

HEURÍSTICA GRASP APLICADO AO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE ANTENAS DE TRANSMISSÃO

José Elias Cláudio Arroyo

Universidade Candido Mendes, Campos – UCAM-Campos
Departamento de Computação e Sistemas
Rua Anita Peçanha, 100, Campos, RJ
jclaudio@ucam-campos.br

Tarcísio Barroso Marques

Universidade Candido Mendes, Campos – UCAM-Campos
Departamento de Computação e Sistemas
Rua Anita Peçanha, 100, Campos, RJ
tarcisiob@gmail.com

RESUMO

Este artigo aborda o problema de posicionamento de antenas de telecomunicações (por exemplo, antenas de transmissão de sinais de rádio-difusão, sinais de TV, Internet via rádio, etc) em pontos específicos de uma região (cidade). O objetivo é atender ou cobrir a maior quantidade de pontos de demanda usando um número mínimo de antenas. São consideradas restrições de alcance de transmissão e presença de obstáculos interferentes. Para resolver o problema é desenvolvida uma heurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) que usa um método guloso chamado ADD e uma estratégia de cruzamento de soluções para melhorar a qualidade das soluções obtidas pela fase da busca local. O bom desempenho da heurística desenvolvida é testado em problemas de grande porte gerados manualmente (cuja soluções são conhecidas) e aleatoriamente.

PALAVRAS CHAVE. Heurísticas, Localização de facilidades, GRASP, Metaheurísticas

ABSTRACT

This article approaches the positioning problem of telecommunication antennas in specific point of a city (e.g., transmission antennas of broadcasting signs, TV sings, Internet through radio, etc.). The goal is to attain the large amount of demanding points using a minimum number of antennas. We consider restrictions such as, transmission reach of the equipments and interfering obstacles. To solve the problem, we propose a GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) heuristic that uses a greedy method called ADD and a crossing strategy to improve the quality of the solutions obtained by the local search phase. The good performance of the heuristic is tested on problems generated manually (whose solutions are known) and randomly.

KEYWORDS. Heuristics, Locations facilities, GRASP, Metaheuristics

1. Introdução

Problemas de localização de facilidades tratam de decisões sobre onde alocar ou instalar facilidades, considerando clientes ou usuários que devem ser atendidos de forma a otimizar um ou mais critérios. O termo “facilidades” é utilizado para designar postos de saúde, depósitos, escolas, fábricas, antenas de telecomunicação etc., enquanto “clientes” refere-se a bairros, unidades de vendas, estudantes etc.

Os problemas de localização são de natureza combinatória, pois consistem em selecionar de um conjunto discreto e finito de dados o melhor subconjunto que satisfaça determinados critérios. Muitos problemas de otimização combinatória são considerados altamente complexos e custosos do ponto de vista computacional. Em geral utilizam-se métodos heurísticos para obter uma “boa” aproximação das soluções dos problemas. Geralmente essas aproximações são suficientes para o propósito do usuário.

Na literatura, existem várias formulações ou modelos de problemas de localização (Drezner, 1995). A diferença entre estes problemas de localização está na maneira como as demandas e a localização das facilidades são representadas.

A distância cliente-facilidade é um diferencial importante entre os modelos de localização. Em alguns problemas de localização conhecidos como problemas de máxima distância, por exemplo, uma distância máxima (distância de recobrimento) é dada *a priori* (Toregas *et al.*, 1971). Dentro deste contexto estão os problemas de recobrimento de conjuntos (*set covering*) (Lorena e Lopes, 1997), máxima cobertura (*maximum covering*) (Schilling *et al.*, 1993; Galvão, 1996; Galvão *et al.* 2000) e máximo recobrimento esperado (*maximum expected covering*) (Church e Reville, 1974).

O modelo de máxima cobertura abrange os problemas de localização que consiste em maximizar o número de clientes atendidos através de um número de locais candidatos a facilidades, permitindo que nem toda a demanda seja atendida. Nos problemas de cobertura os clientes são geralmente, designados às facilidades mais próximas. Desta forma, julga-se adequado atender (cobrir) o cliente se o mesmo estiver dentro de uma dada distância da facilidade e considera-se o atendimento inadequado se a distância excede um valor crítico estipulado.

No contexto dos modelos de distância total ou média estão os problemas das *p*-medianas e os problemas de custo fixo (Hakimi, 1964, 1965; Schilling *et al.*, 2000). O problema das *p*-medianas consiste em encontrar a localização de *p* facilidades em uma rede tal que o custo total (soma dos custos de atendimento dos clientes) seja minimizado.

A aplicação de métodos heurísticos para problemas de localização de facilidades, recentemente, tem recebido considerável atenção por muitos pesquisadores. Foram propostas heurísticas baseadas em: *simulated annealing*, algoritmos genéticos, busca tabu, GRASP, VNS (*Variable Neighborhood Search*) e relaxação lagrangeana (Murray e Church, 1996; Lorena e Lopes, 1997; Abdinnour-Helm, 1998; Chiyoshi e Galvão, 2000; Senne e Lorena, 2000; Alp *et al.* 2003; Lorena e Senne, 2003; Resende e Werneck, 2004; Crainic *et al.*, 2004).

Problemas de alocação de antenas de transmissão ocorrem com bastante frequência nos diversos segmentos das telecomunicações, dentre os quais podemos citar: provedores e acesso à Internet, sistemas de transmissão de sinais de rádio e televisão e *pager's*. A correta alocação de equipamentos de rádio transmissão, incluindo as antenas, é considerada de vital importância para o atendimento eficiente dos clientes além de proporcionar uma considerável redução dos custos para as empresas que oferecem serviços. Na literatura, o problema de alocação de antenas tem sido abordado através do modelo das *p*-medianas na qual é fixado o número de antenas a serem instaladas e não são considerados obstáculos interferentes no raio de ação das antenas (Hoffmann e Gómez, 2003; Lorena, 2003).

Neste artigo é proposta uma heurística GRASP para o problema de localização/alocação de antenas de transmissão que é tratado como um problema de localização de máxima cobertura, maximizando o número de clientes (pontos de demanda) a serem atendidos e minimizando o número de antenas a serem usadas. No problema são consideradas restrições de alcance de

transmissão e presença de obstáculos interferentes. A heurística GRASP, além das fases de construção e busca local, possui uma “terceira” fase que consiste em unir ou combinar a solução Y obtida após da busca local, com a melhor solução X^* encontrada até o momento (solução de elite). Em seguida são excluídas (ou fechadas), de forma gulosa, algumas facilidades enquanto é melhorado o valor da função objetivo. Nesta terceira fase é obtida uma nova solução melhorada que possui características das soluções Y e X^* .

A heurística desenvolvida é testada em dois conjuntos de problemas testes: problemas construídos manualmente de tal forma que as soluções ótimas sejam conhecidas e, problemas gerados de forma aleatória. O bom desempenho da heurística proposta é comparado com a heurística GRASP básica a qual é composto somente pelas duas fases: construção e busca local.

2. Definição do Problema de Alocação de Antenas de Transmissão

Nesta seção apresenta-se a definição do problema de localização de antenas, abordado neste trabalho.

Notações:

$B = \{1, \dots, n\}$: conjunto de pontos de demanda (um ponto de demanda pode ser um bairro ou um quarteirão de um bairro);

$A = \{1, \dots, m\}$: conjunto de pontos potenciais onde podem ser alocados antenas ou facilidades (se no ponto $j \in A$ é alocada uma antena, então é dito que a facilidade j é aberta; caso contrário a facilidade j está fechada);

C_j : custo para abrir a facilidade j ;

d : alcance de transmissão (raio de ação) de uma antena ou facilidade;

d_{ij} : distância (Euclidiana) do ponto i ao ponto j ;

a_j, b_i : variáveis de decisão $\in \{0, 1\}$. Se a facilidade j é aberta tem-se $a_j = 1$, caso contrário $a_j = 0$. $b_i = 1$ se o ponto de demanda $i \in B$ é atendido por uma facilidade aberta, caso contrário $b_i = 0$;

$N_i = \{j \in A \mid d_{ij} \leq d\}$: conjunto de facilidades que podem atender ao ponto de demanda i .

Formulação:

$$\text{Maximizar } f(x) = K \cdot \sum_{i=1}^n b_i - \sum_{j=1}^m C_j a_j - \sum_{i=1}^n \min\{d_{ij} \mid j \in A, a_j = 1\} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{j \in N_i} a_j \geq b_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m a_j \geq 1 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} b_i &\in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n \\ a_j &\in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (4)$$

A função objetivo em (1) $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ (Ω = conjunto das soluções viáveis, \mathbb{R} = conjunto dos números reais) busca maximizar a cobertura (ou atendimento) dos pontos de demanda usando um número mínimo de antenas e instalando as antenas o mais próximo possível dos pontos de demanda. K é um peso que prioriza o a cobertura dos pontos de demanda de tal forma que a função objetivo seja sempre positiva. As restrições (2) indicam que os pontos de demanda serão considerados como cobertos (ou atendidos) se estiverem dentro do raio de cobertura de uma facilidade aberta (antena). A restrição (3) garante que pelo menos deve ser aberta uma facilidade.

Caso exista um obstáculo interferente entre uma facilidade aberta $j \in A$ e um ponto de demanda $i \in B$, considera-se $d_{ij} = 1000d$. Dependendo da geografia de uma cidade, podem existir obstáculos densos tais como montanhas ou morros que obstruam a visada direta do sinal de telecomunicações (Smith 1997). Neste trabalho um obstáculo (ex. montanha) é representado de

forma aproximada por um paralelepípedo. Na Figura 1 mostra-se uma aproximação de um obstáculo por um paralelepípedo com dimensões a , b e c . Existe interferência entre uma facilidade j e um ponto de demanda i se, a reta que une os pontos j e i intercepta (ou corta) um determinado obstáculo.

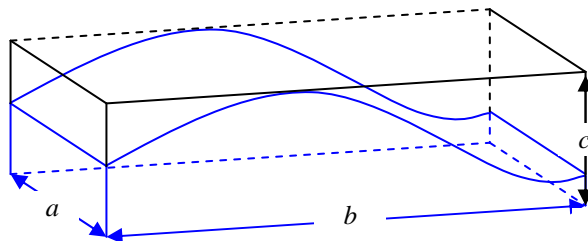


Figura 1. Representação de um obstáculo interferente.

Neste trabalho consideram-se antenas transmissoras onidirecionais, irradiando o sinal igualmente em todas as direções. Todas as antenas possuem o mesmo custo e o mesmo alcance de transmissão. Para uma melhor qualidade de sinal (maior densidade de potência), um ponto de demanda deverá estar o mais próximo possível de uma antena transmissora. As frequências utilizadas devem estar situadas na faixa alta do espectro (a partir de 30 MHz) como ondas VHF, UHF e SHF. Segundo Smit 1988, 1997, nesta faixa de frequência, apenas objetos densos como montanhas são considerados interferentes, embora alguns possam ser contornados devido a fenômenos como difração, refração, espalhamento, vinculação, não abordados neste trabalho.

Para uma dada solução factível, o conjunto de todas as facilidades (pontos potenciais) A é dividido em dois subconjuntos A_1 e A_0 , que contêm os índices das facilidades que estão abertas e fechadas, respectivamente. Ou seja: $A_1 = \{j \mid a_j = 1\}$ e $A_0 = \{j \mid a_j = 0\}$. O objetivo do problema é determinar as facilidades que serão abertas (elementos do conjunto A_1).

3. Heurística GRASP para o Problema de Alocação de Antenas

GRASP – *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (Feo e Resende, 1995) é uma heurística de múltiplas partidas, na qual cada iteração consiste de duas fases: construção e busca local. A primeira fase constrói uma solução X viável utilizando um algoritmo guloso randomizado. Na segunda fase a solução construída X é melhorada através de um método de busca local ou busca em vizinhança. GRASP é considerada uma metaheurística de busca e tem sido aplicado com muito sucesso para resolver diversos problemas de otimização combinatória (Festa e Resende, 2004).

Heurística GRASP1 (N_{iter}, α)	Heurística GRASP2 (N_{iter}, α)
01 $f(X^*) = 0$;	01 $f(X^*) = 0$;
02 For $t = 1$ to N_{iter} do	02 For $t = 1$ to N_{iter} do
03 $X = \text{Construção}(\alpha)$;	03 $X = \text{Construção}(\alpha)$;
04 $Y = \text{Busca_Local}(X)$;	04 $Y = \text{Busca_Local}(X)$;
05 If $f(Y) > f(X^*)$ then $X^* = Y$;	05 If $t > 1$ then
06 End for ;	06 $Z = \text{União-Remoção}(Y, X^*)$;
07 Return X^* ;	07 If $f(Z) > f(X^*)$ then $X^* = Z$;
End GRASP1.	08 End for ;
	09 Return X^* ;
	End GRASP2.

Figura 2. Pseudocódigo das heurísticas GRASP propostas.

Neste trabalho são propostas e comparadas duas versões da heurística GRASP para resolver o problema de alocação de antenas de transmissão. As versões são denominadas de

GRASP1 e GRASP2. Na Figura 2 são apresentados os pseudocódigos das heurísticas implementadas GRASP1 e GRASP2.

As heurísticas GRASP1 e GRASP2 recebem como entrada o número máximo de iterações a serem executadas (N_{iter}) e o parâmetro que controla a percentagem de aleatorização na fase de construção ($\alpha \in [0,1]$). A cada iteração t das heurísticas, o procedimento *Construção* constrói uma solução X e em seguida esta solução é submetida a um procedimento *Busca_Local* obtendo uma solução melhorada Y (veja linhas 03 e 04). A heurística GRASP2, a partir da segunda iteração, une a solução Y com a melhor solução X^* encontrada até o momento, obtendo uma solução Z . Em seguida, a solução Z é reduzida removendo ou fechando facilidades, de forma gulosa, enquanto o valor da função objetivo seja melhorado (linha 06). As heurísticas GRASP1 e GRASP2, a cada iteração, sempre armazenam a melhor solução encontrada (linhas 05 e 07, respectivamente).

A seguir são descritas as implementações das fases de construção, busca local, usadas nas heurísticas GRASP1 e GRASP2, e intensificação, denominada *União-Remoção*, usada na GRASP2.

3.1. Fase de Construção

Para determinar uma solução (i.e. um conjunto de facilidades abertas) do problema de alocação de antenas, é usada a heurística gulosa ADD, proposta inicialmente por Kuehn e Hamburger (1963) para problemas de localização de facilidades.

Esta heurística inicia com todas as facilidades fechadas ($A_1 = \emptyset$) e a função objetivo $f = 0$. A heurística é então repetida de acordo com a seguinte iteração. Procure pela facilidade $j \in A_0$ cuja adição em A_1 produza um maior valor da função objetivo f . Se existe incremento no valor de f , adicione j em A_1 . Caso contrário finalize o procedimento. Para gerar soluções diferentes, a cada iteração da GRASP, o método ADD ordena o conjunto A_0 de facilidades fechadas em ordem decrescente da função objetivo. Suponha que o conjunto ordenado seja $A_0 = \{1, \dots, m\}$. A cada iteração da fase construtiva, uma facilidade j é selecionada aleatoriamente do subconjunto $\{1, \dots, p\} \subseteq A_0$ e adicionada no conjunto A_1 : $A_0 = A_0 - \{j\}$, $A_1 = A_1 \cup \{j\}$. O conjunto $\{1, \dots, p\}$ é denominado *conjunto de candidatos restritos* e seu tamanho é definido como $p = \max(1, \alpha \times |A_0|)$, onde $\alpha \in [0,1]$ é o parâmetro de aleatorização e $|A_0|$ é o número de facilidades fechadas. Note que, se $\alpha = 0$, a facilidade a ser escolhida é $j = 1$ (escolha gulosa). Se $\alpha = 1$, tem-se $p = m$ e a escolha da facilidade é de forma completamente aleatória. A fase de construção finaliza quando não seja mais possível melhorar (maximizar) a função objetivo f ao inserir facilidades no conjunto A_1 .

3.2. Fase de Busca Local

Em problemas de otimização, os métodos de busca local constituem uma família de técnicas baseadas na noção de vizinhança. Ou seja, são métodos que percorrem o espaço de pesquisa passando, iterativamente, de uma solução para outra que seja sua vizinha, procurando regiões promissoras. A busca local usada nas heurísticas GRASP1 e GRASP2 é baseada na troca de facilidades. Seja uma solução X gerada pela fase construtiva com A_1 o conjunto de facilidades abertas e A_0 o conjunto de facilidades fechadas. A busca local determina novas soluções vizinhas X' fazendo a troca de uma facilidade de $i \in A_1$ com uma facilidade de $j \in A_0$ (ou seja, fechando i e abrindo j). O procedimento de busca local finaliza quando é obtido um ótimo local e não conseguindo melhorar a solução X .

3.3. Fase de Intensificação: União-Remoção

Na heurística GRASP2 é aplicado um procedimento de intensificação a cada solução Y gerada pela busca local. A idéia da intensificação é, inserir na solução Y facilidades importantes presentes na atual melhor solução X^* e remover facilidades desnecessárias enquanto melhore o valor da função objetivo. Na Figura 3 é mostrado o procedimento *União-Remoção* que recebe

com entrada duas soluções: a solução Y obtida após da busca local e a melhor solução X^* encontrada até o momento. No passo 1 é construído uma nova solução Z fazendo a união de Y e X^* . No passo 5 é aplicado a Z um procedimento de remoção de facilidades. Este procedimento exclui, de maneira gulosa, facilidades que não pertencem a $Y \cap X^*$ (i.e. facilidades que estão em ambas soluções não são removidas). O processo de remoção de facilidade continua enquanto é possível melhorar o valor da função objetivo (passos 05-09). O procedimento retorna a solução melhorada Z que possui características das soluções Y e X^* (passo 10).

Procedure União-Remoção(Y, X^*)

```

01 Gere uma solução  $Z$  unindo as facilidades abertas de  $Y$  e  $X^*$  ( $Z = Y \cup X^*$ );
02 Calcule o valor da função objetivo da solução da nova solução  $Z$ :  $f(Z)$ ;
03 Defina o seguinte conjunto de facilidades:  $F = Y \cup X^* - Y \cap X^*$ .
04  $Melhora = true$ ;
05 While  $Melhora = true$  do
06     Determine a facilidade  $j \in F$  que produza o maior incremento da função
        objetivo quando  $j$  é removida da solução  $Z$ .
07     If existe a facilidade  $j$  então faça  $Z = Z - \{j\}$ ;
08     Else  $Melhora = false$ ;
09 End while;
10 Return  $Z$ ;
End União-Drop;

```

Figura 3. Pseudocódigo do procedimento de intensificação *União-Remoção*.

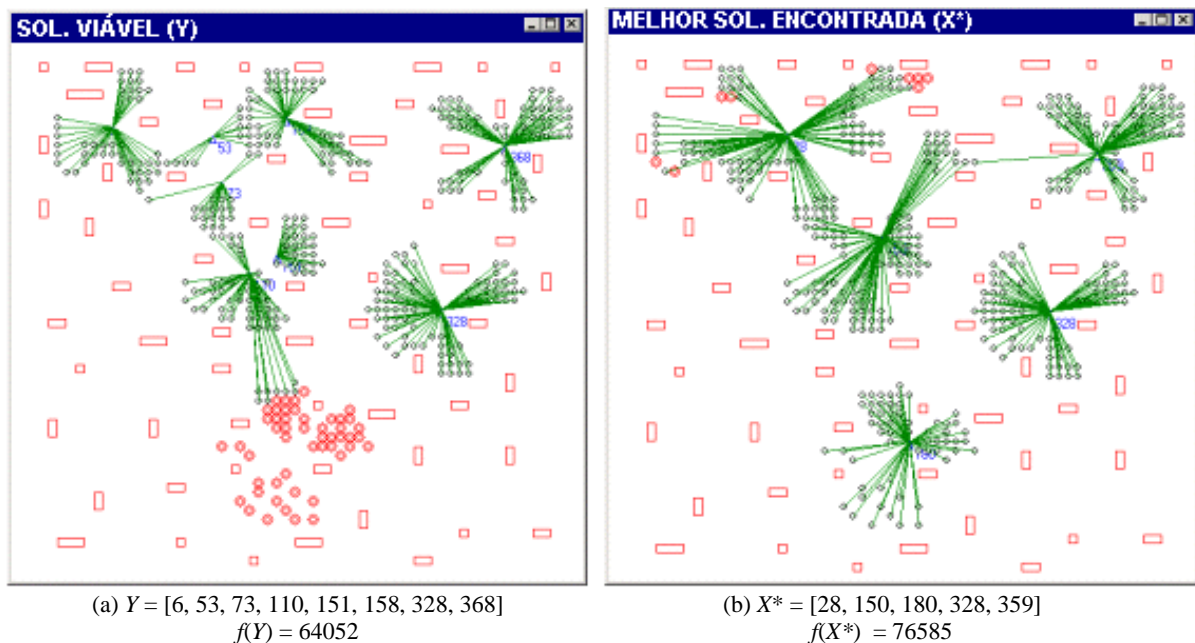


Figura 4.

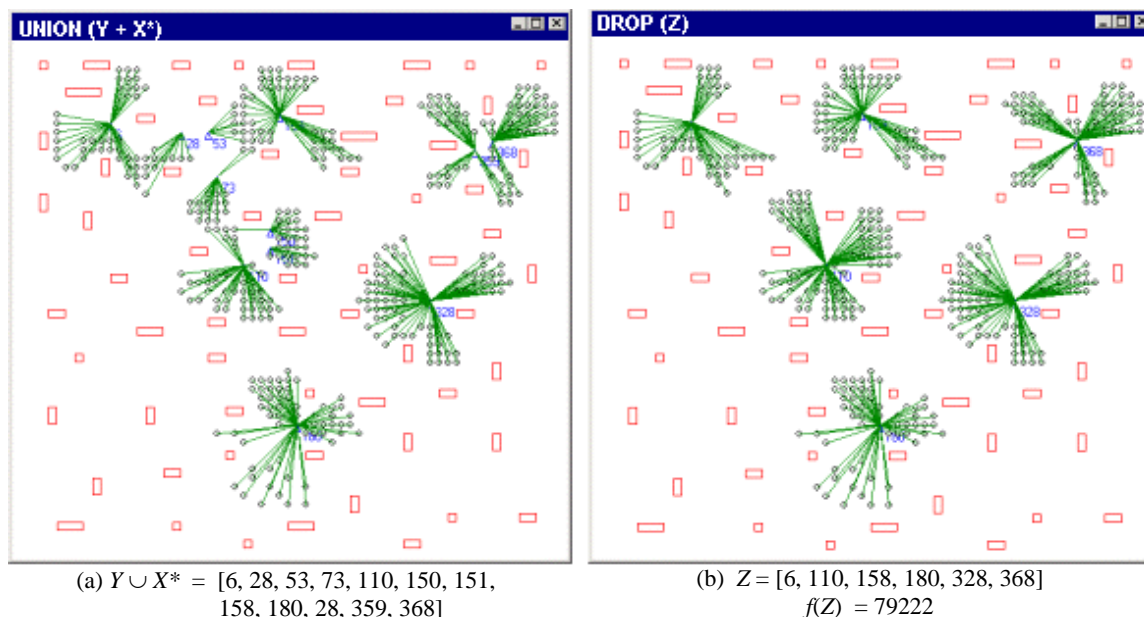


Figura 5.

Nas Figuras 4 (a) e (b) são mostrados, respectivamente, as soluções Y (solução obtida após da busca local) e X^* (melhor solução encontrada até o momento), para um problema com $n = 400$ pontos. Observe que a solução Y possui 8 facilidades abertas com um valor da função objetivo $f(Y) = 64052$, e a solução X^* possui 5 facilidades abertas com $f(X^*) = 76585$. Fazendo a união de Y com X^* e em seguida removendo algumas facilidades, obtém-se uma nova solução melhor Z com 6 facilidades abertas e $f(Z) = 79222$. As soluções $Y \cup X^*$ e Z são mostradas nas Figuras 5 (a) e (b), respectivamente.

4. Testes Computacionais

Nesta seção são apresentados os testes computacionais da heurística GRASP proposta. A heurística foi programada na linguagem *Object Pascal* do Delphi 6.0 e os experimentos computacionais foram realizados em um computador Celeron 2.2 Ghz com 256 MB de RAM.

4.1. Geração dos problemas testes

Para testar as heurísticas GRASP, foram gerados dois conjuntos de problemas:

- *Conjunto 1*: problemas construídos manualmente de tal maneira que as soluções ótimas são conhecidas. Nestes problemas, os pontos de demanda, locais potenciais e obstáculos foram gerados estrategicamente com o objetivo de obter problemas difíceis de resolver.
- *Conjunto 2*: problemas gerados de forma aleatória. Para estes problemas as soluções ótimas não são conhecidas.

Cada conjunto é formado por 21 problemas, onde o número de pontos de demanda (n) varia de 100 a 1000. As coordenadas (x, y) dos pontos são gerados de forma dispersa numa área retangular de 33000 metros de comprimento por 30000 metros de largura ($0 \leq x \leq 33000, 0 \leq y \leq 30000$). Os obstáculos interferentes possuem dimensões a, b, c , pertencentes ao intervalo $[20, 500]$. A altura das antenas e o alcance de transmissão (máximo raio de cobertura) foram fixadas em 15 metros e 8000 metros, respectivamente.

4.2. Análise do parâmetro de aleatorização

O desempenho da heurística GRASP foi testado usando diferentes valores do parâmetro de aleatorização α . Foram testados 7 valores do parâmetro α : 0,0, 0,1, 0,2, 0,3, 0,5, 0,75 e 1,0. A heurística GRASP1 (sem a fase de intensificação *Union-Drop*) foi aplicada a cada um dos problemas pertencentes aos Conjuntos 1 e 2, usando os diferentes valores do parâmetro α . Para cada problema a heurística foi executada 200 iterações. A heurística GRASP1 apresentou melhor desempenho usando o valor de $\alpha = 0,3$. Para este valor, a heurística GRASP1 obteve os melhores resultados em 12 problemas. Na Figura 6, mostra-se para cada valor de α , o número de problemas onde foi obtida a melhor solução.

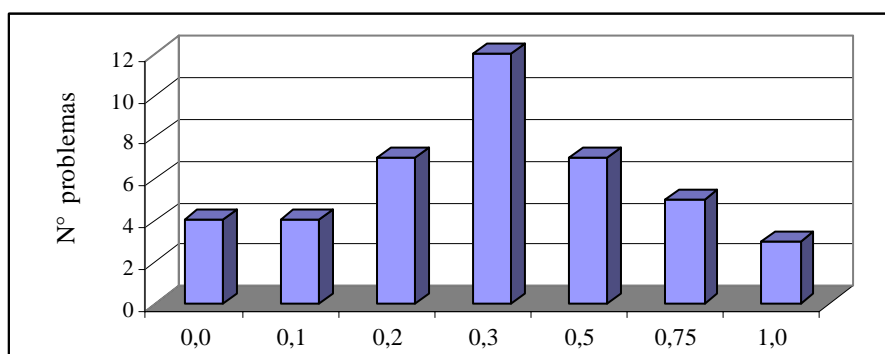


Figura 6. Valores de α e a quantidade de problemas na qual se obteve a melhor solução.

Nos testes computacionais realizados a seguir são comparados os desempenhos das heurísticas GRASP1 e GRASP2. As heurísticas são executadas 500 iterações para cada problema e o valor de α foi fixado em 0,3.

4.3. Testes computacionais para o Conjunto 1 de problemas

Na Tabela 1, mostra-se, para cada um dos 21 problemas do Conjunto 1, o valor da solução ótima ($f^*(x)$), e os valores ($f(x)$) das soluções obtidas pelas heurísticas GRASP1 e GRASP2. Nos 21 problemas testados, as heurísticas GRASP1 e GRASP2 geraram a solução ótima em 3 e 9 problemas, respectivamente. A heurística GRASP2 foi superior à heurística GRASP1 em 13 problemas. As duas heurísticas encontraram a mesma solução em 8 problemas. As médias do erro relativo (%gap) apresentadas pelas heurísticas GRASP1 e GRASP2, nos 21 problemas, foram respectivamente 2,26% e 0,62%.

Na Tabela 2 mostra-se, para cada problema, o número de pontos atendidos (PA) e o número de antenas (NA) usadas na solução ótima e nas soluções obtidas pelas heurísticas GRASP1 e GRASP2. Nesta Tabela pode ser observado que, em todos os problemas (exceto nos problemas 2 e 19), as soluções da heurística GRASP2 atende todos os pontos de demanda.

Tabela 1. Comparação com o valor ótimo da função objetivo

Problema	n_m	ÓTIMO	GRASP1	GRASP2
		$f^*(x)$	$f(x)$	$f(x)$
1		1926	1926	1926
2	100_100	1876	1615	1695
3		1906	1906	1906
4	200_200	3913	3184	3894
5		3833	3813	3823

6		3914	3904	3914
7		5888	5850	5888
8	300_300	5849	5830	5830
9		5710	5350	5710
10		7922	7658	7922
11	400_400	7884	7884	7884
12		7870	7807	7836
13		9895	9886	9886
14	500_500	9869	9790	9842
15		9878	9869	9878
16		15881	15873	15873
17	800_800	15833	15823	15833
18		15892	15883	15883
19		19806	19552	19575
20	1000_1000	19871	19855	19855
21		19861	19831	19842

Tabela 2. Número de pontos atendidos e número de antenas usadas.

Problema n_m		ÓTIMO		GRASP1		GRASP2	
		PA	NA	PA	NA	PA	NA
1	100_100		7	100	7	100	7
2		100	16	90	8	93	9
3			9	100	9	100	9
4	200_200		8	175	6	200	10
5		200	16	200	18	200	17
6			8	200	9	200	8
7	300_300		10	300	14	300	10
8		300	14	300	16	300	16
9			34	196	17	300	34
10	400_400		6	391	5	400	6
11		400	10	375	5	400	10
12			12	400	18	400	15
13	500_500		8	500	9	500	9
14		500	11	498	13	500	14
15			10	500	11	500	10
16	800_800		8	800	9	800	9
17		800	14	800	15	800	14
18			7	800	8	800	8
19	1000_1000		16	991	14	992	15
20		1000	8	1000	10	1000	10
21			9	998	9	1000	10

Na Tabela 3 são apresentadas as médias dos tempos computacionais, em segundo, gastos pelas duas heurísticas.

Tabela 3. Média de tempos computacionais (em segundos) para os problemas do Conjunto 1.

	$n = 100$	$n = 200$	$n = 300$	$n = 400$	$n = 500$	$n = 800$	$n = 1000$
GRASP1	1,0	4,0	31,0	47,0	151,3	293,7	274,6
GRASP2	2,0	5,0	34,3	74,3	158,0	300,3	295,0

4.4. Testes computacionais para o Conjunto 2 de problemas

Na Tabela 4 mostra-se, para cada um dos 21 problemas do Conjunto 2, os valores ($f(x)$) das soluções obtidas pelas heurísticas GRASP1 e GRASP2. Também são mostrados, para cada solução, o número de pontos atendidos (PA) e o número de antenas (NA) usadas. Em todos os problemas testados, a heurística GRASP2 sempre foi melhor que a heurística GRASP1, exceto no primeiro problema, na qual elas encontraram a mesma solução. Na Tabela observa-se que, a GRASP2 encontra soluções que atendem um número maior de pontos de demanda, quando comparado com as soluções da GRASP1. Em nenhum dos problemas foi possível atender exatamente todos os n pontos de demanda. A melhoria média obtida pela heurística GRASP2 em relação à heurística GRASP1, para os 21 problemas do Conjunto 2, foi de 5,71%.

Para os problemas do Conjunto 2, a Tabela 5 apresenta as médias dos tempos computacionais, em segundo, gastos pelas duas heurísticas.

Tabela 4. Comparação das heurísticas GRASP1 e GRASP2.

Problema	n_m	GRASP1	GRASP2	GRASP1		GRASP2	
		$f(x)$	$f(x)$	PA	NA	PA	NA
1	100_20	1567	1567	89	9	89	9
2	100_40	1718	1738	94	9	95	10
3	100_60	1558	1585	90	13	90	10
4	200_40	2789	2809	165	14	166	15
5	200_80	2750	2918	163	11	171	19
6	200_100	2890	3139	168	12	178	17
7	300_50	4630	4654	262	20	262	17
8	300_100	4506	4586	257	17	261	21
9	300_150	4809	4897	269	23	273	26
10	400_50	6143	6287	344	12	350	16
11	400_70	6225	6491	347	13	358	21
12	400_100	4960	5384	305	15	322	24
13	500_50	7116	7176	413	22	416	25
14	500_100	5476	6301	357	16	390	34
15	500_200	5030	7100	341	13	418	38
16	800_200	13676	14040	730	12	744	18
17	800_100	12340	14180	684	9	752	30
18	800_400	13290	13940	718	16	742	24
19	1000_200	15177	17170	848	11	918	27
20	1000_300	14461	15823	826	18	875	31
21	1000_500	18740	18883	967	18	973	22

Tabela 5. Média de tempos computacionais (em segundos) para os problemas do Conjunto 1.

	$n = 100$	$n = 200$	$n = 300$	$n = 400$	$n = 500$	$n = 800$	$n = 1000$
GRASP1	1,0	3,67	16,0	11,67	31,33	86,0	156,0
GRASP2	1,0	4,33	24,67	20,67	92,0	136,33	204,67

5. Conclusões

Neste trabalho foram propostas e comparadas duas heurísticas, baseadas na metaheurística GRASP, para resolver o problema de posicionamento de antenas de telecomunicações visando atender a maior quantidade de pontos de demanda e usando um número mínimo de antenas. A segunda heurística, denominada GRASP2, é uma versão melhorada da primeira (GRASP1), na qual é usada uma fase adicional que consiste em intensificar a busca através da combinação de características da solução corrente com a melhor solução encontrada até o momento.

As duas heurísticas foram aplicadas para resolver dois conjuntos de problemas. O primeiro conjunto contendo problemas construídos estrategicamente de tal maneira que as soluções ótimas são conhecidas, e o segundo conjunto formado por problemas gerados aleatoriamente. Os resultados computacionais mostraram que a heurística GRASP2 foi bastante superior que a versão básica GRASP1. A média do %gap entre as soluções da heurística GRASP2 e as soluções ótimas é de 0,62%. A melhoria média obtida pela heurística GRASP2 em relação à heurística GRASP1, nos problemas do segundo conjunto, foi de 5,71%.

Referências

- Abdinnour-Helm, S.**, (1998). A hybrid heuristic for the uncapacitated hub location problem *European Journal of Operational Research*, vol. 106, Issues 2-3, 489-499
- Alp, O., Erkut, E. and Drezner, Z.**, (2003). An Efficient Genetic Algorithm for the p-Median Problem. *Annals and Operations Research*, 122, 21-42.
- Chiyoshi, F. and Galvão, R.D.**, (2000). A statistical analysis of simulated annealing applied to the p-median problem. *Annals and Operations Research*, 96, 61-74.
- Church, R.L. and ReVelle, C.**, (1974). The Maximal Covering Location Problem, *Papers of the Regional Science Association*, Vol. 32, pp. 101-118.
- Crainic, T.G., Gendreau, M., Hansen, P. and Mladenovic, N.**, (2004). Cooperative Parallel Variable Neighborhood Search for the p-Median. *Journal of Heuristics*, vol. 10, pp. 293-314.
- Drezner, Z.** (1995). “*Facility Location: A Survey of Applications and Methods*” Springer-Verlag, New York, 1995.
- Feo, T.A. and Resende, M.G.C.**, (1995), Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6:109-133, 1995.
- Festa, P. and Resende, M.G.C.**, (2004). An annotated bibliography of GRASP. Submitted for the *European Journal of Operational Research*.
- Galvão, R.D. and ReVelle, C.S.**, (1996). A Lagrangean Heuristic for the Maximal Covering Location Problem. *European Journal of Operational Research*, 88: 114-123.
- Galvão, R.D., Espejo, L. G.A. and Boffey, B.**, (2000). A Comparison of Lagrangean and Surrogate Relaxations for the Maximal Covering Location Problem. *European Journal of Operational Research*, 124: 377-389.

- Hakimi, I.S.**, (1964). Optimum location of switching centers and the absolute centers and medians of a graph, *Operations Research*, Vol. 12, pp. 450-459.
- Hakimi, I.S.**, (1965). Optimum location of switching centers in a communications network and some related graph theoretic problems, *Operations Research*, Vol. 13, pp. 462-475.
- Hoffmann, L.T e Gómez, A.T.**, (2003). Uma Abordagem do Problema de Localização de Torres de Rádio Transmissão Auxiliado por um Sistema de Informação Geográfica. *XXXV SBPO*, Natal.
- Kuehn A.A., Hamburger M.J.**, (1963). A heuristic program for locating warehouses, *Management Science*, Vol. 9, pp. 643-666.
- Lorena, L.A. N.**, (2003). Análise Espacial de Redes com Aplicações em sistemas de Informações Geográficas. *Revista Produção (on-line)*, vol. 3 (2).
- Lorena, L.A.N. and Senne, E. L. F.**, (2003). Local search heuristics for capacitated p-median problems. *Networks and Spatial Economics* 3: 407-419.
- Lorena, L.A.N. and Lopes, L.S.**, (1997). Genetic Algorithms Applied to Computationally Difficult Set Covering Problems. *Journal of the Operational Research Society*, 48, 440-445.
- Murray, A.T. and Church R. L.** (1996). Applying simulated annealing to location-planning models. *Journal of Heuristics*, 2:31-53.
- Resende, M.G.C. and Werneck, R.F.**, (2004). A Hybrid Heuristic for p-Median Problem. *Journal of Heuristics*, vol. 10, pp. 59-88.
- Schilling, D., Jayaraman, V. and Barkhi, R.** (1993). A review of covering problems in facility location. *Location Science*, 1:25-55, 1993.
- Schilling, D. A., Rosing, K. E. and ReVelle, C. S.**, (2000). Network Distance Characteristics that Affect Computational Effort in p-Median Location Problems. *European Journal of Operational Research*, 127: 525-536.
- Senne, E.L.F. and Lorena, L.A.N.**, (2000). Lagrangean/surrogate heuristics for p-median problems. In *Computing Tools for Modeling, Optimization and Simulation: Interfaces in Computer Science and Operations Research*, M. Laguna and J. L. Gonzalez-Velarde (eds.), Kluwer Academic Publishers, pp. 115-130.
- Smit, J.** (1988). “*Ondas e Antenas*”, Editora Érica, 2ª edição.
- Smit, J.** (1997). “*Rádio Propagação*”, Editora Érica, 4ª edição.
- Toregas, C., Swain, R., ReVelle, C., and Bergm, L.**, (1971). The Location of emergency service facilities, *Operations Research*, Vol. 19, pp. 1363-1373.