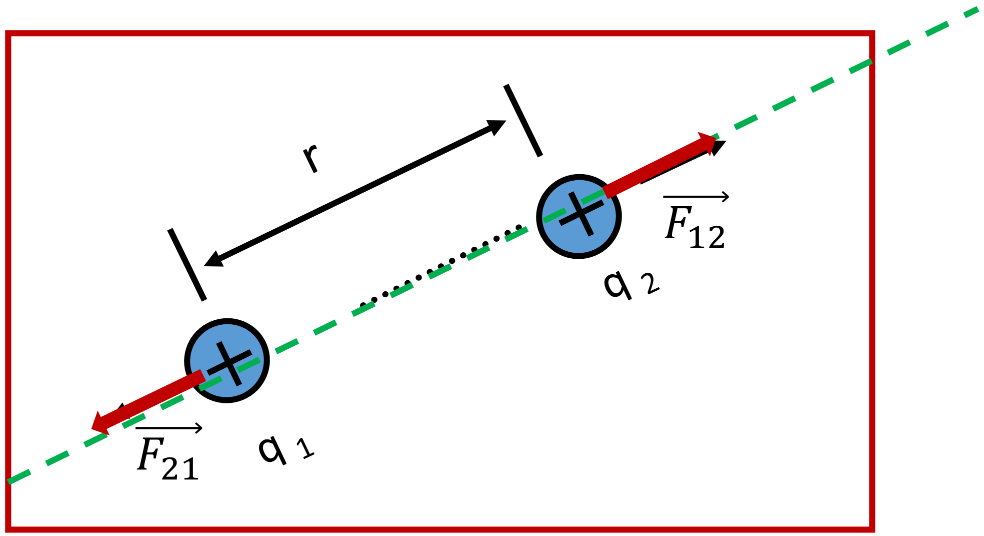
O que já sabemos

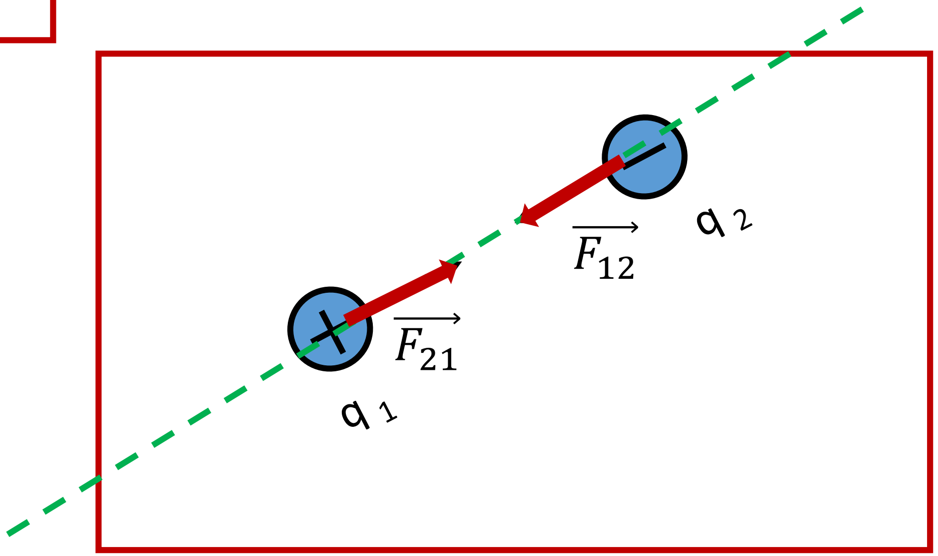
Lei de Coulomd

Força que a carga 1 exerce na carga 2 e que a carga 2 exerce na carga 1

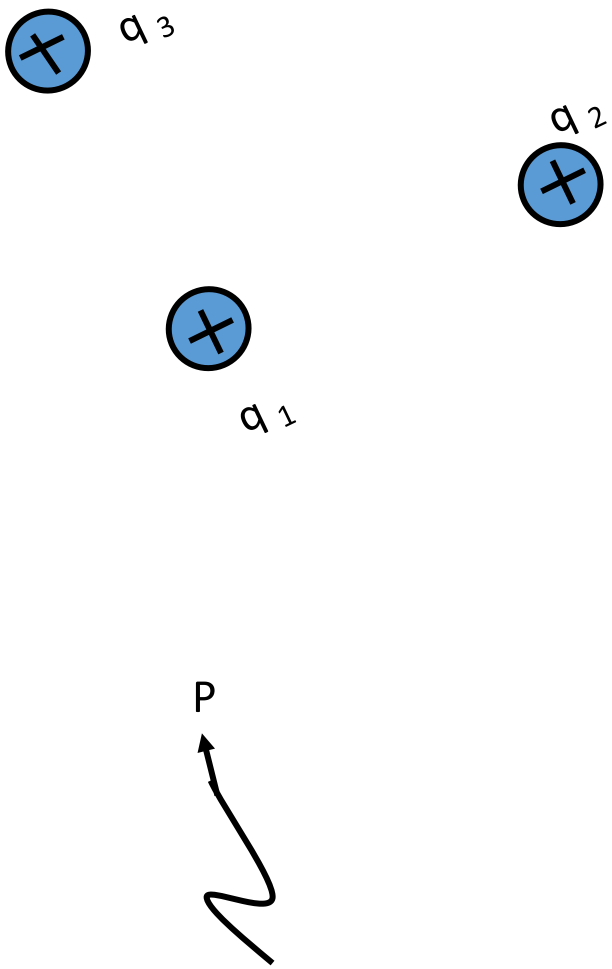


$$\overrightarrow{F_{ab}} = \left|\overrightarrow{F_{ab}}\right| \widehat{r_{ab}}$$

$$\overrightarrow{F_{12}} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \widehat{r_{12}}$$



Principio de sobreposição



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} + \ldots$$

A força resultante sobre qualquer das cargas é igual à <u>soma vectorial</u> das forças devidas às cargas individuais.

$$\overrightarrow{E_P} = \frac{\overrightarrow{F_{q,P}}}{q}$$

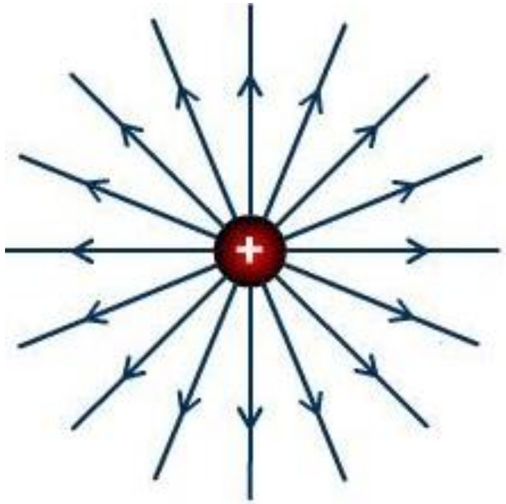
$$\vec{E}_P = \vec{E}_{P,q1} + \vec{E}_{P,q2} + \vec{E}_{P,q3} + \ldots$$

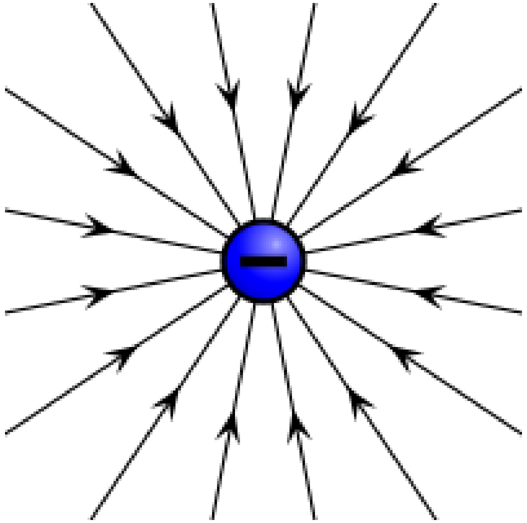
O campo elétrico resultante, num ponto, é igual à <u>soma vectorial</u> dos campos nesse ponto devidos às cargas individuais.

Campo Elétrico e linhas de campo elétrico

$$\overrightarrow{E_P} = \frac{\overrightarrow{F_{qo,P}}}{q_o}$$

(**S.I. $\Rightarrow$ N/C**)





2. A LEI DE GAUSS

2.1 Fluxo do campo elétrico

2.2 Lei de Gauss

2.3 Aplicações da Lei de Gauss a Isoladores Carregados

2.4 Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Lei de Gauss:

- Outro procedimento para o cálculo dos campos elétricos.
- É uma consequência da lei de Coulomb.
- Mais indicada para o cálculo do campo elétrico de distribuições de carga simétrica.
- Guia para o entendimento de problemas mais complicados.

2.1 Fluxo do Campo Elétrico

Necessário: Campo elétrico; Superfície na região de campo

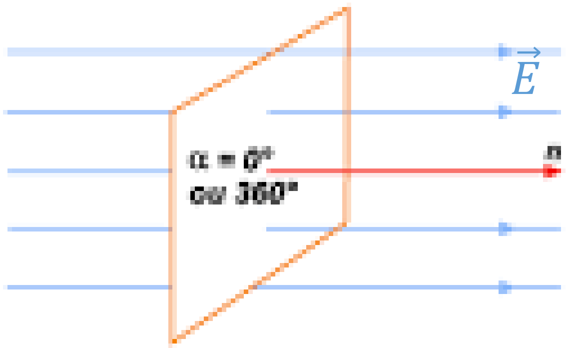
- Fluxo do campo elétrico através de uma superfície é uma medida do número de linhas do campo que atravessam a referida superfície (escalar).

- Quando a superfície atravessada é fechada e contém no seu interior cargas elétricas, o número de linhas que saem através da superfície menos o número de linhas que entram através da superfície é proporcional à carga total no interior da superfície.

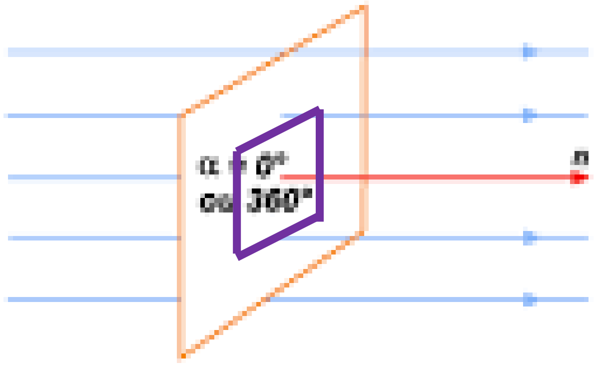
- O número de linhas contado, ou seja o fluxo, é independente da forma da superfície que envolve a carga (~ Lei de Gauss)

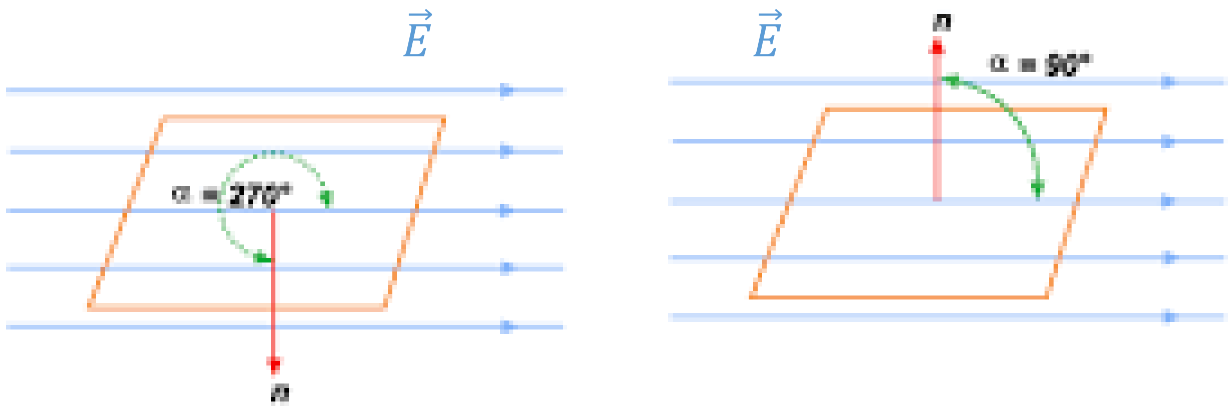
O número de linhas de campo elétrico que passam uma dada superfície (ou seja o fluxo) depende:

- da intensidade do campo elétrico (> nº linhas ⇨ campo mais intenso)
- da área da superfície (maior área ⇨ mais linhas de campo a passar)
- do ângulo que a normal à superfície faz com as linhas de campo



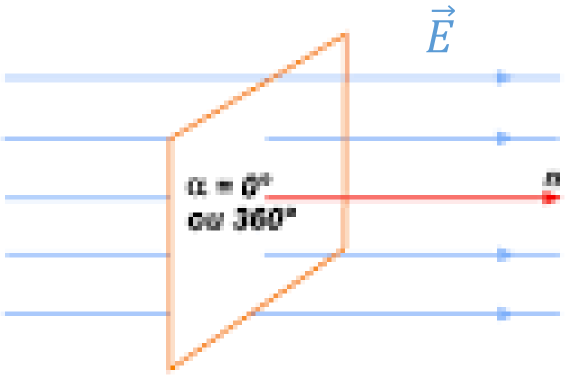
Fluxo (≠ 0 e máximo)



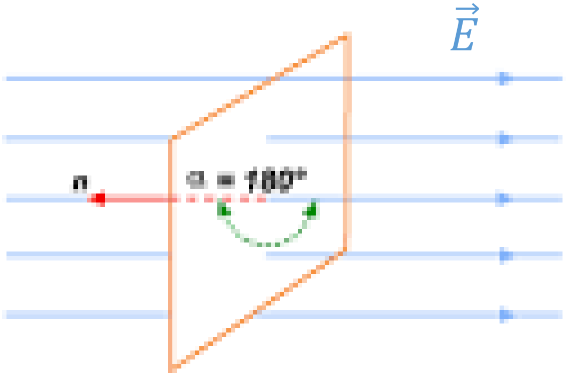


Fluxo nulo

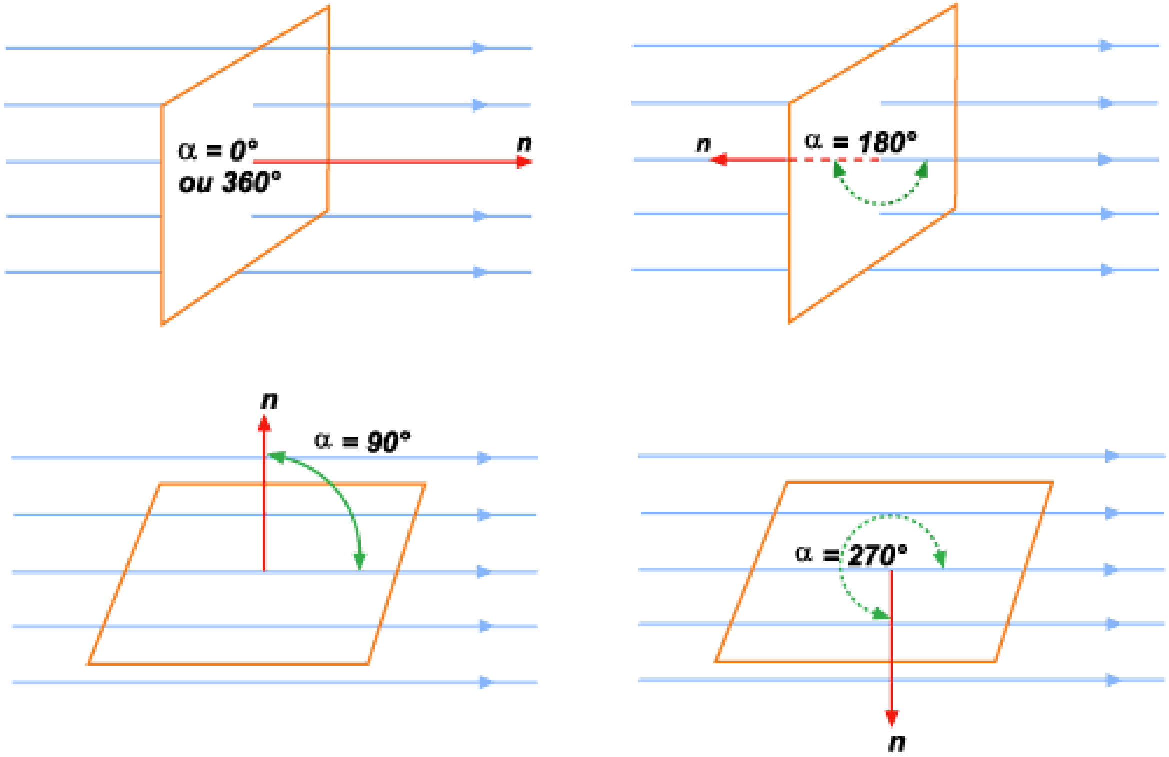
O fluxo pode ser um número negativo ou positivo: dependendo da normal da superfície escolhida



Fluxo positivo: a normal à sup escolhida é $// \vec{E}$



Fluxo negativo: a normal à sup escolhida é anti-$// \vec{E}$



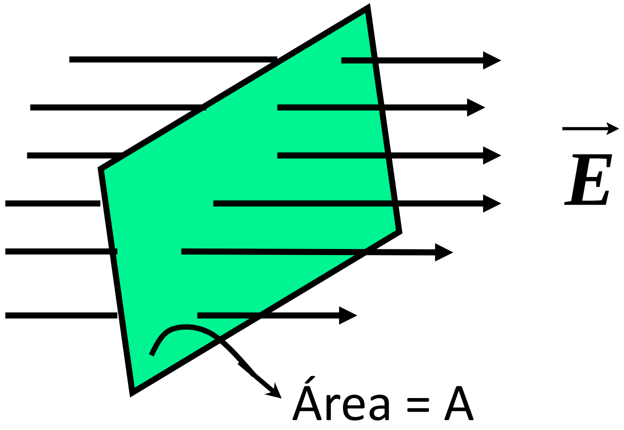
Assim: $$Fluxo = \vec{E}.\vec{A} = \vec{E}.\hat{n}A = |\vec{E}|\,|\vec{A}|\cos(\widehat{\vec{E},\hat{n}})$$

. = Produto escalar

Tendo valor máximo, $|\vec{E}|\,|\vec{A}|$, quando a superfície é $\perp$ ao campo (cos 0º = 1)

Tendo valor nulo quando a superfície é **//** ao campo (cos 90º = 0)

Se o campo Elétrico for **uniforme**, e se área A $\perp$ ao campo



$\vec{E} \,//\, \hat{n}$ A

$$\Rightarrow \quad \boxed{\phi = |\vec{E}|\,|\vec{A}| = E\ A} \quad \left(N\ m^2/C\right)$$

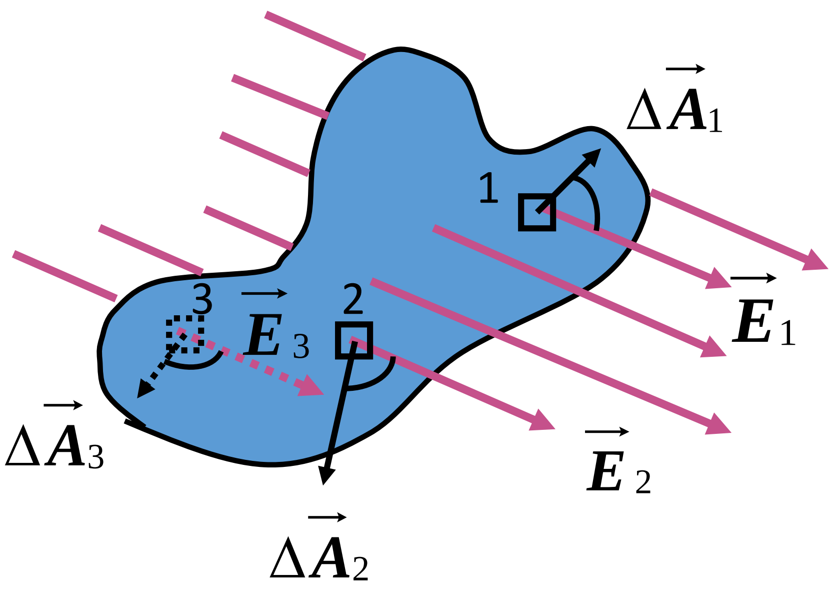
Fluxo Eléctrico

Módulo do Campo

Área de superfície $\perp$ ao campo

Em situações mais gerais, o campo elétrico pode variar sobre a superfície considerada.

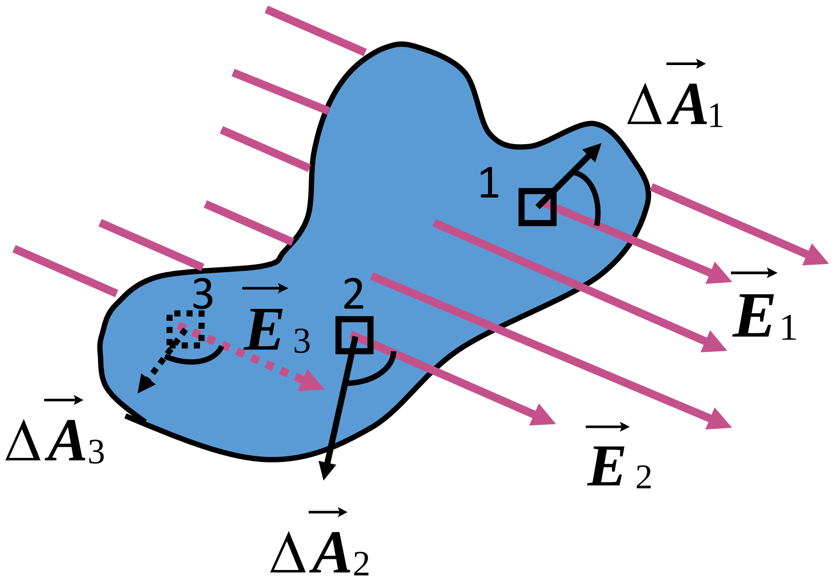
Metodologia a seguir: Principio de sobreposição – dividir a superfície em elementos de área muito pequenos ($\Delta\vec{A}_1$ ou $d\overrightarrow{A_i}$) onde o campo elétrico seja constante.



$\Delta\vec{A}_i$ cujo módulo é a área do iésimo elemento e cuja direção é a da normal à superfície ($\Delta\vec{E}=0$ em $\Delta\vec{A}_i$)

$$\Delta\vec{A}_i = \hat{n}\Delta A$$

$$d\overrightarrow{A_i} = \hat{n}dA$$



A contribuição para o fluxo do elemento *i* é: $\vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$

$$\Rightarrow \Delta\,\Phi_i = E_i\,\Delta A_i \cos(\widehat{\vec{E}_i, \hat{n}_i})$$

O fluxo total é: $\sum_i \Delta\,\Phi_i$

Se as áreas elementares $\rightarrow 0$

$$\boxed{\phi \equiv \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum \vec{E}_i \Delta \vec{A}_i = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}}$$

$$\phi \equiv \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum \vec{E}_i \Delta \vec{A}_i = \int_{\text{superfície}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Definição geral do fluxo elétrico

- Integral sobre uma superfície hipotética
- Em geral o valor de ϕ depende da configuração do campo e da superfície que se tiver escolhido.

Escolha da normal a usar (fluxo positivo ou negativo):

Numa superfície fechada (superfície que divide o espaço numa região interior e numa exterior) escolhe-se as normais à superfície positivas, ou seja, as normais que **apontam "para fora" do volume encerrado.**

RESUMO:

O fluxo total, através da superfície, é proporcional ao número líquido de linhas que atravessam a superfície.

(nº de linhas que saem) –
(nº de linhas que entram)

- Saem > entram $\Rightarrow$ fluxo positivo
- Entram > saem $\Rightarrow$ fluxo negativo

(Assumindo a normal positiva)

Fluxo total

$$\boxed{\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int EA\cos(\vec{E},\hat{n}dA)}$$

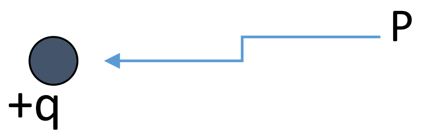
Integral sobre uma superfície

- Pode ser muito trabalhoso
- Se campo for $\perp$ à superfície, em cada ponto, e tiver módulo cte $\Rightarrow$ cálculo direto.

2.2 Lei de Gauss

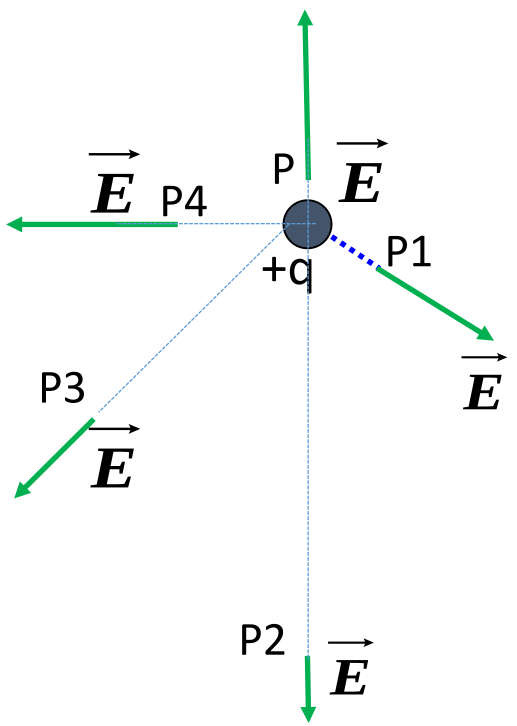
Relação geral entre o **fluxo elétrico** através de uma **superfície fechada** (superfície Gaussiana) e a **carga no interior da superfície**.

- Consideremos uma carga ***+q*** colocada num ponto P.



?? Como é o campo elétrico em qualquer ponto, na vizinhança da carga, criado por essa carga??

?Como é o campo elétrico?



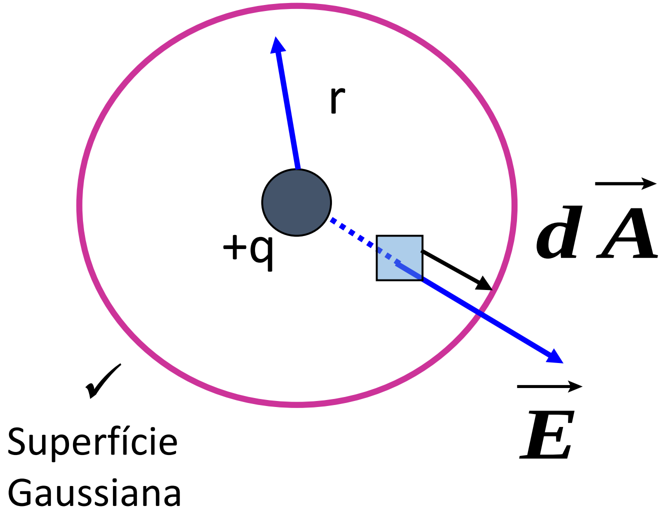
- campo $\vec{E}$ tem módulo: $\left|\vec{E}\right| = K \, q/r^2$
- campo $\vec{E}$ aponta para longe da carga (+)
- campo elétrico é radial.

$$\phi = \int \vec{E}.d\vec{A} = \int \left|\vec{E}\right|\left|d\vec{A}\right| \cos(\vec{E}, \widehat{n} dA) = ...$$

Superfície ???

Consideremos então a mesma carga ***+q*** no centro de uma superfície esférica de raio ***r***

Como o campo elétrico é radial: $\vec{E} \,//\, d\vec{A}$



$$\phi = \int \vec{E}.d\vec{A} = \int \left|\vec{E}\right|\left|d\vec{A}\right| \cos(\vec{E}, \widehat{n} dA) =$$

Superfície fechada

$$\phi = \oint \vec{E}.\widehat{n} dA = \oint E dA \cos 0^o = E \oint dA = E 4\pi r^2$$

$\left|\vec{E}\right|$= Cte. em qualquer ponto da superfície: Lei de Coulomb

$$\oint \boldsymbol{dA} = \boldsymbol{A} = 4\boldsymbol{\pi}\, \boldsymbol{r}^2$$

$$\phi = \oint E_n dA = \oint = E\oint dA = E\,4\pi r^2$$

$$\left|\vec{E}\right| = K\, q/_{r^2}$$

$$\boxed{\phi_c = \frac{K\,q}{r^2}\left(4\pi\, r^2\right) = 4\pi K\, q = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}}$$

$$\boldsymbol{K} = \frac{1}{4\boldsymbol{\pi}\boldsymbol{\varepsilon}_0}$$

! Fluxo é independente de r !

O fluxo do vetor campo elétrico através da superfície Gaussiana esférica é proporcional à carga ***q* no interior da superfície**.

- $\phi \equiv$ número líquido de linhas que atravessam a superfície.
- O fluxo através de qualquer superfície fechada que envolve uma carga pontual *q* é dado por $\boldsymbol{q/\varepsilon_0}$

- **Lei de Gauss:**

$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

Carga no interior da superfície

Superfície fechada

Campo eléctrico em qualquer ponto da superfície Gaussiana

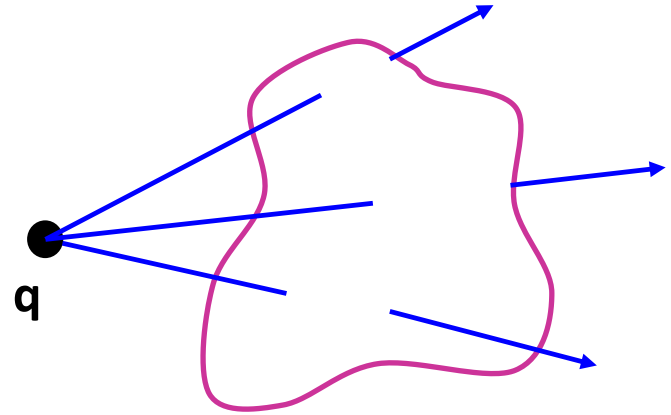
O fluxo elétrico através de qualquer Superfície fechada (sup. Gaussiana) é igual à carga no interior da superfície, dividida por ε_0

q_{in} : carga elétrica no interior da Superfície Gaussiana.

$\vec{E}$: campo elétrico total (contribuições das cargas no interior e no exterior da Superfície Gaussiana.)

Porque é que as cargas fora da superfície não contribuem para o fluxo?????

- Carga pontual no exterior de uma superfície fechada.



O fluxo através de uma superfície fechada que não envolve nenhuma carga, é nulo (o número de linhas de campo que entram a superfície é igual ao numero de linhas que saem da mesma).

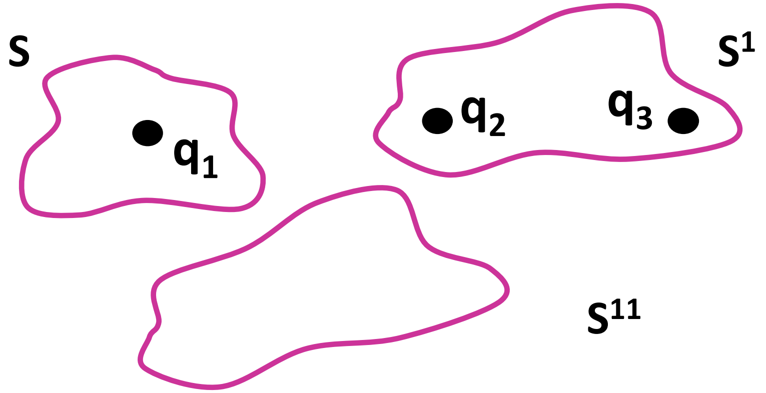
Caso geral de muitas cargas pontuais, ou de uma distribuição contínua de cargas.

- Princípio da sobreposição: o campo elétrico num ponto criado por muitas cargas é igual à soma vetorial dos campos elétricos nesse ponto criado pelas cargas individuais.

$$\boxed{Fluxo_{Sup_i} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_{3\ldots}\right) . d\vec{A}}$$

S, S1 e S11 são superfícies fechadas.

Logo $\phi_{si} = \dfrac{q_{int)si}}{\varepsilon_o}$



$$\boxed{\phi_s = q_1 / \varepsilon_0}$$

$$\boxed{\phi_{s^1} = \left(\frac{q_2 + q_3}{\varepsilon_0}\right)}$$

$$\boxed{\phi_{s^{11}} = 0}$$

Lei de Gauss $$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

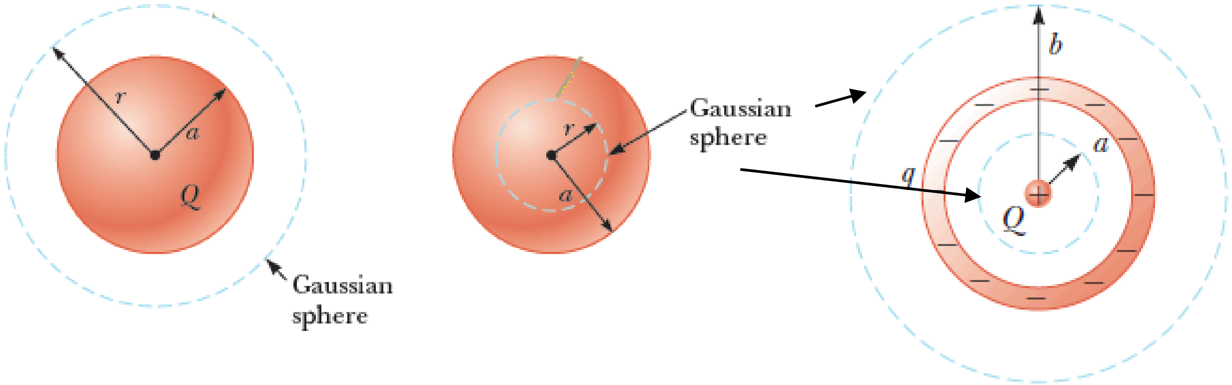
- Na prática, a Lei de Gauss só é útil num limitado número de situações, nas quais existe um elevado grau de simetria (distribuições de cargas que têm simetria esférica, cilíndrica ou plana).

- A Superfície Gaussiana (fechada) é uma superfície matemática.

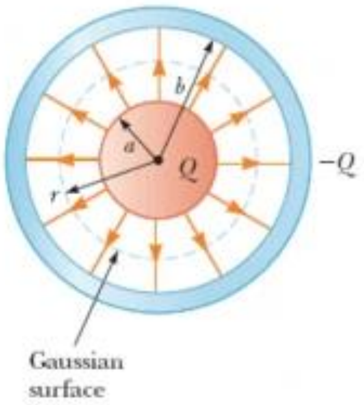
- Se a Superfície Gaussiana for cuidadosamente escolhida $\Rightarrow$ o integral $\oint$ será fácil de calcular.

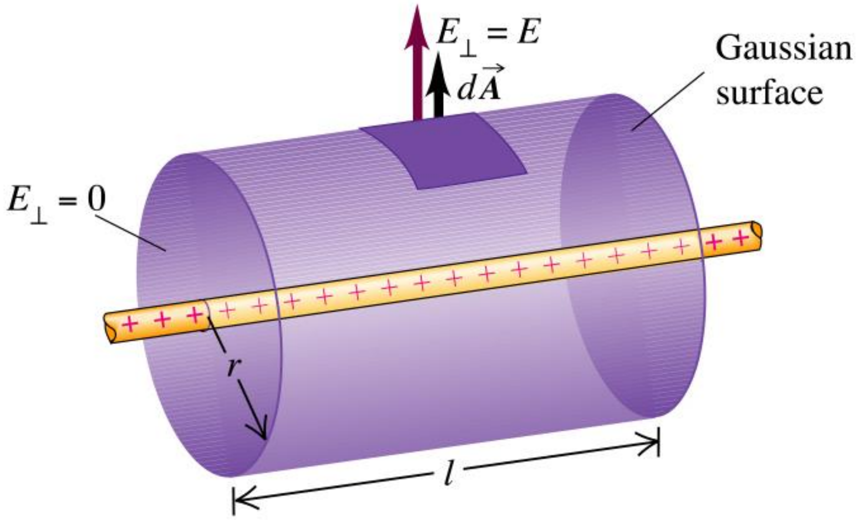
Exemplos

Simetria esférica

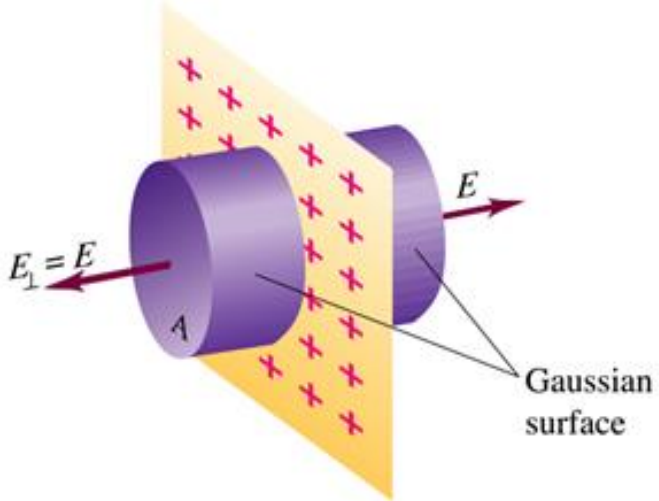


Simetria cilíndrica





Simetria planar

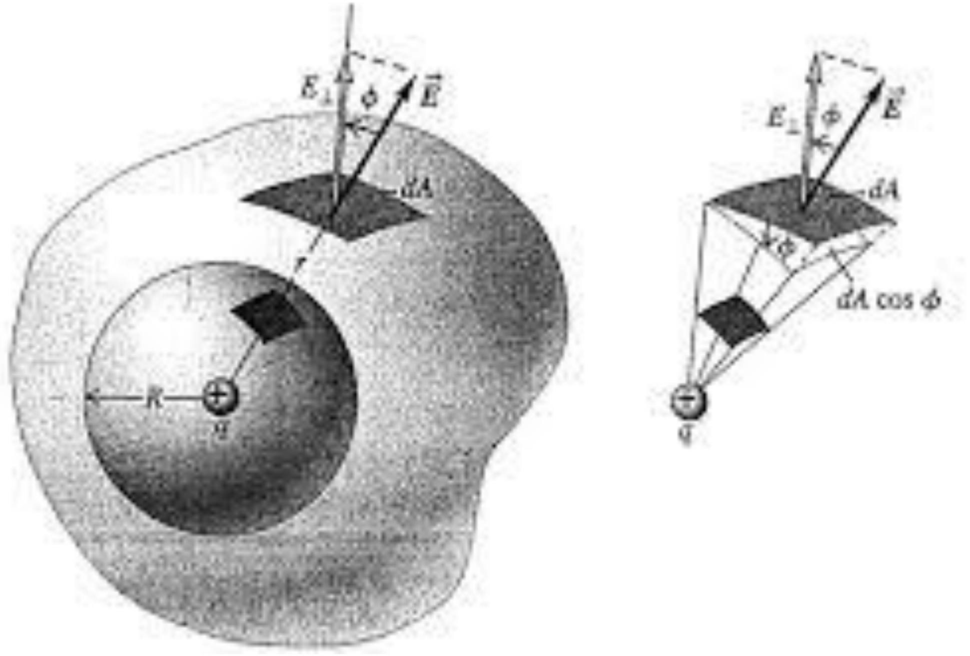


Para curiosos: início

2.2.1 A Lei de Gauss não depende da forma da superfície

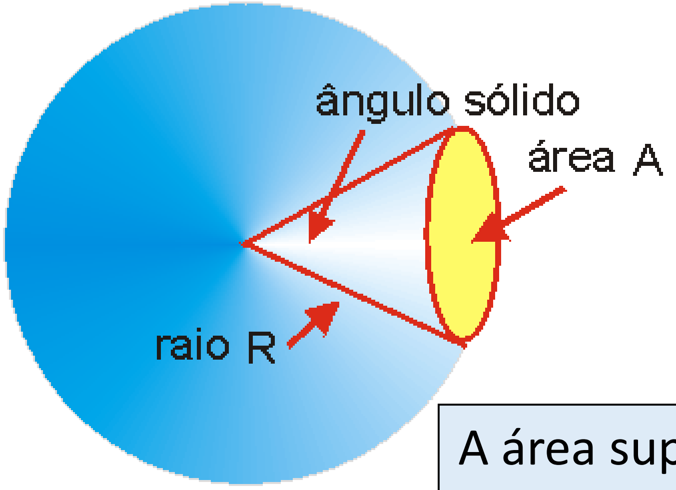
Consideremos:

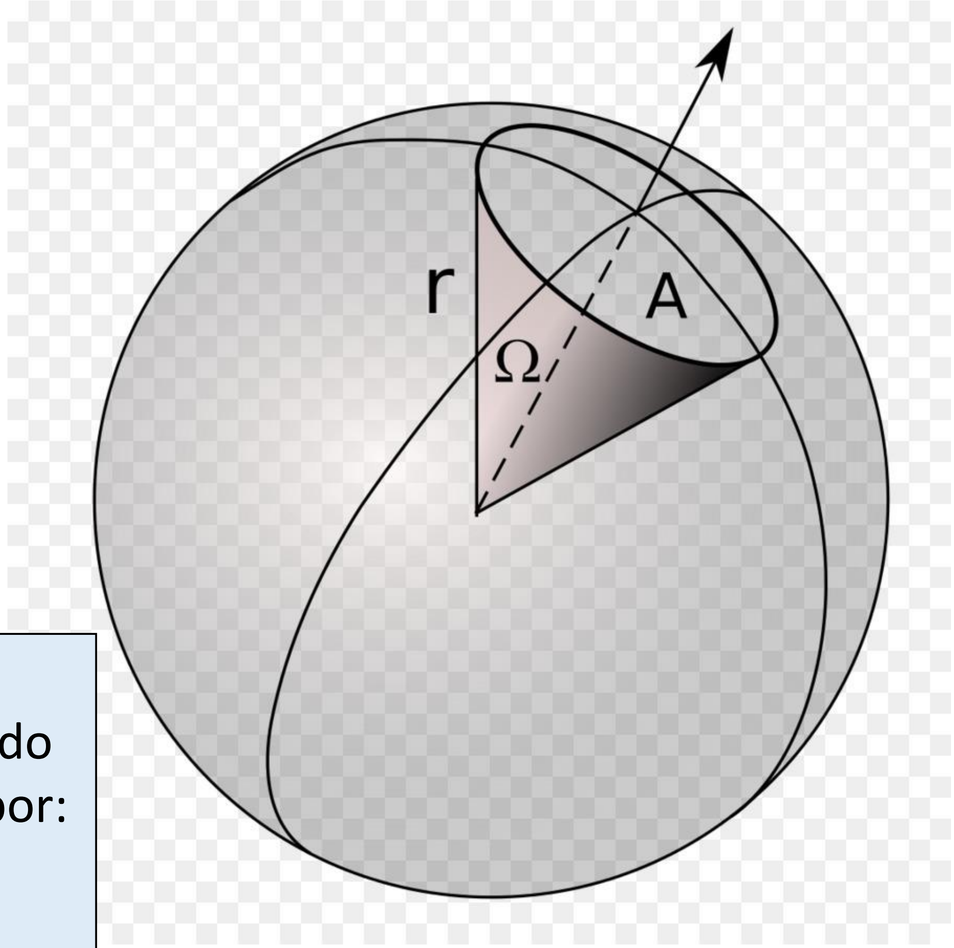
- uma carga pontual
- Uma superfície esféria centrada na carga
- Uma outra superfície de forma arbitrária contendo a superfície esférica no seu interior



- Ângulo sólido: $\boxed{\Delta\Omega \equiv \dfrac{\Delta A}{r^2}}$ (adimensional)

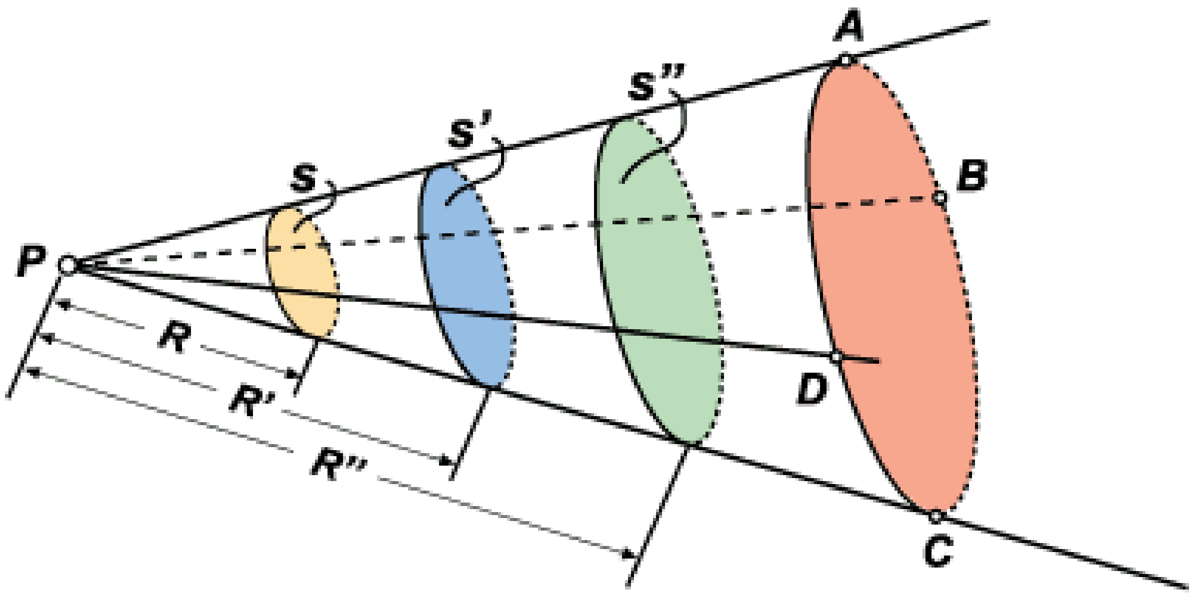
Unidade: esterradiano



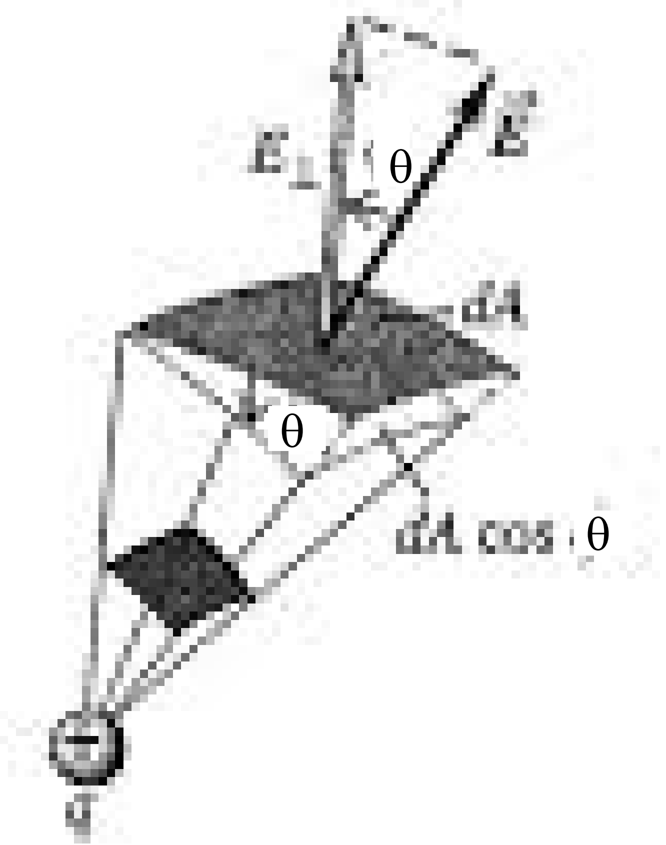


A área superficial total da esfera é $4\pi r^2$, o ângulo sólido total subtendido pela esfera, no seu centro, é dado por:

$$\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$$



$\Omega = S/R^2 = S'/R'^2 = S''/R''^2$



O ângulo sólido subtendido por qualquer destes elementos:

$$\boxed{\Delta\Omega = (\Delta A \cos\theta)/r^2}$$

Assim,

$$\boxed{\Delta\Omega = (\Delta A \cos\theta)/r^2}$$ e $$\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$$

logo:

$$\boxed{\Delta\phi = \vec{E}\cdot\Delta\vec{A} = |\vec{E}||\Delta\vec{A}|\,\cos\theta = Kq\frac{\Delta A\cos\theta}{r^2}}$$

$$\boxed{kq/r^2}$$

$$\boxed{K = 1/4\pi\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\phi = Kq\oint\frac{dA\cos\theta}{r^2} = Kq\oint d\Omega = Kq\Omega = Kq4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

! • **não depende da forma da superfície fechada**

• **É independente da posição da carga no interior da superfície.**

Para curiosos: fim

2.3 Aplicações da Lei de Gauss

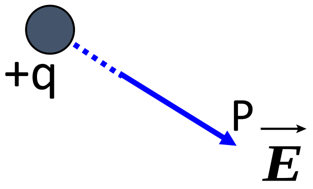
$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

- Cálculo do campo elétrico $\vec{E}$ de uma dada distribuição de cargas.

- A Lei de Gauss é útil quando há um elevado grau de simetria na distribuição de cargas: ex. esferas, ou cilindros compridos, ou chapas planas, todas uniformemente carregadas.

- A superfície deve ser sempre escolhida de modo que tenha a mesma simetria da distribuição de carga.

a) Campo elétrico (no ponto P) criado por uma carga pontual



i) Considerações relativas ao campo elétrico: Lei de Coulomb

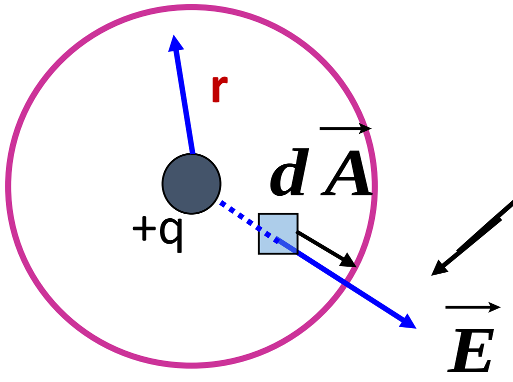
Campo radial, apontando para longe da carga

ii) Escolha da superfície fechada (gaussiana) que passa no ponto P

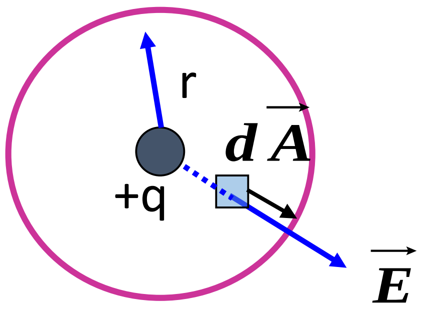
(de forma a que conheça o ângulo que o $\vec{E}$ faz com a normal positiva da superfície)

Superfície esférica, raio **r**

Distância do ponto P à carga



$$\boxed{\vec{E} \,//\, \widehat{n}dA (= d\vec{A})}$$



$$\boxed{\vec{E}\ //\ \hat{n}dA(=d\vec{A})}$$

iii) Cálculo do fluxo

$$\boxed{\phi=\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}=\oint EdA\cos(\vec{E},\hat{n}dA)=\oint EdA\cos o^{0}=\oint EdA=E\oint dA=EA=E4\pi r^{2}}$$

E=Cte $\forall$ P_{sup}

iv) Lei de Gauss

$$\boxed{\phi=\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}=(E4\pi r^{2})=\frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_{o}}=(\frac{+q}{\varepsilon_{o}})}$$

$\Rightarrow$ **Módulo** do campo

RADIAL

$$\boxed{E = \left|\vec{E}\right| = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = K\frac{q}{r^2}}$$

$\Rightarrow$ Força eletrostática sobre uma segunda carga pontual q_0, colocada no ponto P:

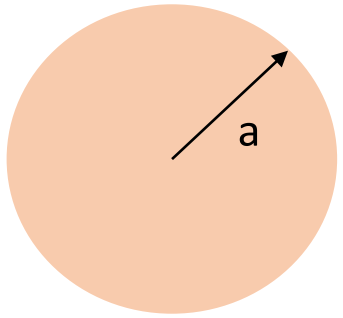
Módulo $\Rightarrow$

$$\boxed{F = \left|\vec{F}\right| = q_0 \left|\vec{E}\right| = K\frac{qq_0}{r^2}}$$

Lei de Coulomb

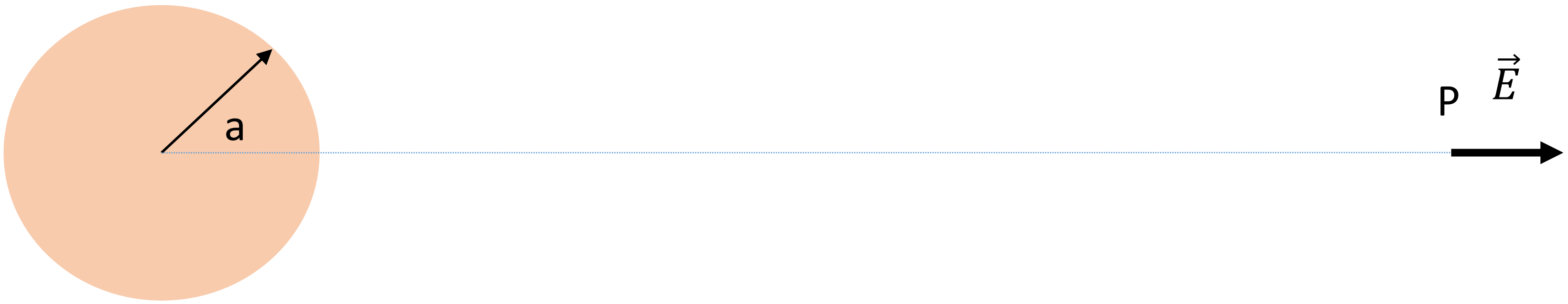
b) Distribuição contínua de carga com simetria esférica

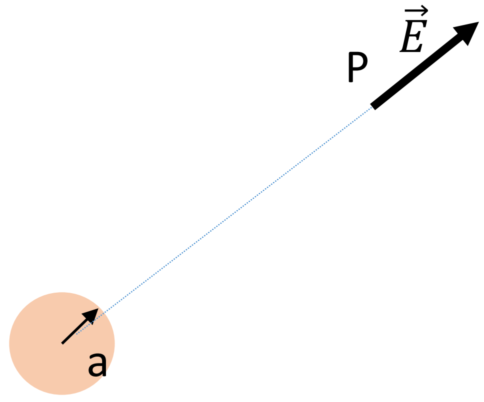
- Esfera **isolante**; raio a; densidade de carga ρ uniforme e +Q carga total



i) Considerações relativas ao campo elétrico: Lei de Coulomb

Consideremos um ponto P muito afastado da esfera com carga (ou reduzimos o raio *a* para um valor muito pequeno).

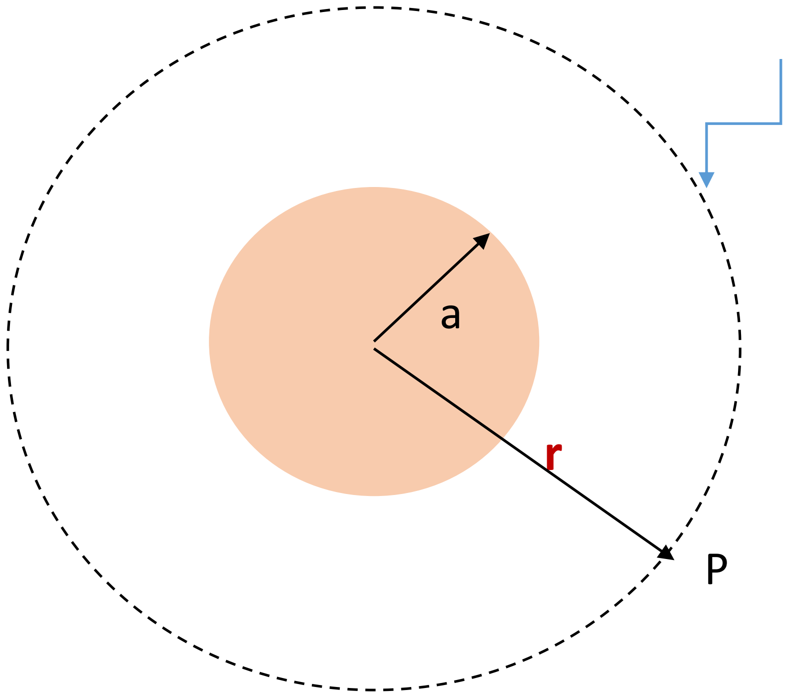




Apliquemos a lei de Coulomb: Campo E será radial; como Q é positiva apontará para longe do corpo.

Campo radial, apontando para longe da carga

ii) **Escolha da superfície fechada** (gaussiana) que passa no ponto P (de forma a que conheça o ângulo que o *E* faz com a normal positiva da superfície)



Sup. fechada (SG): Superfície esférica, raio **r > a,** concêntrica com o corpo com carga

Em qualquer ponto da superfície esférica (SG) de raio *r*:

$$\boxed{\vec{E} \,//\, \widehat{n} dA (= d\vec{A})}$$

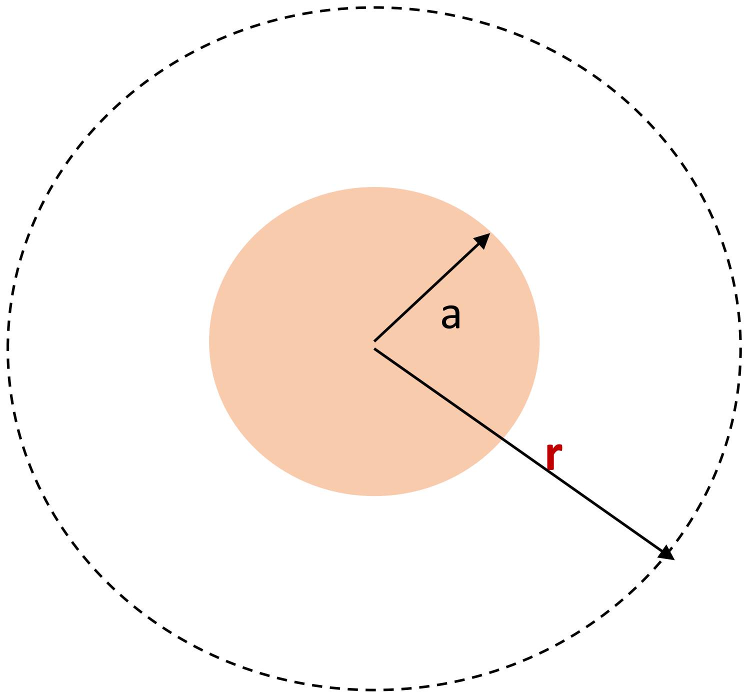
iii) **Cálculo do fluxo** de E através desta sup. esférica de raio *r*:

$$\boxed{\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA \cos(\vec{E}, \widehat{n} dA) = \oint E dA \cos o^0 = \oint E dA = E \oint dA = EA = E 4\pi r^2}$$

$\left|\vec{E}\right|$= cte. em qualquer ponto da superfície: Lei de Coulomb

iv) Aplicar a Lei de Gauss

$$\boxed{\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_o}}$$



???? r > a

$$\boxed{\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = (E 4\pi r^2) = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_o} = \frac{+Q}{\varepsilon_o}}$$

$$\boxed{E = \frac{+Q}{4\pi r^2 \varepsilon_o} = K\frac{Q}{r^2}}$$

r > a

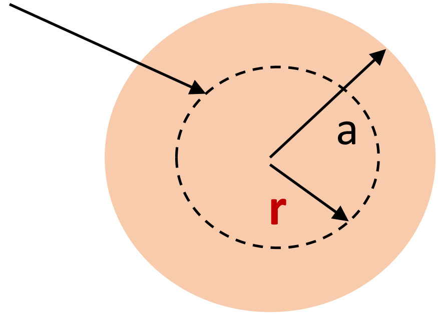
??? e para r < a ????

iv) Lei de Gauss

$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_o}$$

???? r< a

Sup. Gauss para r < a

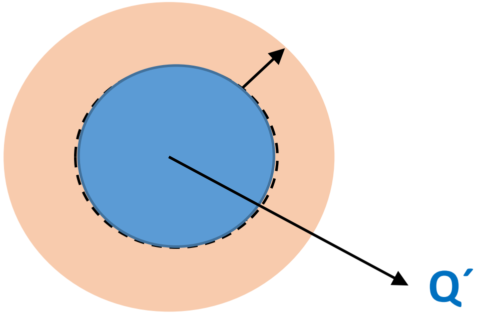


$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = (E 4\pi r^2) = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_o} = \frac{Q`(< Q)}{\varepsilon_o}$$

Rosa: carga total do Corpo

Azul: carga do corpo que está contida dentro da Sup. Gauss

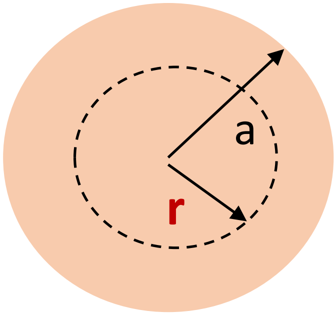
$Q = \rho \, Volume$



iv) Lei de Gauss

$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_o}$$

???? r < a



$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = (E\,4\pi r^2) = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_o} = \frac{Q`(<Q)}{\varepsilon_o}$$

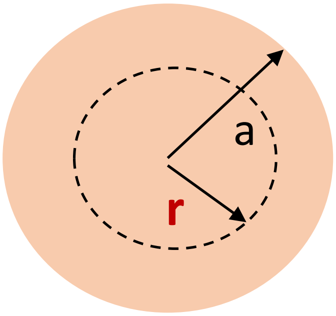
$$Q = \rho\, Volume = \rho\, \frac{4}{3}\pi\, a^3$$

$$Q' = \rho\, Vol\,(esf\ raio\ r) = \rho\, \frac{4}{3}\pi\, r^3$$

$$E = \frac{\rho\, {}^{4}\!/_{3}\, \pi r^3}{4\pi r^2 \varepsilon_o} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_o}$$

OU..........

r < a



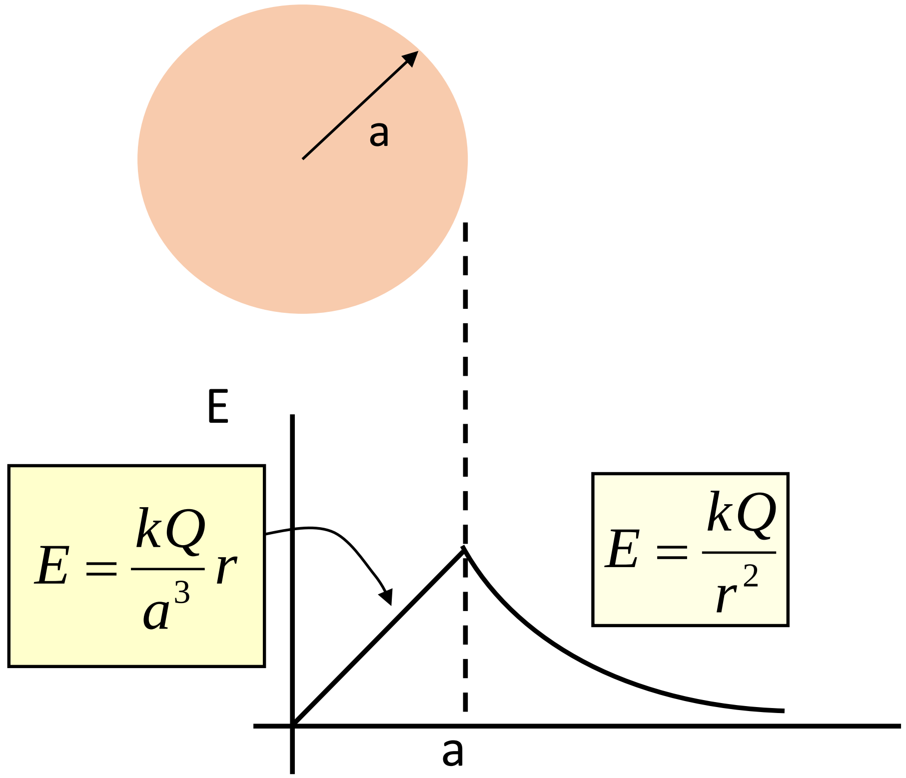
$$Q_{total\ corpo} = Q = \rho_{corpo} V_{corpo}$$

$$\rho_{corpo} = \frac{Q}{4\pi a^3/3}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2 \varepsilon_o} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_o}}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_o} = \frac{Qr}{4\pi a^3 \varepsilon_o} = \frac{KQr}{a^3}}$$

Representação do campo elétrico em função de r (mat. isolador)



$$E = \left|\vec{E}\right| = K\frac{Q}{r^2}$$

r > a

$$E = \left|\vec{E}\right| = \frac{KQr}{a^3}$$

r < a

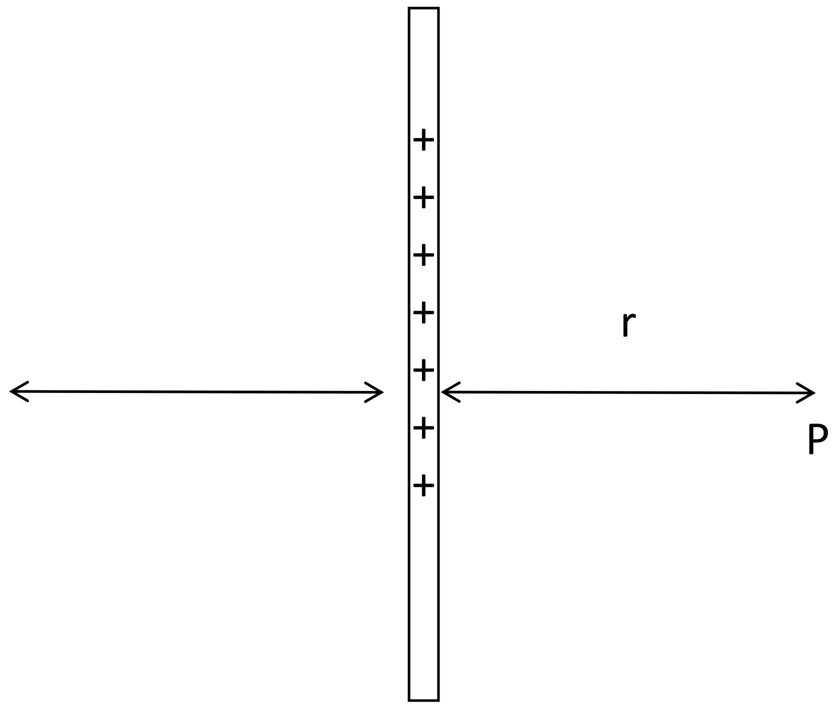
- $E \Rightarrow 0$ quando $r \Rightarrow 0$

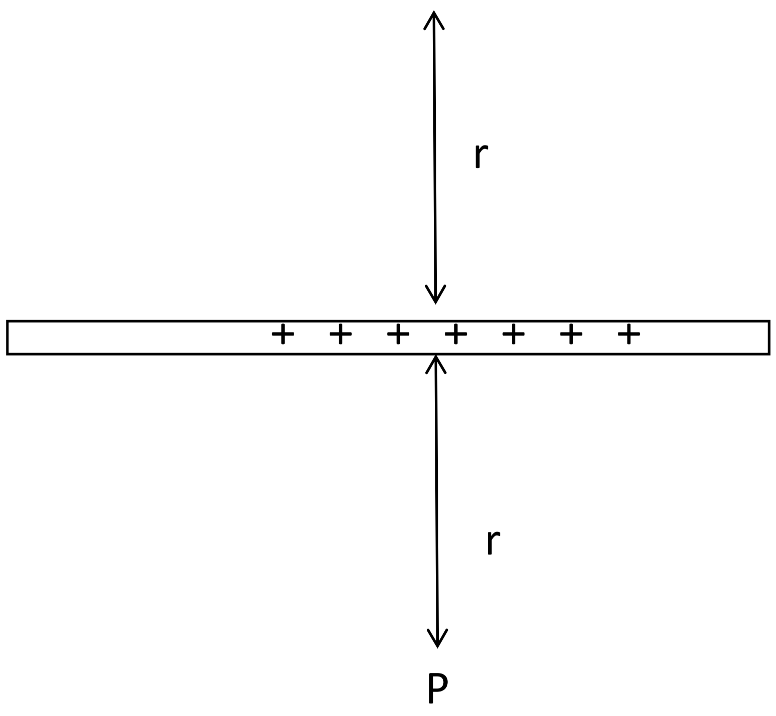
Se a esfera for de **material condutor**…………………

Veremos mais à frente

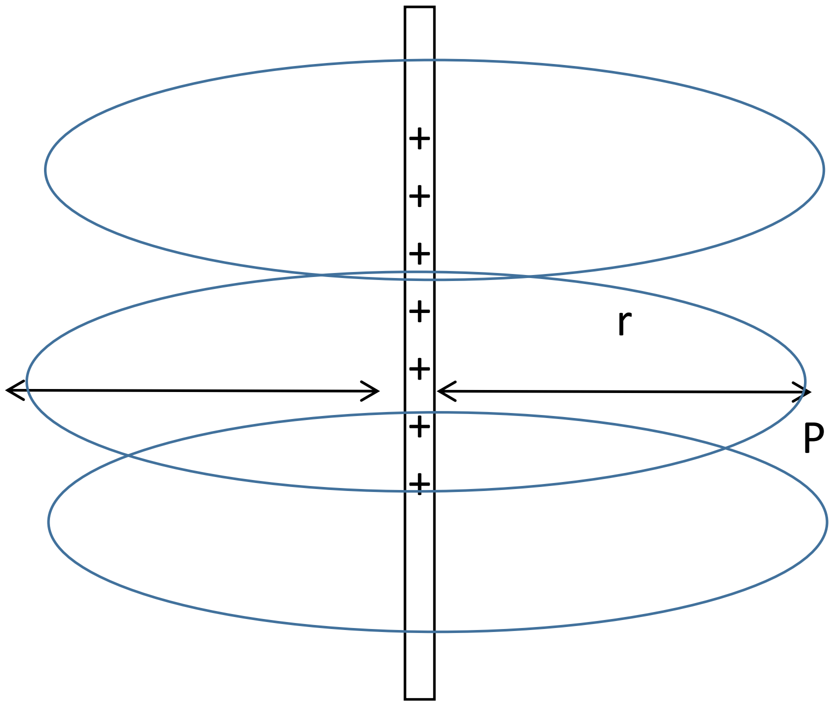
c) Distribuição de Cargas com Simetria Cilíndrica

Calcular o campo elétrico num ponto que dista r de uma reta uniformemente carregada, com carga *+Q* , de comprimento ∞ e com densidade de carga λ = cte





à distância r para fora do écran: à distância r para dentro do écran



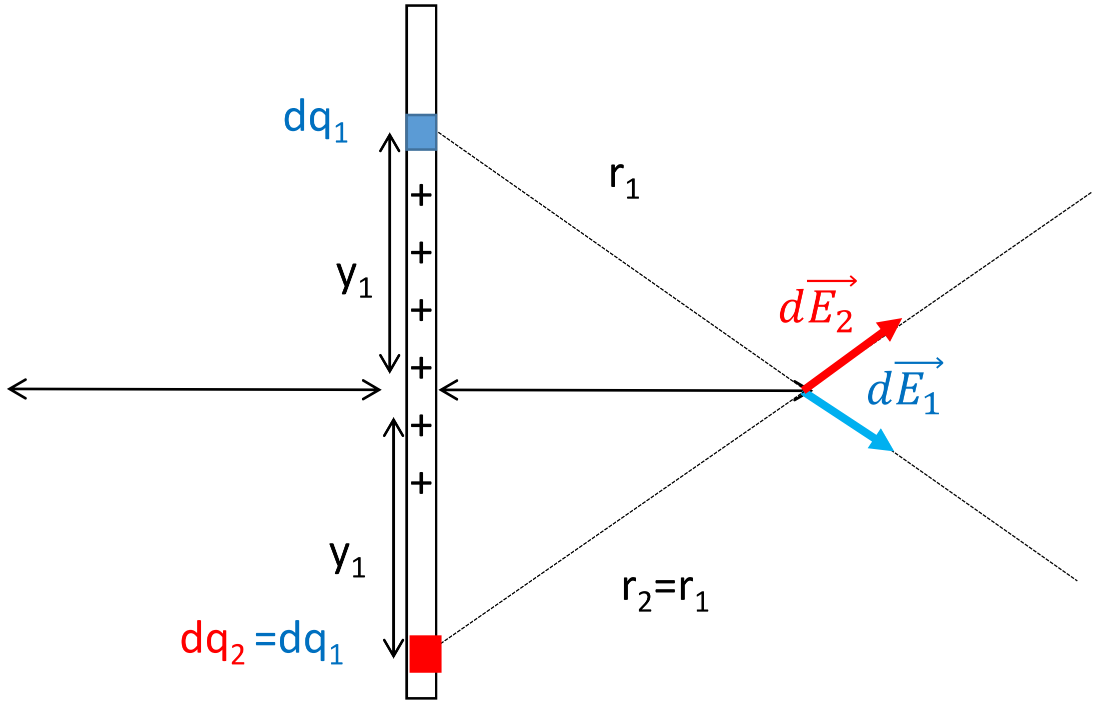
Todos os pontos sobre qualquer das circunferência de raio r são o ponto P

i) Considerações relativas ao campo elétrico: Lei de Coulomb

Consideremos um ponto P muito afastado da reta com carga (ou reduzimos a dimensão da reta para um valor muito pequeno)

Apliquemos a lei de Coulomb: Campo $\vec{E}$ estará sempre segundo a linha que une a reta ao ponto; como Q é positiva apontará para longe do corpo.

Consideremos um ponto P muito afastado da reta com carga. Apliquemos a lei de Coulomb.
??Qual a contribuição para o campo no ponto P devida ao elemento de carga dq_1 $(d\overrightarrow{E_1})$??
Campo $d\vec{E}$ estará sempre segundo a linha que une a carga ao ponto e como Q é positiva apontará para longe do corpo.



Qual o campo resultante destas contribuições?????

Como

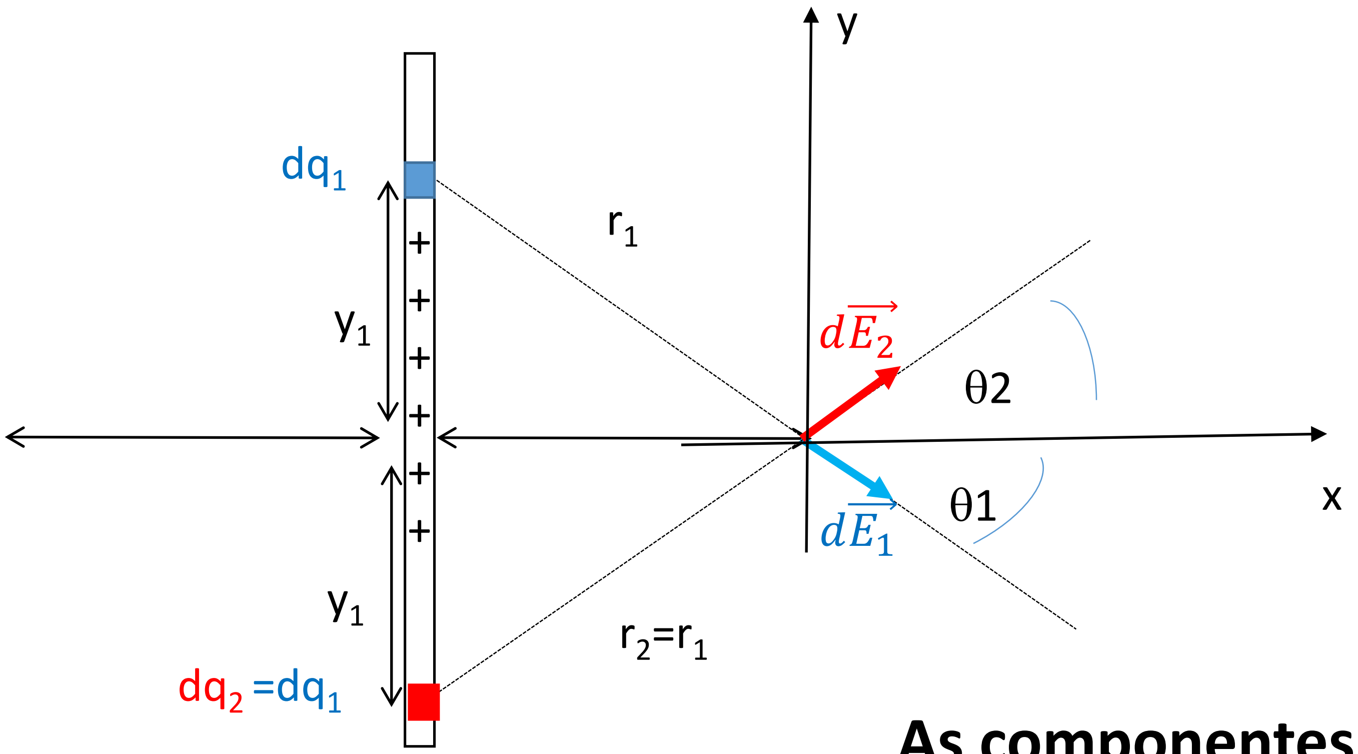
Lei de Coulomb:

$r_1 = r_2 = r$

$dq_1 = dq_2 = dq$

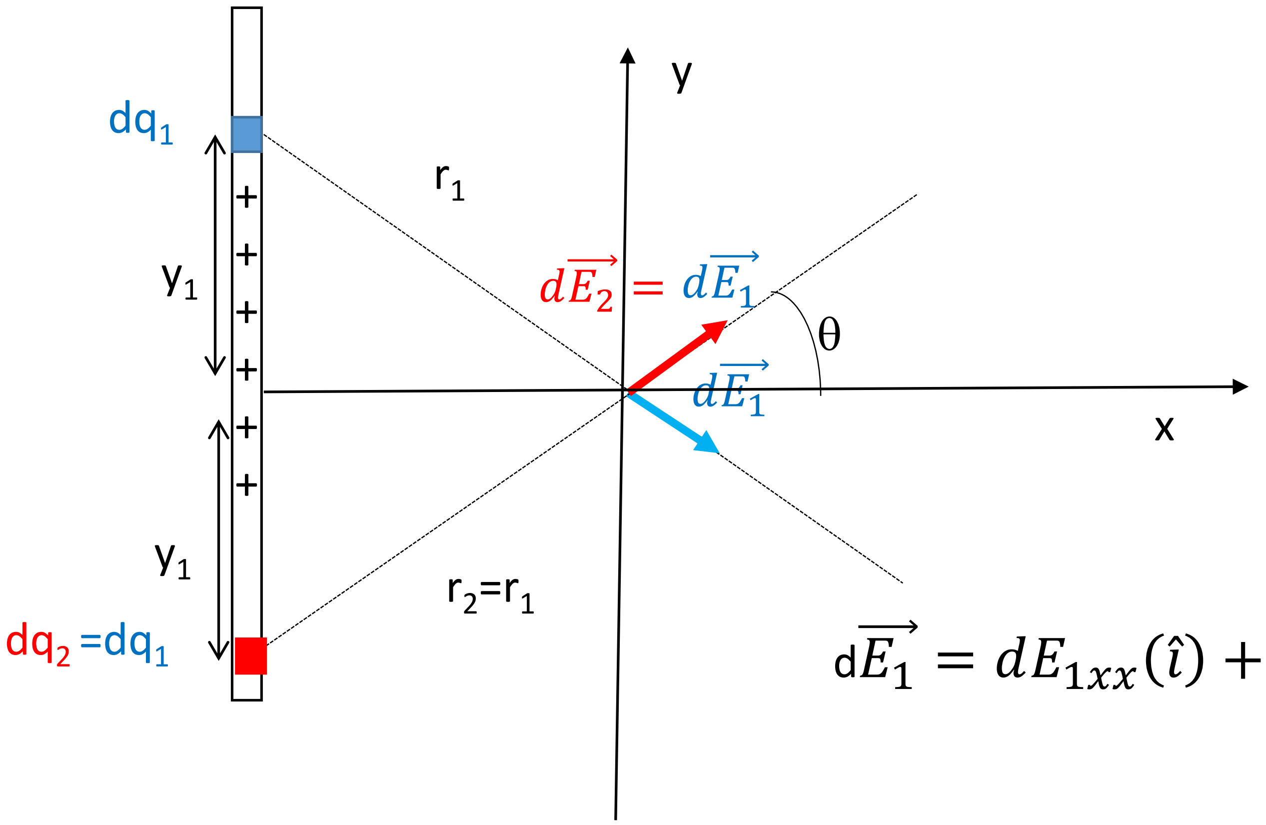
$$\left|\overrightarrow{dE_1}\right| = \left|\overrightarrow{dE_2}\right| = \frac{K\,dq}{r^2}$$

e como $\theta 2 = \theta 1$



As componentes segundo yy (paralelas ao fio) ANULAM-SE.

Para curiosos: início



$$\mathrm{d}\overrightarrow{E_1} = dE_{1xx}(\hat{\imath}) + dE_{1xx}(-j)$$

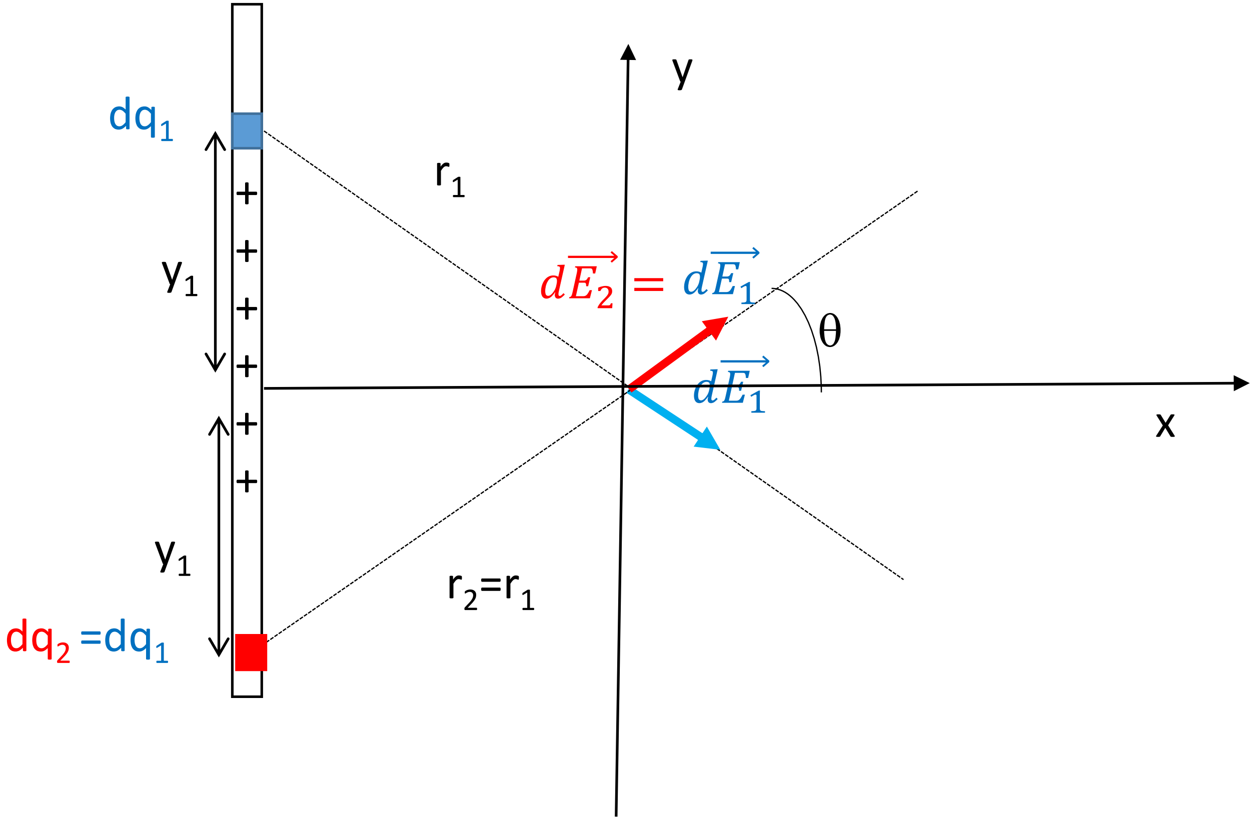
Componente segundo o eixo dos xx: (+$\hat{\imath}$)

Componente segundo o eixo dos yy: (-$\hat{\jmath}$)

$$\mathrm{d}\overrightarrow{E_2} = dE_{2xx}(\hat{\imath}) + dE_{2xx}(j)$$

Componente segundo o eixo dos xx: (+$\hat{\imath}$)

Componente segundo o eixo dos yy: (+$\hat{\jmath}$)



Lei de Coulomb:

$r_1 = r_2 = r$

$dq_1 = dq_2 = dq$

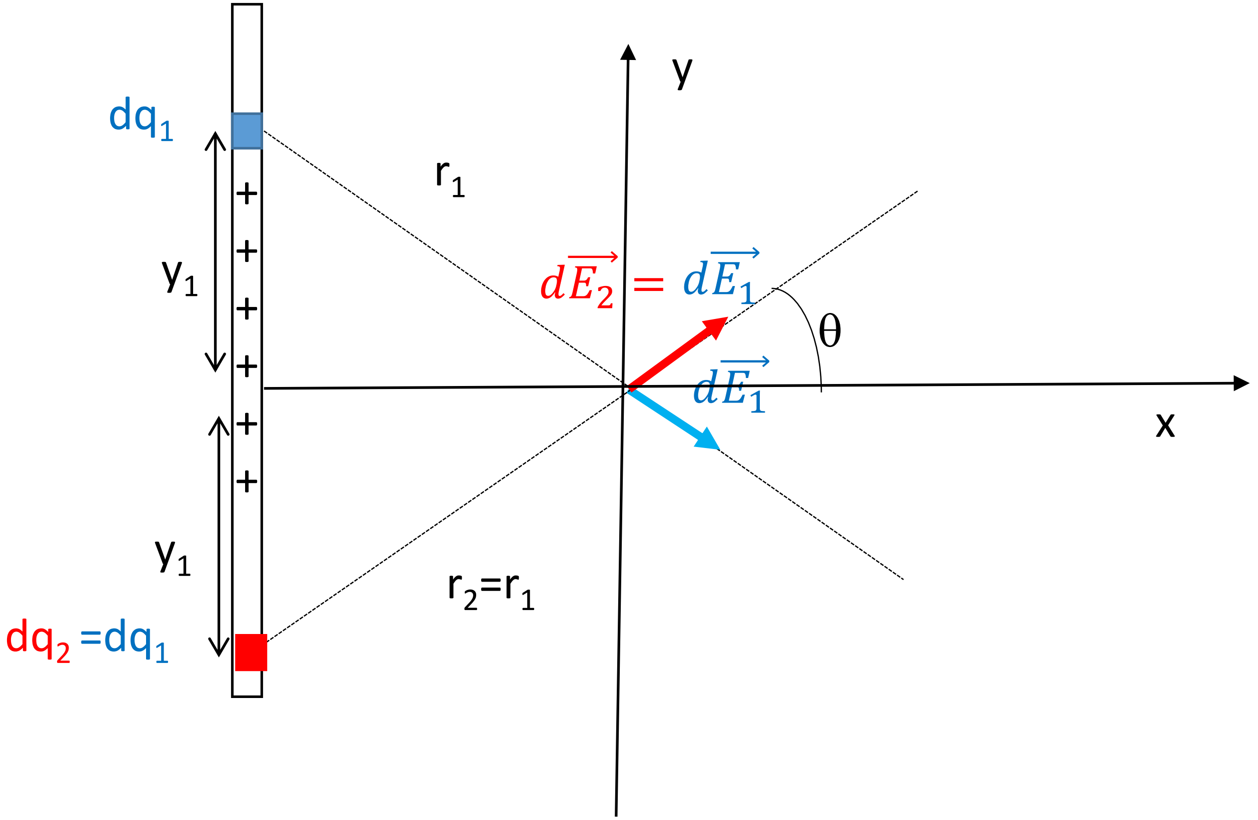
$$\left|\overrightarrow{dE_1}\right| = \left|\overrightarrow{dE_2}\right| = \frac{K\,dq}{r^2}$$

$$E_{1xx} = \left|\overrightarrow{dE_1}\right| \cos\theta = E_{2xx}$$

$$E_{1yy} = \left|\overrightarrow{dE_1}\right| \operatorname{sen}\theta = E_{2yy}$$

$$\mathrm{d}\overrightarrow{E_1} = dE_{1xx}(\hat{\imath}) + dE_{1xx}(-j)$$

$$\mathrm{d}\overrightarrow{E_2} = dE_{2xx}(\hat{\imath}) + dE_{2xx}(j)$$



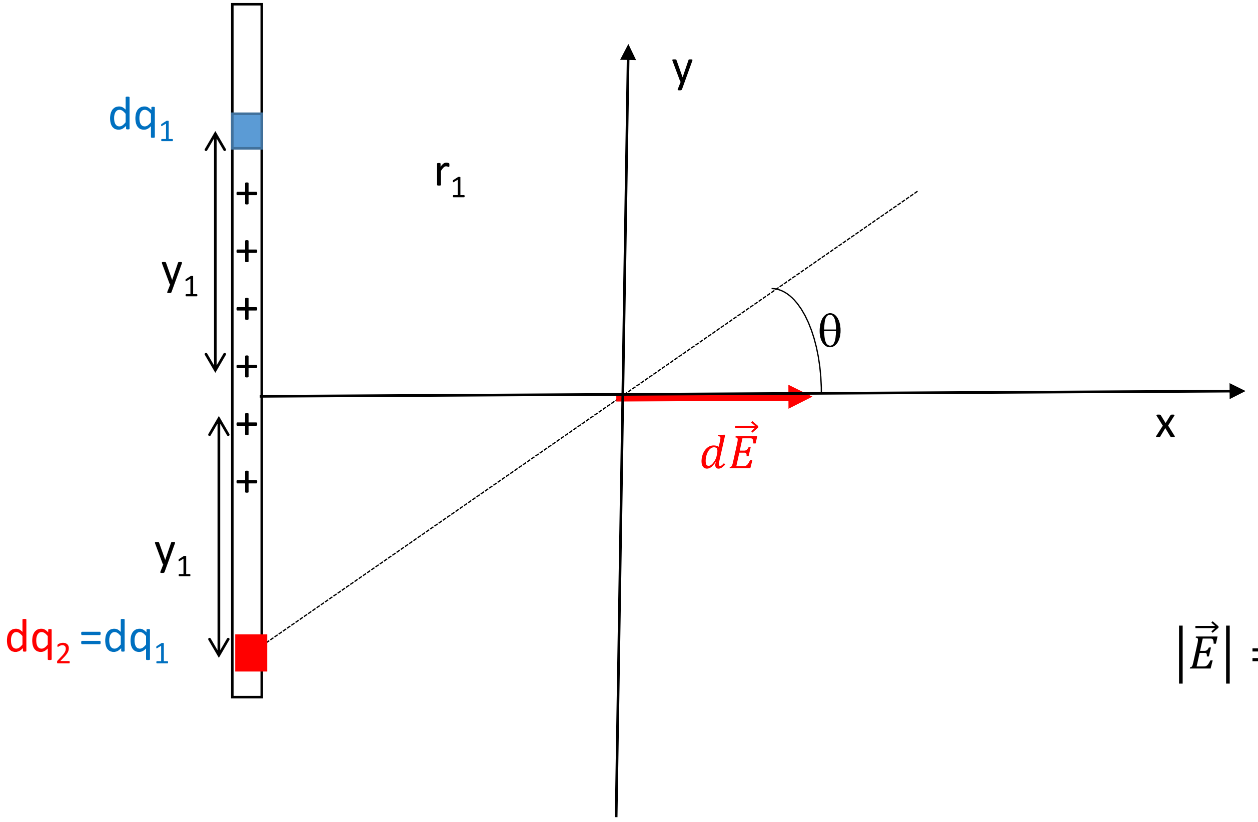
$$E_{1xx} = \left|d\overrightarrow{E_1}\right| \cos\theta = E_{2xx}$$

$$E_{1yy} = \left|d\overrightarrow{E_1}\right| \operatorname{sen}\theta = E_{2yy}$$

$$\mathrm{d}\overrightarrow{E_1} = dE_{1xx}(\hat{\imath}) + dE_{1xx}(-j)$$

$$\mathrm{d}\overrightarrow{E_2} = dE_{2xx}(\hat{\imath}) + dE_{2xx}(j)$$

As componentes paralelas ao fio ANULAM-SE.

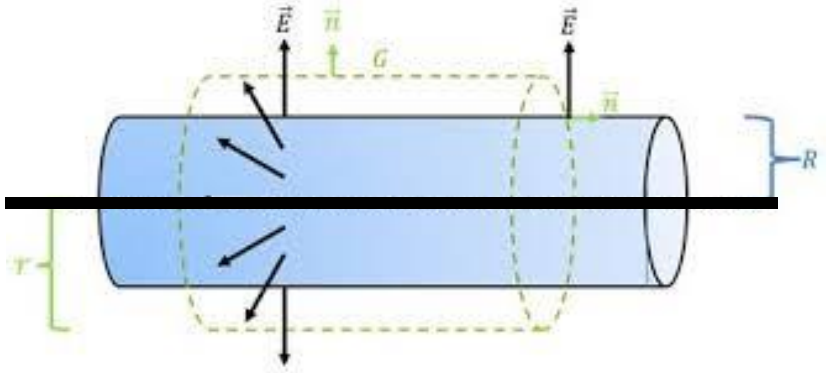


Cálculo trabalhoso pela Lei de Coulomb..........

$$\left|d\vec{E}\right| = dE_{xx} = \frac{K\,dq}{r^{r}}\cos\theta$$

$$\left|\vec{E}\right| = \int_{-\infty}^{+\infty}\left|d\vec{E}\right| = \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots . .$$

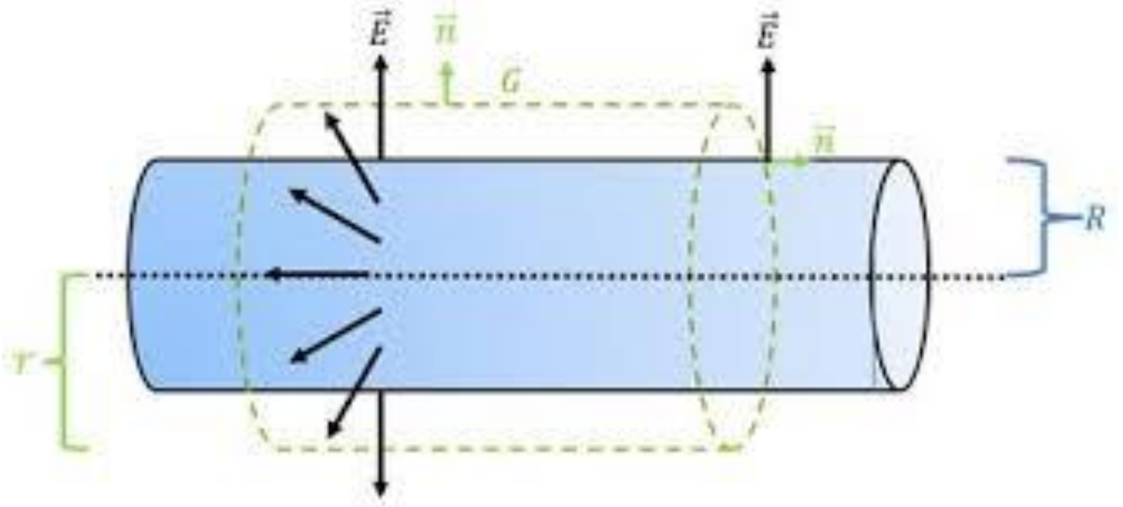
- **Simetria** : $\vec{E}$ $\perp$ reta e tem direção “radial”.



Para curiosos: fim

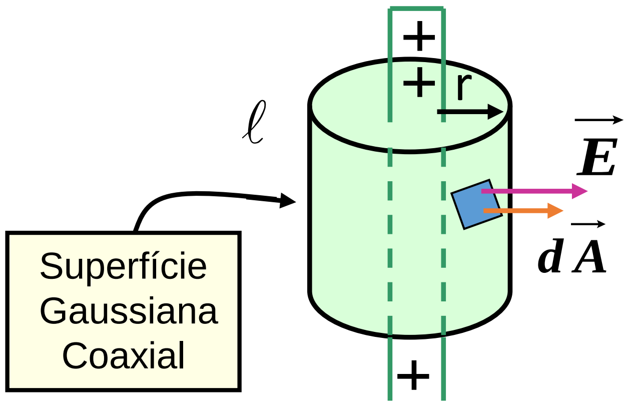
As componentes paralelas ao fio ANULAM-SE.

Simetria : $\vec{E}$ $\perp$ **reta e tem direção “radial”**

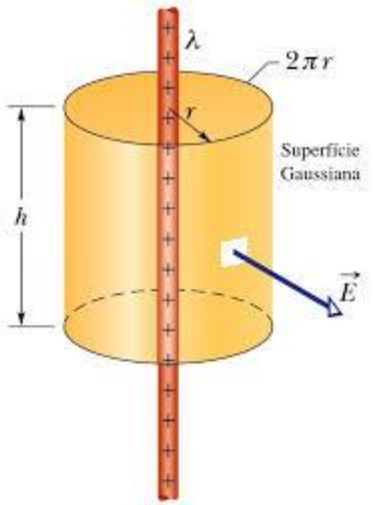


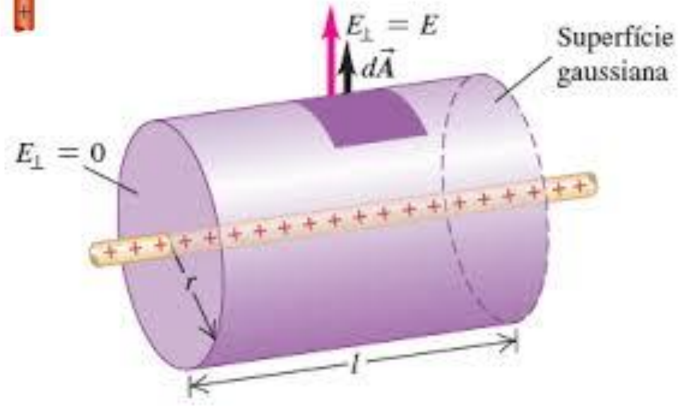
- Simetria : $\vec{E} \perp$ reta e tem direção "radial".

ii) Escolha da superfície fechada (gaussiana) que passa no ponto P (de forma a que conheça o ângulo que o $\vec{E}$ faz com a normal positiva da superfície): **Cilindro** (sup. fechada) **de raio r, comprimento l,** centrado na reta e com eixo paralelo à reta.



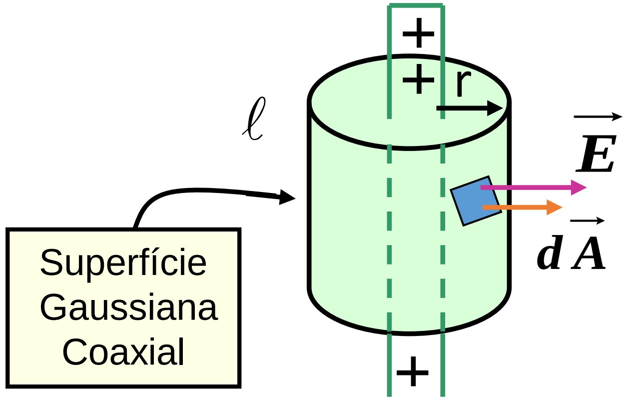
Superfície cilíndrica; topo 1; topo 2





- Em qualquer ponto sobre a Superfície cilíndrica: $E = cte, \left(\vec{E} \parallel d\vec{A}\right)$
- Em qualquer ponto do topo 1 ou topo2: $\left(\vec{E} \perp d\vec{A}\right)$

iii) Cálculo do fluxo de $\vec{E}$ através desta sup. gaussiana:



$$\phi_c = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint EdA\cos(\vec{E},\widehat{n}dA) = \left(\int EdA\cos o^0 + \int EdA\cos 90^0 + \int EdA\cos 90^0\right)$$

Superfície cilíndrica

topo 1

topo 2

0

$$\phi_c = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = E\int dA = E2\pi rl$$

E=cte ao longo de toda a sup.: Lei de Coulomb

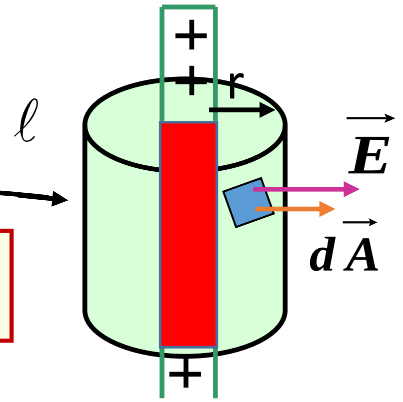
iv) Lei de Gauss:

$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

$$E\,2\pi r l = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

?????

Qint << Qtotal



$$q_{in} = \lambda \ell$$

Quantidade de carga
por unidade de comprimento

Comprimento do cilindro

$$E\,2\pi r l = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{2\boldsymbol{\pi}\boldsymbol{\varepsilon}_0\boldsymbol{r}} = 2\boldsymbol{K}\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{r}}$$ (1)

Boa estimativa para pontos na vizinhança da reta, e afastados das extremidades

- $E \propto 1/r$

PS:

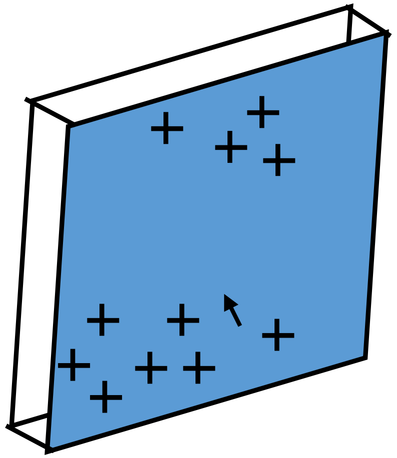
i) se reta finita $\Rightarrow$ E $\neq$ **1**

ii) se $E \neq cte;\ \cancel{\vec{E}} \perp Sup.\ \forall\ P_{\text{sup}}$ **Lei de Gauss não tem utilidade.**

iii) Se existe pouca simetria na distribuição de carga $\Rightarrow$ é necessário usar a Lei de Coulomb

d) Folha plana não condutora eletricamente carregada

- Carga σ uniforme

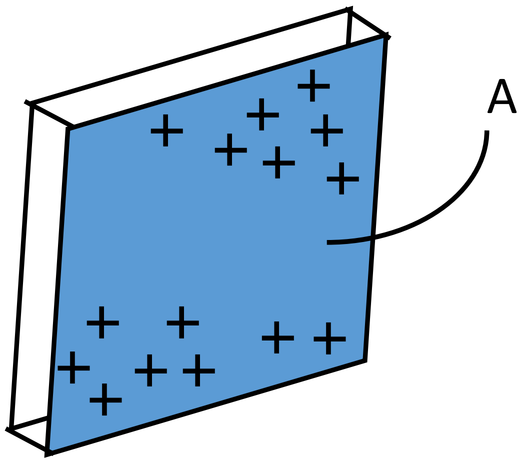


i) Considerações relativas ao campo elétrico: Lei de Coulomb

Consideremos um ponto P à distância *d* da folha.
Apliquemos a lei de Coulomb e o principio de sobreposição:

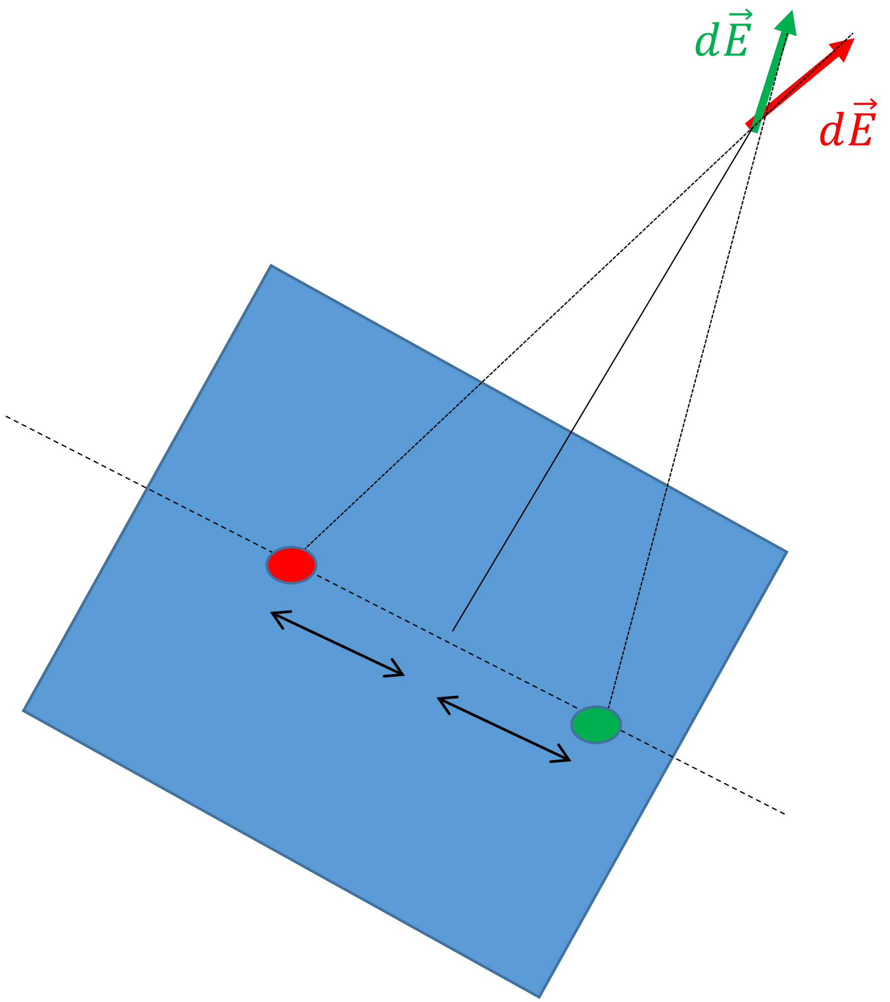
? Qual a contribuição para o campo no ponto P pelo elemento de carga dq.

- Campo $d\vec{E}$ estará sempre segundo a linha que une a carga ao ponto;
- como Q é positiva apontará para longe do corpo.



dq origina $d\vec{E}$ (*com componente paralela e perpendicular ao plano*)

dq origina $d\vec{E}$ (*com componente paralela e perpendicular ao plano*)

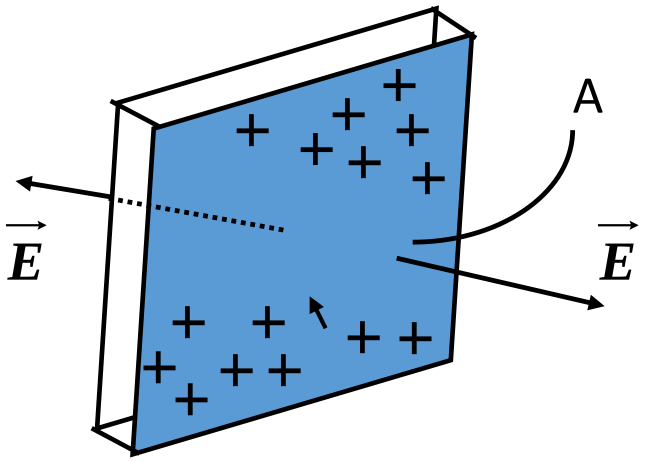


As componentes // ao plano anulam-se e as perpendiculares somam-se.

Longe das bordas, para qualquer dq ($d\vec{E}$) existe um dq ($d\vec{E}$)

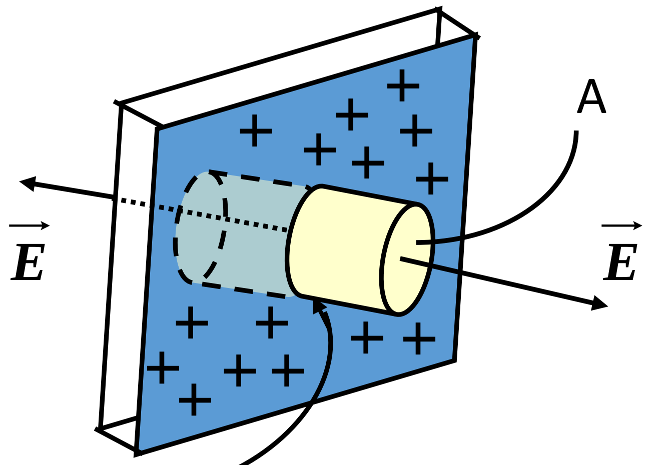
Simetria: campo é perpendicular ao plano e aponta para longe do plano

ii) Escolha da superfície fechada (gaussiana) que passa no ponto P
(de forma a que conheça o ângulo que o *E* faz com a normal positiva da superfície



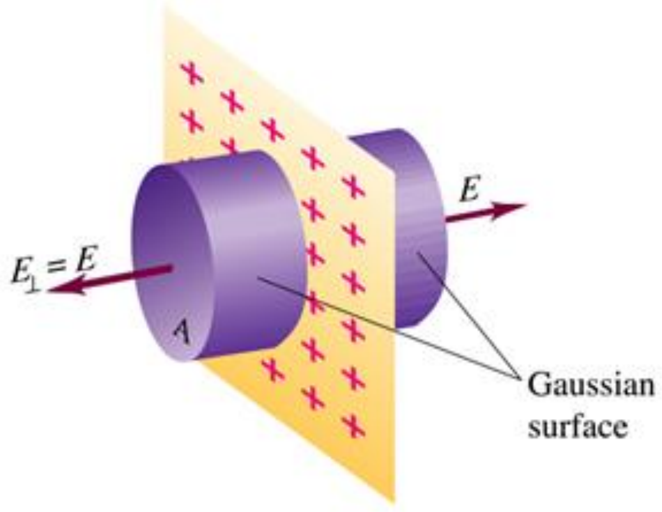
- $\vec{E} \perp$ plano folha
- Sentido de $\vec{E}$ oposto em cada face.

- **Cilindro** (sup. fechada) de raio r, comprimento l, centrado no plano e com eixo perpendicular ao plano.



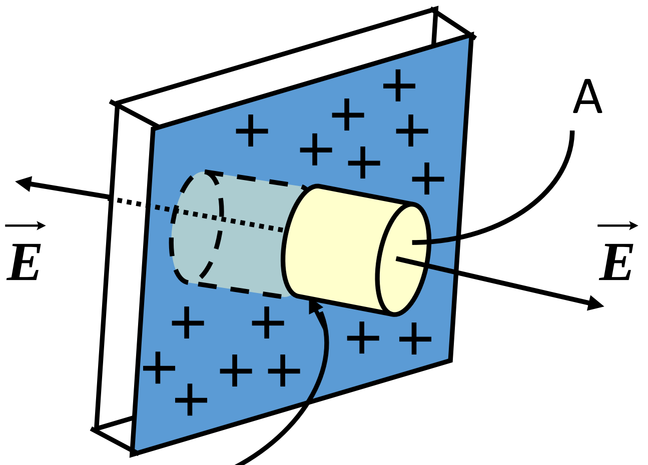
Cilindro: sup. cilindrica+topo1+topo2

- $\vec{E} \parallel$ superfície cilíndrica, ou seja perpendicular to $\hat{n}$dA $\Rightarrow \phi_{sup} = 0$
- $\vec{E}$ *perpend* aos topos, ou seja paralelo to $\hat{n}$dA$\Rightarrow \phi_{sup} \neq 0$



iii) Cálculo do fluxo de $\vec{E}$ através desta sup. gaussiana:

$$\boxed{\phi_c = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint EdA\cos(\vec{E},\hat{n}dA) = \left(\underbrace{\int EdA\cos 90^0}_{\text{Superfície cilíndrica}} + \underbrace{\int EdA\cos 0^0}_{\text{topo 1}} + \underbrace{\int EdA\cos 0^0}_{\text{topo 2}}\right)}$$



Topo1 Topo2

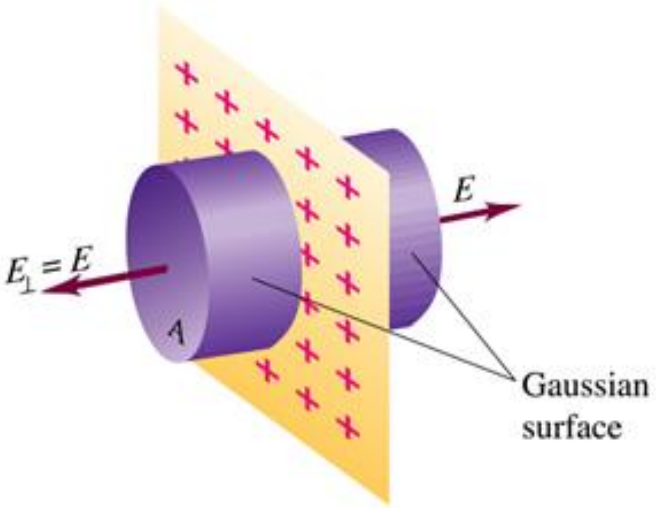
$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint EdA\cos(\vec{E}, \hat{n}dA) = \int EdA + \int EdA = E\int dA + E\int dA = 2EA$$

E=cte ao longo de toda a sup. (topo): Lei de Coulomb

iv) Lei de Gauss:

$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

$$\phi_c = 2EA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

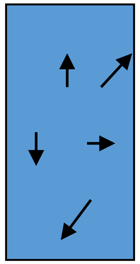


$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2\boldsymbol{\varepsilon}_0}$$

Independente de r

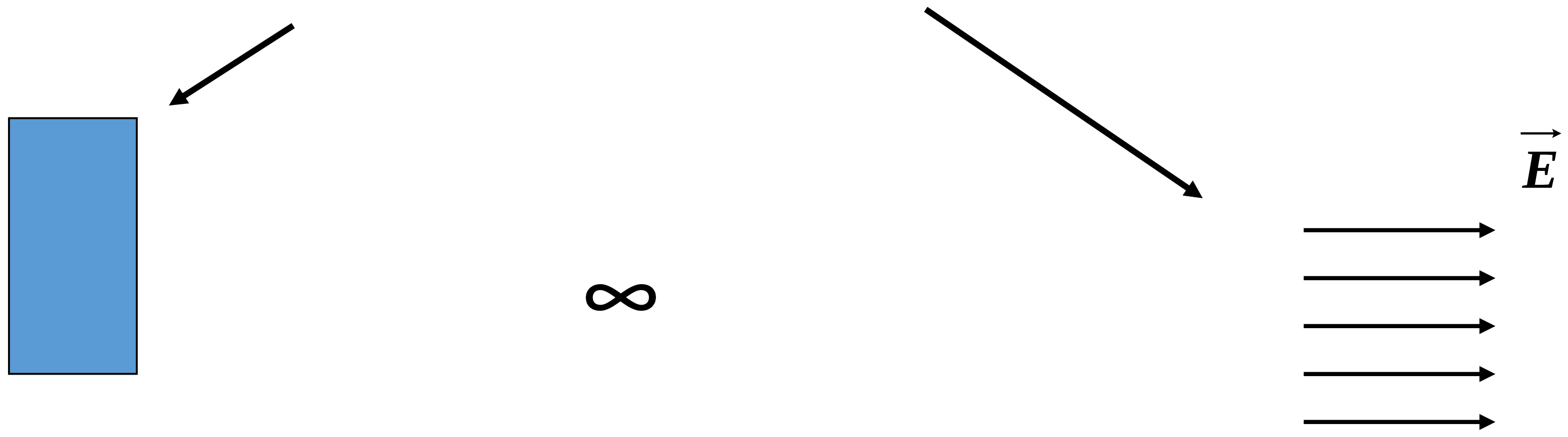
2.4 Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Um bom condutor elétrico (Cu) contém cargas (e^-) que não estão ligadas a nenhum átomo em particular e por isso podem-se deslocar no interior do metal...



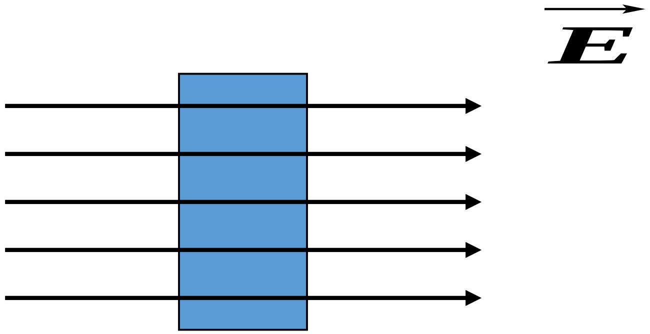
Possui muitas cargas “móveis” (eletrões)
Cargas de igual sinal: repelem-se.
Força repulsiva de acordo com lei de Coulomb.
Movimento aleatório

2.4.1 Placa condutora num campo elétrico $\vec{E}$



Possui muitas cargas “móveis” (eletrões)
Cargas de igual sinal: repelem-se.
Força repulsiva de acordo com lei de Coulomb.
Movimento aleatório

A- Placa condutora num campo elétrico uniforme



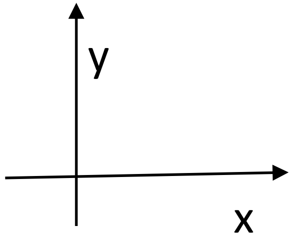
Se o corpo condutor estiver numa região onde existe o campo elétrico, então cada carga “móvel” vai sentir uma força:

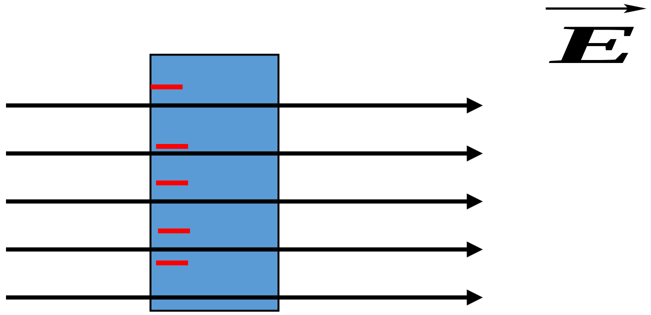
$$\overrightarrow{F_q} = q\ \vec{E}$$

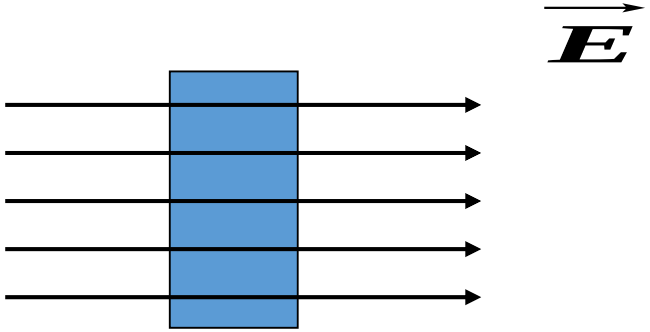
+xx

eletrão

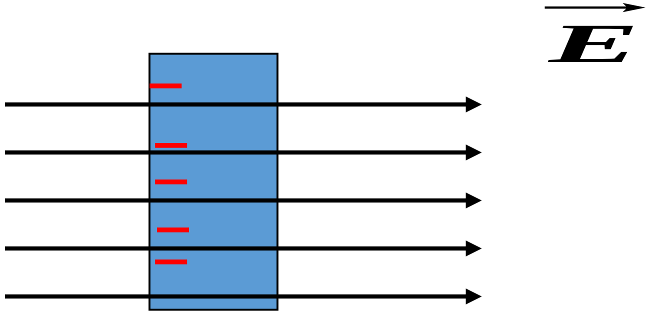
-xx







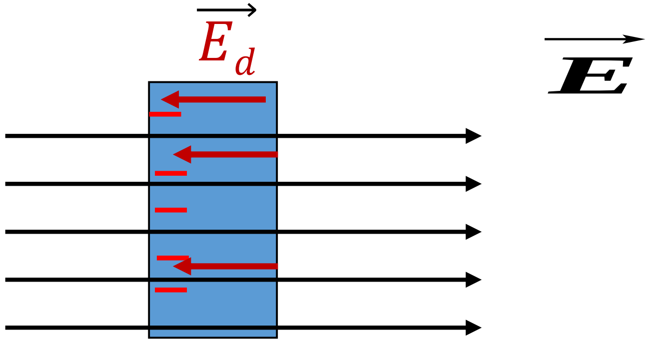
$$\vec{F_q} = q\,\vec{E}$$



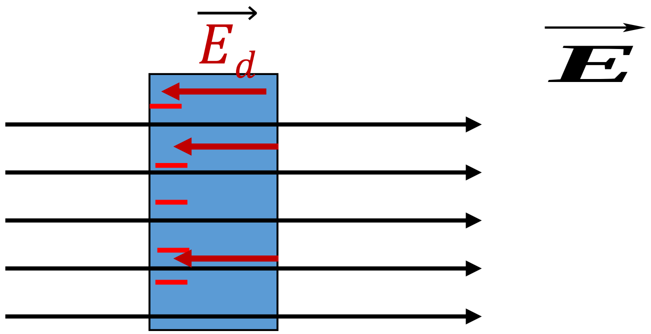
Cargas negativas criam campos

($\vec{E_d}$)

que apontam para elas



$\vec{E_d}$ opõe-se ao campo externo



Assim os eletrões sentem um campo (resultante) que é:

$$\overrightarrow{E_R} = \vec{E} + \overrightarrow{E_d}$$

Como $\overrightarrow{F_q} = q\overrightarrow{E_R}$, há movimento de carga enquanto $\overrightarrow{E_R} \neq 0$

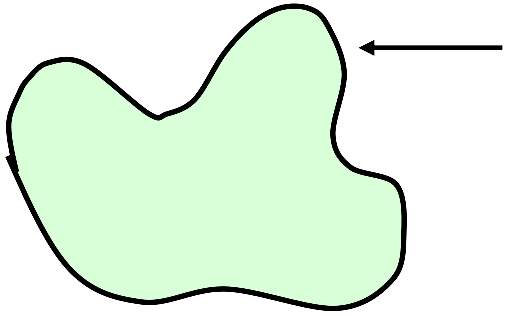
O condutor estará em equilíbrio eletrostático (**sem movimento de carga**) quando o campo resultante no interior do condutor for nulo, ou seja quando $\overrightarrow{E_R} = 0$

$$\vec{E} + \overrightarrow{E_d} = 0$$

$$\overrightarrow{E_d} = -\vec{E}$$

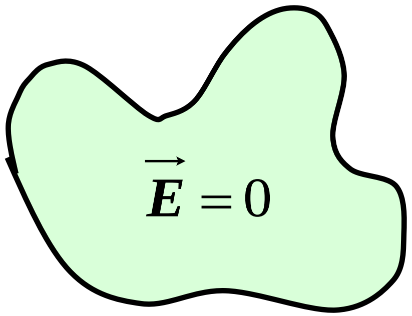
Bom condutor $\Rightarrow$ equilíbrio em ~ 10^{-16} s (~ instantâneo)

B- Mesma análise…agora usando a Lei de Gauss e o resultado anterior

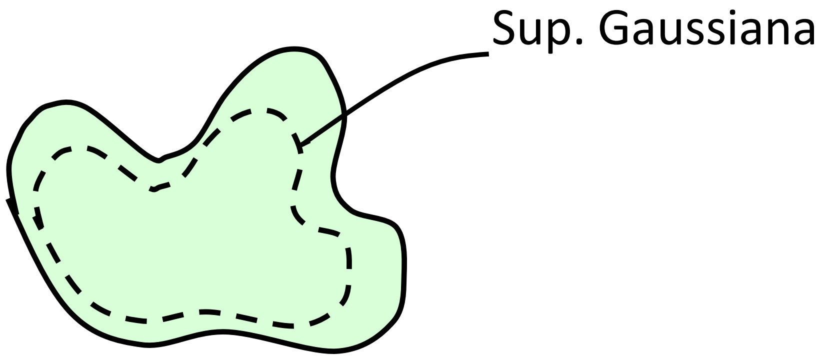


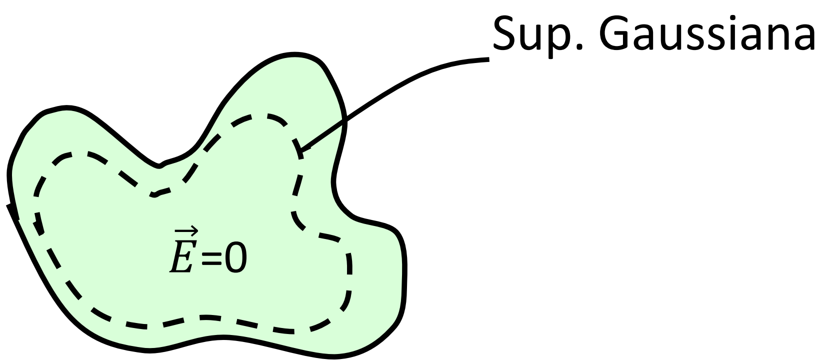
Condutor isolado, forma arbitrária

i) Da análise anterior sabemos que em todos os pontos no interior do condutor (em equilíbrio eletrostático) $\vec{E}$=0



i) Consideremos então uma SG no interior do condutor





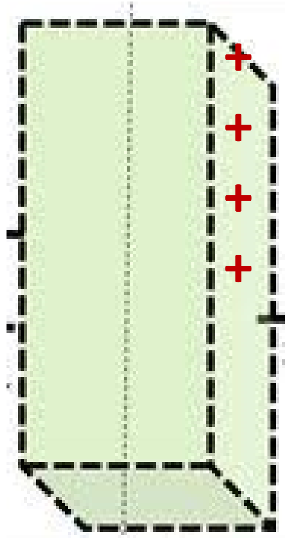
Assim:

- **o fluxo através da SG é NULO** (se não há cargas, não há campo elétrico; não há linhas de campo elétrico)
- Logo, pela Lei de Gauss: **q_{int}=0** (Fluxo através de uma sup. fechada: $\boxed{\phi_c = \dfrac{q_{in}}{\varepsilon_0}}$)

Como não pode haver carga líquida no interior da Superfície Gaussiana (que pode estar arbitrariamente próxima da superfície do Condutor) $\Rightarrow$ **qualquer excesso de carga, num condutor, deve estar na superfície do condutor.**

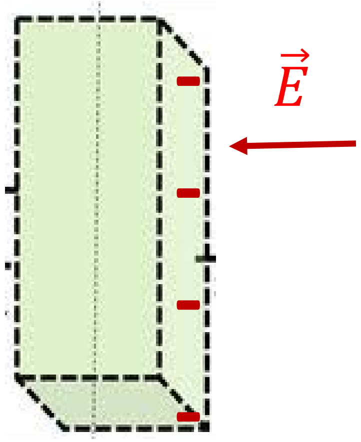
C- Relação do campo elétrico sobre a face externa da superfície de um condutor em equilíbrio com a distribuição de carga no condutor- Lei de Gauss.

Condutor em eq. eletrostático $\Rightarrow$ Carga em excesso estará na superfície (consideremos (+) por simplicidade)

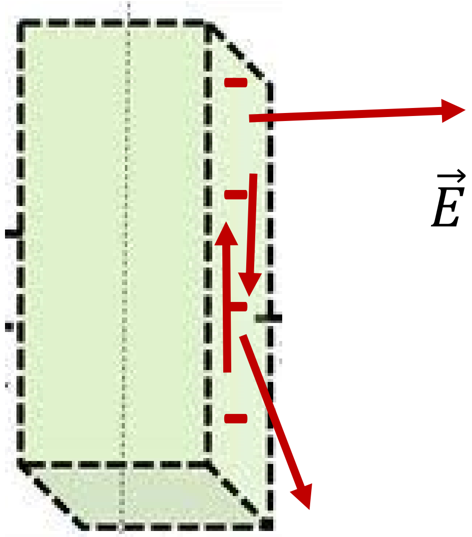


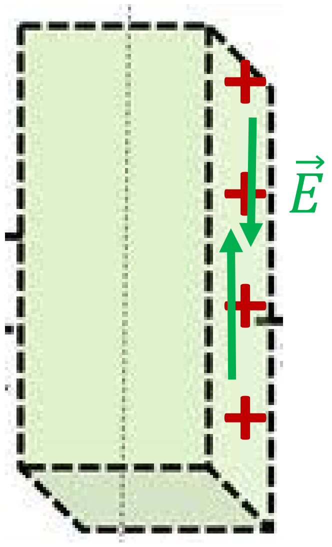
$\Downarrow$

Assim, existirá um campo elétrico. **Como será?**



- apontará para longe da carga (+)
- **qual a orientação????**



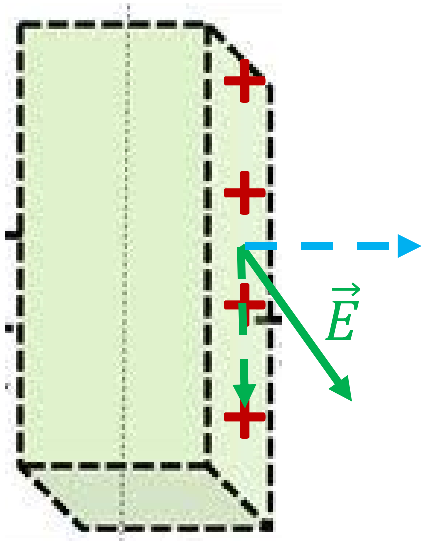


Se campo for paralelo à superfície

Cargas sente $\vec{F} \neq 0$

Logo movem-se

Corpo não está em eq. eletrostático



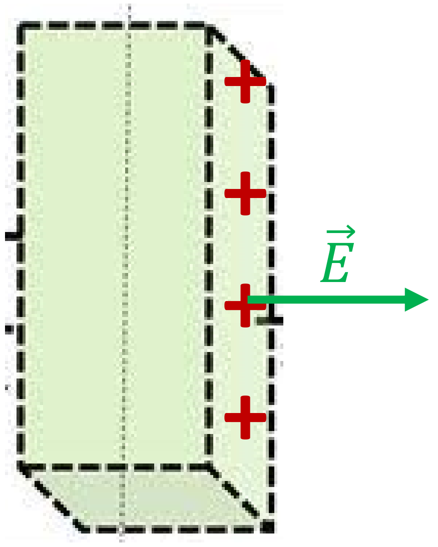
Se campo fizer um ângulo com a superfície (possui uma componente paralela e outra perpendicular à superfície)

Cargas sente $\vec{F} \neq 0$

Logo movem-se

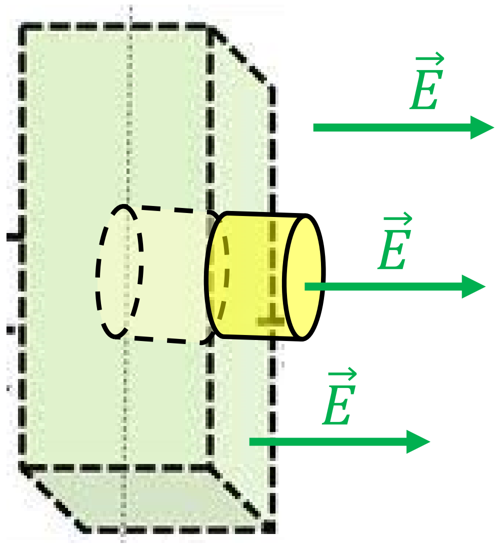
Corpo não está em eq. eletrostático

Cargas sente $\vec{F} \neq 0$, mas como não tem para onde ir, não se movem



Logo a única hipótese é o campo ser perpendicular à superfície

Escolha da superfície de Gauss: **cilindro de raio r, comprimento l**
(l/2 fora e l/2 dentro do corpo)



- interior (sup. cilíndrica e topo)$\Rightarrow$ ϕ = 0

- exterior: sup cilíndrica ϕ = 0 pois $\hat{n}A$ é$\perp$ $a\ \vec{E}$

Topo: ϕ = EA pois $\hat{n}A//\vec{E}$

$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint EdA\cos(\vec{E}, \hat{n}dA) = \left(\int EdA\cos 90^0 + \int EdA\cos 0^0 + \int EdA\cos 0^0 + \int EdA\cos 90^0 \right)$$

Cilindro

Cilindro

Sup. cilindrica interior

Topo interior

Sup. cilindrica exterior

Topo exterior

0, pois E =0

0, pois E =0

0, pois cos 90=0

E A_{topo}

$$\phi_c = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint EdA\cos(\vec{E}, \hat{n}dA) = \int EdA = E\int dA = EA = E(\pi r^2)$$

E=cte ao longo de toda a sup. (topo): Lei de Coulomb

Lei de Gauss:

??????

$$\phi_c = \oint \vec{E}.d\vec{A} = EA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\boldsymbol{q_{in} = \sigma A}$$

Carga (local) por Unidade de área

Área da base do cilindro

$$\phi_c = EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\boldsymbol{E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Não depende de r!!!!!!

Resumo: Condutores em Equilíbrio Eletrostático

Um condutor diz-se em equilíbrio eletrostático quando não há um movimento líquido no interior do metal.

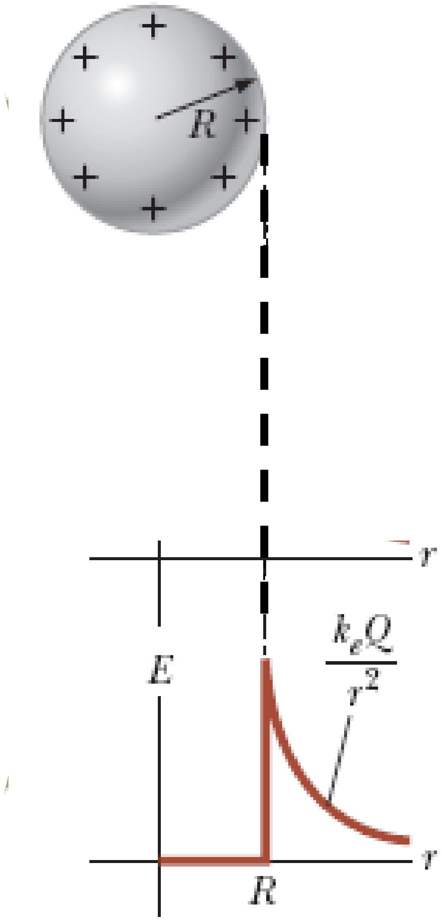
1. O campo elétrico é nulo em qualquer ponto no interior do condutor.

2. Qualquer excesso de carga, num condutor em equilíbrio eletrostático (isolado), deve estar, necessária e inteiramente, na superfície do condutor.

3. O campo elétrico na face externa da superfície de um condutor é perpendicular à superfície do condutor e tem o módulo igual a σ/ε_0 (σ é a carga por unidade de área no ponto da superfície).

PS: Num condutor com forma irregular, a carga tende a acumular-se nos locais onde o raio de curvatura da superfície é pequeno, isto é, onde a superfície é pontiaguda.

Representação do campo elétrico em função de r (Esfera condutora)



$$\boxed{E = \left|\vec{E}\right| = K\,\frac{Q}{r^2}}$$

r > a

$$\boxed{E = 0}$$

r < a