

MAE 399 - Análise de dados e Simulação  
Prof. Fábio Machado  
Lista 4 - 12/05/2019

1. Considere  $S_n$  como sendo o passeio aleatório simples (inicialmente  $p \in [0, 1]$ ) em  $\mathbb{Z}$ .
  - a. Mostre que  $\mathbb{E}(S_n) = n(p - q)$  e  $\text{Var}(S_n) = 4npq$ . Lembre que  $q = (1 - p)$ .
  - b. Considere  $S_0 = 0$  e o passeio aleatório simétrico, ou seja,  $p = 1/2$ . Faça 1.000 simulações para as trajetórias de  $S_n$  com  $n \in \{0, 1, \dots, 10.000\}$ . Para os instantes  $n \in \{1.000, 2.000, \dots, 10.000\}$ , encontre os valores  $x_{inf}$  e  $x_{sup}$  que coloquem respectivamente abaixo e acima deles, 1 % e 99 % dos valores  $S_n$  simulados.
  - c. Baseado no Teorema Central do Limite, encontre os limites de variação centrais na média teórica, ou seja,  $n(p - q) = 0$ , contendo 98 % dos valores possíveis (análogo a  $x_{inf}$  e  $x_{sup}$  do item anterior), para o passeio aleatório, nos instantes  $n \in \{1.000, 2.000, \dots, 10.000\}$ .
  - d. Faça uma tabela comparativa com os valores  $x_{inf}$  e  $x_{sup}$  obtidos nos itens b e c.
  - e. Faça 5 simulações para as trajetórias de  $S_n$  com  $n \in \{0, 1, \dots, 10.000\}$  e plote as trajetórias em um gráfico onde apareçam também os valores  $x_{inf}$  e  $x_{sup}$  análogos aos obtidos no item c, mas todos os valores de  $n \in \{0, 1, \dots, 10.000\}$ .
2. Considere agora uma *ponte* com o passeio aleatório simples, ou seja,  $S_n$  com  $n \in \{0, 1, \dots, 10.000\}$  tal que,  $S_0 = 0$  e  $S_{10000} = 0$ .
  - a. Faça 1.000 simulações para as trajetórias de  $S_n$ . Para os instantes  $n \in \{1.000, 2.000, \dots, 10.000\}$ , encontre os valores  $x_{inf}$  e  $x_{sup}$  que coloquem respectivamente abaixo e acima deles, 1 % e 99 % dos valores  $S_n$  simulados. Baseado nas trajetórias indique uma função que modele a evolução dos valores encontrados para  $x_{inf}$  e  $x_{sup}$ .
  - b. Tome 5 simulações para as trajetórias de  $S_n$  com  $n \in \{0, 1, \dots, 10.000\}$  e plote as trajetórias em um gráfico onde apareçam também os valores  $x_{inf}$  e  $x_{sup}$  obtidos no item anterior.