Capítulo 4. CAPACIDADE E DIELÉTRICOS

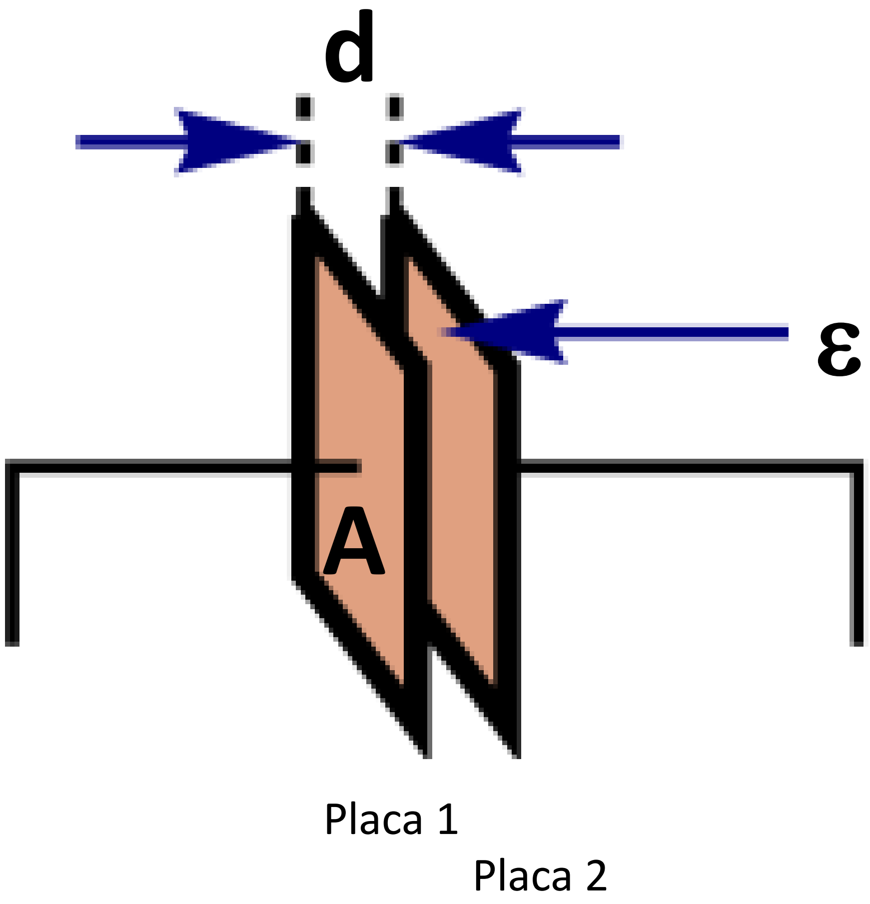
4.1 Condensador

- Dispositivo que armazena cargas elétricas (energia).
- Usado em circuitos elétricos:
  - para sintonizar a frequência dos recetores de rádio;
  - como filtros, nas fontes de potência;
  - Como armazenadores de energia nas unidades de flash eletrónico...
- Constituído, essencialmente, por dois condutores separados por um isolador.
- A capacidade depende da forma geométrica do condensador e da natureza do material que separa os condutores carregados, o dielétrico.

Um condensador, de placas paralelas, é constituído por:

Duas placas (iguais) de material **condutor**, separadas de uma distância *d* (sendo *d*<< A (área das placas)

No espaço *d* entre as placas existe um **dielétrico** (por ex. o ar)



O **material condutor** é neutro: $Q_{placa\ 1} = Q_{placa\ 2} = 0$

Placas são de material condutor - Um material condutor é caracterizado por possuir cargas “livres” (eletrões)

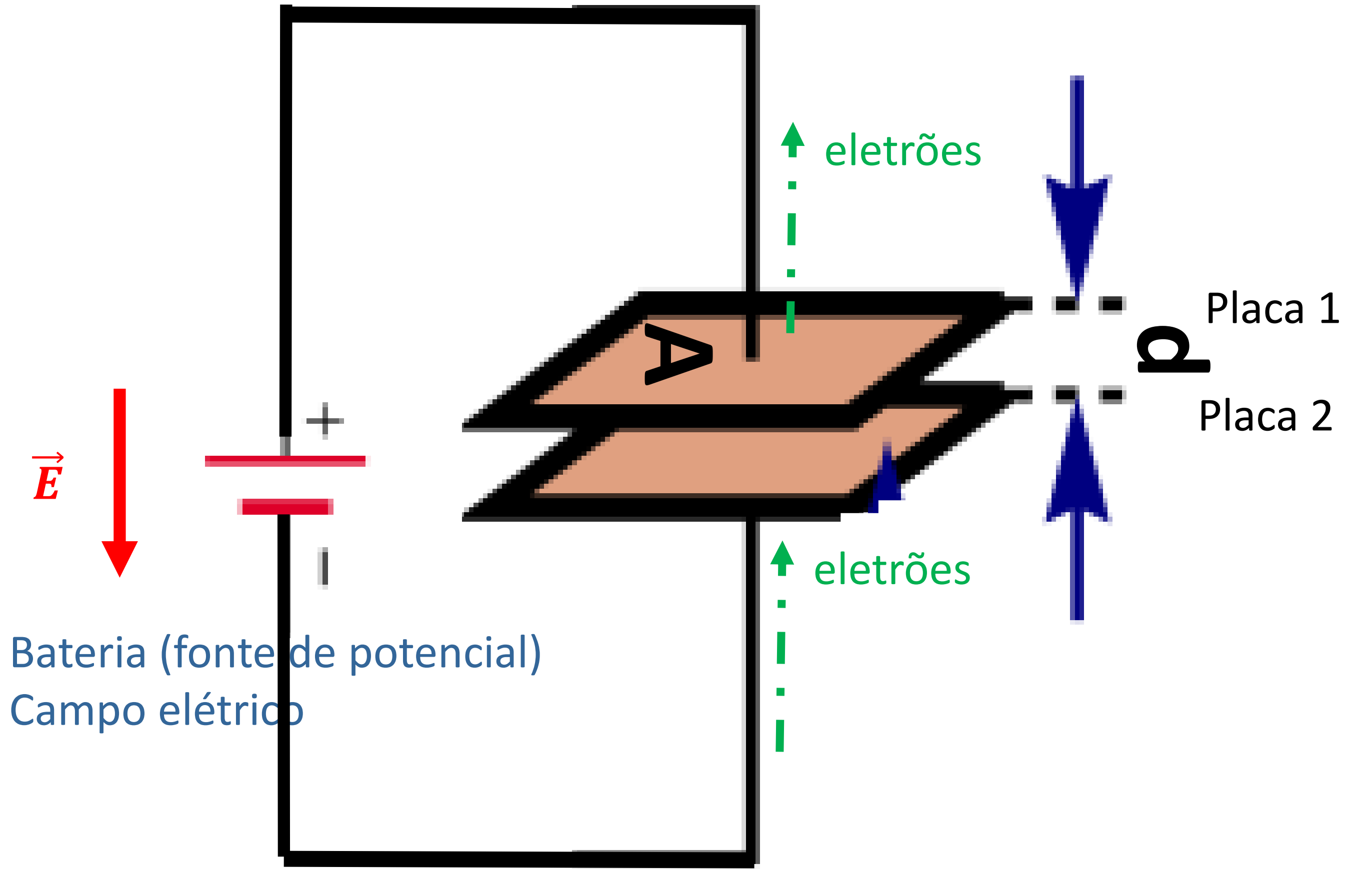
Assim, se o material condutor estiver numa região de campo elétrico, cada carga “livre” vai sentir uma força ($\vec{F} = q\,\vec{E}$) , e vai mover-se .....

Relembrando: Se $\vec{E}$ uniforme e se $\vec{E}$ // deslocamento

$$\Delta V^{A-B} = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{r} = -E\,d$$

Falar de $\vec{E}$ é “o mesmo” que falar de d.d.p. (ΔV)

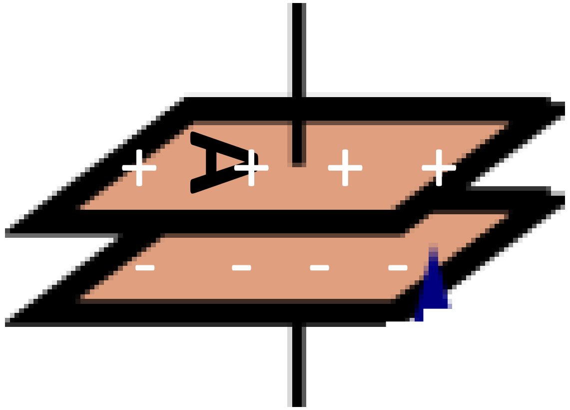
Assim, se se ligar uma bateria/fonte de tensão/fonte de potencial/pilha às placas do condensador, cada carga “livre” vai sentir uma força: $\vec{F} = q\,\vec{E}$, e vai mover-se …..



PS1: Q = N *e*

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

- A placa 1 vai perder eletrões: **ficando assim com Q > 0 (= Q_1)**
- A placa 2 vai ganhar **esses** eletrões: **ficando assim com Q< 0 (=−Q_1)**



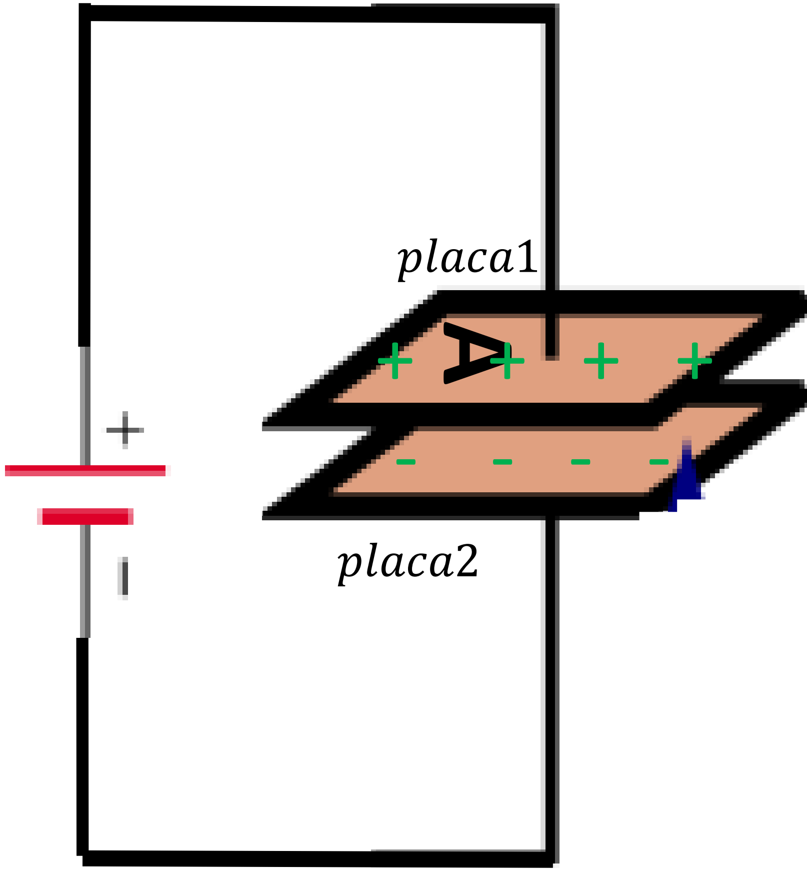
A transferência de carga entre as 2 placas (causada pela d.d.p. da bateria/ fonte/campo elétrico) cessa quando o sistema atingir o equilíbrio, ou seja quando:

$$\Delta V_{placa1-placa2} = \Delta V_{fonte}$$

$$\Delta V_{placa1-placa2} = V_C$$

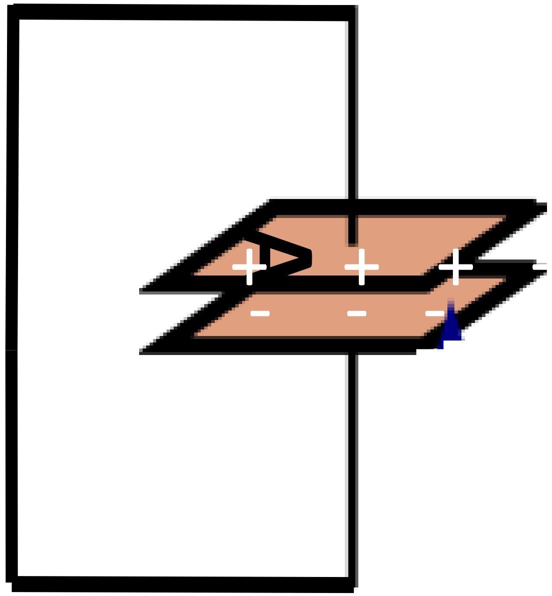
Diferença de potencial aos terminais do condensador

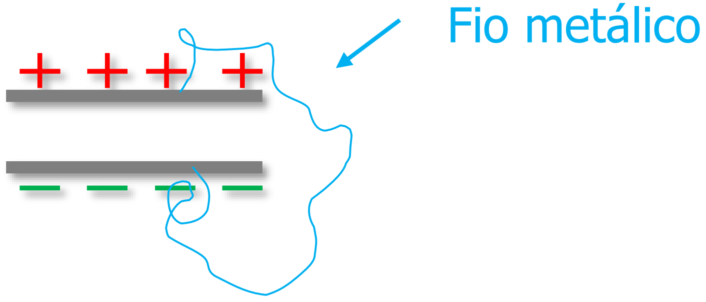
Diz-se que o condensador está carregado



PS2: Conservação de carga

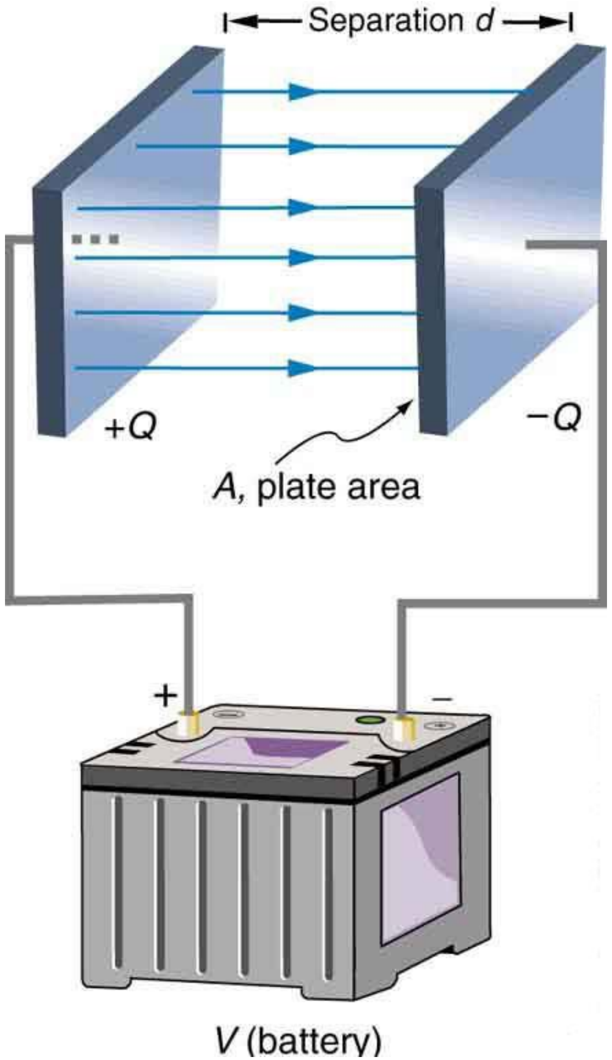
O que acontecerá se….

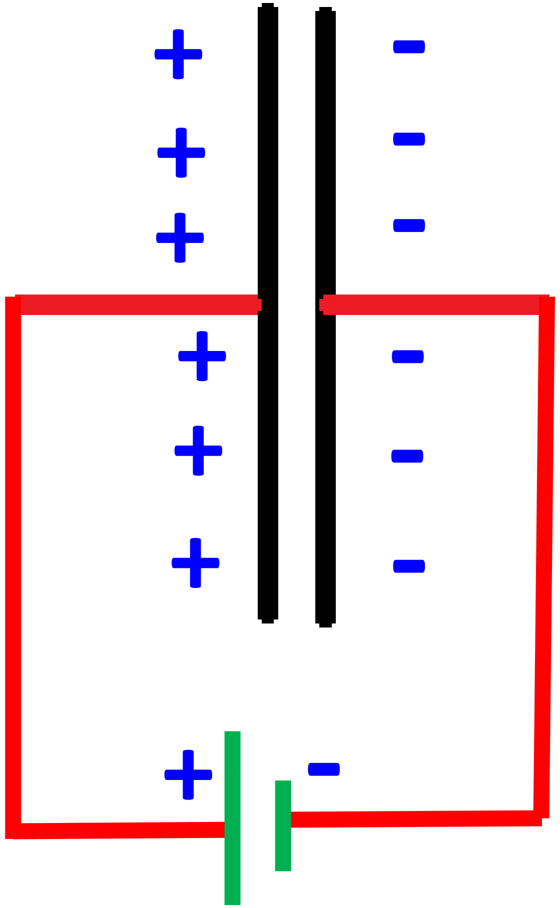


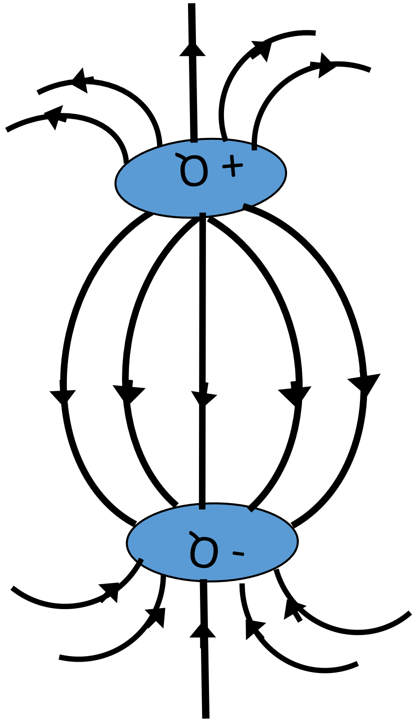


Descarga de um condensador:

- A descarga pode ser observada, muitas vezes como uma centelha (faísca).
- Tocando acidentalmente nas placas opostas dum condensador carregado, os dedos funcionam como condutores causando um choque eléctrico.


Separation d
+Q
−Q
A, plate area
+
−
V (battery)





4.2 Definição de Capacidade

A razão entre o módulo da carga nas placas e a d.d.p entre as placas define-se por Capacidade do condensador

Capacidade do condensador

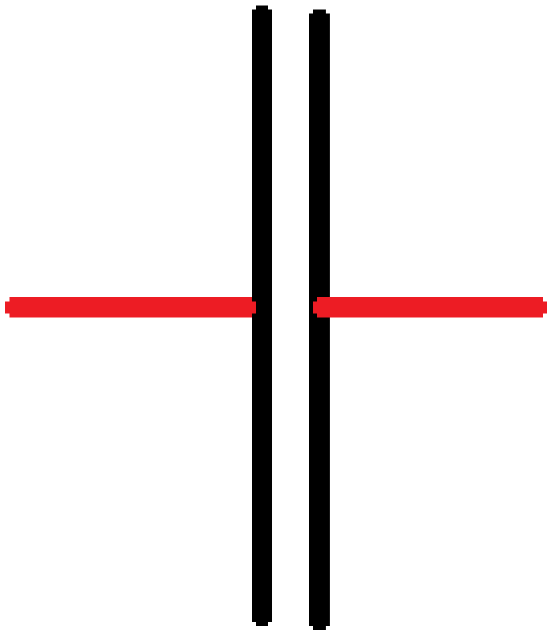
$$C = \frac{Q}{V_C}$$

Valor absoluto da carga de cada placa (Coulomb)

valor absoluto da diferença de potencial entre as placas do condensador (V)

PS: Usa-se V_C, em vez de ΔV para simplificação e significa o módulo da diferença de potencial (geralmente designado simplesmente por ddp) entre as placas.

Símbolo do condensador



Capacidade do condensador

$$C = \frac{Q}{V_C}$$

Coulomb/volt = 1 farad (F)

Capacidade é sempre uma grandeza positiva

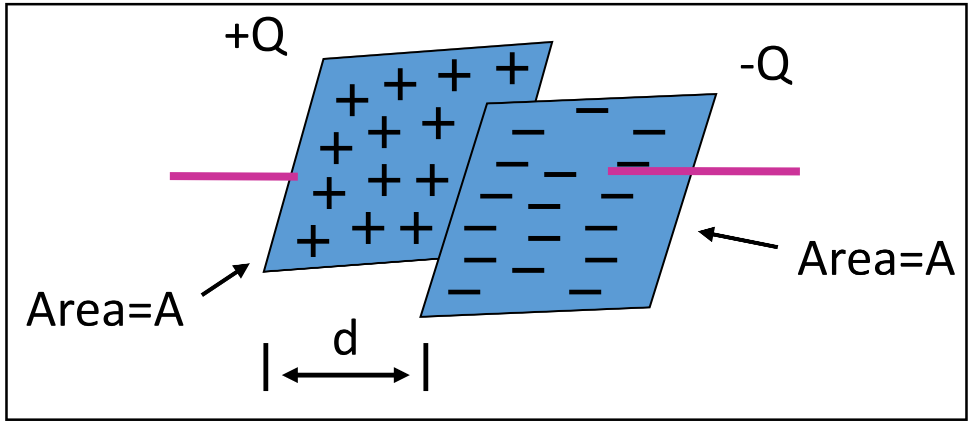
!

Q/V é constante para um dado condensador

Condensadores típicos 1μF – 1pF

4.3 Cálculo de Capacidades- condensador de placas paralelas

- Consideremos o condensador:



- Duas placas planas, paralelas, da mesma área *A*, separadas da distância *d*
- Uma placa com carga +Q, outra –Q
- $\sigma = Q/A$

Placas muito juntas (em comparação com o comprimento e a largura das placas: d<<<<A) $\Rightarrow$ podemos desprezar os efeitos das bordas. Assim:

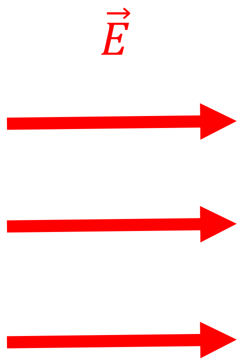
O que já sabemos 1:

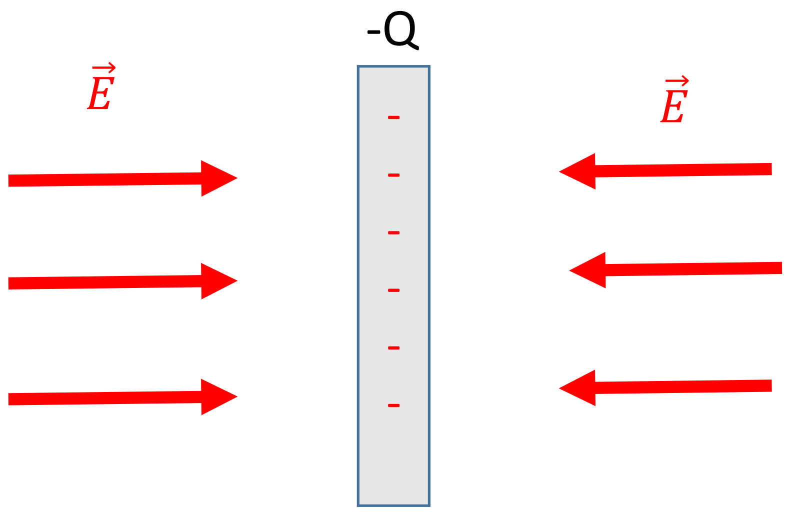
$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ = Q/A

PS: Lei de Gauss; sup. Gauss cilindro com eixo perpendicular à placa

O que já sabemos 2:



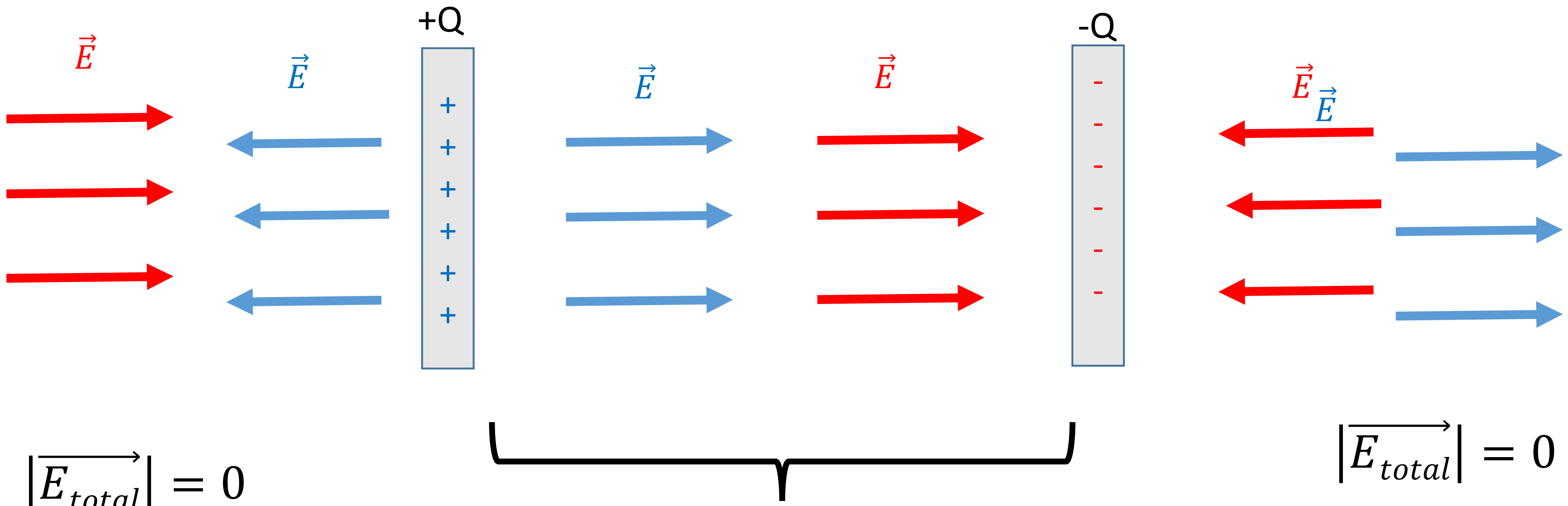


$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

σ = Q/A

Então, se for um condensador, como a carga nas duas placas é igual em modulo, então :

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = |\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



$$\left|\overrightarrow{E_{total}}\right| = 0$$

$$\left|\overrightarrow{E_{total}}\right| = 0$$

$$\left|\overrightarrow{E_{total}}\right| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$$

O campo elétrico é uniforme entre as placas e nulo em todos os outros pontos do espaço

Assim, já sabemos:

- $$\left|\vec{E}\right| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$$
- $$C = \frac{Q}{V_C}$$
- $$|V_C| = E\ d$$

$$C = \frac{Q}{E\ d} = \frac{Q\ A\ \varepsilon_0}{Q\ d} = \frac{\varepsilon_0\ A}{d}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ (\mathrm{SI})$$

$$(\Delta V^{Placa1-placa2} = V_C = -\int_{+}^{-} \vec{E}.d\vec{r} = \int_{-}^{+} \vec{E}.d\vec{r} = E\ d)$$

(cos 0º) (cos 180º)

A capacidade dum condensador de placas planas e paralelas é proporcional à área das placas e inversamente proporcional à separação entre as placas.

Para um condensador esférico o procedimento é o mesmo …..

- Duas cascas esféricas concêntricas de raios *a* e *b*:

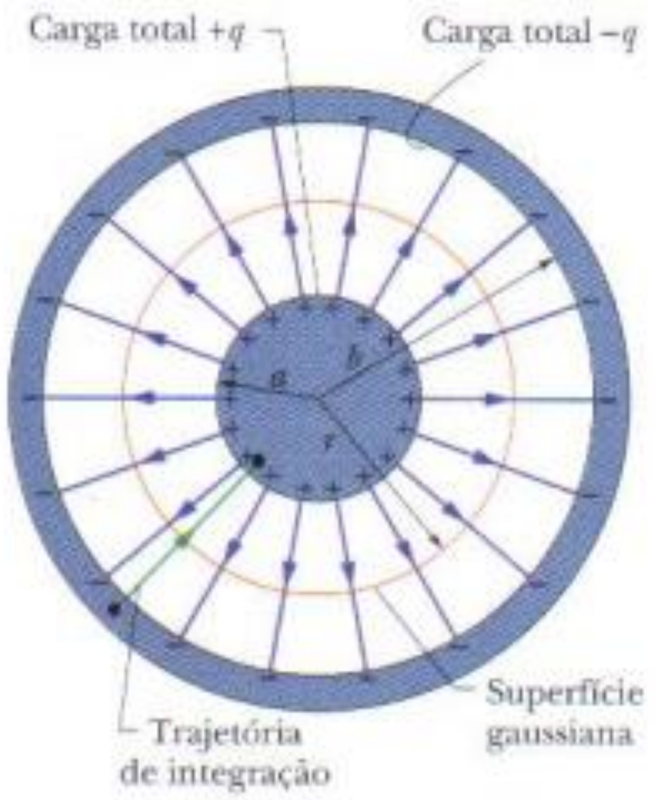
i) $E\,A = q/\varepsilon_o$

(Lei Gauss onde sup. Gauss é uma esfera de raio r concêntrica com o sistema)

ii) $\Delta V^{Placa1-placa2} = V_C = \int_{-}^{+} \vec{E}.d\vec{r} = E\ d)$

$\Downarrow$ …….

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a\,b}{(b-a)}$$

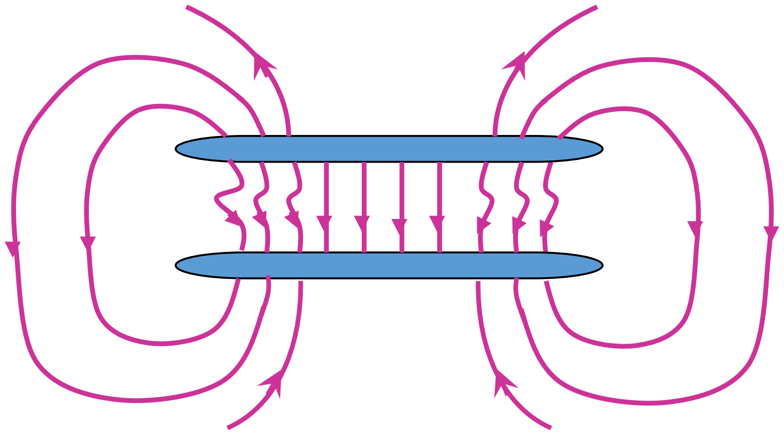


$$C = \frac{Q}{V_C} \qquad \text{e} \qquad C = \frac{\varepsilon_0 \, A}{d}$$

A quantidade de carga que um condensador pode armazenar, para uma dada d.d.p. ***V***, aumenta quando ***C*** aumenta $\Rightarrow$

- *C* aumenta com o aumento da área ***A***
- *C* aumenta com a diminuição da distancia entre as placas

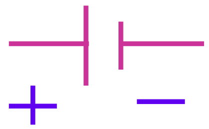
Linhas “reais” do campo eléctrico

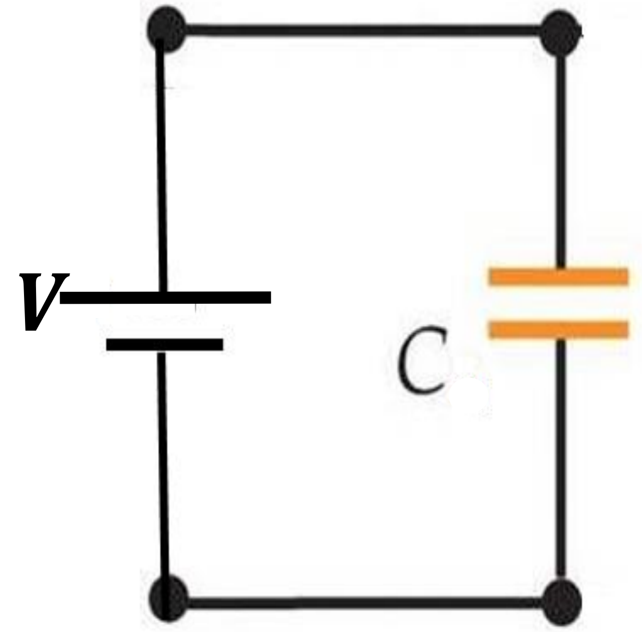


- Campo uniforme na região central.
- Campo não uniforme nas bordas das placas.

4.4 Combinações/associação de Condensadores

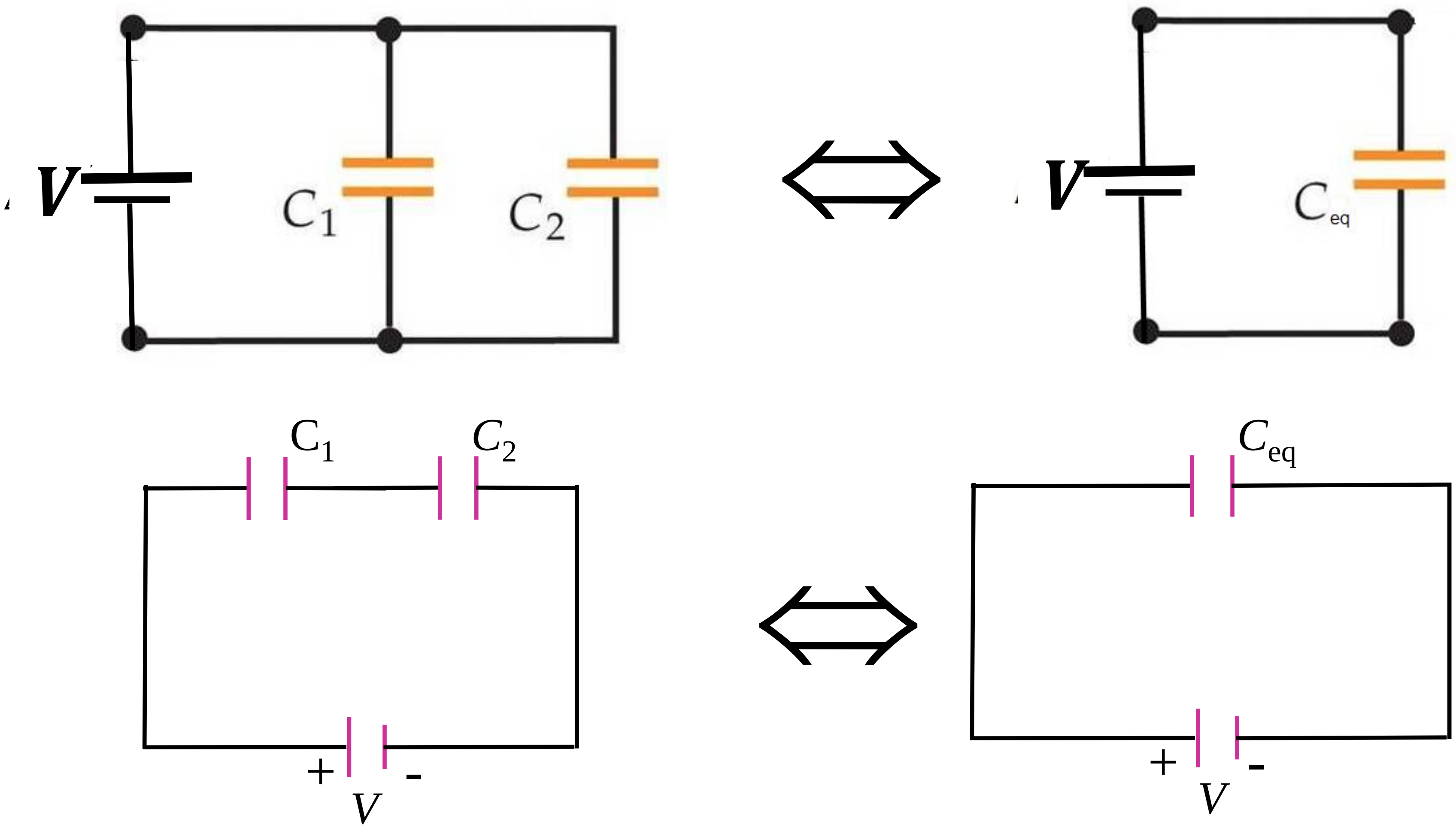
	Símbolo do condensador

	Símbolo da bateria (terminal (+): potencial mais elevado)



Condensador a ser carregado

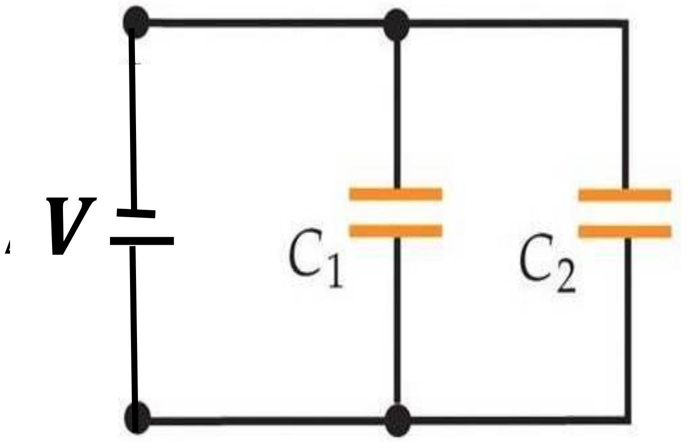
- **Condensador equivalente e capacidade equivalente**



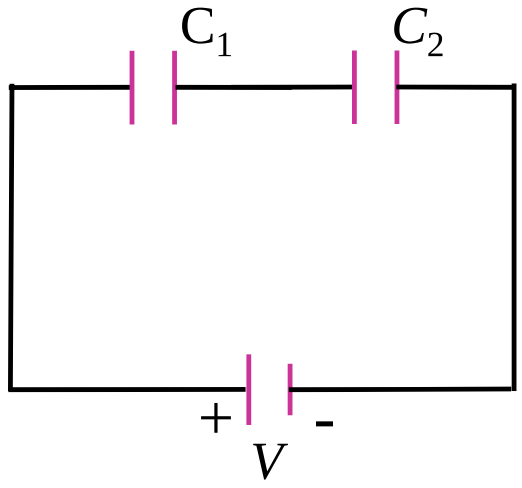
C_{eq}: é a capacidade de um só condensador que para um mesmo valor de tensão da fonte de tensão acumula a mesma carga (ou seja, a mesma energia (chamado de condensador equivalente)

- **Cálculo da capacidade equivalente: Condensadores ligados em série e condensadores ligados em paralelo**

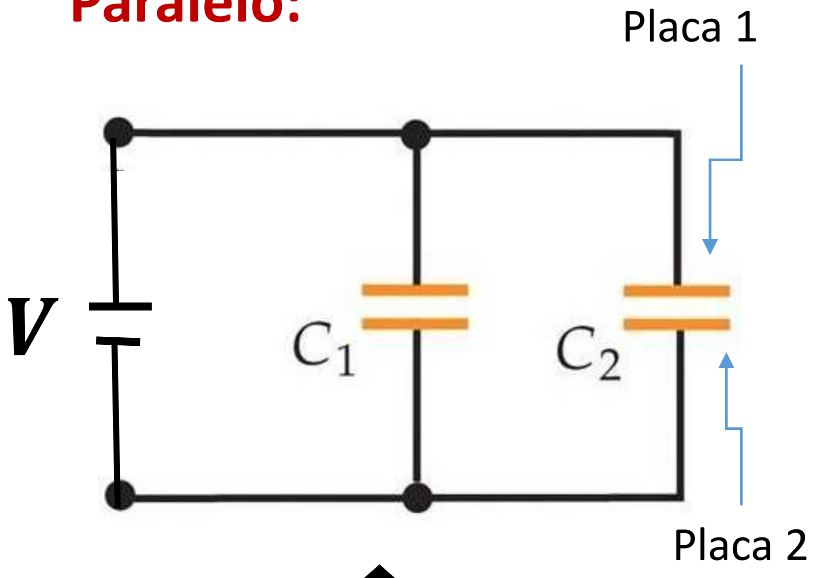
$$V_{C1} = \cdots = V_{Cn}$$



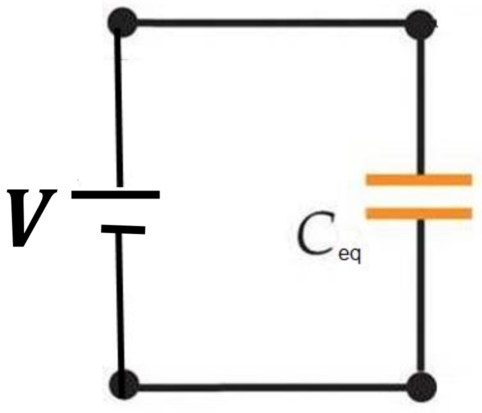
$$Q_{C1} = \ldots = Q_{Cn}$$



Paralelo:



$\Updownarrow$



Do circuito vê-se que:

i) o terminal (+) da fonte está ligado à placa 1 do C_1 e à placa 1 do C_2;

ii) o terminal (-) da fonte está ligado à placa 2 do C_1 e à placa 2 do C_2;

iii) $$V_{C1} = V_{C2} = V_{fonte} = V$$

Sabemos que:

i) a fonte vai transferir ("retirar") eletrões da placa 1 para a placa 2;

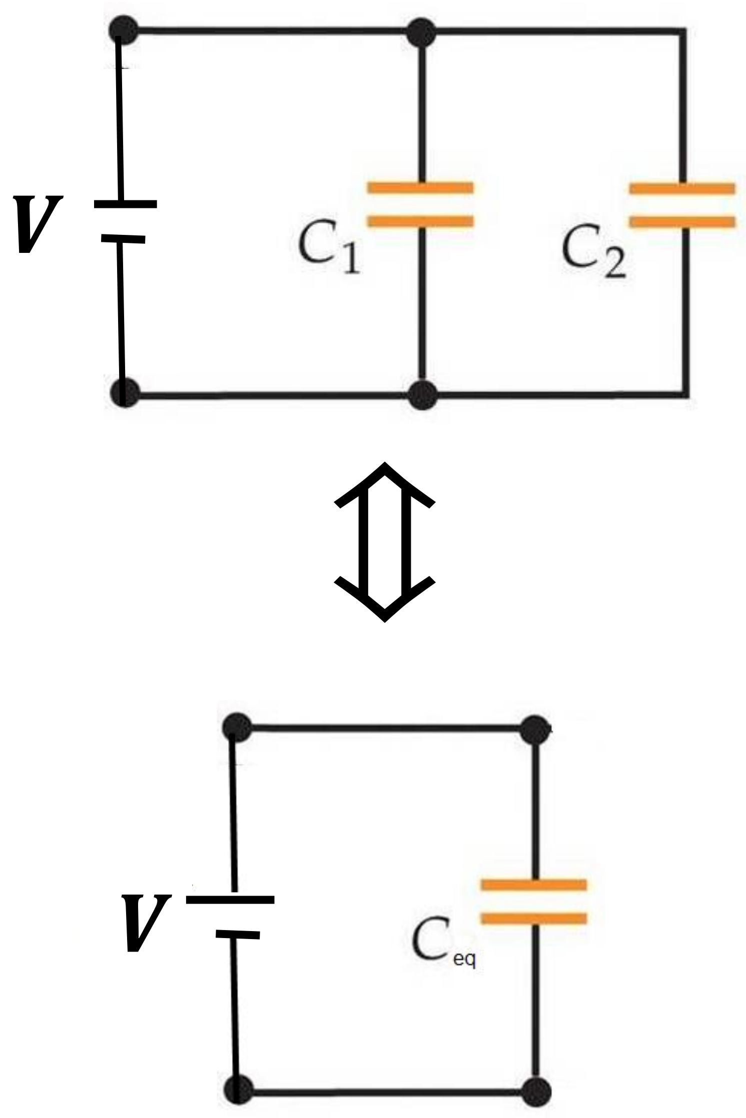
ii) $$\mathrm{V_C} = \frac{Q}{C}$$

$$V_{C1} = \frac{Q_1}{C_1} = \mathrm{V}; \qquad V_{C2} = \frac{Q_2}{C_2} = \mathrm{V}$$

Do circuito: $V_{C1} = V_{C2} = V_{fonte} = V$

Sabemos: $V_C = \frac{Q}{C}$

$$V_{C1} = \frac{Q_1}{C_1} = \text{V}; \qquad V_{C2} = \frac{Q_2}{C_2} = \text{V}$$



$$Q_{total} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_{total} = C_1\text{V} + C_2\text{V}$$

$$Q_{total} = (C_1 + C_2)\text{V} \qquad \Rightarrow \quad C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n}$$

Série:

Do circuito vê-se que:

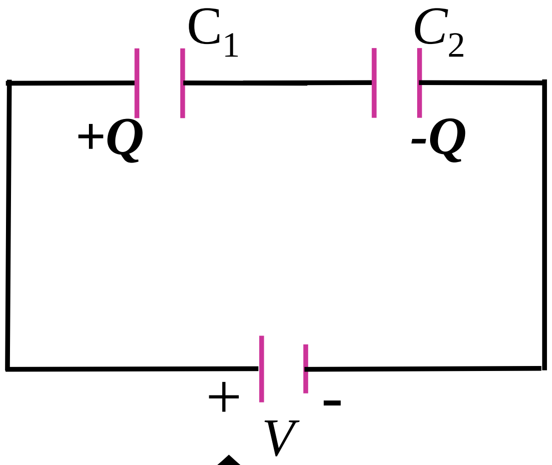
i) o terminal (+) da fonte está ligado à **placa 1 do C_1**;

ii) o terminal (-) da fonte está ligado à **placa 2 do C_2**

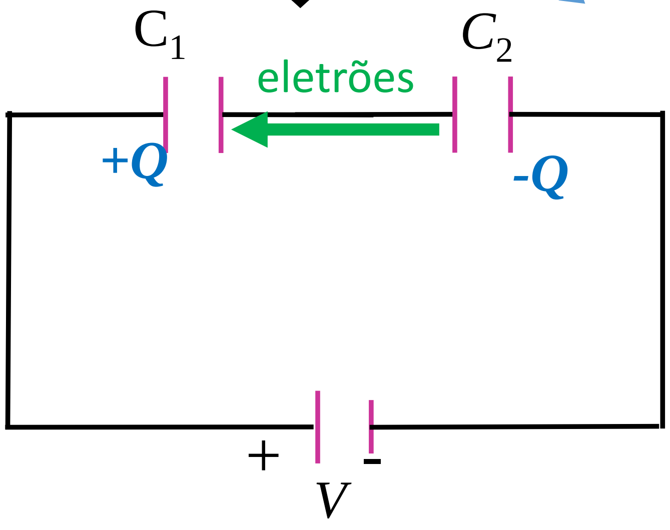
Sabemos que

i) a fonte vai transferir (“retirar”) eletrões da placa 1 de C_1 para a placa 2 de C_2;

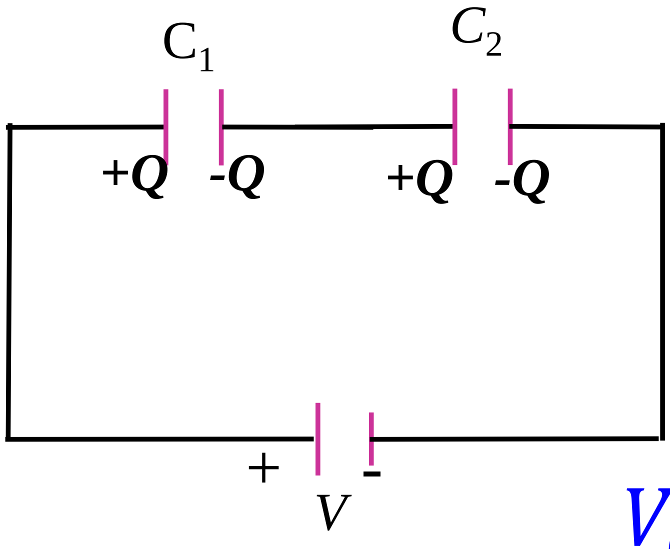
$$Q_{placa1 C1} = Q_{placa2\, C2}$$



$\Updownarrow$

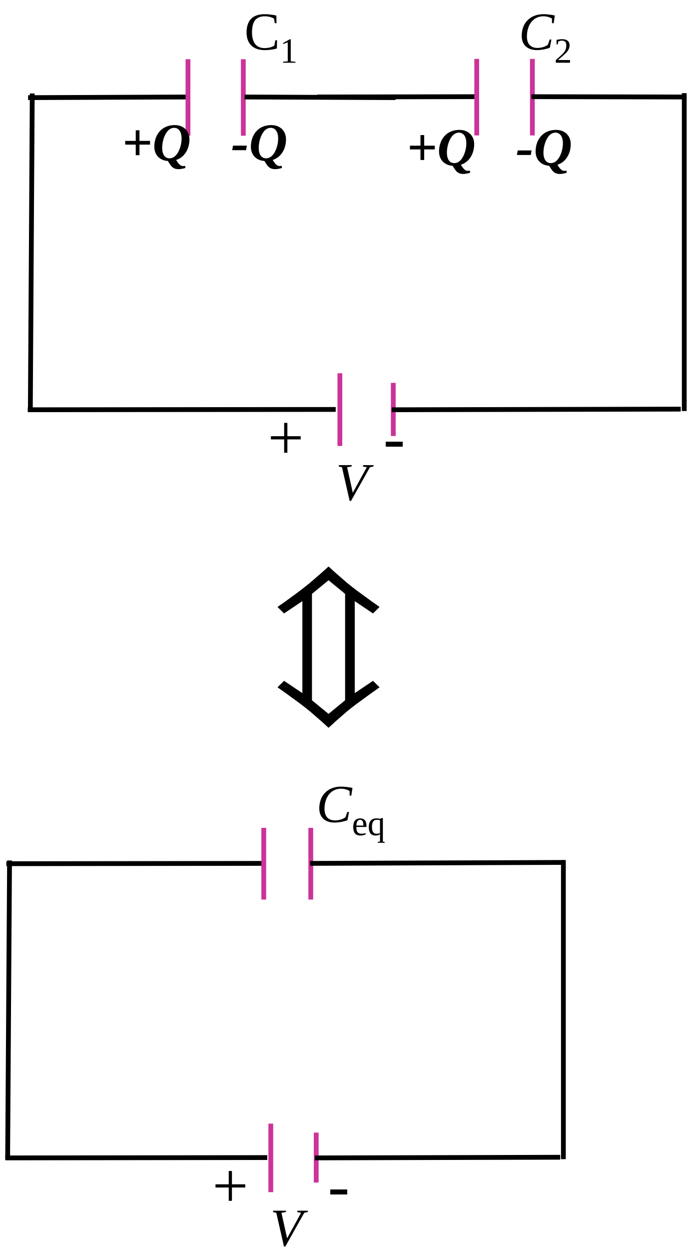


$\Leftrightarrow$



$$Q_{C1} = Q_{C2}$$

$$V_{C1} + V_{C2} = V_{fonte} = V$$



Do circuito: $Q_{C1} = Q_{C2} = Q$

$V_{C1} + V_{C2} = V_{fonte} = V$

Sabemos: $V_{Ci} = \frac{Q_i}{C_i}$

$$\frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = V$$

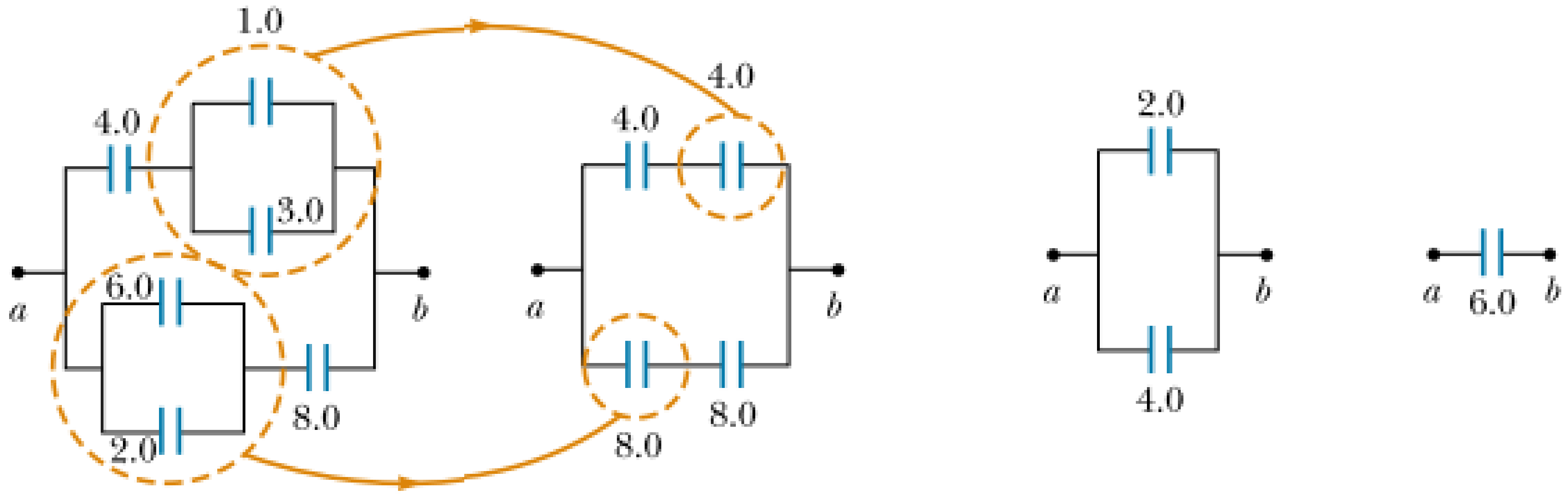
$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = V$$

$$Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = V \quad \Rightarrow \quad 1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}}$$

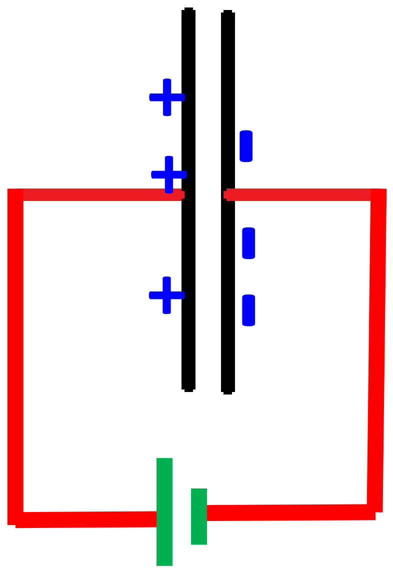
Exemplo:

Determinar a capacidade equivalente, entre os pontos **a** e **b**, do circuito representado. (todos os valores da capacidade estão em unidades de μF)



4.5 Energia num Condensador Carregado

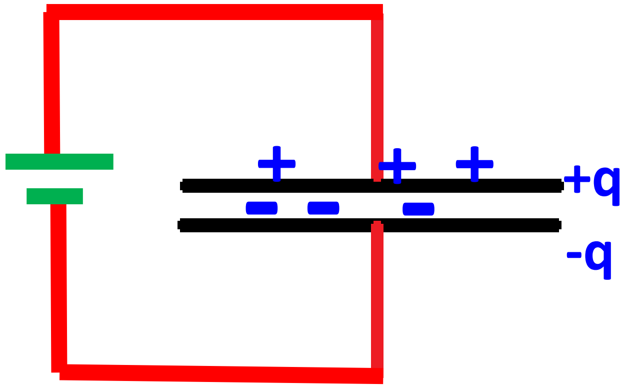
Um condensador armazena energia.



Cargas de sinais opostos (naturalmente) atraem-se, logo.....

Vamos analisar no processo de carga e o que se passa do ponto de vista das cargas transferidas

Seja ***q*** a carga no condensador, num certo instante (t_1), durante o processo de carga.



Assim:

i) nesse instante a d.d.p. aos terminais do condensador é:

$$V_{C,t1} = \frac{q}{C}$$

ii) a energia potencial elétrica do elemento de carga seguinte, no processo de carga, vai variar de:

$$dV = \frac{dE_{pot,dq}}{dq}$$

$$dE_{pot,dq} = dqV_{C,t1}$$

PS: cargas iguais repelem-se, logo torna-se mais difícil a transferência; velocidade carga diminui; Ecin da carga diminui; Epot da carga aumenta

$$dE_{pot,dq} = dqV_{C,t1} \qquad \text{e} \qquad V_{C,t1} = {}^{q}\!/_{C}$$

Então, no processo de carga (desde Q=0 a Q_{final}= Q) a variação da E_{pot} é:

$$E_{pot} = \int_0^Q dE_{pot,dq} = \int_0^Q dqV_{C,t1} = \int_0^Q dq\frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int_0^Q qdq = \frac{1}{C}\frac{Q^2}{2}$$

$$\boxed{E_{pot} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$V_{Ci} = \frac{Q_i}{C_i} \Longleftrightarrow C_i = \frac{Q_i}{V_{Ci}}$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$V_{Ci} = \frac{Q_i}{C_i} \Longleftrightarrow Q_i = V_{Ci}\,C_i$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

! Aplica-se a qualquer ***Condensador***, independentemente da geometria.

- A energia num condensador pode ser considerada como a energia no $\vec{\boldsymbol{E}}$ criado entre as placas do condensador, no processo de carga

$$\left(\vec{\boldsymbol{E}} \propto \boldsymbol{Q}\right)$$

4.5 Condensadores com Dielétricos

- Dielétrico é um material não condutor.

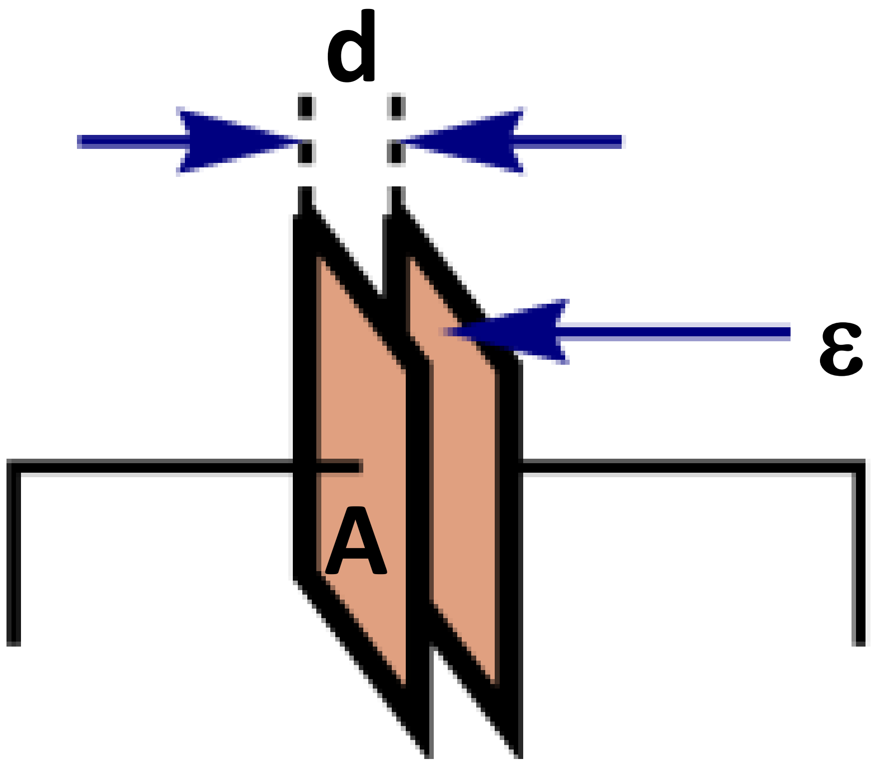
- Quando se insere um material dielétrico entre as placas de um condensador, a capacidade aumenta.

- Se o dielétrico encher completamente o espaço entre as placas, a capacidade aumenta por um factor adimensional, denominado *constante dielétrica (k)*.

$$C = k\, C_{ar}$$

Condensador com *ar* entre as placas

$$C = \frac{Q}{V} \quad ; \quad C = \frac{\varepsilon_o A}{d}$$



$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ (SI)

Condensador (com qualquer tipo de dielétrico entre as placas)

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} \quad ; \quad C = \frac{\varepsilon A}{d} \quad ; \quad \varepsilon = k\varepsilon_0}$$

$$k = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

constante dielétrica

$$C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}$$

$$C = k\, C_{ar}$$

$$k_{ar} = 1$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ (\mathrm{SI})$$

- O dielétrico aumenta a capacidade dum condensador: $C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d} = k\, C_{\text{ar}}$

Material	**Const. Diel. (κ)**
Vácuo	1.000
Ar (seco)	1.00059
Poliestireno	2.56
Teflon	2.1
Papel	3.7
Agua	80
Óleo de Silicone	2.5

Condensador com dielétrico entre placas VS Condensador com ar entre placas

D.d.p aos terminais de um condensador:

$\Delta V = V_2 - V_1 = V_C$

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

Capacidade de um condensador:

$$C = \frac{\varepsilon A}{d}$$

$\varepsilon = k\,\varepsilon_0$

Condensadores em série

1- possuem a mesma carga:

Q1=Q2=…=Qn

2- Capacidade equivalente:

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$

Condensadores em paralelo

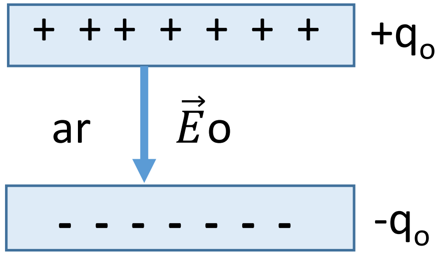
1- possuem a mesma d.d.p aos seus terminais

$V_{C1} = V_{C2} = \ldots = V_{Cn}$

2- Capacidade equivalente:

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

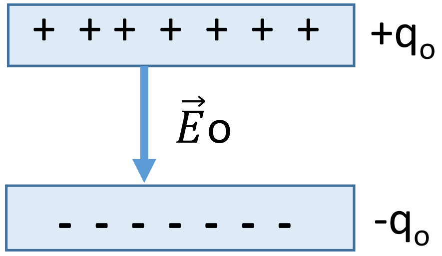
Efeito de introduzir um material com constante dielétrica k≠1 entre as placas de um condensador mantendo a fonte/bateria ligada:



$$C_o = \frac{\varepsilon_0 \, A}{d}$$

$$V_{Co} = \frac{q_0}{C_o} = V_{bateria}$$

$$q_o = C_o \, V_{bateria}$$

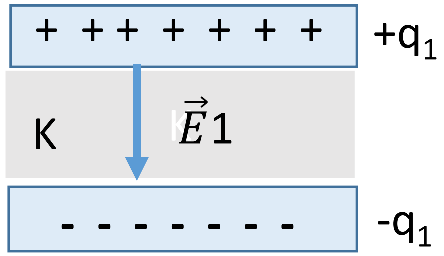


$$C_o = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$V_{Co} = \frac{q_0}{C_o} = \text{V}_{\text{bateria}}$$

$$q_o = C_o \, \text{V}_{\text{bateria}}$$

fonte/bateria ligada ao Condensador

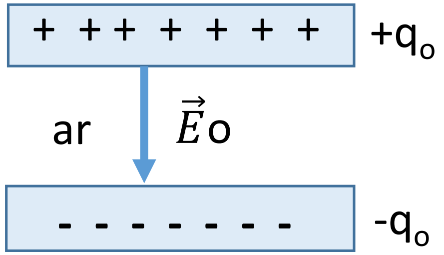


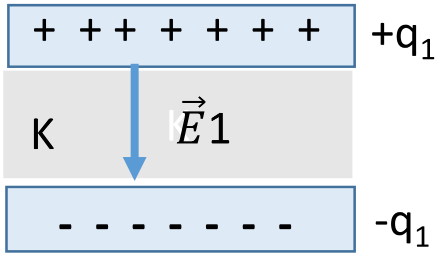
$$C_1 = \frac{K\,\varepsilon_0\, A}{d} = K\, C_0 > C_0$$

$$V_{C1} = \text{V}_{\text{bateria}} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_1}{kC_0}$$

$$q_1 = \text{K}\,(C_o \, \text{V}_{\text{bateria}}) = \text{K}\, q_o$$

Efeito de introduzir um material com constante dielétrica k≠1 entre as placas de um condensador mantendo a fonte/bateria ligada:





$$C_o = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$C_1 = \frac{K\,\varepsilon_0 A}{d} = \text{K } C_0 > C_0$$

$$V_{Co} = \frac{q_0}{C_o} = \text{V}_{\text{bateria}}$$

$$V_{C1} = \text{V}_{\text{bateria}} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_1}{kC_0}$$

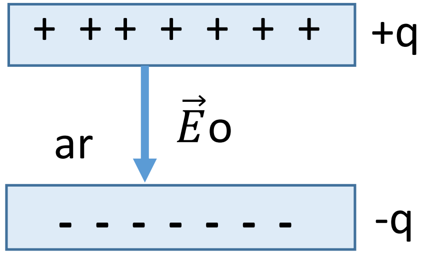
$$q_o = C_o\,\text{V}_{\text{bateria}}$$

$$q_1 = \text{K}\,(C_o\,\text{V}_{\text{bateria}}) = \text{K}\,q_o$$

$$\boxed{q_1 > q_o}$$

$$\boxed{\textit{A presença do dielétrico permite acumular mais carga}}$$

Efeito de introduzir um material com constante dielétrica k≠1 entre as placas de um condensador após carregado e retirada a bateria:

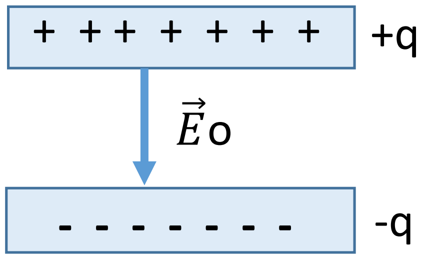


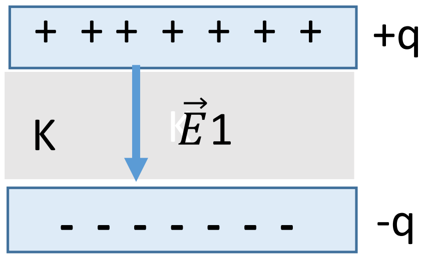
$$C_o = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$V_{Co} = \frac{q}{C_o}$$

fonte/bateria retirada (não ligada ao condensador)

Logo a carga é a mesma





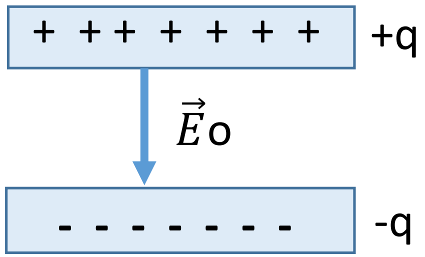
$$C_o = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

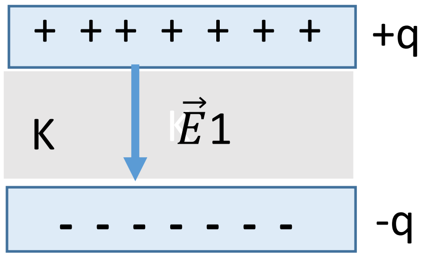
$$V_{Co} = \frac{q}{C_o}$$

$$C_1 = \frac{K\ \varepsilon_0\ A}{d} = \mathrm{K}\ C_0 > C_0$$

$$V_{C1} = \frac{q}{C_1} = \frac{q}{kC_0} < V_{Co}$$

Efeito de introduzir um material com constante dielétrica k≠1 entre as placas de um condensador após carregado e retirada a bateria:





$$C_o = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$C_1 = \frac{K\,\varepsilon_0 A}{d} = \mathrm{K}\, C_0 > C_0$$

$$V_{Co} = \frac{q}{C_o}$$

$$V_{C1} = \frac{q}{C_1} = \frac{q}{kC_0} < V_{Co}$$

$$\boxed{V_{C1} < V_{Co}}$$

$\boxed{A\ presença\ do\ dielétrico\ reduz\ a\ d.p.p.\ entre\ as\ placas\ do\ condensador}$

$$\boxed{V_{C1} < V_{Co}}$$

$$V_{Co} = Eo\ d$$

$$V_{C1} = E_1\, d$$

$$\boxed{E_1 < E_o}$$

$$E_o(\text{módulo}) = \frac{\sigma_o}{\varepsilon_0} = \frac{q_0}{A\ \varepsilon_0}$$

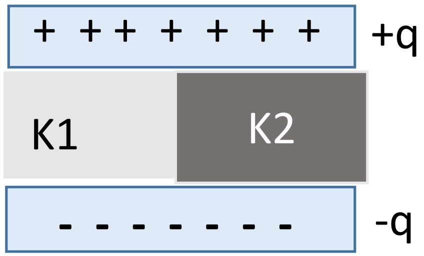
$$E_1(\text{módulo}) = \frac{\sigma_o}{K\varepsilon_0} = \frac{q_0}{KA\ \varepsilon_0}$$

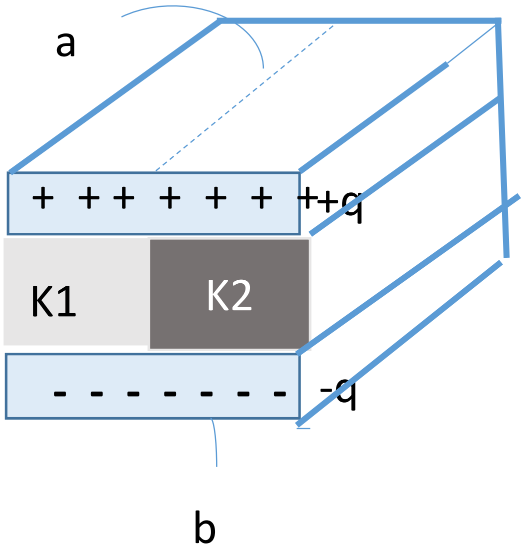
Para uma dada distribuição de cargas a presença do dielétrico diminui o valor do campo elétrico.

EX- A figura mostra um condensador de placas paralelas com A=5.56 cm^2 e 5.56 mm de separação entre placas.

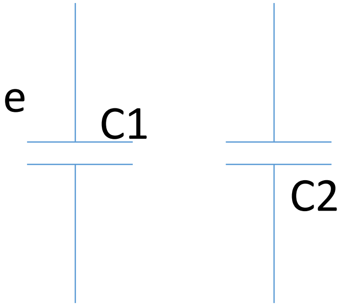
A metade da esquerda do espaço entre placas é preenchido com um material de Cte dielétrica K1 =7, enquanto na metade direita K2=12.

Qual a capacidade deste condensador?

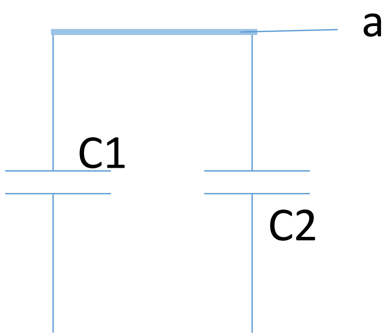




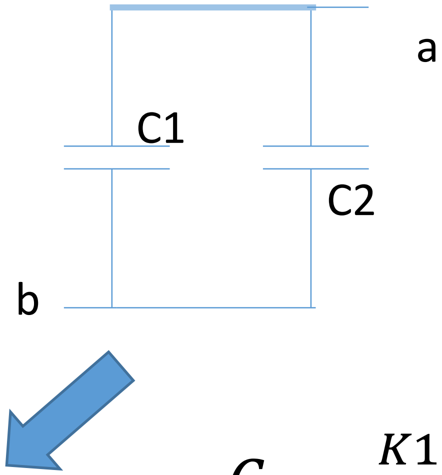
i) 2 tipos diferentes de dielétricos: 2 condensadores



ii) A placa superior é comum aos 2 condensadores, metade de A para cada, toda ela está ao mesmo potencial



iii) O mesmo se passa com a placa de baixo



$$C_1 = \frac{K1\ \varepsilon_0\ A/2}{d}$$

C1 em paralelo com C2

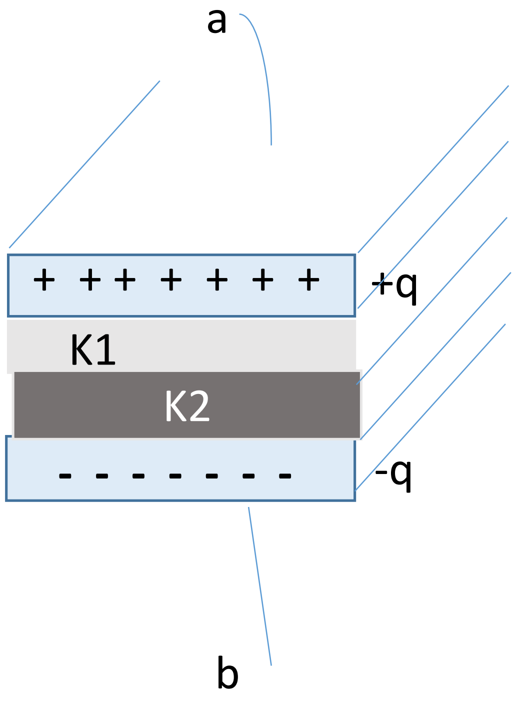
$$C_2 = \frac{K2\ \varepsilon_0\ A/2}{d}$$

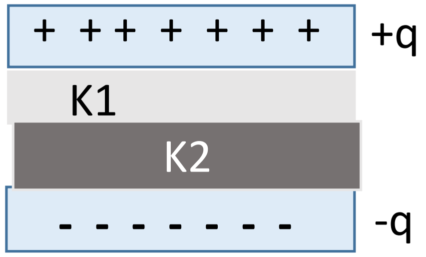
$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Ex2 - A figura mostra um condensador de placas paralelas com A=7.89 cm2 e 4.62 mm de separação entre placas.

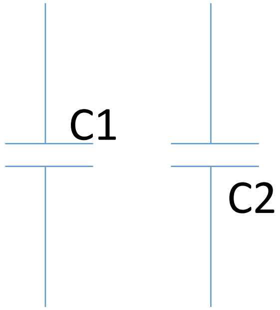
A metade superior do espaço entre placas é preenchido com um material de Cte dielétrica K1 =11, enquanto a metade inferior com K2=12.

Qual a capacidade deste condensador?

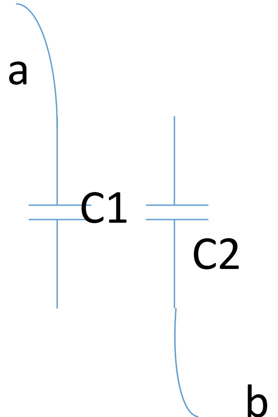


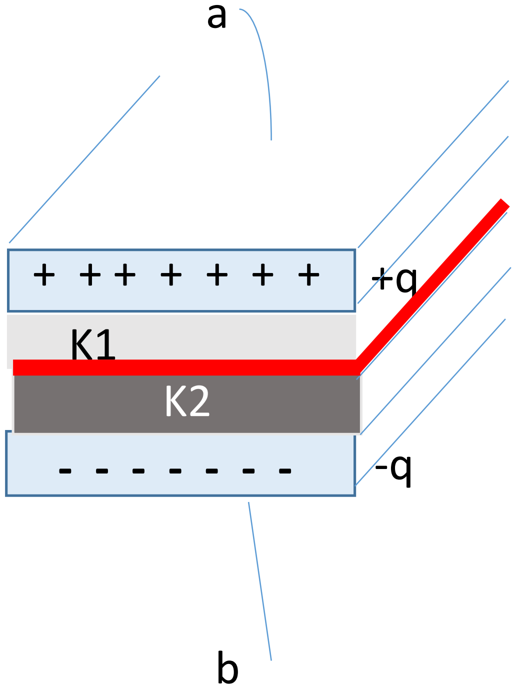


i) 2 tipos diferentes de dielétricos: 2 condensadores

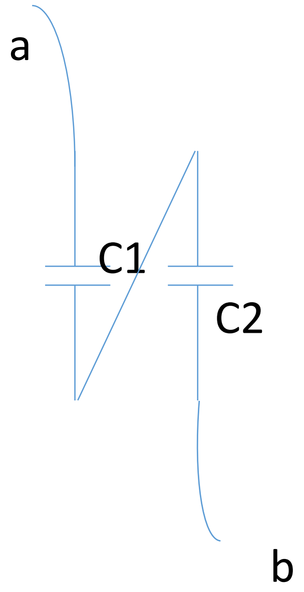


ii) A placa superior só é de C1; a placa de baixo só é de C2

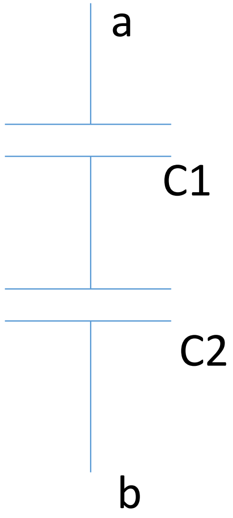


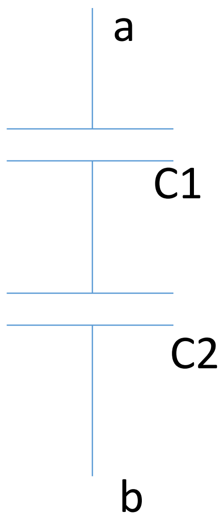


iii) A segunda da placa do condensador 1 é a primeira placado condensador 2- traço a vermelho-, ou seja estas duas placas estão os mesmo potencial



iv) redesenhando….





$$C_1 = \frac{K1\ \varepsilon_0\ A}{d/2} \qquad C_2 = \frac{K2\ \varepsilon_0\ A}{d/2}$$

C1 em série com C2:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ (\mathrm{SI})$$

Condensadores :“resumo”

Condensadores são dispositivos que armazenam cargas eléctricas. A capacidade de um condensador depende da sua forma geométrica e da natureza do material (o dieléctrico) que separa os condutores carregados.

A capacidade de um condensador é a razão entre a carga do condensador e a diferença de potencial entre as duas placas condutoras → $C = \frac{Q}{V}$

A capacidade de um condensador de placas planas e paralelas é proporcional à área das placas e inversamente proporcional à separação entre as placas. $\varepsilon = k\,\varepsilon_0$ *(k ar = 1)* → $C = \varepsilon \frac{A}{d}$

Associação de Condensadores em paralelo: → $C_{eq} = C_1 + C_2$

Associação de Condensadores em série: → $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

Condensadores – “resumo”

A energia armazenada num condensador → $E_{pot} = \dfrac{q^2}{2C}$ $E_{pot} = \dfrac{1}{2}CV^2$

Condensador com dieléctrico

A capacidade de um condensador com dieléctrico → $C = \kappa C_0$

A capacidade de um condensador de placas paralelas com dieléctrico → $C = \kappa \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$