MAE 399 - Análise de dados e Simulação
Prof. Fábio Machado
Lista 6 - 9/06/2019

1. Considere uma sequência de v.a.i.i.d. $\{X_i\}_{i\in\mathbb{N}}$, com distribuição exponencial de média 1 ($\lambda = 1$) e suas somas parciais, $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$, com $S_0 = 0$. Considere o processo de contagem $N(t) = \text{máx}\{n : S_n \leq t\}$, ou seja, um Processo de Poisson. Em particular, $N(t) \sim \mathcal{P}(\lambda t)$, sendo $\mathbb{E}(N(t)) = Var(N(t)) = \lambda t$.

   a. Considere 1.000 simulações para as trajetórias de $N(t)$, para $t \in [0, 100]$. Para cada $n \in \{10, 20, \ldots, 100\}$ encontre os percentis $0,05$ e $99{,}5$ para os valores observados de S_n. Apresente estes valores em uma tabela.

   b. Apresente em um só gráfico

      i) a trajetória de 5 simulações,
      ii) os valores da tabela do item a,
      iii) os valores estimados para os mesmos percentis pelo Teorema Central do Limite,
      iv) a função $\mathbb{E}(N(t))$.

2. Além do Processo de Poisson $(N(t))$ definido no item 1, considere agora uma sequência de v.a.i.i.d. $\{Y_i\}_{i\in\mathbb{N}}$, com distribuição $U[0, 1]$, e o Processo de Poisson Composto (ou com Recompensa), $R(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i$. Em particular $\mathbb{E}(R(t)) = \lambda t \mathbb{E}(Y_1)$ e $Var(R(t)) = \lambda t \mathbb{E}({Y_1}^2)$.

   a. Considere 1.000 simulações para as trajetórias de $R(t)$, para $t \in [0, 100]$. Para cada $T \in \{10, 20, \ldots, 100\}$ encontre os percentis $0,05$ e $99{,}5$ para os valores observados de $R(t)$. Apresente estes valores em uma tabela.

   b. Apresente em um só gráfico

      i) a trajetória de 5 simulações,
      ii) os valores da tabela do item a,
      iii) os valores estimados para os mesmos percentis pelo TCL,
      iv) a função $\mathbb{E}(N(t))$.