

# Eletromagnetismo

1. Campos Elétricos
2. A lei de Gauss
3. Potencial Elétrico
4. Capacidade e Dielétricos
5. Correntes e Resistência
6. Circuitos de Corrente Contínua
7. Campos Magnéticos
8. Fontes do Campo Magnético
9. A lei de Faraday
10. Indutância (??)

## Bibliografia:

- **Halliday, Resnick, Walker, Fundamentos de Física-vol3**, 10ªEd LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., RJ, 2016 (**cap 21 ao 31**), (Fundamentals of Physics, 10ª edição, John Wiley& Sons Inc)

Livro adotado que cobre a totalidade dos conteúdos programáticos da UC de Eletromagnetismo EE.

- Serway, J. Jewett, "Física - EM e Ótica", vol.3 (Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, 6ª edição, Brooks/Cole).
- H. Young e R. Freedman, University Physics, 13ª edição, Addison-Wesley.
- P. Tipler, "Física para cientistas e engenheiros"
- Jaime E Villate, "Electromagnetismo"
- Jorge Dias de Deus, "Introdução à Física"

## **DATAS DE REALIZAÇÃO DOS TESTES E EXAME**

- 1º Teste: 9 de abril de 2021 (online);
- 2º Teste: 27 de maio de 2021 (Presencial-hora a confirmar).

## **CLASSIFICAÇÃO FINAL**

- A classificação da avaliação por frequência terá que ser  $\geq 9.5$  valores e é obtida a partir da seguinte expressão:

$$C_T = 0.5T_1 + 0.50T_2$$

sendo que a nota mínima nos testes ( $T_1$  e  $T_2$ ) para ter aprovação terá que ser  $\geq 7.5$  valores.

# Capítulo 1. Campos Elétricos

- 1.1 Carga elétrica e suas propriedades
- 1.2 Isoladores e Condutores
- 1.3 Eletrificação de um corpo
- 1.4 A Lei de Coulomb
- 1.5 Princípio de sobreposição
- 1.6 Campo Elétrico
- 1.7 Campos elétricos uniformes e não uniformes
- 1.8 Campo elétrico de uma Distribuição de Cargas
- 1.9 Linhas do Campo Elétrico
- 1.10 Movimento de partículas carregadas num campo elétrico uniforme

## 1.1 Carga elétrica e suas propriedades

Há duas espécies de cargas elétricas na natureza: **positivas e negativas**

Prop1. Cargas de sinal contrário atraem-se e cargas do mesmo sinal repelem-se. Franklin (1706-1790)

Prop2- A carga elétrica conserva-se (Franklin)

Prop3- A carga está quantizada:  $Q = N e$  ( $e$  é a carga elementar) (Millikan - 1909)

**elétrão:  $-e$**

**protão :  $+e$**

**$|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$**

Átomo é neutro:  $Q=0$

Núcleo tem carga:  $Q = Z (+e)$

Elétrões têm carga:  $Q = Z (-e)$

**A unidade S.I. de carga elétrica é o Coulomb (C)**

## 1.2 Condutores e Isoladores

1. Os **condutores** são materiais nos quais as cargas elétricas se podem movimentar livremente  $\Rightarrow$  cobre, alumínio, prata...
2. Os **isoladores** são materiais que **não** transportam, com facilidade, cargas elétricas  $\Rightarrow$  vidro, borracha, madeira...
3. **Semicondutores** a facilidade de transporte de carga é intermédia  $\Rightarrow$  silício, germânio, arsenieto de gálio.

PS: Quando um condutor está ligado à terra por um fio metálico diz-se que o condutor está **a um potencial nulo**.

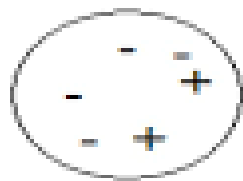
## 1.3 Eletrização de um corpo



Corpo eletricamente neutro



Corpo eletrizado positivamente



Corpo eletrizado negativamente

## ?Como se pode eletrizar um corpo?

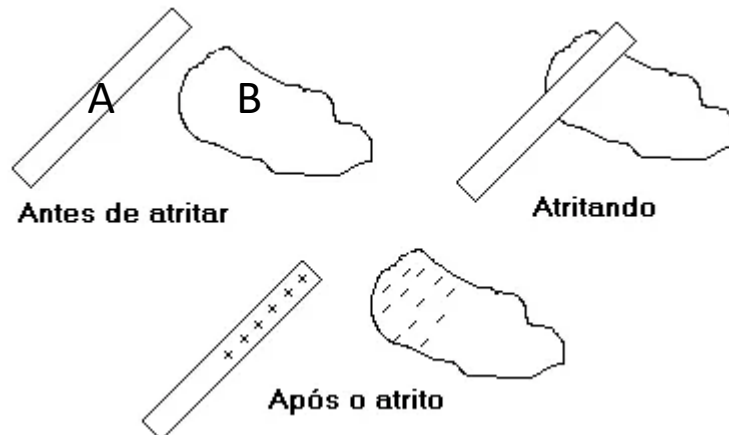
**Atrito:** Os dois corpos (A e B) são neutros:  $Q_A = Q_B = 0$ .

Por atrito, alguns eletrões (carga móvel) de um dos corpos (ex. corpo A) são transferidos para o outro corpo (ex. corpo B).

Assim, o corpo que perdeu eletrões ficou com carga  $Q_A \neq 0 = +Ne$ .

Como essa carga passou para o outro corpo, esse corpo ficou com carga  $Q_B \neq 0 = -Ne$

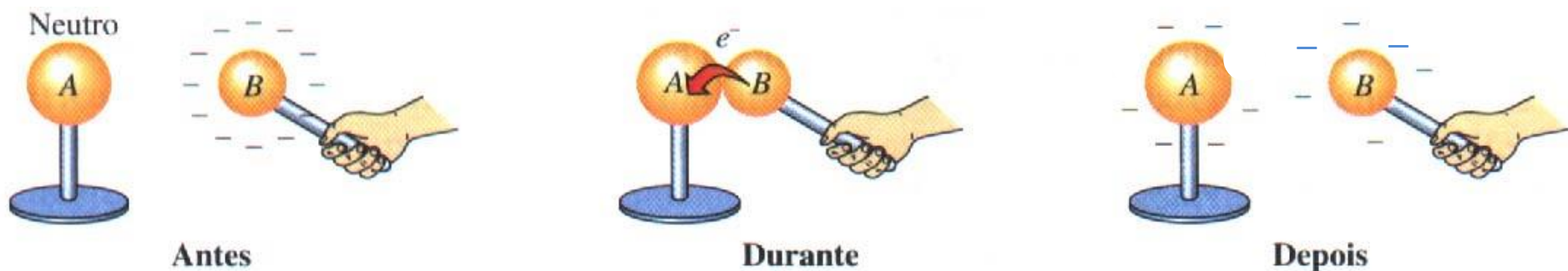
$$Q_{\text{Total}})_{\text{inicial}} = 0; Q_{\text{Total}})_{\text{final}} = 0$$





**Contacto:** Um dos corpos tem que ser de material condutor e estar com  $Q \neq 0$  (ex: corpo B com carga  $Q_B = -Ne$  e corpo A neutro:  $Q_A = 0$ ).

Quando em contacto, elétrons do corpo B irão transitar para o corpo A de forma a que  $Q_A = Q_B$  (atingir o equilíbrio).



Ex: Situação inicial:  $Q_A = +4e$  e  $Q_B = 0$

Situação final:  $Q_A = +2e$  (recebeu 2 elétrons do corpo B) e  $Q_B = +2e$   
(deu 2 elétrons para o corpo A)

## ELETRIZAÇÃO por **CONTATO**.

Corpo **neutro**  
(Qtde. elétrons=prótons)



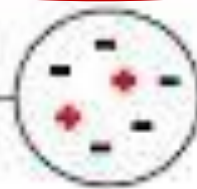
Corpo Eletizado  
(Excesso de 6 elétrons)



Corpo Eletizado  
(Excesso de 3 elétrons)



Corpo Eletizado  
(Excesso de 3 elétrons)



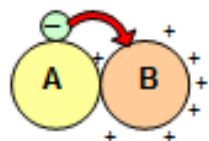
QA	QB	
0	-6e	
-1e	-5e	
-2e	-4e	
-3e	-3e	
equilíbrio		tempo

Corpo eletrizado positivamente.



Encosta-se o corpo A neutro no corpo B eletrizado positivamente.

Alguns elétrons do corpo A vão para B.



Separam-se os corpos.



O corpo A perdeu elétrons para B, e por isso A ficou com mais prótons, assim eletrizado positivamente.

Corpo eletrizado negativamente



Encosta-se o corpo A neutro no corpo B eletrizado negativamente

Alguns elétrons do corpo B vão para A.



Separam-se os corpos.



O corpo A ganhou elétrons de B, e por isso A ficou com mais elétrons, assim eletrizado negativamente.

**Indução:** Um dos corpos tem que estar eletrizado.

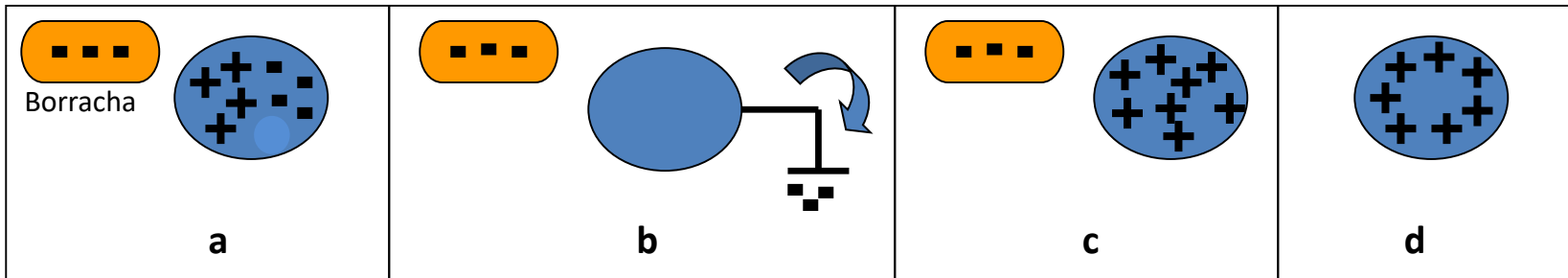
Os corpos não se tocam.

Ex: o corpo A (borracha na figura) eletrizado negativamente (recebeu elétrons num outro processo) está na proximidade do corpo B (neutro na figura).

Como cargas de igual sinal se repelem, os elétrons do corpo B deslocam-se, no corpo B, para longe do corpo A.

Se o corpo B for ligado à “terra” (figura b), os elétrons serão recolhidos e após desfeita esta ligação o corpo B fica carregado positivamente.

Neste processo os corpos terminam com cargas de sinais contrários, como no processo de atrito.

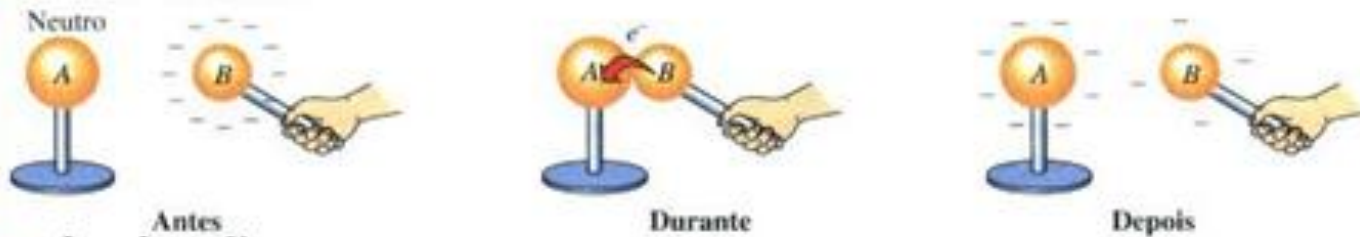


# RESUMO: Eletrização de corpos

- Atrito



- Contato



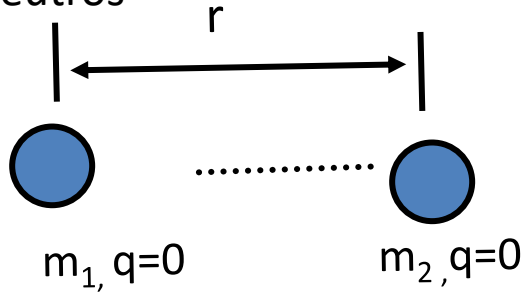
- Indução



**?? Será que a carga dos corpos é importante.....??**

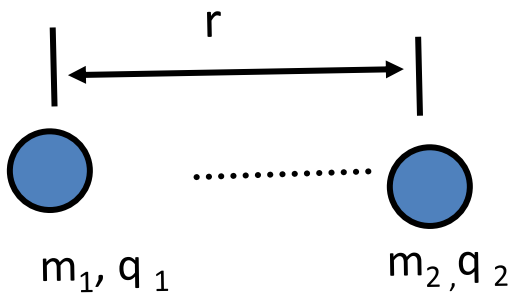
# Corpos com mesma massa mas eletrizados com cargas diferentes

Corpos neutros



$\vec{F}_a$

Corpos eletrizados



$\vec{F}_b$

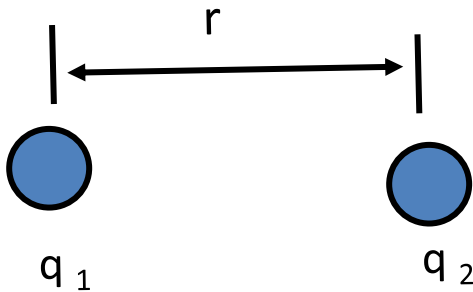
$$\vec{F}_a \neq \vec{F}_b$$

Logo a carga do corpo tem influência pois as massa são iguais.

**Força devido à massa <<<< Força devido à carga**

## 1.4 Lei de Coulomb

Consideremos 2 corpos que foram eletrizados (corpo 1 com carga  $q_1$  e corpo 2 com carga  $q_2$ ) na vizinhança um do outro.



**A força** (grandeza vetorial: magnitude, direção sentido e ponto de aplicação) que um corpo eletrizado (ex: corpo 1) sente devido a estar na vizinhança de um outro corpo também eletrizado (ex : corpo 2):

- Tem ponto de aplicação no corpo 1
- Está segundo a reta que une os 2 corpos
- Tem uma magnitude que depende diretamente do valor das cargas e inversamente do quadrado da distância entre elas
- É **atrativa** se as cargas forem de sinais diferentes e **repulsiva** se forem do mesmo sinal

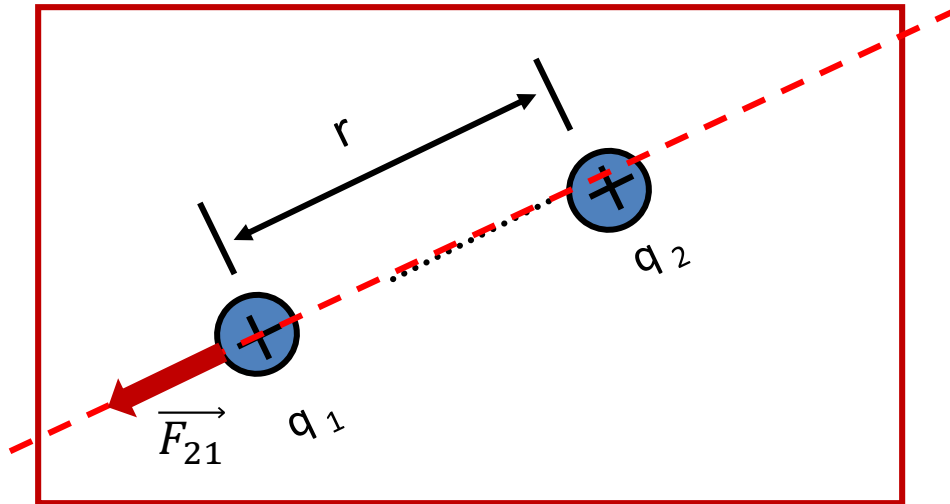
$$\vec{F} = |\vec{F}|\hat{r}$$

**A unidade S.I. da força elétrica Newton (N)**

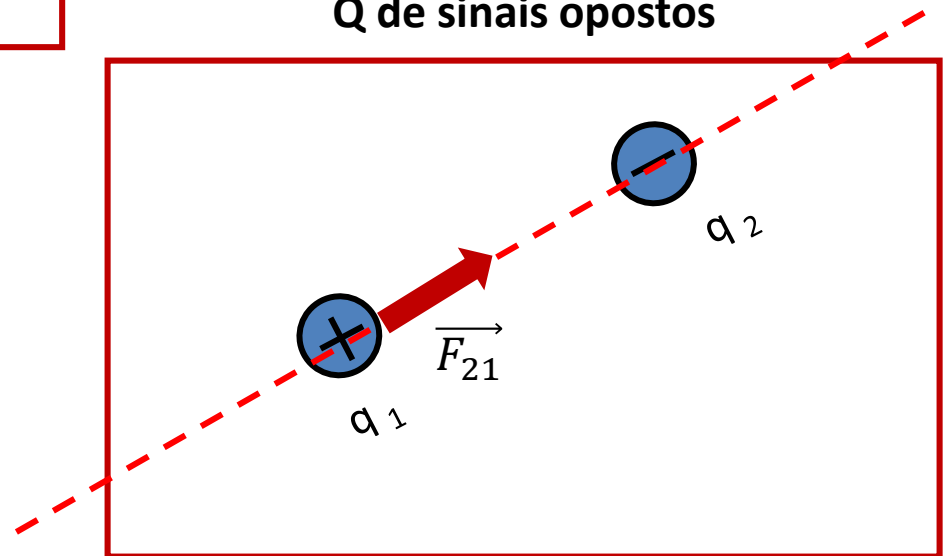


## Força que a carga 2 exerce na carga 1

Q do mesmo sinal

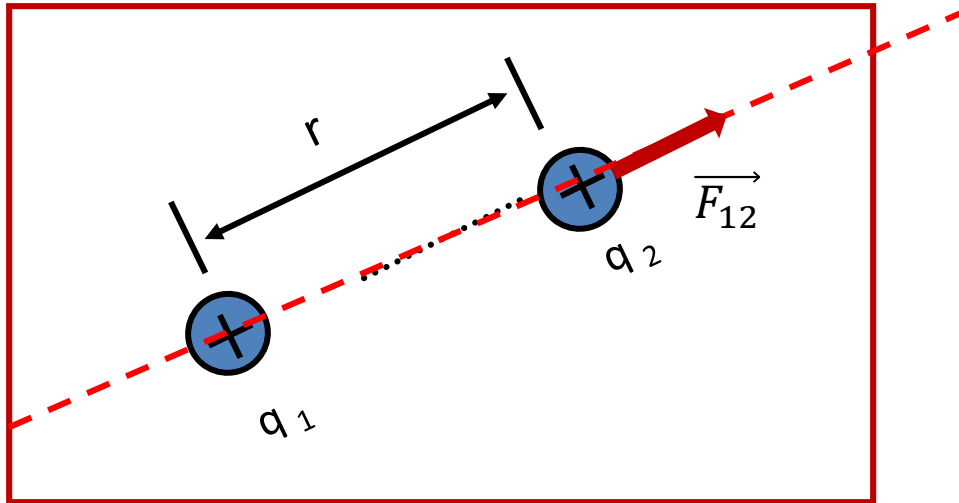


Q de sinais opostos

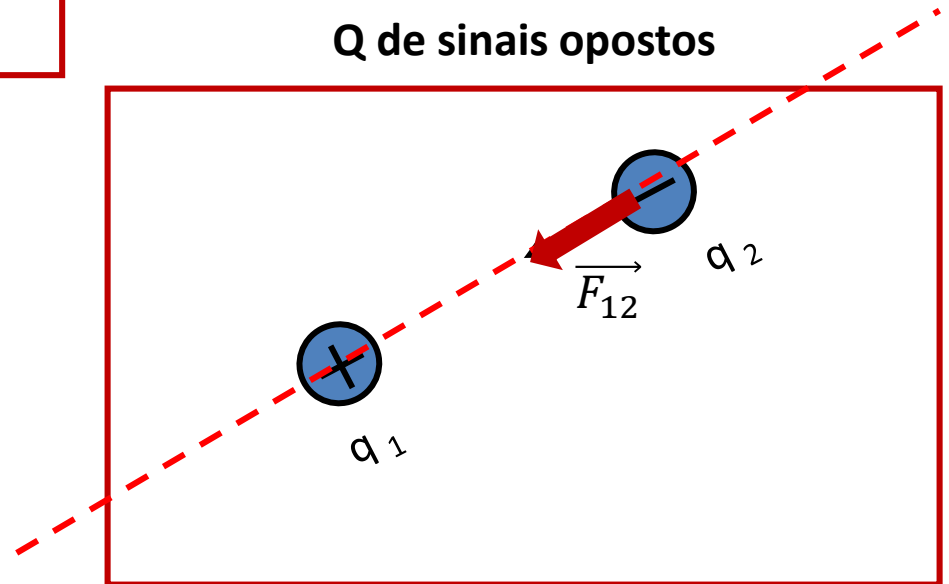


## Força que a carga 1 exerce na carga 2

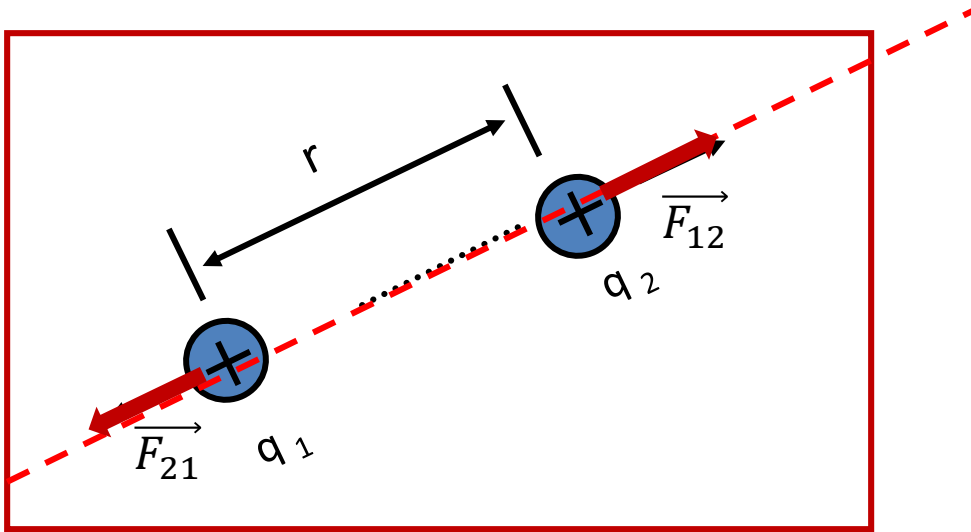
Q do mesmo sinal



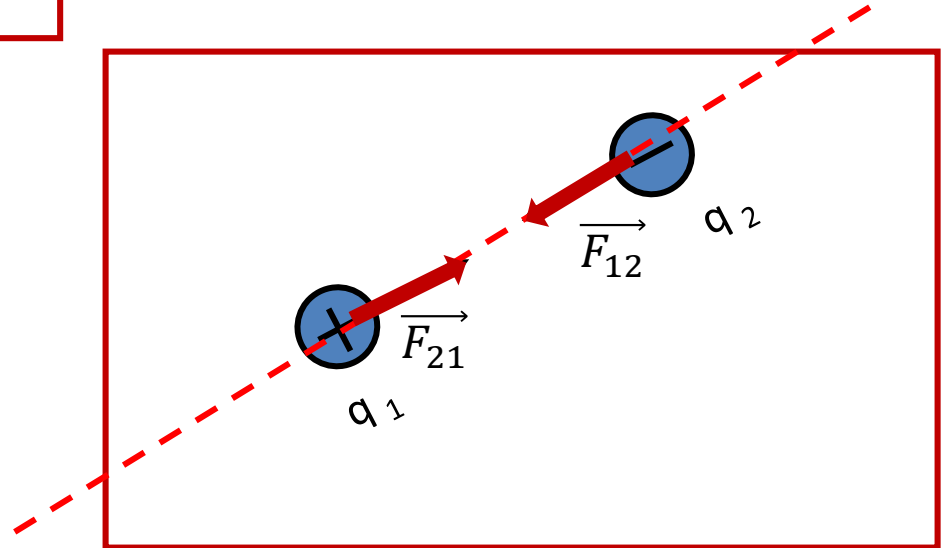
Q de sinais opostos



Força que a carga 1 exerce na carga 2 e força que a carga 2 exerce na carga 1



?Magnitudes/módulo?



## Magnitude a força de Elétrica

Módulo da força elétrica entre dois corpos eletrizados com cargas  $q_1$  e  $q_2$ , com dimensão  $\ll$  que a distância entre eles é:

$$|\vec{F}| = K \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Constante de Coulomb

$$K \text{ (SI)} = 8.9875 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$

$$\cong 9.0 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \quad (\text{nossos cálculos})$$

A unidade S.I. de carga elétrica é o Coulomb (C)



Def.: Quando a corrente elétrica num fio condutor for de 1 A (Ampère, unidade de corrente elétrica no S.I.) a quantidade de carga que passa por uma secção do fio em 1s é 1 C.

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Permitividade do vácuo

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$$

Carga de um elétron ou de um próton (carga elementar):

$$|e| = 1.60219 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ C de carga} = 6.3 \times 10^{18} \text{ elétrons}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ cm}^3 \text{ Cu} \Rightarrow \approx 10^{23} \text{ elétrons livres}$$

# Resumindo: Força elétrica- Lei de Coulomb

- A força é uma grandeza vetorial

$$\vec{F}_{ab} = |\vec{F}_{ab}| \hat{r}_{ab}$$

- A força elétrica de  $q_1$  sobre  $q_2$ ,  $\vec{F}_{12}$ :

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

Vector unitário dirigido de  $q_1$  para  $q_2$

- A lei de Coulomb verifica a terceira lei de Newton:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

← Mesmo módulo

- A lei de Coulomb é aplicada a cargas pontuais (corpos eletrizados com dimensão  $\ll$  que a distância entre eles) ou a partículas.

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$



**Ponto de aplicação:** Corpo 2

$$\vec{F}_{ab} = |\vec{F}_{ab}| \hat{r}_{ab}$$

**Módulo**  $|\vec{F}_{12}| = K \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2}$

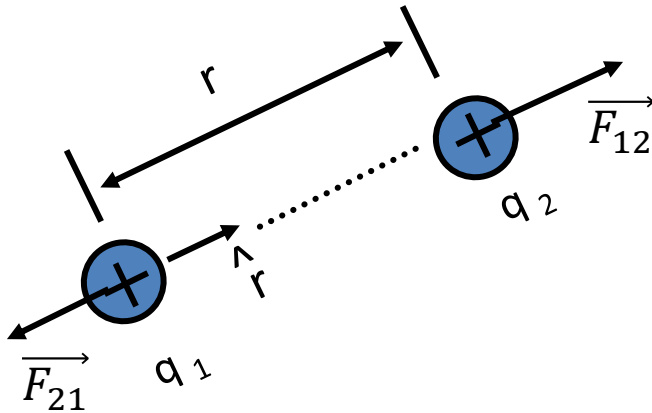
**Direção:** da reta que une as cargas

**Sentido:** (atrativa ou repulsiva, dependendo do sinal das cargas)

$q_1$  e  $q_2$  mesmo sinal

$$q_1 q_2 > 0$$

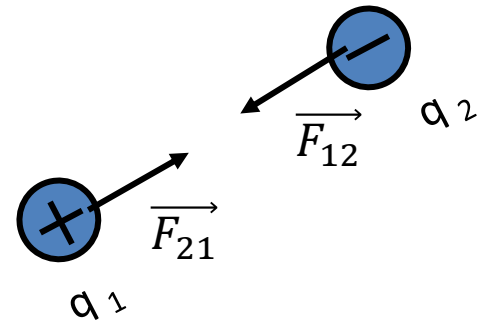
Força Repulsiva



$q_1$  e  $q_2$  sinais opostos

$$q_1 q_2 < 0$$

Força Atrativa

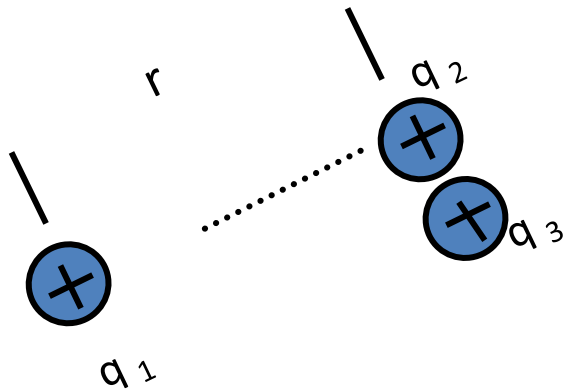


? Qual a força que uma carga sente se tiver na sua vizinhança mais do que uma carga?



## 1.5 Princípio de sobreposição

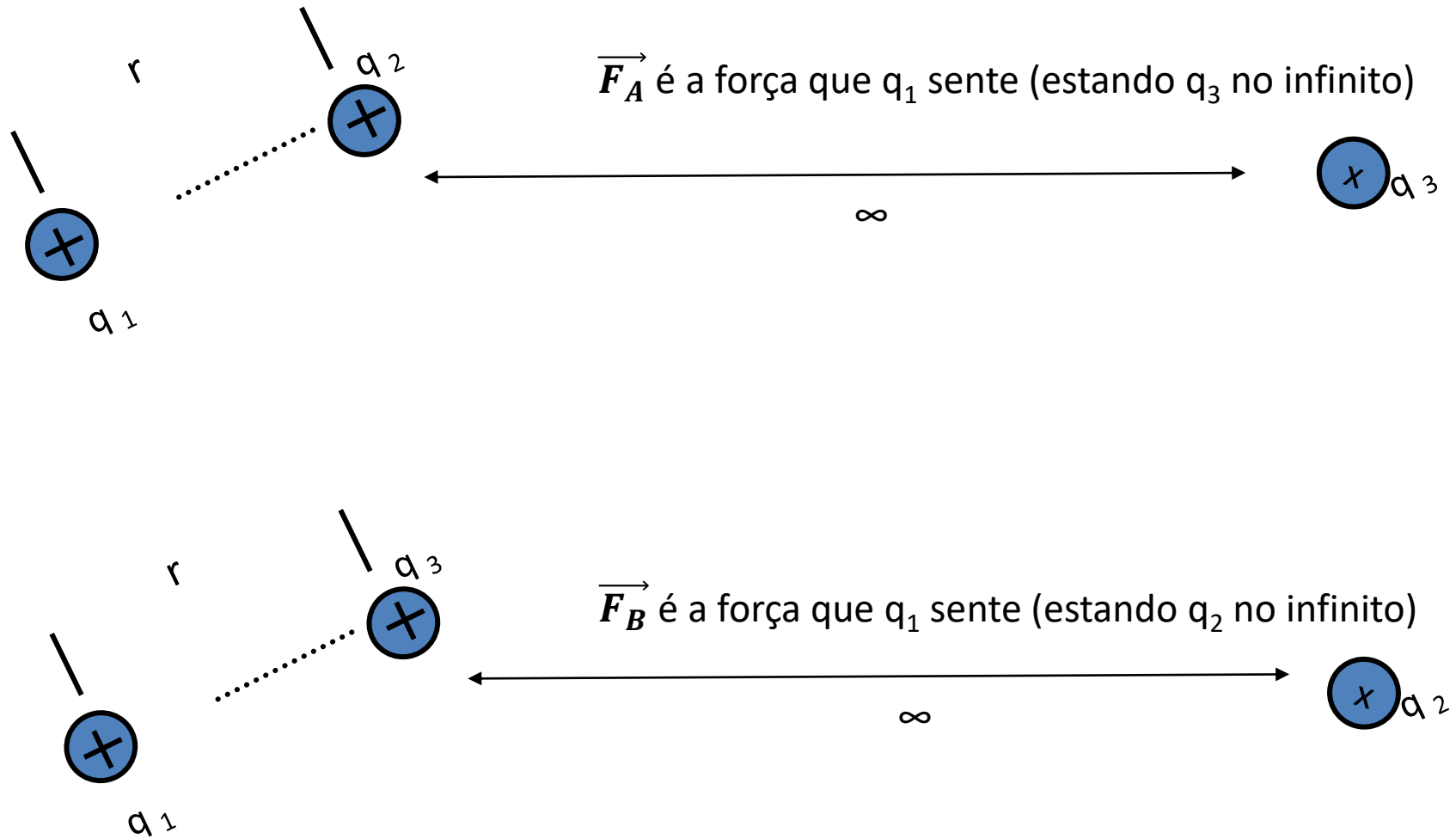
Consideremos agora que temos mais do que duas cargas



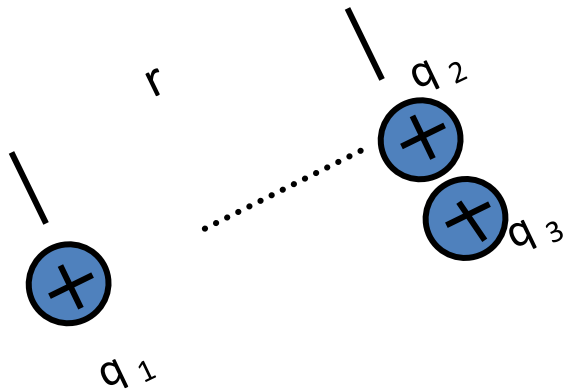
Qual a força que  $q_1$  sente?



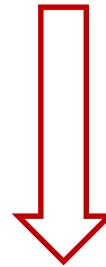
Experimentalmente verificou-se que:



# Princípio de sobreposição



Qual a força que  $q_1$  sente?



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_A + \vec{F}_B$$

## Assim, para

Mais de duas cargas  $\Rightarrow$  princípio da sobreposição

- A força entre qualquer par de cargas é dada por

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

- A força resultante sobre qualquer das cargas é igual à soma vectorial das forças devidas às cargas individuais.



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

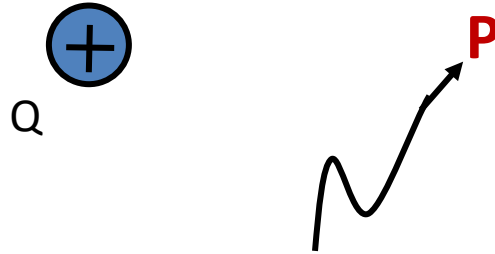
## 1.6 Campo Elétrico

- O vetor campo elétrico,  $\vec{E}$ , num ponto do espaço define-se como a força elétrica,  $\vec{F}$ , que atua sobre uma carga de prova colocada nesse ponto, dividida pelo valor da carga de prova  $q_0$ :

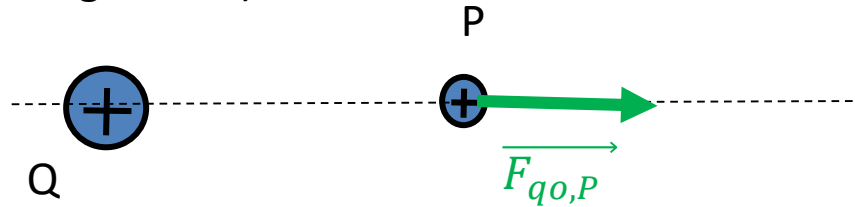
$$\vec{E}_P = \frac{\vec{F}_{q_0,P}}{q_0}$$

(S.I.  $\Rightarrow$  N/C)

**Consideremos uma carga Q (positiva) numa região do espaço:**



Para conhecer o  $\vec{E}$  num determinado ponto (P) coloco, nesse ponto, a carga de prova ( $q_o$ ) e determino  $\vec{F}_{q_o,P}$  (a força a que a carga sente).

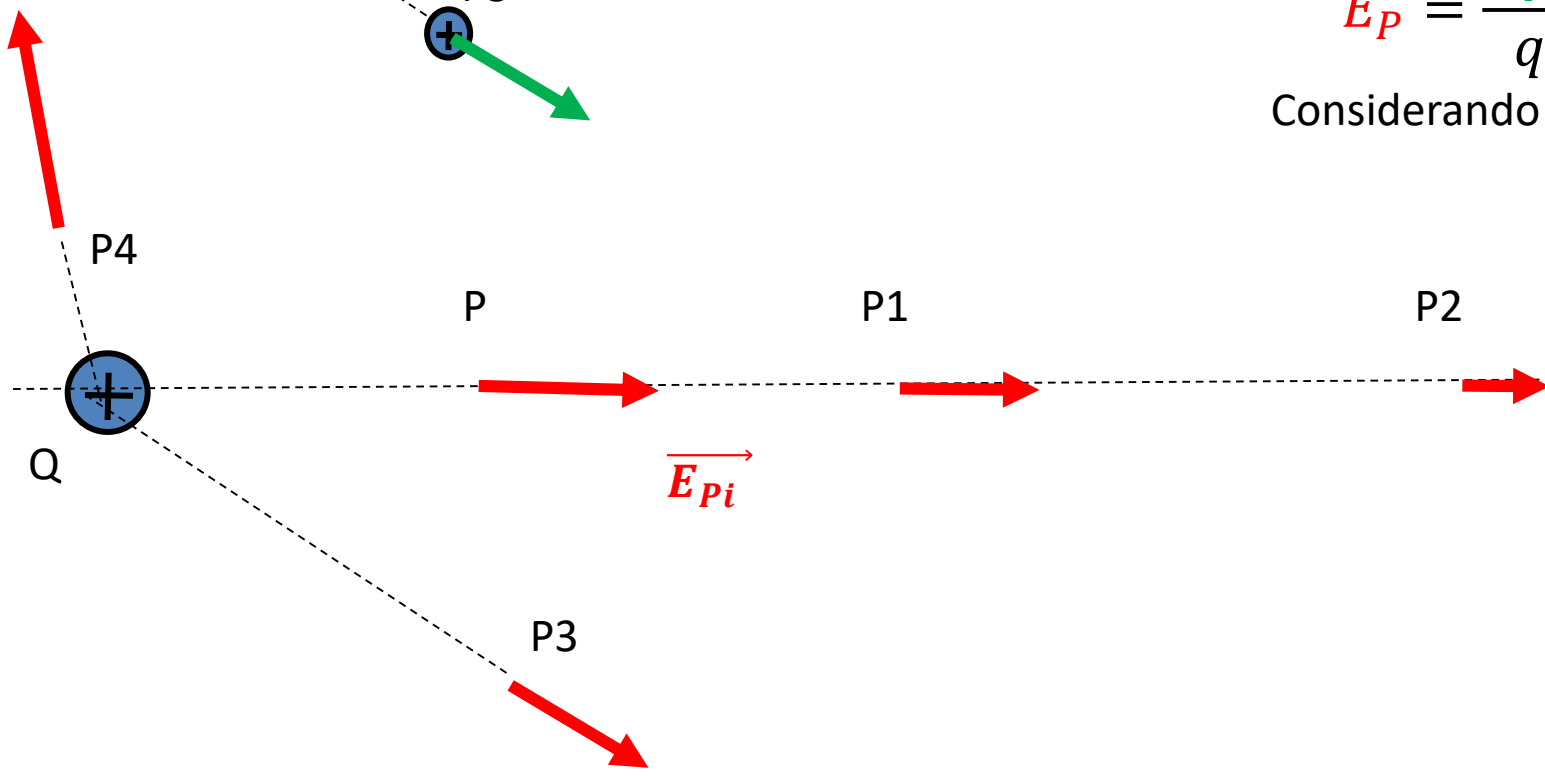
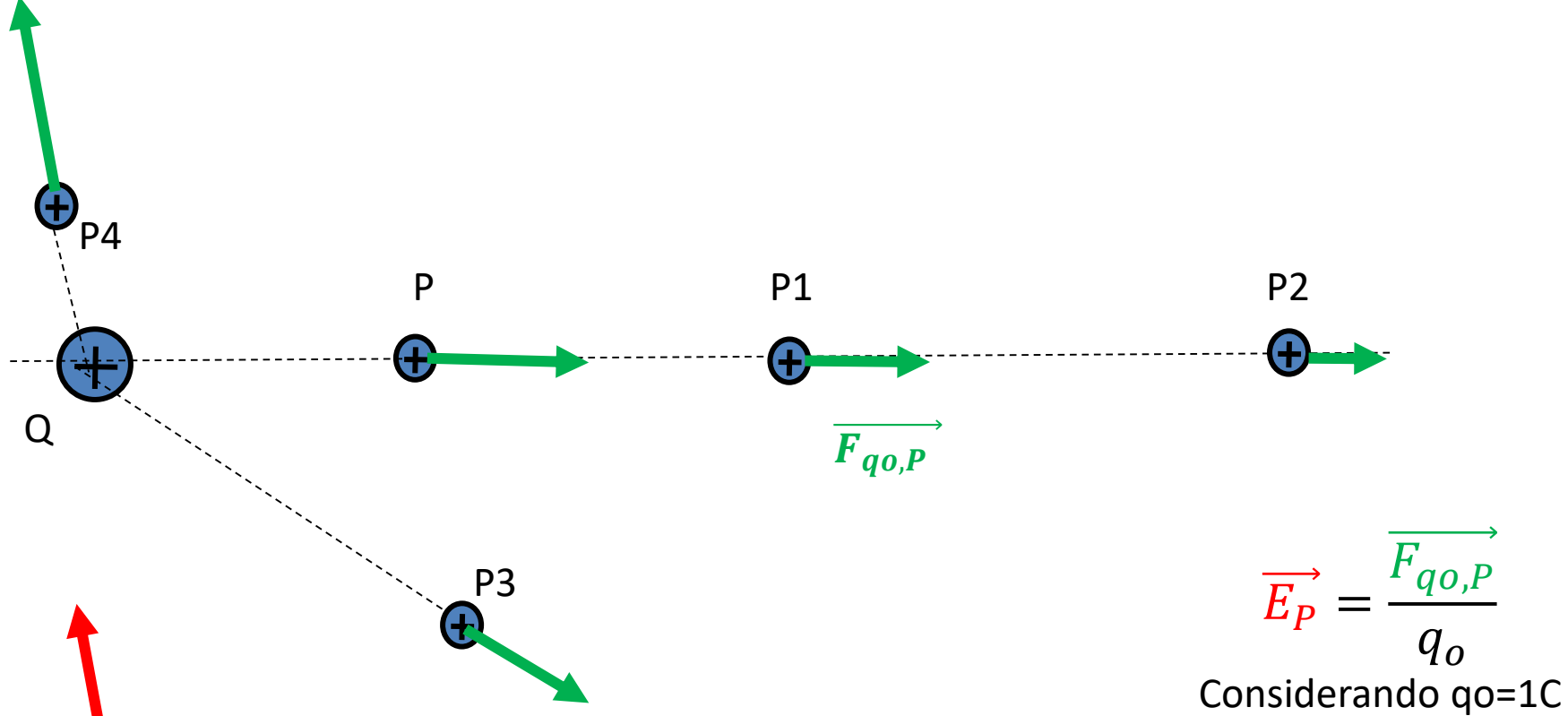


Dividindo essa força pelo valor de carga, fica-se a saber uma propriedade do ponto:

$$\vec{E}_P = \frac{\vec{F}_{q_o,P}}{q_o}$$

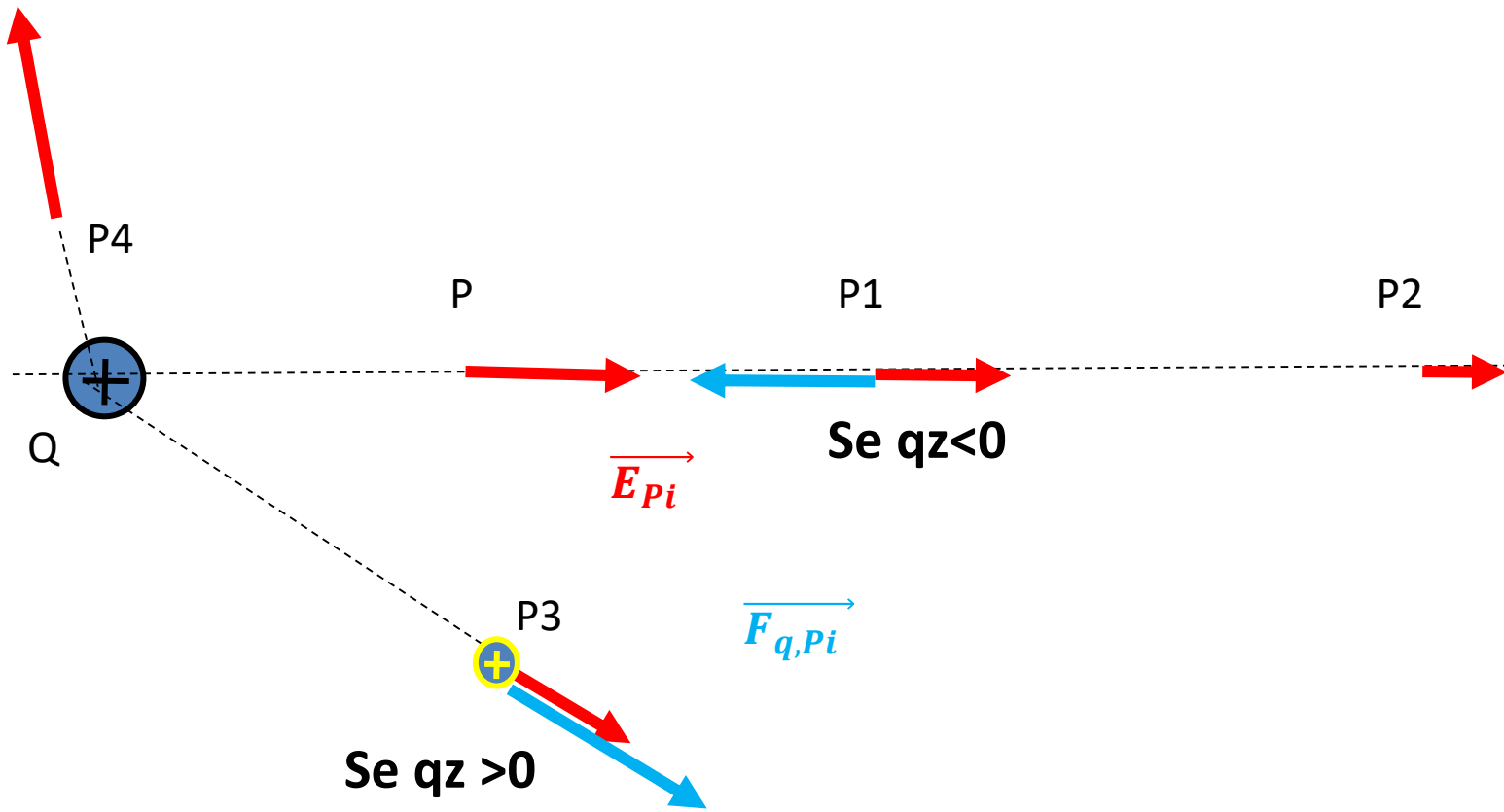
**Assim, se uma outra carga for colocada nesse ponto sabe-se logo a força a que estará submetida!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!**

$$\vec{F}_{q_2,P} = q_2 \vec{E}_P$$



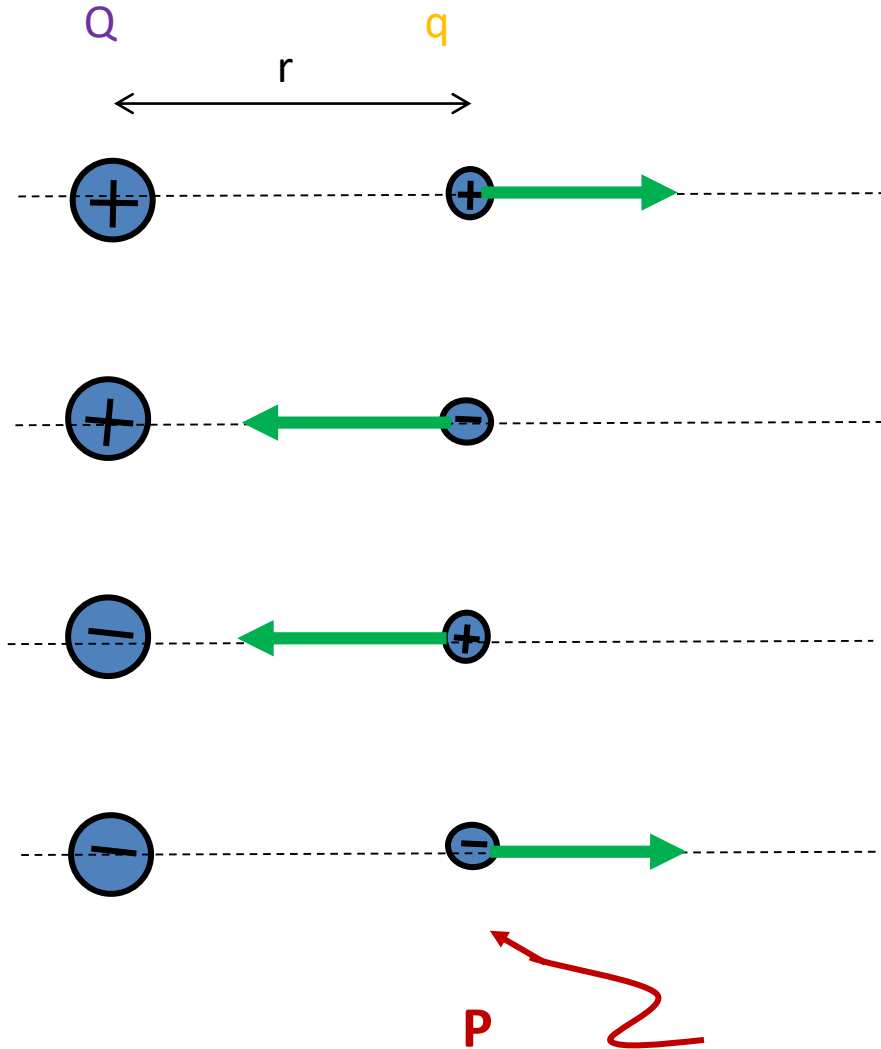
Então, se colocar a carga  $q_z$  no ponto P3 (ou P1) sabe-se logo que essa carga vai sentir uma força

$$\overrightarrow{F_{qz, Pi}} = q_z \overrightarrow{E_{Pi}}$$





Condiremos uma carga  $Q$  ( $>, < 0$ ) numa região do espaço. No ponto  $P$ , que dista  $r$  da carga  $Q$  é colocada uma carga  $q$  ( $>, < 0$ ).



A **Força** que a carga  $Q$  exerce na carga  $q$ :

- Possui magnitude em todas as situações do esquema:

$$|\vec{F}_{Qq}| = K \frac{|Q||q|}{r^2}$$

- **Direção** da reta que une as cargas
- **Sentido** dependente do sinal das cargas

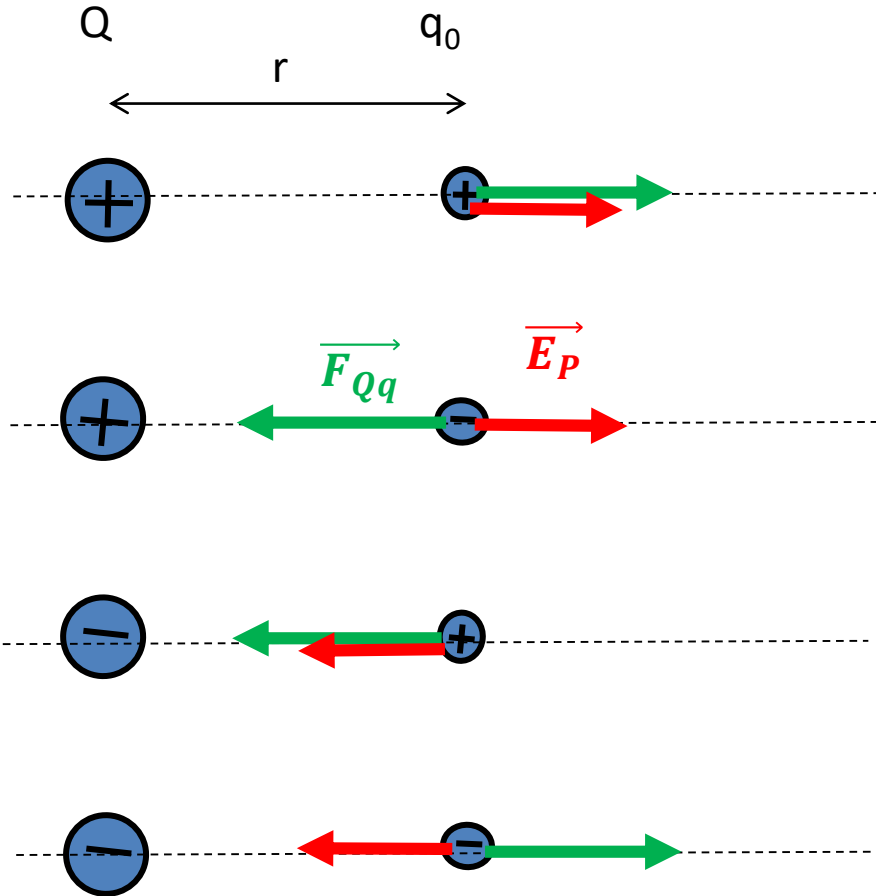
A **Força** que a carga **Q** exerce na carga **q**:  
Possui magnitude em todas as situações do esquema:

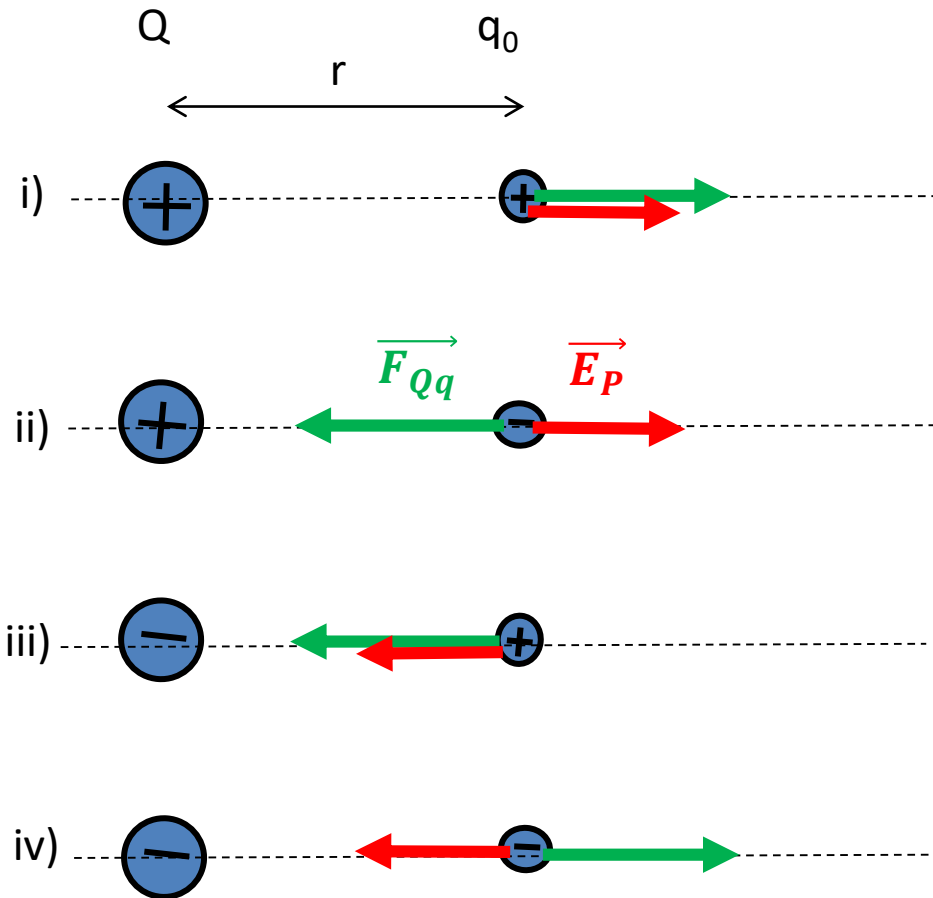
$$|\vec{F}_{Qq}| = K \frac{|Q||q|}{r^2}$$

O **Campo elétrico** (criado pela carga **Q**)  
no ponto onde está a carga **q**:  
Possui igual **magnitude** em todas as  
situações do esquema  
**Sentido** depende do sinal da carga **q**

$$\vec{E}_P = \frac{\vec{F}_{Qq}}{q}$$

$$|\vec{E}_P| = \frac{|\vec{F}_{Qq}|}{|q|}$$





i) e ii): Cargas positivas criam campos elétricos que apontam para longe delas

iii) e iv): Cargas negativas criam campos elétricos que apontam para elas

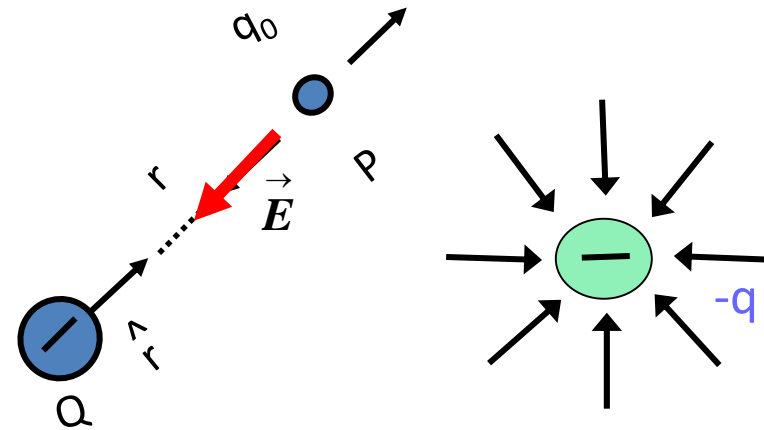
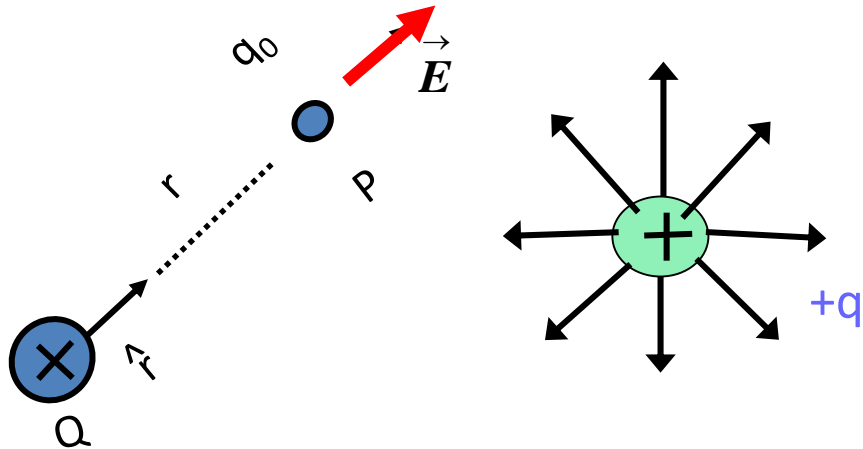
i) e iii): Força na carga e campo que a carga sente tem o mesmo sentido se carga for positiva

ii) e iv): Força na carga e campo que a carga sente têm sentidos opostos se carga for negativa

# Campo elétrico criado por carga pontual:

$q > 0 \Rightarrow$  campo radial, dirigido para longe dela

$q < 0 \Rightarrow$  campo radial, dirigido para q



$$\vec{F} = K \frac{Qq_0}{r^2} \hat{r}$$

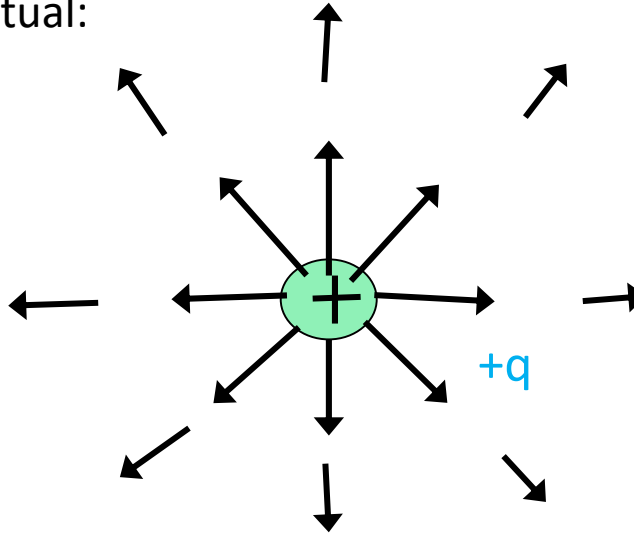
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = K \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

No ponto onde se colocaria a carga de prova

## 1.7 Campos Elétricos uniformes e não uniformes

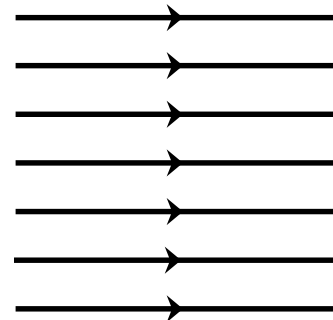
Campo elétrico criado por carga pontual:

$$\vec{E}(r) = \frac{kq}{r^2} \hat{r}$$



**Este campo é não uniforme:** O campo elétrico varia de ponto para ponto

**Campos uniforme:** O campo elétrico não varia de ponto para ponto. Módulo direção e sentido são os mesmos em qualquer ponto.



# Campo elétrico numa região do espaço devido a várias cargas pontuais

- Princípio da sobreposição: Num determinado ponto do espaço, o campo elétrico total, devido a um grupo de cargas, é igual **à soma vetorial** dos campos elétricos de todas as cargas.

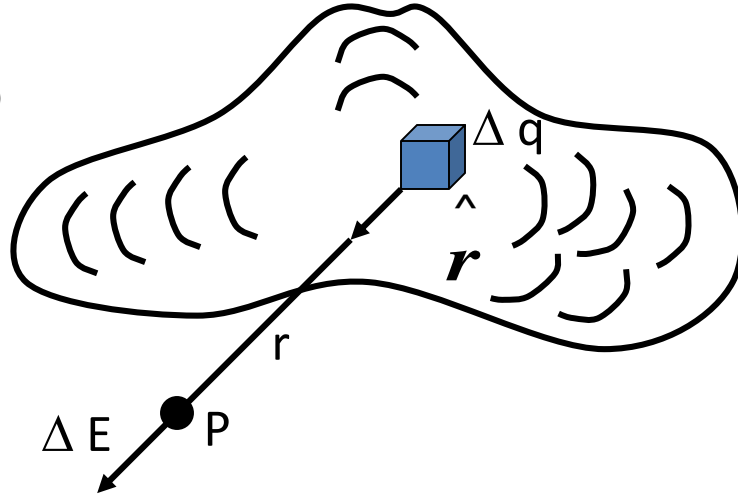
$$\vec{E}_P = K \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

$\hat{r}_i$  : vetor unitário (versor)  
dirigido de  $q_i$  para P

$r_i$  : distância da  $i$ -ésima carga,  $q_i$ , ao  
ponto P (localização da carga de prova)

## 1.8 Campo elétrico de uma distribuição contínua de cargas

Metodologia: Princípio de sobreposição



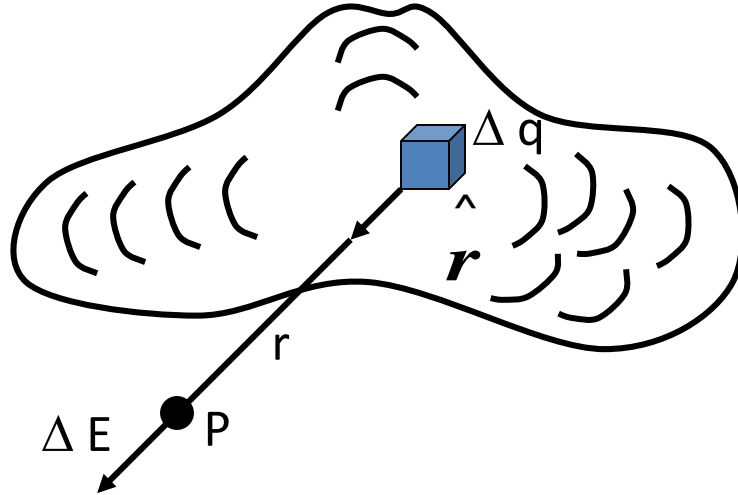
1. Dividimos a distribuição contínua de carga em pequeninos elementos  $\Delta q$ .
2. Usamos a lei de Coulomb para calcular o campo elétrico em P devido a um desses elementos:

$$\Delta \vec{E} = K \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r}$$

$$d\vec{E} = K \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{kq}{r^2} \hat{r}$$

Contribuição para o campo elétrico no ponto P, devido a  $\Delta q$  ( $dq$ )



3. Calculamos o campo total pela aplicação do princípio da sobreposição.

$$\vec{E} \cong K \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$



Se a separação entre os elementos de carga, na distribuição de cargas, for pequena em comparação com a distância a P  $\Rightarrow$  a distribuição de carga pode ser considerada contínua.

**Campo total  
em P:**

$$\vec{E} = K \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = K \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

Cargas uniformemente distribuídas

Densidades de carga:

Num volume	$V \Rightarrow \rho \equiv \frac{Q}{V} \left( \frac{C}{m^3} \right)$
------------	--

$$Q_{\text{total}} = \rho V$$

Uma superfície de área	$A \Rightarrow \sigma \equiv \frac{Q}{A} \left( \frac{C}{m^2} \right)$
------------------------	--

$$Q_{\text{total}} = \sigma A$$

Uma linha de comprimento	$l \Rightarrow \lambda \equiv \frac{Q}{l} \left( \frac{C}{m} \right)$
--------------------------	---

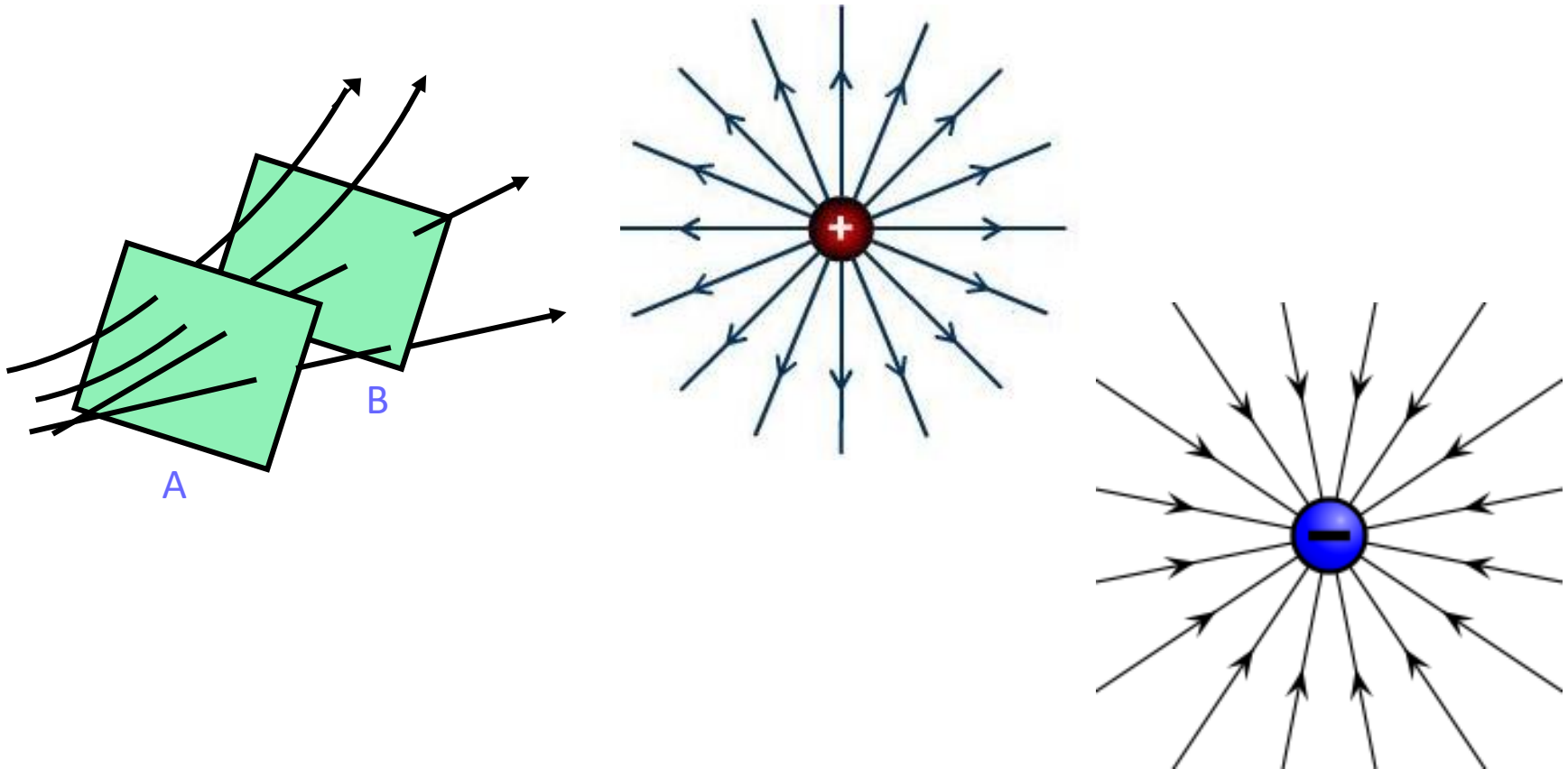
$$Q_{\text{total}} = \lambda L$$

Cargas NÃO uniformemente distribuídas:

$$\rho = \frac{dQ}{dV}; \sigma = \frac{dQ}{dA}; \lambda = \frac{dQ}{dl}$$

## 1.9 Linhas do Campo Elétrico

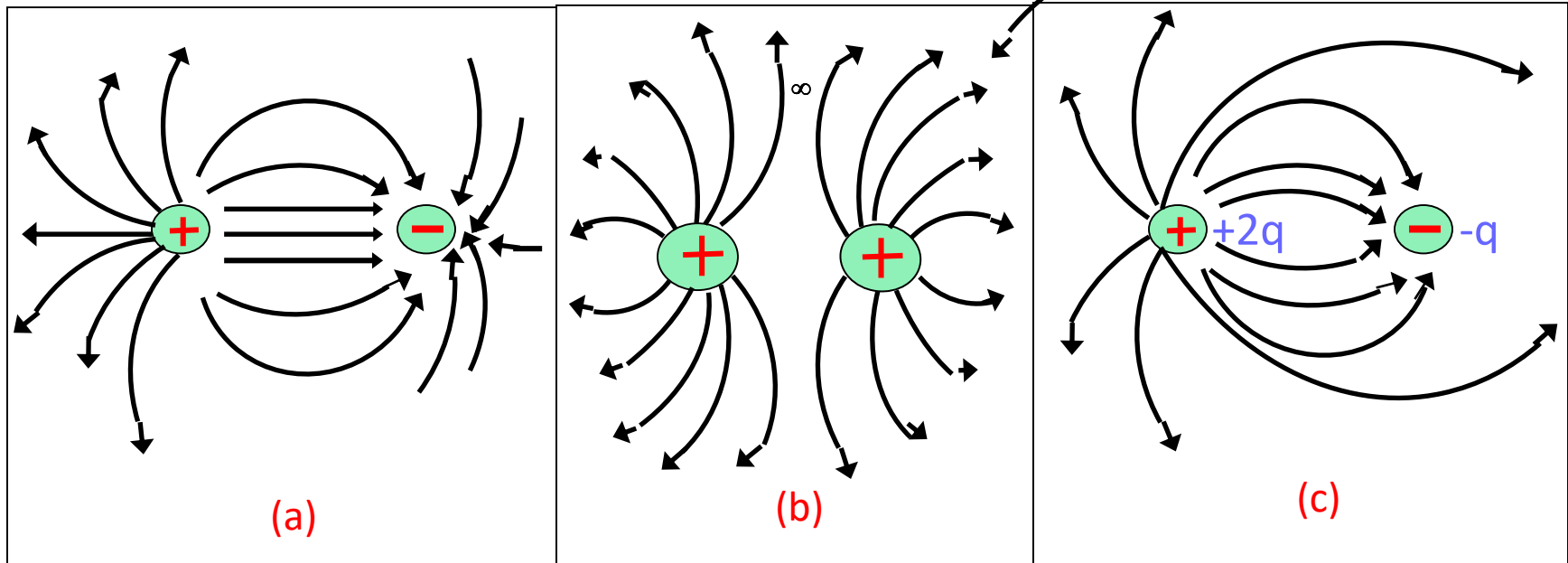
1.  $\vec{E}$  é tangente, em cada ponto, à linha do campo elétrico que passa pelo ponto.
2. O número de linhas, por unidade de área, é proporcional ao valor (magnitude) do campo elétrico na região.



## Regras para traçar as linhas do campo elétrico:

1. As linhas começam em cargas (+) e terminam em cargas (–), ou no  $\infty$ , no caso de haver excesso de carga.
2. O número de linhas que saem de uma carga (+), ou que convergem para uma carga (–), é proporcional ao módulo da carga (ou seja da intensidade do campo).
3. As linhas do campo elétrico **nunca se cruzam**.

Não são entidades materiais!



O campo é contínuo – existe em todos os pontos do espaço!!!

## 1.10 Movimento de Partículas Carregadas num Campo Elétrico Uniforme

Equivalente ao projétil num campo gravitacional uniforme.

Carga  $q$  (e massa  $m$ ) colocada num campo elétrico  $\vec{E} \Rightarrow$

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}$$

2ª Lei de Newton

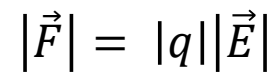


$$\vec{a} = q \frac{\vec{E}}{m}$$

Se  $\vec{E}$  for uniforme (módulo e direção constantes)  $\Rightarrow \vec{a}$  será uma constante do movimento.

$\vec{a}$  cte  $\Rightarrow$  eqs da cinemática (movimento uniform.<sup>te</sup> variado)

$v_0$



$$\vec{F} = F_y (-\hat{j}) + 0 = |e| |\vec{E}| (-\hat{j}) = m a_y (-\hat{j})$$

$$\vec{a} = \frac{-eE}{m} j$$

Equações gerais do movimento:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + \underline{a_x} t \\ v_y = v_{0y} + \underline{a_y} t \end{cases} \quad \begin{cases} x = x_0 + v_0 t \\ y = y_0 + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

No exemplo em estudo:  $v_{x0} = v_0$  e  $v_{y0} = 0$



$$\begin{cases} v_x = v_0 = \text{cte} & (1) \\ v_y = a t = \frac{eE}{m} t & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 \end{cases}$$

Com  $t = \frac{x}{v_0}$  (de 1)  $\Rightarrow$  (2)  $\rightarrow$   $y \cong x^2$  parábola

PS: Desprezamos a força gravitacional sobre o elétron.