



Universidade do Minho

# **CADERNO DE EXERCÍCIOS**

## **Engenharia Económica**

**Filipa Dionísio Vieira ©**

**ANO LETIVO 2020/2021**

## FICHA 1 – Fronteira de Possibilidades de Produção (FPP)

1. Os pontos de uma fronteira de possibilidades de produção (FPP) expressam
- a) as combinações de máxima produção de dois bens possíveis de obter, correspondentes ao mínimo custo de produção, dada a tecnologia.
  - b) as combinações de mínima produção de dois bens possíveis de obter, quando a dotação disponível dos fatores de produção é plenamente utilizada, dada a tecnologia.
  - c) as combinações de máxima produção de dois bens possíveis de obter, quando a dotação disponível dos fatores de produção é plenamente utilizada, dada a tecnologia.
  - d) as combinações de níveis de produção de dois bens possíveis de obter, correspondentes ao máximo lucro, dada a tecnologia.

c)

2. Os dados do quadro seguinte mostram as diferentes combinações para “Alimento” e “Vestuário”, face aos recursos escassos limitados. Com base nesta informação responda às seguintes questões:

Possibilidades	Unidades de Alimento	Unidades de Vestuário
A	0	8
B	1	7,5
C	2	6,5
D	3	5
E	4	3
F	5	0

- a) Explique a escala de possibilidades de produção dada.
- b) Calcule o custo de produzir unidades adicionais de “Alimento”.
- c) Com base nos dados do quadro anterior, trace a fronteira de possibilidades de produção (FPP).
- d) Na mesma curva, considere o ponto G que se refere a 3 unidades de “Alimento” e 3 unidades de “Vestuário” e o ponto H que se refere a 3,5 unidades de “Alimento” e 6 de “Vestuário”. Diga o que os pontos G e H indicam.

b) 0,5/1/1,5/2/3

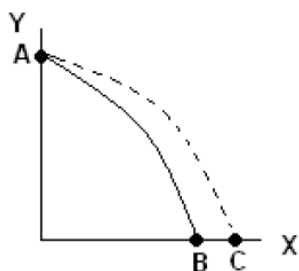
3. Suponha que numa economia se produzem dois bens: “Roupa” e “Comida”. A utilização de todos os recursos disponíveis conduz às seguintes possibilidades de produção:

Possibilidades	Roupa	Comida
A	0	9
B	3	7
C	5	4
D	6	2
E	7	0

- Represente num gráfico aquelas possibilidades de produção. Como designa a curva que obteve?
- Como é possível aumentar a produção de “Roupa” e “Comida” sem alterar a dotação de fatores?
- Comente o facto de a produção efetiva ser de 3 unidades de “Roupa” e de 5 unidades de “Comida”.
- Suponha que em dado período a curva FPP registou um deslocamento para a direita. Quais as explicações possíveis para esta situação?

**4.** Admita que uma economia hipotética produz “Cortes de cabelo” e “Camisas”, com o fator trabalho e tem disponíveis 1 000 horas de trabalho. Sabendo que um corte de cabelo exige 0,5 horas de trabalho, enquanto uma camisa exige 5 horas de trabalho. Construa a fronteira de possibilidades de produção (FPP).

**5.** No gráfico a seguir, a fronteira de possibilidades de produção de uma economia é representada pela linha cheia ligando os pontos A e B. O deslocamento da curva para a posição ocupada pela linha tracejada que liga os pontos A e C é compatível com qual das seguintes causas? Justifique adequadamente.

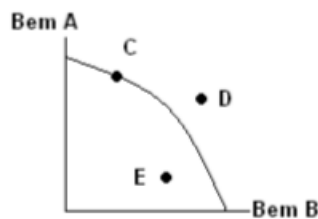


- Progresso tecnológico aplicável à produção dos dois bens, mantidas constantes as dotações dos fatores produtivos.
- Redução da dotação de um dos recursos aplicáveis à produção do bem Y, mantidas constantes as dotações dos restantes recursos aplicáveis à produção dos bens X e Y.
- Progresso tecnológico aplicável exclusivamente à produção do bem Y, mantidas constantes as dotações dos restantes recursos aplicáveis à produção dos bens X e Y.

- d)** Redução da dotação de um dos recursos aplicáveis à produção do bem X, mantidas constantes as dotações dos restantes recursos aplicáveis à produção dos bens X e Y.
- e)** Progresso tecnológico aplicável exclusivamente à produção do bem X, mantidas constantes as dotações dos restantes recursos aplicáveis à produção dos bens X e Y.

**e)**

**6.** Identifique os pontos, onde se verifica a ocorrência das seguintes situações, dada a seguinte fronteira de possibilidades de produção (FPP). Justifique.



- a)** Pleno emprego dos fatores de produção e conhecimento.
- b)** Um nível de produção impraticável no curto prazo.
- c)** Um nível de produção em que há ineficiência da economia.

**a) C; b) D; c) E**

**7.** Explique o que significa um deslocamento da FPP “para fora” (em sentido oposto à origem). De que resulta tal deslocamento?

**8.** Perdido por entre as águas do Pacífico e confinado a metade de uma pequena ilha vive um povo, que apesar da sua coragem e determinação, tem sido hipocritamente abandonado pelo resto do mundo. As questões que lhe serão colocadas referem-se a essa pequena economia: *Lorosae*, a terra do sol nascente.

Atendendo ao conceito de fronteira de possibilidades de produção, explique como esta economia se comporta face às duas situações seguintes:

- a)** A comunidade internacional envia equipamento e maquinaria para permitir o desenvolvimento económico de *Lorosae*.
- b)** Uma potência militar vizinha, invasora do território, dizima parte da sua população que passa de 600 000 para 450 000 habitantes, num período de 25 anos.

## FICHA 2 – Teoria da Procura e da Oferta

1. Considere um mercado, onde se transaciona um determinado produto e, no qual nenhum consumidor ou produtor tem poder para influenciar isoladamente o preço desse produto:

$$Q_D = 60 - 4P$$

$$Q_S = P - 10$$

- a) Determine o preço e a quantidade de equilíbrio.
- b) Se o governo fixar um preço máximo de 12 u.m., qual o efeito sobre este mercado? Justifique através de cálculos.

**a)  $P_e = 14$  u.m. e  $Q_e = 4$  unidades; b) Escassez de bens no mercado**

2. Suponha que a procura e oferta de melões é dada pelas seguintes expressões:

$$P = 160 - 3Q_D$$

$$P = 5Q_S$$

- a) Determine a solução de equilíbrio.
- b) Suponha que o governo impõe um preço mínimo de 130 u.m.. De quanto será o excesso de melões resultante daquela imposição?

**a)  $E = (20, 100)$ ; b) 16 unidades**

3. Sabendo que as intenções de Procura e de Oferta de um dado produto podem ser expressas por:

$$P = 4.75 - 0.125Q$$

$$P = 0.5Q - 6$$

- a) Calcule a quantidade de equilíbrio e a receita dos vendedores, gerada nessa mesma situação de equilíbrio.
- b) Qual deveria ser o preço máximo imposto pelo Estado para que tal imposição gerasse um excesso da procura de 11 unidades? Represente graficamente.

**a)  $Q_e = 17.2$  unidades e  $RT = 44.72$  u.m.; b)  $P_{\max} = 1.5$  u.m.**

4. Suponha que nenhum consumidor ou produtor tem poder para influenciar isoladamente o preço de equilíbrio, expresso em unidades monetárias. A função procura deste produto no mercado interno pode ser representada por  $Q_D = 36 - 8P$  e a função procura no mercado externo pode ser representada por  $Q_D = 10 - 2P$ . A curva da oferta no mercado é dada por  $Q_S = 8 + 6P$ .

- a) Calcule a solução de equilíbrio no mercado interno. Explique porque é a solução de equilíbrio única.

- b) Considere também a procura do produto no mercado externo. Calcule o preço e a quantidade que restabelece o equilíbrio no mercado agregado total deste produto.

**a)  $P_e = 2$  u.m. e  $Q_e = 20$  unidades; b)  $P_e = 2,375$  u.m. e  $Q_e = 22,25$  unidades**

5. Suponha que a seguinte expressão representa a curva da procura do produto x:  $Q_D = a - 2P$ . Sabe-se que para um preço igual a 6 u.m. os consumidores não estão dispostos a adquirir qualquer quantidade deste produto.

- a) Calcule o valor de a.
- b) A função procura deste produto passou a ser  $Q_D' = 10 - 2P$ . Indique se se tratou de uma variação da procura ou de uma variação da quantidade procurada. Descreva três hipóteses que possam ter originado esta variação.
- c) Suponha agora, que existem 10 000 indivíduos idênticos no mercado para o produto x e 1 000 produtores, cada um dos quais seguindo a função:  $Q_S = 20P$ . Calcule o preço e a quantidade de equilíbrio no mercado.

**a)  $a = 12$ ; c)  $P_e = 3$  u.m. e  $Q_e = 60\ 000$  unidades**

6. A função procura de um bem inferior pode ser representada da seguinte forma:

$$Q_D + 15P - 150 = 0$$

Admitindo que o rendimento dos indivíduos aumentou responda às seguintes questões:

- a) Represente graficamente a alteração verificada na curva da função procura devido ao aumento do rendimento dos indivíduos. Dê um exemplo à sua escolha do que pode acontecer à função procura acima indicada.
- b) Que outros fatores é que podem influenciar a função procura e qual o seu comportamento?
- c) O que ocorreu neste mercado foi uma variação da procura ou da quantidade procurada? Justifique adequadamente.
- d) Sabe-se que existem cinco produtores idênticos a oferecer esse bem, cada um com uma curva da oferta representada por:  $Q_S + 2 = P$ .

Considerando a função procura dada calcule o preço que satisfaz simultaneamente os consumidores e os produtores.

**d)  $P_e = 8$  u.m.**

7. O mercado de um determinado bem é representado pelas seguintes expressões.

$$Q = 5 + 2P$$

$$Q = 30 - 3P$$

- a) Calcule e represente graficamente a situação de equilíbrio.

- b)** Admita que se verificou um aumento da oferta. Represente graficamente e explique as implicações desta alteração. Apresente, explicando, três razões para esta variação da oferta.

**a) E = (15, 5)**

**8.** Considere que determinado mercado pode ser representado pelas seguintes funções de procura e de oferta, respetivamente:

$$3P = 30 - Q_d$$

$$P = 2 + Q_s$$

- a)** Determine a situação de equilíbrio deste mercado.
- b)** Relativamente à situação de equilíbrio inicial, explique, com cálculos, o que acontece se o Estado impuser um preço máximo igual a 5 u.m.
- c)** Supondo que esta situação leva à criação de um mercado negro e que toda a produção será vendida nesse mercado. Determine as receitas ilegais obtidas pelos negociantes.

**a) E = (6, 8); c) Receitas ilegais = 12 u.m.**

### FICHA 3 – Estudo das Elasticidades

1. Um clube de futebol que atua numa divisão distrital tem um orçamento apertado e o número de bolas adquiridas no início da época depende essencialmente do preço de aquisição. Quanto menor o preço, maior a quantidade adquirida. O responsável pelas compras usa o seguinte quadro como referência.

a) Calcule a elasticidade preço da procura das bolas de futebol para este clube, ao longo dos sucessivos níveis de preço.

b) Suponha que a empresa que vende este artigo pretende saber os efeitos nas suas receitas, quando os preços do seu produto diminuam. Com o auxílio do conceito de elasticidade, explique o que esta empresa poderá concluir acerca desta relação.

Quantidade	Preço
20	5
40	4
60	3
80	2
100	1

a) 3, 1.4, 0.7 e 0.3

2. De acordo com fontes estatísticas oficiais, entre 2015 e 2019, verificaram-se as seguintes variações percentuais nos preços e nas quantidades consumidas dos seguintes produtos:

	Produto A	Produto B	Produto C
Preço	30	-40	50
Quantidade	-90	40	-20

a) Explícite o conceito de elasticidade preço da procura e calcule-a para cada produto. Interprete os resultados obtidos.

b) Considere uma empresa que produz estes três produtos. Qual a atitude que ela deve tomar, sendo o seu objetivo maximizar a receita total?

a)  $E_{DA} = 3$ ,  $E_{DB} = 1$  e  $E_{DC} = 0,4$

3. Numa determinada comunidade chinesa, o consumo anual de arroz de cada família depende do seu rendimento; famílias com rendimentos diferentes têm um nível de consumo diferente.



a) Calcule a elasticidade rendimento da procura deste tipo de produto, ao longo dos sucessivos níveis de rendimento.

b) Em que níveis de rendimento pode este produto ser enquadrado como bem de luxo, normal ou inferior para a família em causa?

Rendimento (Y)	Quantidade (Kg/ano)
4 000	100
6 000	200
8 000	300
10 000	350
12 000	380
14 000	390
16 000	350
18 000	250

a) **1.67, 1.4, 0.69, 0.45, 0.169, -0.81 e -2.83**

4. A função Procura de um determinado produto é representada por:

$$Q_D = 200 - 20P$$

a) Identifique os níveis de preço para os quais a procura é rígida ou elástica.

b) Para que nível de preço a decisão de alterar o preço do produto não afeta a receita total gerada?

a) **Rígida para  $0 < P < 10$  e elástica para  $10 < P < 20$ ; b)  $P = 10$**

5. Considere a função da procura do produto A:

$$Q_{DA} = 20 - 1,25P_A - P_B + 0,65Y$$

Em que:

- quantidade procurada do produto A:  $Q_{DA}$

- preço do produto A:  $P_A = 4$  u.m./unidade

- preço do produto B:  $P_B = 3$  u.m./unidade

- rendimento anual dos consumidores:  $Y = 200$  u.m.

a) Considere que se verificaram as seguintes alterações:

- Preço do produto B:  $P_B = 5$  u.m./unidade

- Rendimento anual dos consumidores:  $Y = 250$  u.m.

Calcule os efeitos de cada uma destas alterações na quantidade procurada do produto A.

b) Confirme e interprete, recorrendo-se do cálculo das elasticidades, os resultados obtidos na alínea anterior.

b)  **$E_{AB} = -0.02$  e  $E_Y = 0.92$**

6. A função procura estimada num concessionário Mercedes é, numa base anual, a seguinte:

$$Q_D^M = 2000 - 0,1P_M + 0,05P_B + 3Y$$

Sendo:

$P_M$ : Preço médio do Mercedes (em Euros)

$P_B$ : Preço médio do BMW (em Euros)

$Y$ : Rendimento médio das famílias (em Euros)

Considerando os seguintes valores:

$P_M = 45\,000\text{€}$ ;  $P_B = 40\,000\text{€}$ ;  $Y = 750\text{€}$

- a) Determine a elasticidade preço da procura e classifique a procura nesta situação.
- b) Face à situação descrita na alínea anterior, o que aconteceria às receitas totais se houvesse uma alteração de preços. Justifique adequadamente.
- c) Utilizando o conceito de elasticidade que julgue apropriado, conclua com cálculos quanto à relação das duas marcas de automóveis referidas anteriormente.
- d) Calcule a elasticidade rendimento da procura para os automóveis da marca Mercedes e classifique-os.

**a)  $E_p = 2.57$ ; c) 1.14; d)  $E_y = 1.29$**

**7.** Considere a seguinte função da procura de carne de vitela:

$$Q_v = 3,5 - 0,09P_v + 0,06P_p + 0,02Y$$

em que:

$Q_v$  - quantidade procurada de carne de vitela;

$P_v$  - preço da carne de vitela;

$P_p$  - preço da carne de porco;

$Y$  - índice do montante de salários anualmente distribuídos.

- a) Interprete a função procura da carne de vitela.
- b) Classifique do ponto de vista da substituição os bens: carne de vitela e carne de porco.
- c) Indique a expressão:
  - c.1) da elasticidade preço da procura;
  - c.2) da elasticidade cruzada da procura;
  - c.3) da elasticidade rendimento da procura.

**b) Bens substitutos**

**8.** Sobre os conceito e aplicações de elasticidade da procura diga se são verdadeiras (V) ou falsas (F) as seguintes afirmações. Corrija as afirmações falsas.

- a) Bens inferiores são aqueles que têm elasticidade rendimento da procura negativa.

- b)** Exemplos de bens com baixa elasticidade rendimento da procura são calçado barato e automóveis de luxo.
- c)** Bens que possuem uma baixa elasticidade rendimento da procura experimentam uma rápida expansão de consumo quando o rendimento destes países cresce rapidamente.
- d)** Os bens com elasticidade rendimento da procura acima de 1 são aqueles em que o aumento percentual da quantidade procurada ocorre numa proporção menor do que o aumento percentual do rendimento.
- e)** Se a elasticidade preço da procura de um bem for igual a 0,5, então a procura desse bem será elástica.
- f)** Se a elasticidade rendimento da procura de um bem é igual a 0,5, então esse bem será um bem inferior.
- g)** Se um aumento no preço de um bem gera como resultado o aumento da procura de outro bem, então existe uma relação de complementaridade entre os bens.
- h)** Se a elasticidade cruzada entre dois bens for positiva, então esses bens são bens substitutos.
- i)** Se um aumento do rendimento gera, como resultado, a redução da procura de um bem, então esse bem é denominado bem de normal.

**a) V; b) V; c) F; d) F; e) F; f) F; g) F; h) V; i) F**

## FICHA 4 – Teoria da Produção e dos Custos

1. A empresa “SóGama, Lda.” é bastante conhecida no mercado pela flexibilidade de utilização de mão de obra. É uma autêntica firma de ocasião. Mediante os dados fornecidos para o produto total da atividade desta empresa, apresentados no quadro seguinte:

<b>Trabalhadores</b>	0	1	2	3	4	5	6	7
<b>Produto total</b>	0	2	4	7	11	14	16	18

e sabendo ainda, que o custo unitário do fator produtivo variável é de 5 u.m. e o Custo Fixo Total de 2 u.m., calcule para cada nível de utilização do fator trabalho o

- a) Produto Médio.
- b) Produto Marginal.
- c) Custo Total.
- d) Custo variável médio.

2. Uma determinada empresa fabrica um dado produto, a partir de um stock de bens de capital e trabalho, sendo a quantidade produzida por unidade de trabalho a seguinte:

<b>L</b>									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Produto Médio</b>	2	2.5	3	3	2.8	2.5	2.21	1.75	1.33

- a) Calcule e defina o produto total e a produtividade marginal do trabalho.
- b) Qual deverá ser a decisão da empresa quanto ao número de trabalhadores a empregar, no caso de pretender maximizar a produtividade marginal do trabalho? E se o objetivo for antes a maximização do produto total do trabalho?

**b) L = 3 trabalhadores e L = 7 trabalhadores**

3. Suponha que o departamento de contabilidade de uma determinada empresa lhe apresentou a seguinte informação referente ao 1º trimestre de atividade:

<b>L</b>	<b>PT</b>	<b>CVT</b>	<b>CTM</b>
<b>0</b>	0	0	-
<b>1</b>	5	5	11,00
<b>2</b>	12	10	5
<b>3</b>	24	15	2,708

<b>4</b>	39	20	1,795
<b>5</b>	50	25	1,50
<b>6</b>	59	30	1,3559
<b>7</b>	67	35	1,2687

- a) Com base nestes dados calcule o custo fixo total, o custo variável por unidade produzida e o custo de produzir unidades adicionais do produto.
- b) Indique o número de trabalhadores para que se estabeleça a relação ótima entre a produção média do trabalho e o custo variável médio? Justifique recorrendo aos resultados obtidos.

**a) CFT = 50 u.m.; b) L = 5 trabalhadores**

4. Segundo informação do departamento de custos de uma determinada empresa, o custo unitário do fator produtivo variável foi de 10 u.m. e o custo fixo total de 100 u.m..

- a) Utilizando a informação apresentada no quadro ao lado, indique o número de unidades do fator produtivo variável a empregar, para otimizar a relação entre o custo marginal do trabalho e a produção marginal do trabalho.
- b) Diga em que consiste a “Lei dos produtos marginais decrescentes”. Justifique através do exemplo dado.

L	PT
0	0
1	7
2	17
3	29
4	38
5	45
6	50

**a) L = 3 trabalhadores**

5. Numa determinada empresa o nível produtivo depende da quantidade de fator trabalho empregue, como se pode verificar no quadro seguinte:

Trabalhadores	0	1	2	3	4	5	6	7
Produção (unidades)	0	15	36	72	117	150	177	201

- a) Calcule o Produto Marginal e o Produto Médio. Distinga Produto Marginal de Produto Médio.
- b) Sabendo que a empresa tem um Custo Total de 8 000 u.m. quando produz 36 unidades do produto e que no quadro seguinte temos os Custos Marginais, calcule os custos fixos totais e os custos variáveis totais suportados pela empresa.

L	0	1	2	3	4	5	6	7
CMg	0	66.6	47.62	27.77	22.22	30.3	37.04	41.66

**b) CVT = 2000; CFT = 6000**

**6.** A empresa Minhota emprega 6 trabalhadores. Se não operar suporta um custo de 100 u.m.. O custo unitário do fator produtivo variável é de 10 u.m.. Os custos totais por unidade produzida são os que constam no quadro seguinte:

<b>Nº Trabalhadores</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Custos Totais/ unidade</b>	15.7	7	4.5	3.7	3.3	3.2

- a)** Indique o número de trabalhadores para a relação ótima que conhece entre o produto médio e o custo variável médio.
- b)** Calcule o custo de produzir unidades adicionais.

**a) L = 3 trabalhadores**

**7.** Sobre a teoria da produção e a teoria dos custos diga se são verdadeiras (V) ou falsas (F) as seguintes afirmações. Corrija as afirmações falsas.

- a)** No longo prazo, todos os fatores produtivos são fatores produtivos variáveis.
- b)** A produtividade marginal do trabalho é o número de unidades de trabalho necessárias para produzir uma unidade adicional do produto.
- c)** O Produto Médio é a relação entre o produto total e a quantidade de um fator de produção.
- d)** O custo variável é definido como o custo total do fator produtivo variável para cada quantidade de produto.
- e)** A diferença entre o custo médio total e o custo médio variável é o custo marginal.
- f)** O custo de produzir uma unidade adicional de produto é o custo variável médio.
- g)** Os custos fixos podem ser definidos como custos que variam com o produto total e os custos variáveis como custos que não variam com o produto total.
- h)** A diferença entre o custo total médio e o custo variável médio torna-se mais pequena à medida que o produto diminui.

**a) V; b) F; c) V; d) V; e) F; f) F; g) F; h) F**

## FICHA 5 – Mercados e Formação de Preços

1. A empresa “Gama” produz um determinado produto e os resultados mais recentes têm permitido expressar o lucro em função da quantidade produzida da seguinte forma:

$$\pi = (-1/3)Q^3 - 3Q^2 + 40Q - 50 \quad (\text{u.m.})$$

Considere ainda a função procura do bem:

$$Q_D = 12 - 0,2 P$$

- a) Determine o preço que tem de vigorar no mercado para que esta empresa tenha um lucro que seja máximo. Calcule o valor desse lucro máximo.
- b) Determine a expressão para o Custo Variável Médio (CVM). Qual o nível produtivo para o qual o CVM é mínimo?

$$\text{a) } P = 40 \text{ u.m.}; \pi = 40.66 \text{ u.m.}; \text{ b) } \text{CVM} = 1/3Q^2 - 2Q + 20; Q = 3$$

2. A receita marginal de uma empresa é:

$$\text{RMg} = 21 - 2Q \quad (\text{u.m.})$$

e Q = número de unidades produzidas

- a) Identifique a função procura da empresa.
- b) Sabendo que o custo marginal é igual a:  $\text{CMg} = Q^2 - 6Q + 9$  (u.m.)
- b.1). Calcule a função do custo total e custo médio, supondo que os custos fixos têm um valor igual a 16 u.m.;
- b.2) Calcule o preço que maximiza o lucro desta empresa e o valor desse lucro.

$$\text{a) } Q_D = 21 - P; \text{ b.1) } \text{CT} = Q^3/3 - 3Q^2 + 9Q + 16; \text{CTM} = Q^2/3 - 3Q + 9 + 16/Q$$
$$\text{b.2) } P = 15 \text{ u.m.}; \pi = 56 \text{ u.m.}$$

3. Uma empresa tem um custo fixo total de 600 u.m., independentemente da sua produção. A função da receita total é dada pela expressão  $\text{RT} = 10Q$ . Sabendo que a empresa não tem lucro nem prejuízo quando produz 100 unidades, determine qual é o custo variável por unidade de produção.

$$\text{CVM} = 4 \text{ u.m.}$$

4. Uma indústria perfeitamente competitiva está em equilíbrio a um preço de mercado de 5 u.m., quando 2 000 unidades de produto são oferecidas nesse mercado. Cada empresa enfrenta uma função custo total igual a:

$$\text{CT} = Q^3 - 6Q^2 + 5Q - 100 \quad (\text{u.m.})$$

Calcule o lucro máximo de cada empresa e o número de empresas que estão a operar na indústria.



$$\pi_{\max} = 132 \text{ u.m. e } N^{\circ} \text{ de empresas} = 500$$

5. Suponha que uma empresa opera num mercado em concorrência perfeita. E que os custos totais desta empresa podem ser representados pela seguinte expressão:

$$CT = Q^3 - 10Q^2 + 125Q \quad (\text{u.m.})$$

Calcule a quantidade de equilíbrio no longo prazo e o preço consistente com esse nível de produção.

$$Q = 5 \text{ unidades; } P = 100 \text{ u.m.}$$

6. As funções Custo Total e Receita Total de uma determinada empresa são dadas por:

$$CT = Q^3 - 6Q^2 + 15Q + 100$$

$$RT = 51Q$$

Calcule o volume de produção de equilíbrio, os montantes de lucro unitário e lucro total.

$$Q = 6 \text{ unidades; } \pi_{\text{unitário}} = 19.3(3) \text{ u.m.; } \pi_{\max} = 116 \text{ u.m.}$$

7. Uma empresa têxtil produz exclusivamente para o mercado alemão e as expressões para o custo total médio do seu produto e a respetiva receita marginal são as seguintes:

$$CTM = Q^2/3 - 3Q + 38 + 16/Q \quad (\text{u.m.})$$

$$RMg = 62 - 4Q \quad (\text{u.m.})$$

- a) Qual é a função procura deste produto?  
b) Obtenha a quantidade vendida, o preço praticado e o lucro obtido pela empresa num contexto de maximização de lucro.

$$a) \quad Q_0 = 31 - 0.5P; \quad b) \quad Q = 6 \text{ unidades; } P = 50 \text{ u.m.; } \pi_{\max} = 92 \text{ u.m.}$$

8. Uma determinada empresa enfrenta os seguintes custos na produção:

$$\text{Custo fixo por unidade: } CFM = 350/Q \quad (\text{u.m.})$$

$$\text{Custo variável por unidade: } CVM = 20Q + 80 \quad (\text{u.m.})$$

A curva da procura é representada pela seguinte expressão:  $Q_0 = 5,6 - P/100$

Calcule o nível de produção, o preço de cada unidade do produto e o lucro que esta empresa obterá nos seguintes casos:

- a) O objetivo da empresa é a maximização do lucro.  
b) O objetivo da empresa é a maximização das vendas.

$$a) Q = 2 \text{ unidades; } P = 360 \text{ u.m.; } \pi_{\max} = 130 \text{ u.m.; } b) Q = 2.8 \text{ unidades; } P = 280 \text{ u.m.; } \pi = 53.2 \text{ u.m.}$$





## FICHA 6 – Matemática Financeira

1. Se a taxa de inflação anual se mantiver em 5% durante os próximos 10 anos, um par de sapatos que no presente custam 100€, na altura quanto custarão?

$$F = 162.9€$$

2. Imagine que comprou um terreno há 10 anos por 20 000€ e que vendeu hoje esse mesmo terreno por 74 144€. Qual foi a taxa de rentabilidade anual que obteve?

$$i = 14\%$$

3. Espera-se que um investimento gere o seguinte fluxo de rendimentos:

Ano	1	2	3
Rendimento	20 000€	30 000€	40 000€

Considerando uma taxa de juro anual de 10%, qual é o valor presente deste fluxo de rendimentos?

$$P = 73\,026€$$

4. Imagine que decide aplicar num Plano Poupança Reforma (PPR) 2 000€ no final de cada ano, durante os próximos 40 anos. Qual o valor que terá acumulado ao fim de 40 anos, se a taxa de rentabilidade anual for de 10%?

$$FA = 885\,180€$$

5. Qual é o Valor Presente de um projeto que gera quatro fluxos de caixa iguais, no valor de 850 u.m., no final dos anos 1, 2, 3 e quatro, respetivamente. Considere que taxa de interesse é de 8% ao ano.

$$PA = 2\,815.3 \text{ u.m.}$$

6. Considere que aluga um terreno vitaliciamente a 1 800€ anuais. Admitindo uma taxa de juro de 9% ao ano, calcule o valor do terreno.

$$P_{\infty} = 20\,000€$$

7. O Banco do Litoral, SA paga uma taxa de juro anual nominal de 12% nos depósitos. Qual é a taxa de juro anual efetiva se a capitalização for trimestral? E se for mensal?

$$i_{\text{efetual}} = 12.55\%; i_{\text{efetual}} = 12.68\%$$



8. Uma empresa do ramo financeiro tem em análise diversas opções de investimento, todas elas baseadas numa taxa anual nominal de 12% com capitalização semestral. Indique qual das seguintes opções trará mais benefícios à empresa ao fim de 10 anos.
- A- Depositar 30000 € agora.
  - B- Depositar 4076 € no fim de cada semestre durante os primeiros 5 anos.
  - C- Depositar 10000 € agora e 35817 € ao fim de 5 anos.
  - D- Depositar 2615.5 € no fim de cada semestre durante 10 anos.

**São equivalentes**

9. Admita que planeia reformar-se daqui a 40 anos e que pode investir a uma taxa de 8%. Estima que vai necessitar de 38 000€ no final de cada ano durante os seus 25 anos de vida que estima ter após a data de reforma, e que a taxa de juro será de 8% após a reforma. Qual o montante que deverá poupar no final de cada ano de forma a acumular o dinheiro necessário para a sua reforma?

**A = 1 565.84€**

10. Um agricultor necessita de um trator para os seus trabalhos agrícolas durante os próximos 3 anos. Poderá recorrer ao aluguer que terá um custo de 3000 €/ano, onde se inclui a manutenção. Mas também tem como alternativa a possibilidade de adquirir um trator por 7000 €, fazer um contrato adicional para a manutenção com pagamentos anuais, manter o trator durante 3 anos e vendê-lo a seguir por 1500 €.

Qual deverá ser o custo anual de manutenção para ser economicamente mais interessante adquirir o trator do que alugá-lo? Assuma uma taxa de juro nominal de 12% ao ano com capitalização anual.

**A = 530€/ano**

## FICHA 7 – Avaliação de Projetos de Investimento

1. A empresa de acabamentos “Faz Quase Tudo, SA” está a ponderar expandir a sua capacidade de produção. Para isso pretende avaliar o projeto de investimento, do qual se conhecem os seguintes elementos caracterizadores.

Investimento em capital fixo e em fundo de maneio necessário, valores em euros:

	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3
<b>Capital Fixo:</b>				
- Incorpóreo	69.000			
-Equipamentos Produtivos	200.000	94.000	490.000	
- Outros equipamentos	25.000			
<b>Fundo de Maneio:</b>	25.000	15.000	10.000	5.000

A projeção efetuada para o valor das vendas é a seguinte, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<b>Proveitos</b>	500.000	510.000	520.000	530.000	540.000

Com a implementação do projeto a empresa espera incorrer nos seguintes custos de exploração, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<b>Materiais Diretos</b>	115.200	130.880	150.550	150.550	150.550
<b>Mão de obra Direta</b>	100.800	114.520	131.731	131.731	131.731
<b>Gastos Gerais de Fabrico</b>	72.000	81.800	94.094	94.094	94.094

A empresa adota o método linear para amortizar os diferentes tipos de ativos fixos ao longo da sua vida útil. Os equipamentos produtivos são amortizados em 14 anos e os outros equipamentos em 8 anos. Os ativos fixos incorpóreos são amortizados em 3 anos.

Sabe-se, também, que a empresa estima um custo de capital de 10%, e que a taxa de imposto sobre os lucros é de 25%.

Com base nos critérios do VAL, da TIR e do PRI, ajuíze sobre a viabilidade económico-financeira deste projeto de investimento.

**VAL=95 631,78€; TIR=14,97%; PRI=4 anos e 6 meses**

2. A empresa “Têxtil do Minho, SA” está a ponderar aumentar a sua atividade de produção. Para isso necessita de elaborar e avaliar um projeto de investimento, do qual se conhecem os seguintes elementos caracterizadores.

Investimento em capital fixo e em fundo de maneio necessário, valores em euros:



	Ano 0	Ano 1	Ano 2
<b>Capital Fixo Incorpóreo</b>	50.000		
<b>Capital Fixo Corpóreo</b>	300.000	200.000	
<b>Fundo de Maneio</b>	25.000	15.000	10.000

A projeção efetuada para o valor das vendas é a seguinte, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<b>Proveitos</b>	350.000	425.000	500.000	500.000	500.000

Com a implementação do projeto a empresa espera incorrer nos seguintes custos de exploração, valores em euros:

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
<b>Materiais Diretos</b>	104.000	116.000	132.000	132.000	132.000
<b>Mão de obra Direta</b>	91.000	101.500	115.500	115.500	115.500
<b>Gastos Gerais de Fabrico</b>	65.000	72.500	82.500	82.500	82.500

A empresa adota o método linear para amortizar os diferentes tipos de ativos fixos ao longo da sua vida útil. Os ativos fixos corpóreos têm uma vida útil de 10 anos e os ativos fixos incorpóreos 5 anos.

A empresa pretende recorrer a um empréstimo bancário para financiar 40% do valor do investimento no ano zero, a reembolsar em cinco prestações anuais constantes, a uma taxa de juro de 8%.

Sabe-se, também, que a empresa estima um custo de capital de 14%, e que a taxa de imposto sobre os lucros é de 25%.

Com base nos critérios do VAL, da TIR e do PRI, ajude a empresa a tomar a decisão correta.

**VAL=28.935,91€; TIR=16,36%; PRI=4 anos e 3 meses**

3. Uma determinada empresa têxtil está a equacionar apostar num projeto que tem a duração de três anos. As despesas de investimento em ativos fixos e em fundo de maneio identificadas são as seguintes (em euros):

	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3
<b>Ativo Fixo:</b>				
- Intangíveis	100.000			
- Equipamentos Produtivos	250.000	200.000		
- Outros equipamentos	50.000	10.000	20.000	
<b>Fundo de Maneio</b>	10.000	25.000	25.000	30.000

A projeção efetuada para o valor das vendas é a seguinte (em euros):

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
<b>Proveitos</b>	1.000.000	1.500.000	2.000.000



Com a implementação do projeto a empresa espera incorrer nos seguintes custos de exploração (em euros):

	Ano 1	Ano 2	Ano 3
<b>Materiais</b>	200.000	300.000	600.000
<b>Fornecimentos Diversos</b>	300.000	400.000	500.000
<b>Pessoal</b>	150.000	300.000	500.000

A empresa adota o método linear para amortizar os diferentes tipos de ativos fixos ao longo da sua vida útil. Os equipamentos produtivos são amortizados em 10 anos e os outros equipamentos em 5 anos. Os ativos fixos intangíveis são amortizados em 5 anos.

Sabe-se ainda que a empresa pretende recorrer a um empréstimo bancário para financiar 40% do valor do investimento no ano zero, a reembolsar em três prestações anuais constantes, a uma taxa de juro de 10%. A taxa de imposto sobre os lucros é de 25%.

Com base nos critérios do VAL, da TIR e do PRI, ajuíze sobre a viabilidade económico-financeira deste projeto de investimento admitindo um custo do capital de 12%.

**VAL=476 053,19€; TIR =68,76%; PRI =1 ano e 10 meses**