

Problemas 2

Problemas 2 Relatividade Restrita

(Os problemas assinalados com *Griffiths* são retirados do livro *Revolutions in Twentieth Century Physics*, David J. Griffiths, Cambridge University Press (2013))

1. (*Griffiths*, Cap. 2, P1)

- a) Um carrinho de 5 kg, que segue com velocidade de 3 m/s, choca na traseira de um segundo carrinho idêntico, que segue na mesma direção e sentido com velocidade de 1 m/s. Depois da colisão os dois carrinhos seguem juntos. Qual é a velocidade do conjunto depois da colisão?
- b) Analise o mesmo problema do ponto de vista de um observador que segue na mesma direção e sentido dos carrinhos com uma velocidade de 2 m/s. Para este observador, qual é a velocidade do primeiro carrinho, do segundo carrinho e do conjunto?
- c) O momento linear (ou quantidade de movimento) é conservado neste segundo referencial?

[Sol.: a) 2 m/s; b) 1 m/s, -1 m/s, 0 m/s; c) sim]

2. (*Griffiths*, Cap. 2, P2) Uma passadeira rolante do aeroporto de Los Angeles (no futuro!) move-se com velocidade de $9/10$ da velocidade da luz. Um passageiro (apressado!) corre sobre a passadeira com velocidade de $4/5$ da velocidade da luz. Determine qual é a velocidade do passageiro relativamente ao solo de acordo com:

- a) a transformação de velocidades clássica (de Galileu);
- b) a transformação de velocidades da relatividade restrita.

Apresente as suas respostas como um múltiplo de c . Note que as respostas às alíneas a) e b) são, respetivamente, maior que c e menor que c .

[Sol.: a) $1.7c$; b) $0.988c$]

3. (*Griffiths*, Cap. 2, P3) Criminosos num automóvel tentam escapar à polícia que os persegue de automóvel. Os fugitivos seguem à velocidade de $(3/4)c$ e o carro da polícia segue à velocidade de $(1/2)c$. Os agentes da polícia tentam atingir os criminosos com uma bala disparada a partir do carro de polícia. Sabendo que a arma consegue disparar a bala com uma velocidade de $(1/3)c$, preveja se os fugitivos conseguem escapar sem serem atingidos de acordo com:

- a) a física pré-relativista;
- b) a relatividade restrita.

[Sol.: a) não; b) sim]



Problemas 2

4. (*Griffiths, Cap. 2, P4*) Colocam-se sobre uma linha reta relógios sincronizados em posições igualmente espaçadas (um milhão de km). Um experimentalista, posicionado junto de um destes relógios, faz uma leitura nesse relógio de 12h00min.

- a) Qual é a leitura que esse experimentalista faz no 90° relógio colocado à sua frente?
- b) Qual é o valor da hora que o experimentalista deve reportar como o “valor observado” para esse relógio?

[Sol.: a) 11h55min; b) 12h00min]

5. (*Griffiths, Cap. 2, P5*) O João demora 7 minutos a comer um cachorro quente, de acordo com o seu próprio relógio. Se o João estiver a viajar num “comboio rápido”, com velocidade de 90% da velocidade da luz, quanto tempo demorará a comer o cachorro para um observador no solo?

[Sol.: 16 min]

6. (*Griffiths, Cap. 2, P6*) Fora do sistema solar, a estrela mais próxima da Terra (situada no sistema estelar Alpha Centauri) encontra-se à distância de 4.3 anos-luz. Se uma nave espacial fizesse a viagem até lá com velocidade constante de $0.95c$, quanto tempo demoraria de acordo com um relógio na Terra? E de acordo com um relógio colocado na nave espacial?

[Sol.: 4.53 anos; 1.42 anos]

7. (*Griffiths, Cap. 2, P7*) Os muões (partículas elementares semelhantes aos eletrões, mas com maior massa) podem ser produzidos na alta atmosfera (a uma altitude de 10 km) por ação de raios cósmicos. As suas velocidades são tipicamente próximas da velocidade da luz ($0.999c$). Sabe-se que o ‘tempo de vida’ de um muão em repouso é de 2×10^{-6} s. Discuta se os muões produzidos na alta atmosfera poderão chegar ao solo de acordo com:

- a) as leis da física clássica;
- b) a teoria da relatividade restrita.

[Sol.: a) não; b) sim]

8. (*Griffiths, Cap. 2, P8*) Um “comboio rápido” sai de uma cidade às 12h00 e chega a outra cidade às 17h00, de acordo com os relógios das estações. O relógio do maquinista foi sincronizado com o relógio da estação no instante da partida. Sabendo que o comboio se deslocou à velocidade de $0.8c$, qual é a hora marcada no relógio do maquinista na chegada? Sabe-se que o comboio tem o comprimento de 250 m quando está parado na estação. Qual é o seu comprimento para um observador que se encontra numa estação sem paragem, entre as duas cidades, que vê o comboio passar?

[Sol.: a) 3 pm; 150 m]



Problemas 2

9. (*Griffiths, Cap. 2, P9*) Um Lincoln Continental (um automóvel americano) tem o dobro do comprimento de um VW “carocha”, quando estão em repouso relativamente ao observador. Quando o Lincoln ultrapassa o VW um agente da polícia, parado na estrada, observa que os dois automóveis têm o mesmo comprimento. Sabe-se que o VW segue com uma velocidade igual a metade da velocidade da luz. Qual é a velocidade do Lincoln Continental? (Apresente a resposta em termos de c .)

[Sol.: $0.901c$]

10. Para um observador no referencial do laboratório dois acontecimentos ocorrem na mesma posição e separados por um intervalo de tempo de 3 s, enquanto que para um observador que segue numa nave estes dois acontecimentos estão separados por um intervalo de tempo de 5 s.

a) Qual é, para o observador na nave, a distância entre os dois acontecimentos? (Sugestão: use a invariância do intervalo de espaço-tempo.)

b) Qual é a velocidade relativa entre a nave e o laboratório? (Apresente a resposta em termos de c .)

[Sol.: a) 1.2×10^9 m; b) $(4/5)c$]

11. (*Griffiths, Cap. 2, P10*) Um agricultor tem uma escada com 30 pés (30 ft) de comprimento e um barracão com apenas 20 pés (20 ft). O agricultor instrui o seu filho para que corra com a escada a uma velocidade de $(4/5)c$, esperando que a contração de Lorentz lhe permita encaixar a escada no barracão.

a) Para o agricultor qual é o comprimento da escada em movimento?

b) Na perspetiva do filho do agricultor, qual é o comprimento do barracão? A escada cabe no barracão?

c) Qual dos dois observadores tem razão (a escada cabe no barracão ou não)?

[Sol.: a) 18 ft; sim b) 12 ft; não; c) os dois têm razão]

12. (*Griffiths, Cap. 2, P11*) Imagine que no dia do seu 21º aniversário parte numa viagem em direção a uma estrela próxima, à velocidade de $3/5$ da velocidade da luz. Quando chega ao seu destino apanha imediatamente o voo de regresso (com a mesma velocidade de $(3/5)c$), conseguindo chegar à Terra mesmo a tempo de celebrar o seu 25º aniversário. Qual é a idade do seu irmão gémeo (que permaneceu na Terra)?

[Sol.: 26 anos]

13. (*Griffiths, Cap. 2, P12*) Qual é a velocidade a que a massa relativista de um corpo é igual a três vezes a sua massa em repouso?

[Sol.: $(2\sqrt{2}/3)c = 0.943c = 2.83 \times 10^8$ m/s]



Problemas 2

14. (*Griffiths, Cap. 2, P13*) A partícula A , de massa m , encontra-se em repouso quando se desintegra, dando origem a duas partículas idênticas, B , cada uma com massa (em repouso) de $(2/5)m$: $A \rightarrow B + B$. As partículas B são projetadas em sentidos opostos. Qual é a velocidade de cada uma das partículas B ? (Apresente a resposta em termos de c .)

[Sol.: $(3/5)c$]

15. (*Griffiths, Cap. 2, P14*) Um automóvel de 1000 kg segue por uma estrada gelada à velocidade de três quintos da velocidade da luz e choca com um alce de 400 kg (que se encontra parado no meio da estrada). Depois da colisão, o automóvel e o alce (que ficou assente sobre o *capot*) deslizam juntos.

- a) Qual é a massa relativista do conjunto?
- b) Qual é a massa em repouso do conjunto?
- c) Qual é a velocidade do conjunto?

[Sol.: a) 1650 kg; b) 1470 kg; c) $0.455c = 1.36 \times 10^8$ m/s]

16. (*Griffiths, Cap. 2, P15*) Qual é a velocidade de uma partícula que possua uma energia cinética igual à sua energia em repouso?

[Sol.: $(\sqrt{3}/2)c = 0.866c = 2.60 \times 10^8$ m/s]

17. (*Griffiths, Cap. 2, P16*) Um pedaço de barro, cuja massa em repouso é de 2 kg, desloca-se à velocidade de $(3/5)c$.

- a) Determine a sua massa relativista (em kg).
- b) Determine o seu momento linear (em kgm/s).
- c) Determine a sua energia total (em J).
- d) Determine a sua energia em repouso (em J).
- e) Determine a sua energia cinética (em J).
- f) Para comparação, determine a sua energia cinética clássica.

[Sol.: a) 2.5 kg; b) 4.50×10^8 kg m/s; c) 2.25×10^{17} J; d) 1.80×10^{17} J; e) 4.5×10^{16} J; f) 3.27×10^{16} J]

18. (*Griffiths, Cap. 2, P17*) O pedaço de barro do problema anterior colide frontalmente com outro pedaço de barro idêntico que se desloca com a mesma velocidade, mas no sentido oposto. Depois do choque os dois pedaços de barro ficam juntos.

- a) Qual é a velocidade final do conjunto? (A resposta é óbvia, mas justifique a sua resposta com a lei adequada).
- b) Determine a energia do conjunto.
- c) Qual é a massa em repouso do conjunto? Qual é a origem da massa extra?

[Sol.: a) zero (conservação do momento linear); b) 4.5×10^{17} J; c) 5 kg]



Problemas 2

19. (*Griffiths, Cap. 2, P18*) Um pedaço de barro com 9 kg que se desloca à velocidade de $(4/5)c$ choca com outro pedaço de barro de 5 kg, em repouso (note que estas massas são massas em repouso). Depois da colisão os dois pedaços de barro seguem juntos.

- a) Qual era a massa relativista do corpo de 9 kg antes do choque?
- b) Qual é a massa relativista do conjunto?
- c) Qual era o momento linear do corpo de 9 kg antes do choque? (Apresente a resposta em termos de c .)
- d) Qual é a velocidade do conjunto? (Apresente a resposta em termos de c .)
- e) Qual é a massa em repouso do conjunto?

[Sol.: a) 15 kg; b) 20 kg; c) $12c$; d) $(3/5)c$; e) 16 kg]

20. (*Griffiths, Cap. 2, P19*) Uma bola de golf (com massa em repouso de 46 g) desloca-se com a velocidade de um décimo da velocidade da luz. Calcule a sua energia cinética (em joule):

- a) de acordo com a mecânica newtoniana (utilize $T = (1/2)mv^2$):
- b) de acordo com a relatividade restrita de Einstein (utilize $T_r = (\gamma - 1)mc^2$, calculando $(\gamma - 1)$ com pelo menos três algarismos significativos)

(Nota: o objetivo deste problema é verificar que para velocidades muito menores que c as duas expressões fornecem praticamente o mesmo valor.)

[Sol.: a) 2.0700×10^{13} J; b) 2.0856×10^{13} J]

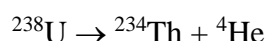
21. (*Griffiths, Cap. 2, P20*) Mostre que

$$E_r^2 - p_r^2 c^2 = m^2 c^4$$

(Sugestão: utilize as equações (2.10) e (2.11) do livro.)

[Sol.: $E_r^2 - p_r^2 c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 - \gamma^2 m^2 v^2 c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 (1/\gamma^2) = m^2 c^4$]

22. (*Griffiths, Cap. 2, P21*) O urânio-238 desintegra-se espontaneamente, dando origem ao tório-234 e hélio-4:



As massas em repouso destes átomos são: $m(^{238}\text{U}) = 238.05079$ u; $m(^{234}\text{Th}) = 234.04363$ u; $m(^4\text{He}) = 4.00260$ u. A letra u representa uma unidade de massa atômica, que vale 1.66×10^{-27} kg.

(Nota: a identificação dos números que surgem junto dos elementos será explicada num capítulo posterior; não se preocupe, nesta altura, com esses números.)



Problemas 2

- a) Qual é a quantidade de massa em repouso que é perdida neste decaimento? (Primeiro apresente a sua resposta em u e depois converta em kg.)
- b) Qual é a energia cinética que surge em cada desintegração? (Tem que ser igual à energia em repouso perdida.)
- c) Quantas desintegrações são necessárias para que se consiga obter uma energia (por exemplo energia elétrica) de 1 kWh?
- d) Qual a energia, em kWh, que se obteria se se utilizasse 1 g de ^{238}U ? (Na realidade o período de semi-desintegração do ^{238}U é de 4.5×10^9 anos, o que não é prático, mas há maneiras de tornar o processo mais rápido.)

[Sol.: a) 4.56×10^{-3} u; b) 6.81×10^{-13} J; c) 5.29×10^{18} ; d) 478 kWh]

23. (*Griffiths, Cap. 2, P22*) Um fóton (da região azul do espectro eletromagnético) tem uma energia (relativista) de 4.30×10^{-19} J.

- a) Qual é o seu momento linear (relativista)?
- b) Qual é a sua massa (em repouso)?
- c) Qual é a sua velocidade?
- d) Usando $p_r = m_r v$, determine a sua massa relativista.

[Sol.: a) 1.43×10^{-27} kg m/s; b) zero; c) $c = 3 \times 10^8$ m/s; d) 4.78×10^{-36} kg]

24. (*Griffiths, Cap. 2, P23*) Um mesão π (em repouso) decai dando origem a dois fótons (um exemplo de acontecimento raro em que a energia em repouso se converte totalmente em energia cinética): $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. A massa (em repouso) de π^0 é 2.40×10^{-28} kg.

- a) Qual é a energia de cada um dos fótons?
- b) Qual é o momento de cada fóton?

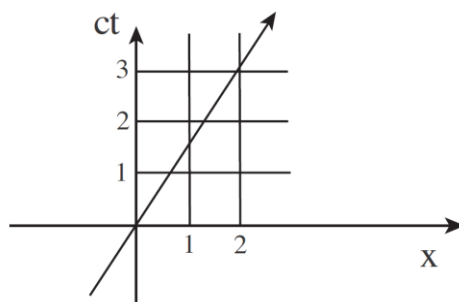
[Sol.: a) 1.08×10^{-11} J; b) 3.60×10^{-20} kg m/s]

25. (*Griffiths, Cap. 2, P24*) Na análise de problemas relativistas em que se pretende representar o tempo no eixo vertical de um gráfico cartesiano é usual utilizar uma quantidade que lhe é proporcional, o produto ct . Quando se usam unidades S.I. o que se faz neste caso é medir o tempo em metro (ct é a distância que a luz percorre em 1 s (o “segundo-luz”)). Qual é o valor do segundo-luz em metro?

[Sol.: 3×10^8 m]

Problemas 2

26. (Griffiths, Cap. 2, P25) A figura mostra o diagrama de Minkowski com a linha do universo de uma nave espacial.



Calcule a velocidade da nave:

- a) expressa como uma fração da velocidade da luz;
- b) em m/s.

[Sol.: a) $(2/3)c$; b) 2×10^8 m/s]

27. (Griffiths, Cap. 2, P26) No instante inicial ($t = 0$) uma partícula encontra-se na posição $x = 2$ m. A partícula começa por se mover no sentido positivo do eixo dos xx com velocidade constante $(1/5)c$ até ao instante $t = 5 \times 10^{-8}$ s. Depois para durante o intervalo de tempo de 2×10^{-8} s e inverte o sentido do movimento, deslocando-se com velocidade constante até atingir $x = 0$ m. No total a viagem demorou 12×10^{-8} s.

- a) Esboce num diagrama de Minkowski a linha do universo correspondente ao movimento da partícula.
- b) Indique na figura a região do futuro da partícula para o instante $t = 6 \times 10^{-8}$ s.
- c) Assinale os seguintes pontos do espaço-tempo no gráfico:
 - (i) $x = 6$ m, $t = 2 \times 10^{-8}$ s;
 - (ii) $x = 3$ m, $t = 10 \times 10^{-8}$ s;
 - (iii) $x = 2$ m, $t = 7 \times 10^{-8}$ s.

Indique em que região do espaço-tempo ('futuro', 'passado' ou 'outro lugar') se encontra cada um destes pontos quando a partícula se encontra em $t = 6 \times 10^{-8}$ s.

[Sol.: c) passado; futuro; outro lugar]