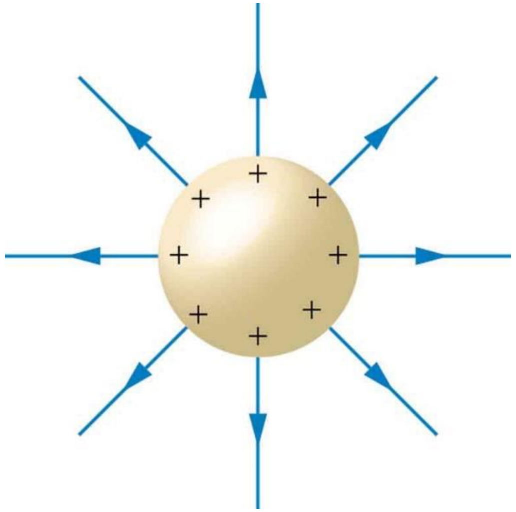
- O ar contém um pequeno número de iões (e.g. ionização pelos raios cósmicos.)

- Condutor carregado $\Rightarrow$ atrai os iões de sinais opostos ao seu.
- Vizinhanças de pontas agudas $\rightarrow$ campo muito elevado $\Rightarrow$ iões do ar acelerados a velocidades muito elevadas.

- Iões muito energéticos colidem com outras moléculas do ar $\rightarrow$ produzem mais iões e elevam a condutividade elétrica do ar.

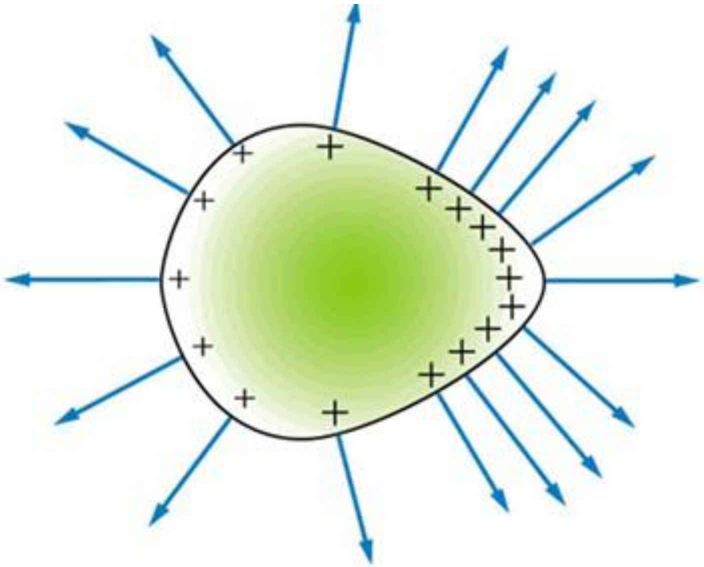
Campos elétricos na vizinhança de corpos com raio de curvatura diferente.

Em condutores carregados com raio de curvatura constante, em equilíbrio eletrostático, as cargas elétricas acumulam-se à superfície (uniformemente distribuídas $\Rightarrow$ a distância entre elas é semelhante).
$\Rightarrow$ Uma esfera cria um campo radial à sua volta.

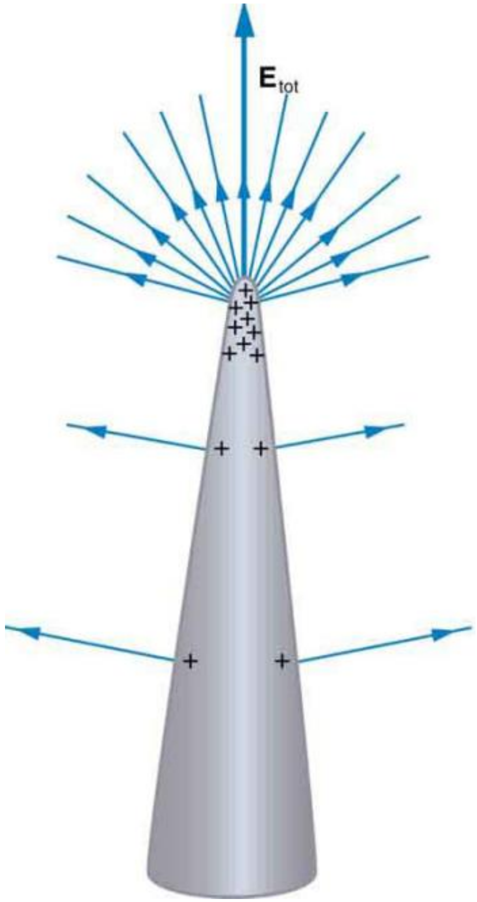


E se o raio de curvatura variar?

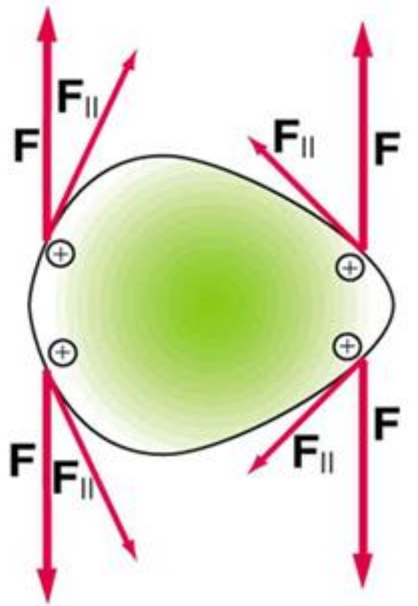
O excesso de carga num conductor de raio variável fica mais concentrado nas regiões mais ponteagudas (com raio de curvatura menor).

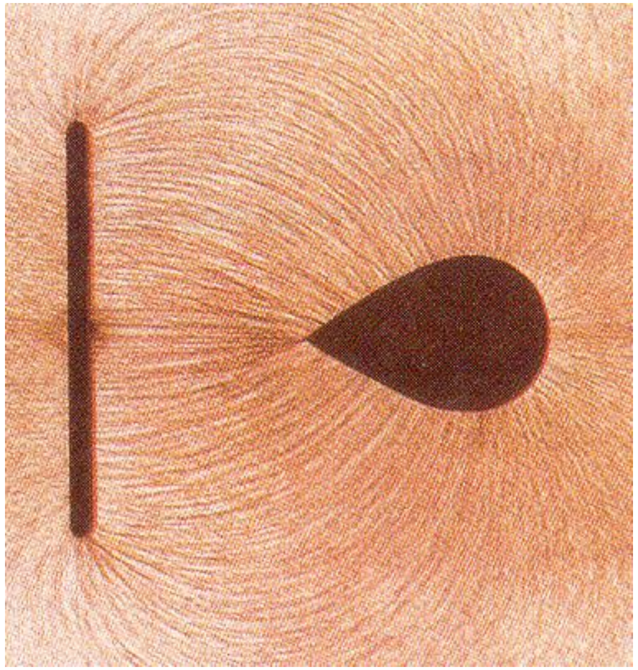


É nestas regiões de menor raio de curvatura que o excesso de carga pode abandonar ou entrar no conductor.



Porque é que isto acontece? A força de repulsão eletrostática, entre estas cargas do mesmo sinal, é mais eficiente em superficies de raio de curvatura maior. A componente da força paralela à superfície é maior, e portanto estas cargas ficam mais afastadas (menos concentradas).





Reparar que, o campo elétrico é mais intenso nas zonas onde o raio de curvatura é menor.