



II. DIGITALIZAÇÃO

*"Processo que permite **transformar** os **sinais analógicos**, contínuos no tempo, em **sequências de números** com um número limitado de dígitos, que representam a amplitude do sinal em instantes de tempo regularmente espaçados"*

- as questões relacionadas com **analógico** vs **digital** abrangem os domínios dos dados, dos sinais e dos sistemas de transmissão



II. DIGITALIZAÇÃO

...Questões relacionadas com a **natureza dos sinais**





II. DIGITALIZAÇÃO

...Questões relacionadas com a **transmissão**

Transmissão Analógica

- Sinal analógico é transmitido independentemente dos dados que ele transporta
- Sinal é atenuado ao longo da distância percorrida
- Utilização de **amplificadores** para aumentar a potência do sinal mas...
- ...também amplificam o **ruído** existente



II. DIGITALIZAÇÃO

Transmissão Digital

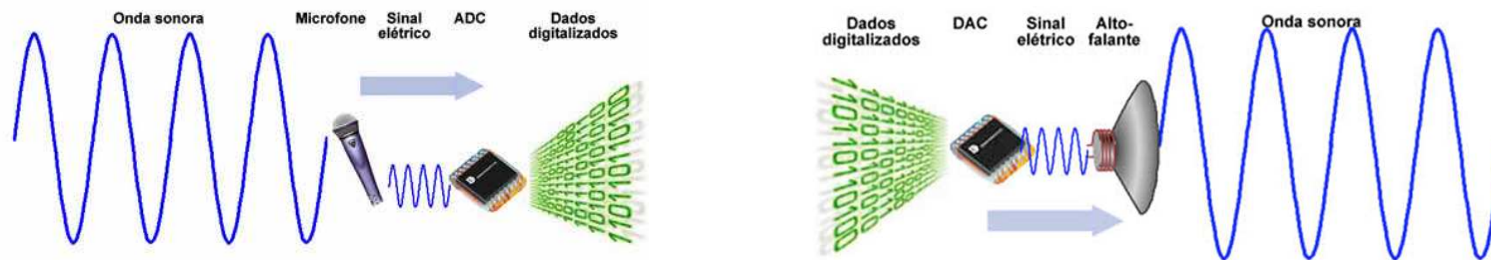
- Preocupação com os dados (mensagem) que o sinal transporta
- Utilização de equipamentos que: recebem o sinal, observam os dados que eles transportam, e **retransmitem/regeneram o sinal**
 - a atenuação do sinal é assim ultrapassada e...
 - ... o ruído não é amplificado
- Possibilidade da utilização de **mecanismos detetores/corretores de erros**



II. DIGITALIZAÇÃO

Este capítulo foca principalmente...

*"Processo que permite **transformar** os **sinais analógicos**, contínuos no tempo, em **sequências de números** com um número limitado de dígitos, que representam a amplitude do sinal em instantes de tempo regularmente espaçados"*





II. DIGITALIZAÇÃO

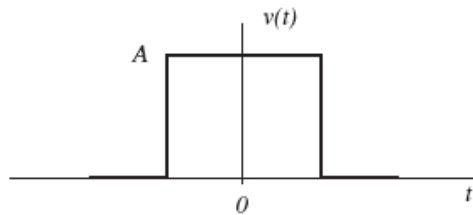
A base teórica da digitalização requer a compreensão de conceitos adicionais:

- **espectro** de um sinal
- **largura de banda** de um sinal
- **largura de banda de transmissão** de um sistema
- **ritmo máximo de símbolos** digitais suportado por um sistema de transmissão

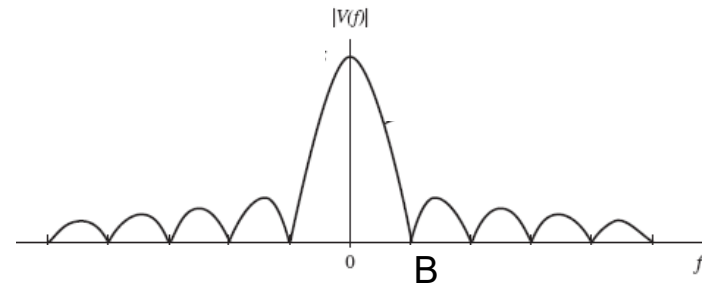


II. DIGITALIZAÇÃO - conceitos introdutórios -

Exemplo da representação de um sinal no **domínio do tempo**



Representação de um sinal no **domínio das frequências**



- **Espectro de um sinal** - é uma representação do sinal no domínio das frequências
- **Largura de Banda (B)** de um sinal é a amplitude de um intervalo espectral positivo onde está *"parte significativa"* da energia do sinal

... mais tarde
será estudado
em profundidade



II. DIGITALIZAÇÃO - conceitos introdutórios -

Sistemas de transmissão

- Também podem ser representados no **domínio das frequências**
- Define-se **largura de banda de transmissão de um sistema (B_T)** como o intervalo de frequências nas quais o sistema permite uma transmissão com qualidade "aceitável"

... mais tarde será estudado em profundidade



II. DIGITALIZAÇÃO - conceitos introdutórios -

- **Ritmo de Nyquist** num sistema de transmissão com largura de banda B_T , o ritmo máximo teórico de símbolos (r_s) digitais que por ele se podem transmitir é de:

$$r_s \leq 2 * B_T$$

- **Filtros** sistemas que por alguma razão pretendem alterar o espectro do sinal (modelados da mesma forma que os sistemas de transmissão). Diversos tipos: passa-baixo, passa-alto, passa-banda...

> **Quais as fases** de um processo de digitalização?



II. DIGITALIZAÇÃO

- 1. Amostragem** – recolha periódica de valores do sinal (amostras);
- 2. Quantização** – aproximação do valor das amplitudes das amostras a um número limitado de níveis quânticos;
- 3. Conversão AD** – representação do valor aproximado das amplitudes das amostras através de valor numérico/digital (normalmente em binário);
- 4. Codificação de Linha** – transformação dos valores numéricos em formas de representação apropriadas ao canal de transmissão.

discretização no tempo

discretização na amplitude



II. DIGITALIZAÇÃO

Amostragem

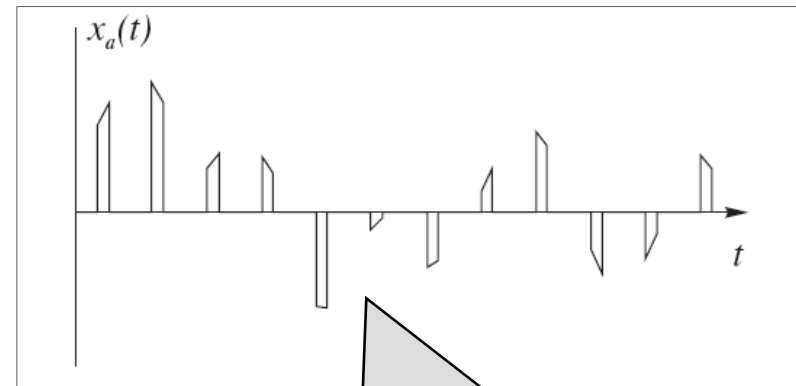
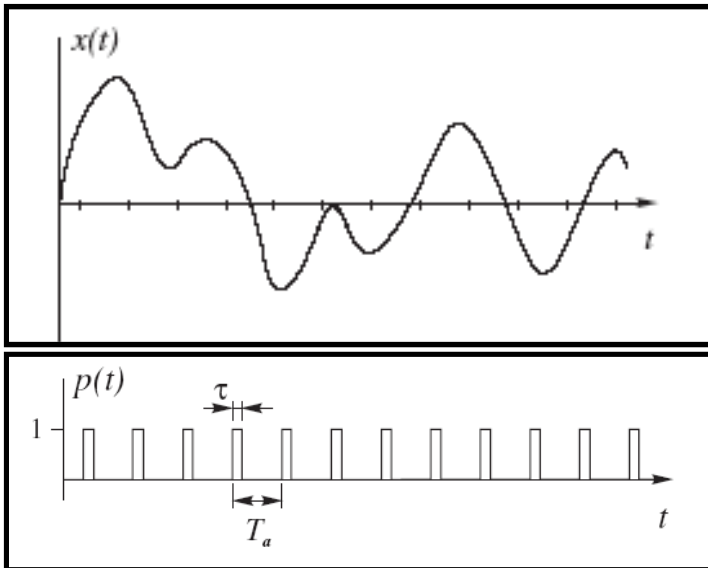
- Processo pelo qual o sinal é **amostrado** através de uma sequência de pulsos intercalados no tempo
- A quantidade de amostras recolhidas depende de um parâmetro designado por **frequência de amostragem**
- Que valor para a frequência de amostragem?



II. DIGITALIZAÇÃO

Amostragem

- $x(t)$ é o sinal original
- $p(t)$ representa uma série de pulsos intercalados no tempo
- $x_a(t)$ é o sinal amostrado: $x_a(t) = x(t) * p(t)$



Sinal também designado por
PAM (pulse amplitude
modulation)



II. DIGITALIZAÇÃO

Supondo um sinal limitado à Banda $[0..B]$ quantas amostras precisamos para que $x_a(t)$ represente de alguma forma o sinal $x(t)$?

Seja $X(f)$ o espectro do sinal original e $X_a(f)$ o espectro do sinal amostrado, prova-se que:

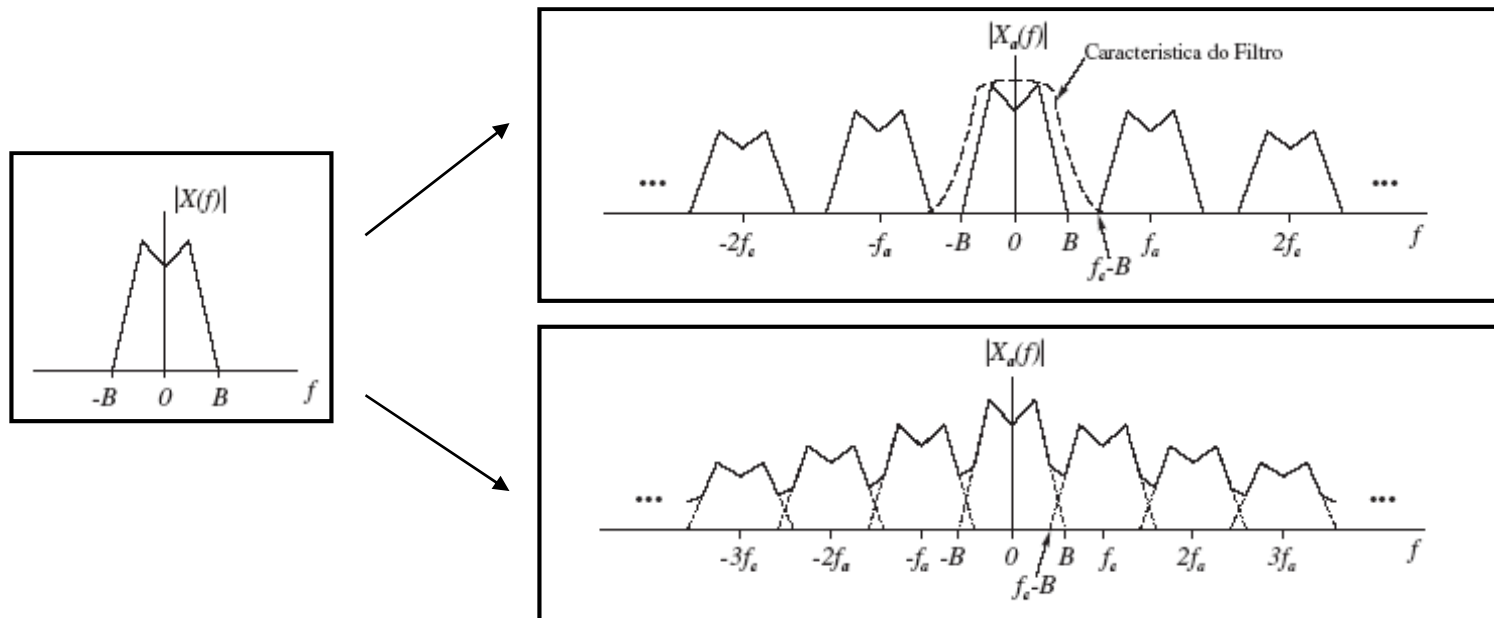
$$X_a(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C(nf_a) X(f - nf_a)$$

ou seja, o espectro do sinal amostrado é aproximadamente igual à soma do espectro $X(f)$ com réplicas desse espectro desfasadas em $\pm n \cdot f_a$ Hz.



II. DIGITALIZAÇÃO

Exemplo de **dois cenários de amostragem...**





II. DIGITALIZAÇÃO

Teorema 5.1 (Teorema da Amostragem) *Um sinal de espectro limitado à banda de frequências $[0, B]$ fica completamente definido pelas suas amostras desde que recolhidas a uma frequência igual ou superior a $2B$,*

$$f_a \geq 2B \quad (5.6)$$

podendo o sinal ser recuperado a partir das amostras por filtragem passa-baixo com largura de banda do filtro B_T igual a B Hz.

Teorema que define um limite mínimo para a frequência de amostragem



II. DIGITALIZAÇÃO

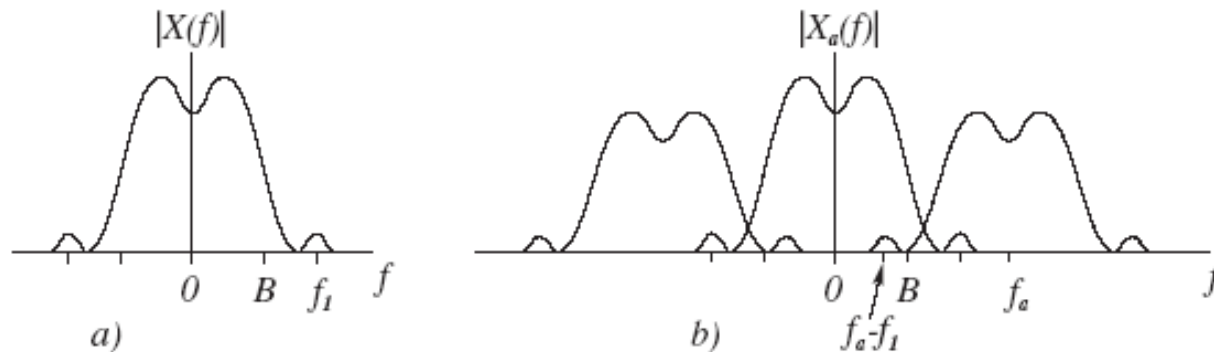
Algumas considerações relacionadas com a operação de amostragem na prática:

- Filtros não são ideais;
 - Os sinais não possuem espectros limitados.
- Devido a isto a frequência de amostragem é normalmente maior que $2*B$, ainda que, em termos teóricos, se assuma $f_a \geq 2B$.



II. DIGITALIZAÇÃO

Na realidade, um sinal, embora tenha largura de banda B , tem um espectro que se estende para além desta banda com componentes não nulas...

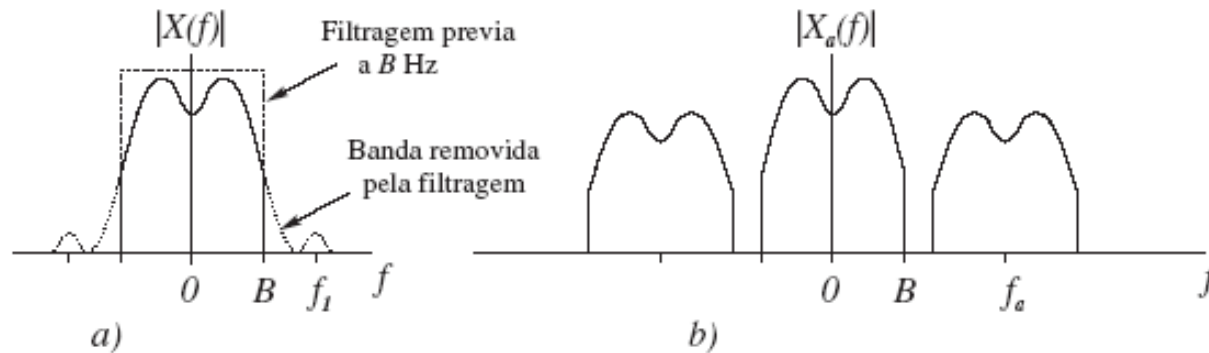


Aliasing espectral dos sinais da prática mesmo com $f_a > 2B$



II. DIGITALIZAÇÃO

Exemplo envolvendo a **filtragem prévia do sinal** por forma a evitar o fenómeno de *aliasing*.

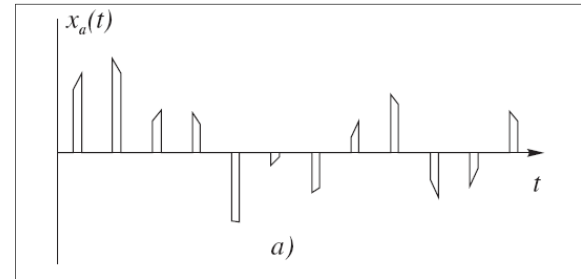


Filtragem prévia do sinal evitando o *aliasing* na amostragem



II. DIGITALIZAÇÃO

Quantização



- As amplitudes das amostras podem ter um valor infinito de valores (ou **precisão infinita**)...
- A quantização torna possível a *transformação* dos valores das amplitudes das amostras num **conjunto finito de valores discretos**.
- Esta *transformação* introduz **ruído** no processo.
- O processo de **discretização das amplitudes** designa-se por **quantização**.
- Existem diferentes estratégias de quantização.



II. DIGITALIZAÇÃO

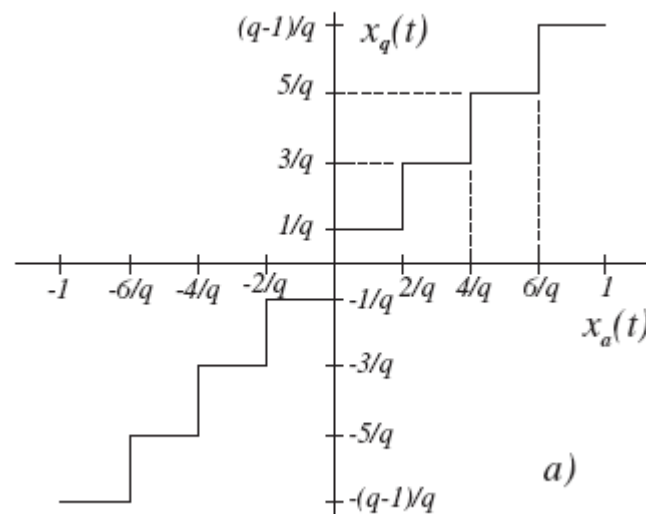
Quantização Uniforme

- Divisão do intervalo da variação do valor das amostras em **níveis quânticos de amplitude fixa** (i.e. igualmente espaçados entre si).
- Quantos mais níveis quânticos (**número q**) maior a precisão na representação da amostra.
- Se **K for o número de dígitos** a utilizar na representação dos valores dos níveis quânticos, então **$K = \log_M(q)$** , em que M é a base escolhida (geralmente $M = 2$, pois a codificação binária é a mais frequente).



II. DIGITALIZAÇÃO

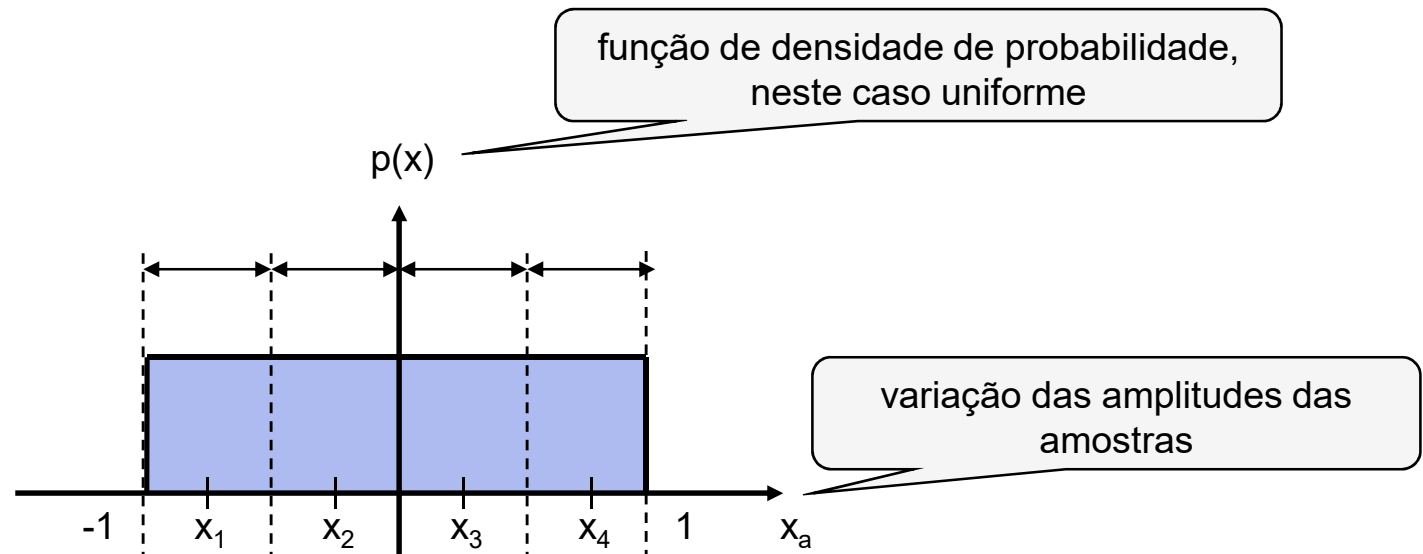
Quantização Uniforme





II. DIGITALIZAÇÃO

Quantização Uniforme - exemplo com quatro intervalos -





II. DIGITALIZAÇÃO

Ruído da Quantização Uniforme

- Erro em cada amostra

$$\xi_q = |x_a(t) - x_q(t)|$$

- Potência do ruído de quantização

$$\overline{\varepsilon_q^2} = N_q = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} (x - x_q)^2 \cdot p(x) dx$$

$$N_q = 1/3 q^2$$

- Relação entre potência do sinal e do ruído

$$S/N_q = 3q^2 S \quad (S/N_q)_{\text{dB}} = 10 \log_{10} (S/N_q)$$

$$S/N_q \leq 3q^2$$

$$(S/N_q)_{\text{dB}} \leq 4.8 + 6K$$

assumindo $S \leq 1$ e K o número de dígitos binários



II. DIGITALIZAÇÃO

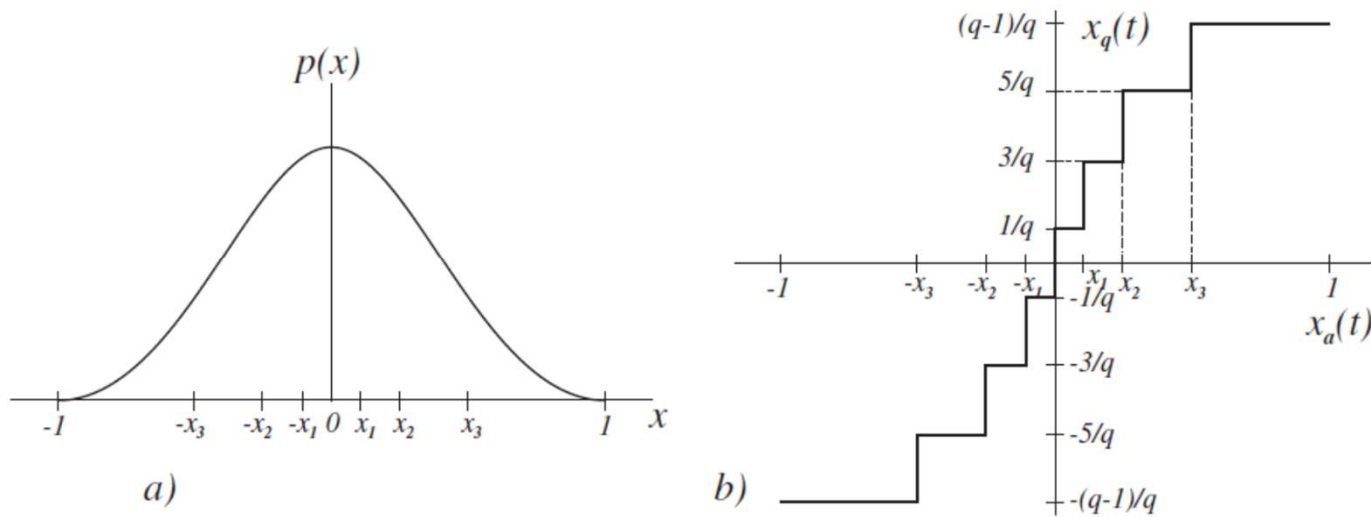
Quantização Não Uniforme

- Por vezes os sinais analógicos possuem elevados valores de crista...
 - Amplitude do sinal situa-se mais frequentemente na zona das amplitudes mais baixas...
 - Objetivo é **diminuir o ruído** total da quantização para fontes com uma **função de densidade de probabilidade** não uniforme...
- Quantização não uniforme.... níveis quânticos **não estão igualmente espaçados entre si.**



II. DIGITALIZAÇÃO

Quantização Não Uniforme

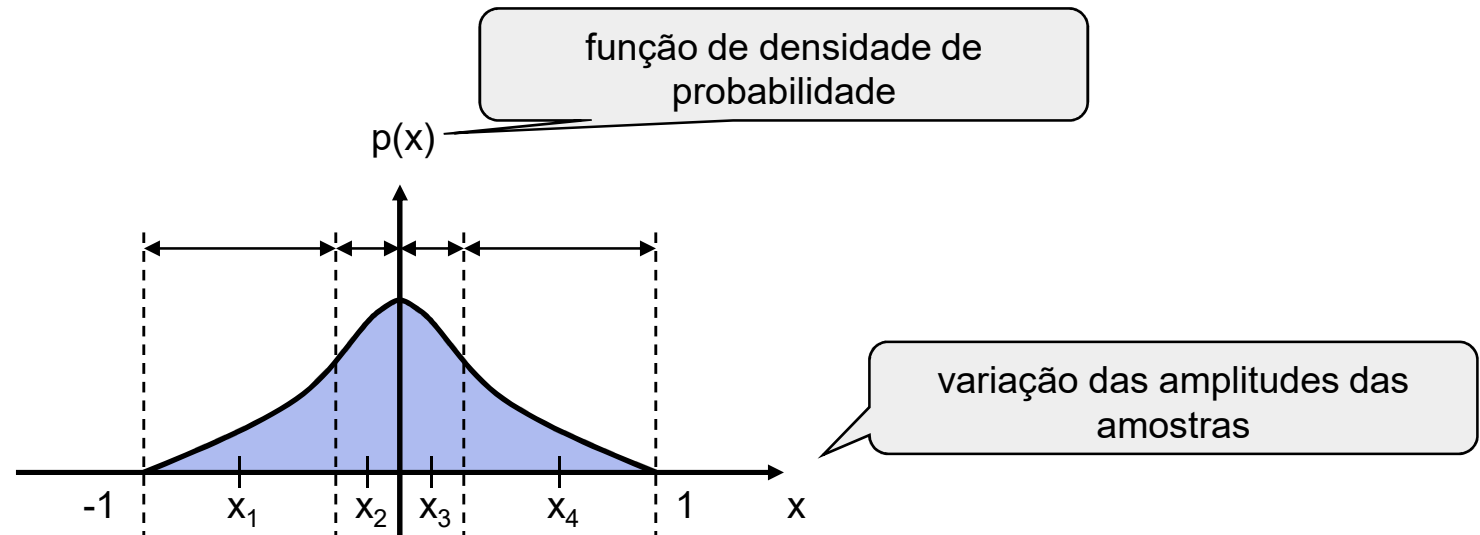




II. DIGITALIZAÇÃO

Quantização Não Uniforme

- exemplo com quatro intervalos -





II. DIGITALIZAÇÃO

A Figura 1 mostra a função de densidade de probabilidade $p(x)$ das amplitudes das amostras de um sinal. Na definição dum quantizador deve ter-se em consideração:

- *Melhor* qualidade com quantização uniforme ou não uniforme?
- Como definir *bons* intervalos de quantização?
- Quantizador uniforme com mais ou menos níveis que quantizador não uniforme?
- Como estabelecer um quantizador em que as amplitudes quantizadas ocorram com igual probabilidade?
- Relacionar o sinal com a entropia!?

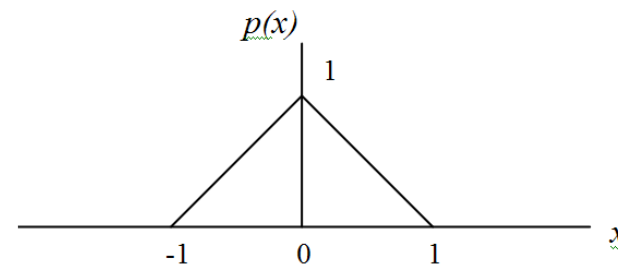


Figura 1



II. DIGITALIZAÇÃO

Quantização Não Uniforme

- Um quantizador não uniforme é **mais complexo** de implementar que um uniforme.
- Na prática, a **quantização não uniforme** pode realizar-se mais facilmente com método alternativo em duas fases:
 1. Compressão não linear do sinal
 2. Quantização uniforme do sinal comprimido
- Prova-se que este método equivale a uma quantização **não uniforme** do sinal original.



II. DIGITALIZAÇÃO

Compressão Não Linear

- Técnica que permite uniformizar a densidade de probabilidade das amplitudes dos sinais.
- Por exemplo, estudos provam que o compressor linear que melhor uniformiza alguns sinais de áudio tem uma característica:
 - linear, de zero até um certo valor das amplitudes ($1/A$)
 - ... e depois logarítmica até ao valor máximo.



II. DIGITALIZAÇÃO

Quantização Não Uniforme

Companding de *Lei-A* (norma europeia)

$$y = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A} & \text{para } |x| \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A} & \text{para } \frac{1}{A} < |x| \leq 1 \end{cases}$$

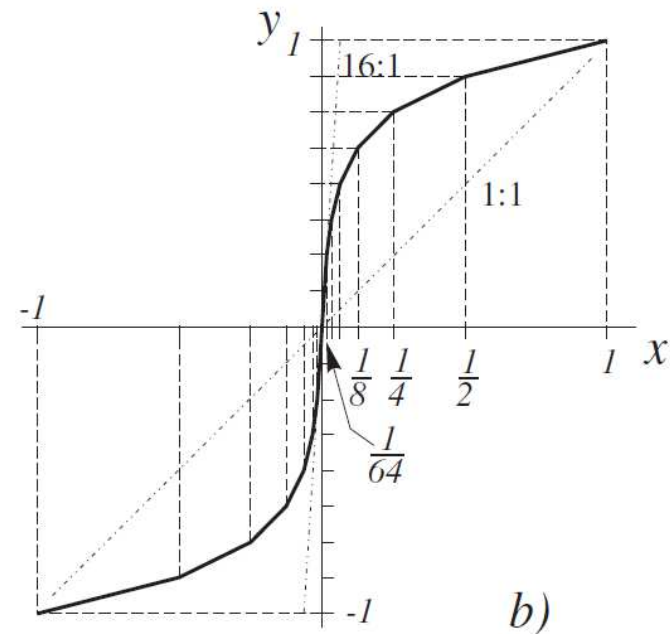
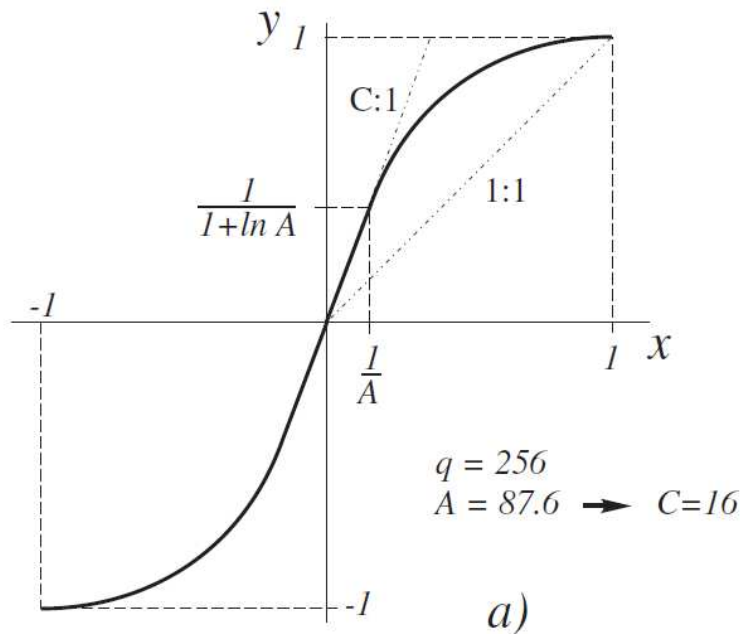
- $x(t)$ é comprimido linearmente dando origem a $y(t)$
- $y(t)$ é amostrado e quantizado uniformemente dando origem a $y_q(t)$
- $y(t)$ é depois recuperado por filtragem e depois expandido pela função inversa para se obter $x(t)$



II. DIGITALIZAÇÃO

Quantização Não Uniforme

- com Companding de Lei-A -



Compressor de lei-A e sua aproximação com 13 segmentos



II. DIGITALIZAÇÃO

Quantização Não Uniforme

Nos Estados Unidos da América a lei de aplicada na compressão linear é designada por **Lei- μ** :

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)}$$



II. DIGITALIZAÇÃO

Codificação na Conversão Analógico a Digital (ADC)

- Depois de quantizadas as amostras são transformadas em q valores discretos;
- A conversão analógico digital converte os valores discretos das amostras numa base numérica M ;
- Se K for o número de dígitos a utilizar na representação dos valores dos níveis quânticos, então $K = \log_M(q)$;
- Normalmente $M = 2$ e a digitalização gera uma sequência de bits.



II. DIGITALIZAÇÃO

Codificação PCM

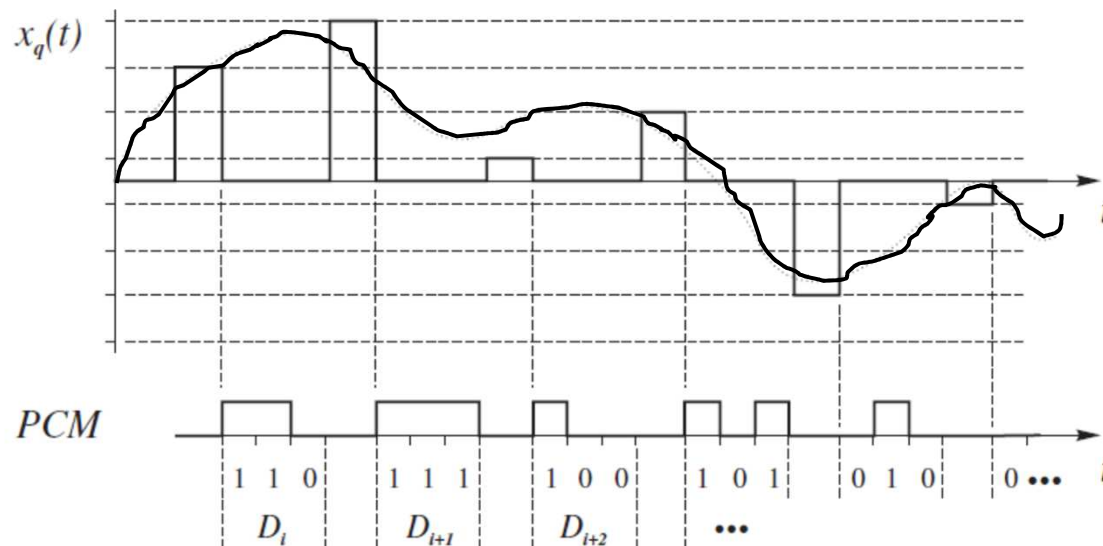
- **Pulse Code Modulation** é a designação que se dá à sequência serializada no tempo dos dígitos resultantes da codificação das amostras.
- O ritmo de símbolos de um canal PCM codificado a K dígitos/símbolos por amostra é igual a:

$$r_c = K * f_a \text{ símbolos/seg (se } M = 2, \text{ vem em bits/seg)}$$



II. DIGITALIZAÇÃO

Codificação PCM

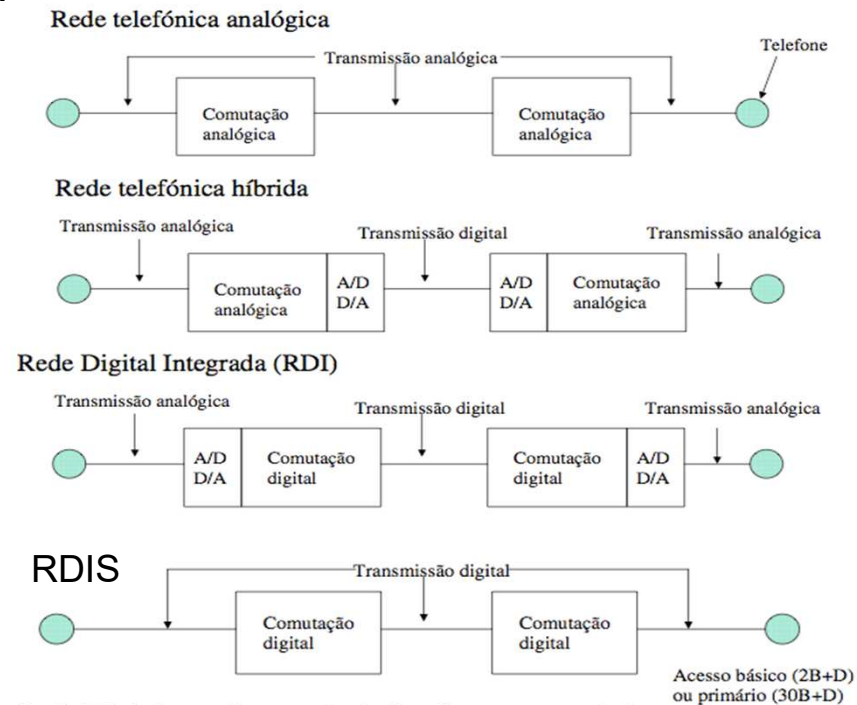




II. DIGITALIZAÇÃO

Exemplo

Telefones RDIS (evolução digital para a rede telefónica) – o acesso básico possui dois canais B para transmissão de voz ou dados de 64 Kbps cada um e um canal D de 16 Kbps utilizado para sinalização.





II. DIGITALIZAÇÃO

Exemplos de normalizações PCM

Sinais telefónicos (ITU, Recomendação G.711)	
Frequência de amostragem:	$f_a = 8 \text{ KHz}$
Quantização:	não-uniforme a $q = 256$ níveis
Palavra PCM:	$k = 8$ bits
Ritmo binário (um canal):	$r_b = k f_a = 64 \text{ Kbps}$
Lei de quantização Europeia:	compressão digital segundo a <i>lei-A</i> , com 13 segmentos.
Lei de quantização Americana:	compressão digital segundo a <i>lei-μ</i> , com 15 segmentos.
Sinais de Vídeo (Televisão)	
Frequência de amostragem:	$f_a = 13.3 \text{ MHz}$
Quantização:	uniforme com $k = 8$ ou 9 bits
Gravação de Música	
Frequência de amostragem:	$f_a = 44.1 \text{ KHz}$
Quantização:	uniforme com $k = 16$ bits
Ritmo binário:	$r_b \approx 0.7 \text{ Mbps}$

Transmissão de Música	
Frequência de amostragem:	$f_a = 32 \text{ KHz}$
Quantização:	uniforme com $k = 14$ bits
Ritmo binário:	$r_b = 448 \text{ Kbps}$ ou
Quantização:	não-uniforme com $k = 12$ bits
Ritmo binário:	$r_b = 384 \text{ Kbps}$
Lei de quantização:	<i>lei-A</i> com 5 segmentos ou
Quantização:	não-uniforme com $k = 10$ bits
Ritmo binário:	$r_b = 320 \text{ Kbps}$
Lei de quantização:	<i>lei-A</i> com 13 segmentos



II. DIGITALIZAÇÃO

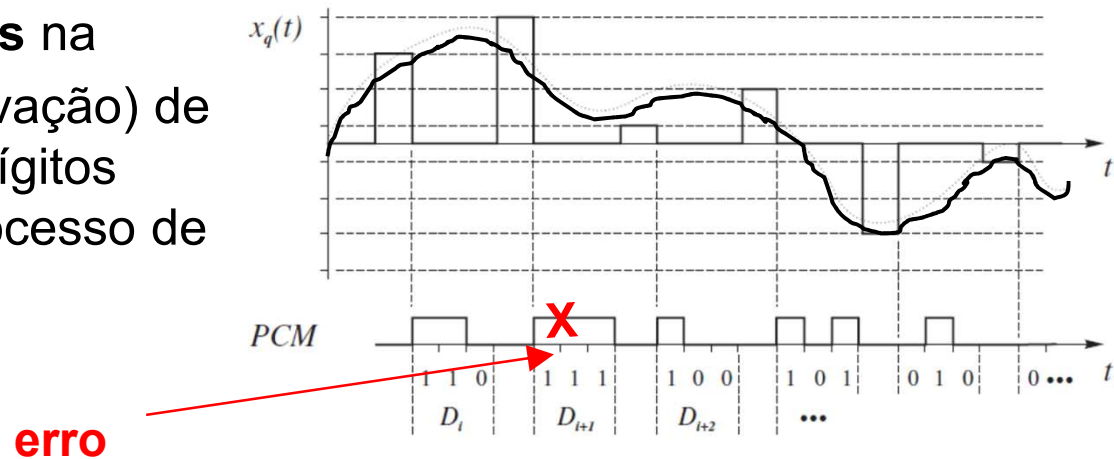
- “Suponha que, após o processo de quantização uniforme das amostras do sinal, se verifica permanentemente que alguns dos níveis quânticos ocorrem com muita maior probabilidade que os outros. Nesse caso, isso seria uma indicação de que existiriam vantagens na utilização de uma técnica de quantização não uniforme?”
- “Um sinal analógico de vídeo com uma potência $S=X$ watts, cuja banda espectral se estende até Y MHz, foi digitalizado uniformemente em PCM após amostragem ao ritmo mínimo teórico, com uma relação S/N_q não inferior a Z dB. Qual o tamanho do ficheiro em bytes que contém 3 minutos de vídeo?”
- “Um sistema de transmissão possui um conversor analógico-digital para poder transmitir o sinal numa linha digital. O sinal para transmissão tem uma largura de banda de 6 KHz. Pretende-se utilizar um mecanismo de quantização uniforme. A codificação das amostras depois de quantizadas é realizada em binário e a largura de banda do canal de transmissão é igual a 50 KHz. É possível atingir uma potência do ruído de quantização inferior a 2 microwatts?”



II. DIGITALIZAÇÃO

E se ocorrerem **erros** na transmissão (ou gravação) de uma sequência de dígitos resultante de um processo de digitalização?

Codificação PCM



E se na transmissão se adotar **outra base** para os dígitos/símbolos que não a binária?

É possível detetar/corrigir esses erros? ...



II. DIGITALIZAÇÃO

Ruído em PCM

- Ruído no canal de transmissão (ou gravação) pode corromper algum dos bits de codificação das amostras;
- No processo de decodificação, o nível quântico em que foi decodificada a determinada amostra poderá não ser o correto;
- A potência do ruído de decodificação é:

$$N_d = \frac{4P_e}{3}$$

Probabilidade de erro
por bit na transmissão
ou gravação



II. DIGITALIZAÇÃO

Ruído em PCM

- Potência total do ruído no destino será a soma da potência do ruído de descodificação com a potência do ruído de quantização:

$$N_D = \underbrace{N_d}_{\text{descodificação}} + \underbrace{N_q}_{\text{quantização}} = \frac{4P_e}{3} + \frac{1}{3q^2} = \frac{1 + 4q^2 P_e}{3q^2}$$



II. DIGITALIZAÇÃO

Ruído em PCM

(relação entre potência do sinal e do ruído)

$$S/N_D = \frac{3q^2}{1 + 4q^2 P_e} * S$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D \leq \frac{3q^2}{1 + 4q^2 P_e}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_D \leq \begin{cases} 3q^2 & \text{se } P_e \ll \frac{1}{4q^2} \\ \frac{3}{4P_e} & \text{se } P_e \gg \frac{1}{4q^2} \end{cases}$$

assumindo $S \leq 1$



II. DIGITALIZAÇÃO

Ruído em PCM

- O **ruído de quantização** é a componente dominante na definição da qualidade da digitalização quando P_e na transmissão (ou gravação) é pequena.
- O **ruído de descodificação** é a componente dominante na definição da qualidade da digitalização quando P_e na transmissão (ou gravação) é grande.



II. DIGITALIZAÇÃO

Conversão ADC

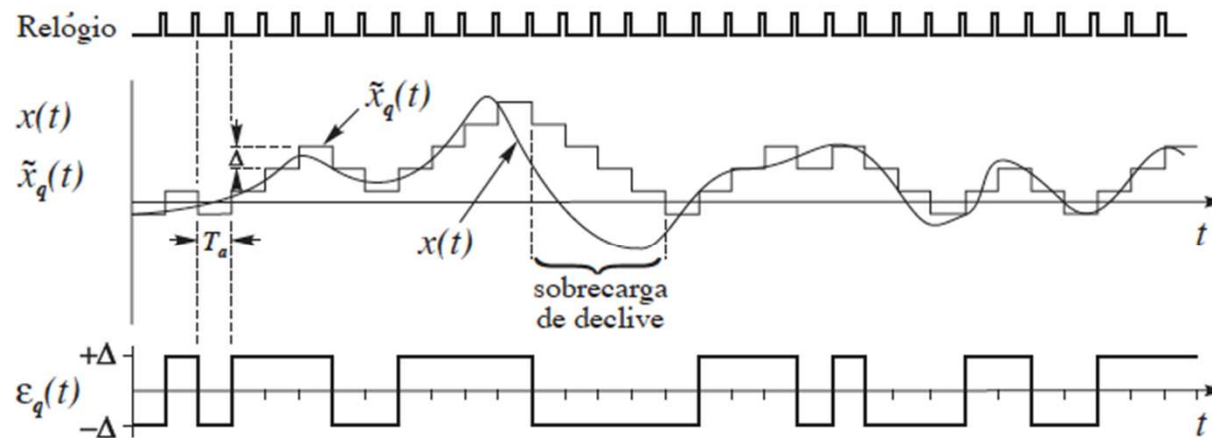
Existem outros métodos distintos do PCM. Alguns baseiam-se no facto de alguns sinais terem algum grau de previsibilidade:

- Por exemplo, quando as alterações de valor de uma amostra para a amostra seguinte são relativamente pequenas é transmitido só o erro da previsão realizada (modulação delta e modulação delta adaptativa);
- Em geral esses métodos permitem implementações com *hardware* mais simples.



II. DIGITALIZAÇÃO

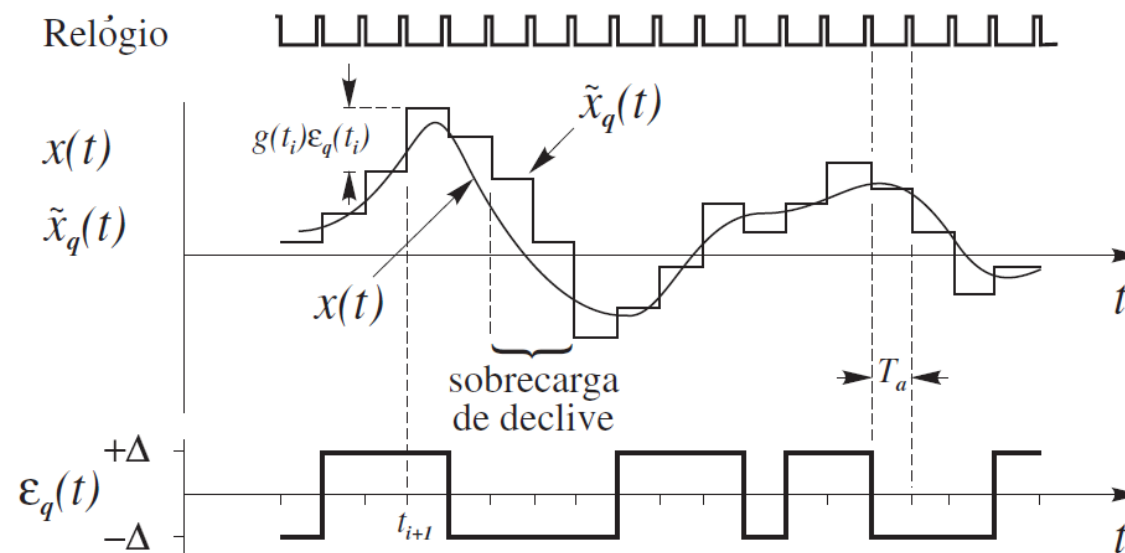
Codificação Delta Linear - exemplo -





II. DIGITALIZAÇÃO

Codificação Delta Adaptativa - exemplo -





II. DIGITALIZAÇÃO

CD / Vinyl / Digital Áudio?

