



ROTEIRO DE LABORATÓRIO

1. Código da Experiência: 3A
2. Título: Controle no Espaço de Estados: Realimentação de Estados (Seguidor de Referência)
3. Objetivos: Esta prática tem como objetivos:
 - Aprimoramento dos conceitos envolvidos na teoria de espaço de estados;
 - Introdução ao projeto de controladores no espaço de estados;
 - Projeto de um seguidor de referência para o acompanhamento de entradas do tipo degrau.
4. Equipamento Utilizado: São necessários para realização desta experiência:
 - Um microcomputador PC com um os softwares necessários (Windows, MATLAB/SIMULINK, compilador C, QUARC);
 - Uma placa de aquisição de dados Q8-USB da Quanser;
 - Um módulo de potência VoltPAQ-X1;
 - Um sistema de tanques acoplados da Quanser;
5. Introdução:

5.1. Seguidores de Referência para Entradas do Tipo Degrau

Considere o sistema: $\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$, se definirmos o erro de rastreamento como sendo:

$e(t) = y(t) - r(t)$, temos que: $\dot{e}(t) = \dot{y}(t) - \dot{r}(t) = \dot{y}(t) = \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t)$.

Então, podemos definir novas variáveis: $\begin{cases} \mathbf{z} = \dot{\mathbf{x}} \\ w = \dot{u} \end{cases}$ e novas equações de estado $\begin{cases} \dot{e} = \mathbf{C}\mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}w \end{cases}$.

Daí, Podemos juntar as duas novas equações de estado em uma única:

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} w \Leftrightarrow$$

Se o novo sistema $(\mathbf{A}_a, \mathbf{B}_a)$, comumente chamado de sistema aumentado, for controlável, então, existe uma lei de controle por realimentação de estado, da forma; $w = \mathbf{k}_a \mathbf{z} \supset w = k_1 e + \mathbf{k}_2 \mathbf{z}$, tal que os polos do sistema aumentado podem ser posicionados arbitrariamente.

Desde que os polos sejam alocados na região de estabilidade, o erro de rastreamento será estável. Assim, o objetivo de rastreamento assintótico, com erro em regime nulo, será alcançado.

O sinal de controle $u(t)$ é obtido da seguinte expressão:

$$u(t) = \int_0^t w(\tau) d\tau = k_1 \int_0^t e(\tau) d\tau + \mathbf{k}_2 \mathbf{x}(t)$$

na qual, os valores dos ganhos k_1 e \mathbf{k}_2 podem ser obtidos através da fórmula de Ackermann.

Teorema: Se (A_a, B_a) for observável, então usando uma lei de controle $w = k_a z \Rightarrow w = k_1 e + k_2 z$ podemos escolher arbitrariamente os autovalores de $(A_a + B_a K_a)$.

• Fórmula de Ackermann para Determinação da Matriz de Ganhos da Realimentação do Sistema Aumentado K_a

- 1- Formar $\Delta(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n$ com os pólos desejados para o seguidor de referências.
- 2- Calcular K_a da seguinte forma: $K_a = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} U_a^{-1} q_c(A_a)$

em que:
$$U_a = \begin{bmatrix} B_a & A_a B_a & A_a^2 B_a & \dots & A_a^{n-1} B_a \end{bmatrix}$$

$$q_c(A_a) = A_a^n + a_1 A_a^{n-1} + \dots + a_n I$$

5.2. Implementação de Seguidores de Referência para Entradas do Tipo Degrau

Uma vez determinado o ganho do sistema aumentado (K_a), é preciso determinar os ganhos (k_1 e k_2) necessários para o cálculo da ação de controle $u(t) = k_1 \int_0^t e(t) dt + k_2 x(t)$. Temos simplesmente que:

$$K_a = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$$

A implementação do seguidor consiste em obter o sinal de controle $u(t)$ conforme figura a seguir.

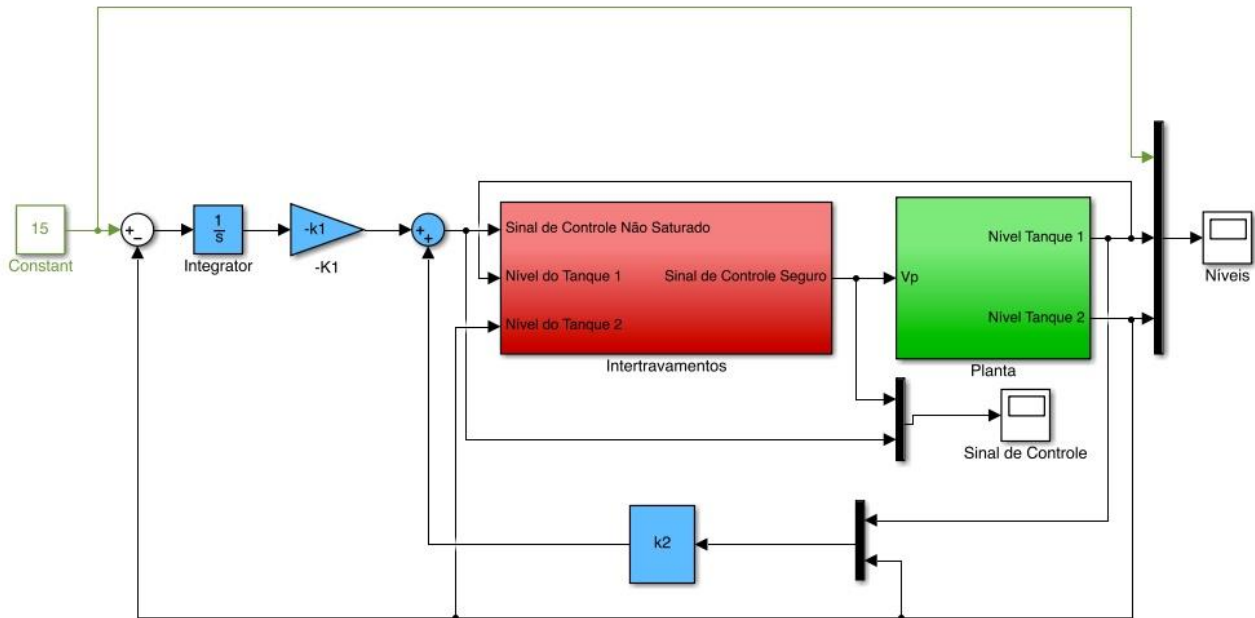


Figura 1. Implementação, em SIMULINK/MATLAB, de um Seguidor de Degraus para o Sistemas de Tanques.

Obs.: É importante notar que no início dos cálculos, para obtenção dos ganhos, convencionou-se que: $e(t) = y(t) - r(t)$. Porém, em um esquema convencional de controle por realimentação, como o da Figura 1, temos: $e(t) = r(t) - y(t)$. Por isso, precisamos inverter o sinal de k_1 .

6. Desenvolvimento:

Conhecendo-se as EDOs que descrevem as dinâmicas dos tanques 1 e 2 (configuração #2):

$$\dot{L}_1 = -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{\frac{g}{2L_{10}}} L_1 + \frac{K_m}{A_1} V_p \quad \text{e} \quad \dot{L}_2 = -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{\frac{g}{2L_{20}}} L_2 + \frac{a_1}{A_2} \sqrt{\frac{g}{2L_{10}}} L_1,$$

onde:

- $A_1 = A_2 = 15,5179$;
- $L_{20} = 15$; $L_{10} = \frac{a_2^2}{a_1^2} L_{20}$;
- $a_1 = 0,17813919765$; $a_2 = a_1$; (Orifício médio)
- K_m = valor encontrado em experimentos anteriores ($\approx 11,00$).

Pede-se:

- 1º. Encontre uma representação em espaço de estados onde L_1 e L_2 sejam os estados do modelo;
- 2º. Projete um seguidor de referências, para entradas do tipo degrau, com base no modelo obtido (A escolha dos polos do seguidor faz parte do projeto, e deve ficar clara no relatório).
- 3º. Examine e descreva em seu relatório o comportamento do sistema para diferentes conjuntos de polos do seguidor: