Problem S2: Symmetric Mountains

Problem Description

Rebecca is a tour guide and is trying to market the Rocky Mountains for her magazine. She recently took a beautiful picture consisting of N mountains where the i-th mountain from the left has a height h_i. She will crop this picture for her magazine, by possibly removing some mountains from the left side of the picture and possibly removing some mountains from the right side of the picture. That is, a crop consists of consecutive mountains starting from the l-th to the r-th mountain where $l \leq r$. To please her magazine readers, Rebecca will try to find the most symmetric crop.

We will measure the *asymmetric value* of a crop as the sum of the absolute difference for every pair of mountains equidistant from the midpoint of the crop. To help understand that definition, note that the absolute value of a number v, written as $|v|$, is the non-negative value of v: for example $|-6| = 6$ and $|14| = 14$. The asymmetric value of a crop is the sum of all $|h_{l+i} - h_{r-i}|$ for $0 \leq i \leq \frac{r-l}{2}$. To put that formula in a different way, we pair up the mountains working from the outside in toward the centre, calculate the absolute difference in height of each of these pairs, and sum them up.

Because Rebecca does not know how wide the picture needs to be, for all possible crop lengths, find the asymmetric value of the most symmetric crop (the crop with the minimum asymmetric value).

Input Specification

The first line consists of an integer N, representing the number of mountains in the picture. The second line consists of N space-separated integers, where the i-th integer from the left represents h_i.

The following table shows how the available 15 marks are distributed:

Marks	**Bounds on N**	**Bounds on h_i**	**Additional Constraints**
5	$1 \leq N \leq 300$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	None
5	$1 \leq N \leq 5000$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	Height of mountains are in non-decreasing order from left to right.
5	$1 \leq N \leq 5000$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	None

Output Specification

Output on one line N space-separated integers, where the i-th integer from the left is the asymmetric value of the most symmetric picture of crops of length i.

Sample Input 1

```
7
3 1 4 1 5 9 2
```

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Output for Sample Input 1

```
0 2 0 5 2 10 10
```

Explanation of Output for Sample Input 1

We will show why the fifth value from the left is 2. Let us try to compute all the asymmetric values of crops with length 5.

The height of the mountains in the first crop is $[3, 1, 4, 1, 5]$. The asymmetric value of this crop is $|3 - 5| + |1 - 1| + |4 - 4| = 2$.

The height of the mountains in the second crop is $[1, 4, 1, 5, 9]$. The asymmetric value of this crop is $|1 - 9| + |4 - 5| + |1 - 1| = 9$.

The height of the mountains in the last crop is $[4, 1, 5, 9, 2]$. The asymmetric value of this crop is $|4 - 2| + |1 - 9| + |5 - 5| = 10$.

Hence, the most symmetric crop of length 5 is 2.

Sample Input 2

```
4
1 3 5 6
```

Output for Sample Input 2

```
0 1 3 7
```

Explanation of Output for Sample Input 2

This sample satisfies the second subtask. Note that the only crop of length 4 is $[1, 3, 5, 6]$ which has asymmetric value of $|1 - 6| + |3 - 5| = 7$.

La version française figure à la suite de la version anglaise.

Problème S2 : Montagnes symétriques

Énoncé du problème

Rebecca est guide touristique et tente de faire la promotion des montagnes Rocheuses pour son magazine. Récemment, elle a pris une belle photo composée de N montagnes où la $i^{\text{ième}}$ montagne en partant de la gauche a une hauteur de h_i. Elle va recadrer cette photo pour son magazine, en retirant éventuellement certaines montagnes du côté gauche de la photo et éventuellement certaines montagnes du côté droit de la photo. Autrement dit, une photo recadrée est constituée de montagnes consécutives, allant de la $g^{\text{ième}}$ à la $d^{\text{ième}}$ montagne, avec $g \leq d$. Pour des raisons esthétiques, Rebecca va essayer de recadrer la photo de manière qu'elle soit aussi symétrique que possible.

La *valeur asymétrique* d'une photo recadrée est égale à la somme de la « différence absolue » (c'est-à-dire la valeur absolue de la différence) de chaque paire de montagnes équidistantes du point central de la photo recadrée. Pour mieux comprendre cette définition, remarquons que la valeur absolue d'un nombre v, qui se note $|v|$, est la valeur non négative de v : par exemple $|-6| = 6$ et $|14| = 14$. La valeur asymétrique d'une photo recadrée est la somme de tous $|h_{g+i} - h_{d-i}|$ pour $0 \leq i \leq \frac{d-l}{2}$. Pour exprimer cette formule d'une autre manière, on jumelle les montagnes en partant de l'extérieur vers le centre, on calcule la différence absolue entre les hauteurs des deux montagnes de chaque paire et on additionne toutes les différences absolues.

Étant donné que Rebecca ne sait pas quelle doit être la longueur de la photo recadrée, alors pour toutes les longueurs possibles de la photo recadrée, déterminer la valeur asymétrique de la photo recadrée la plus symétrique (soit la photo recadrée ayant la valeur asymétrique minimale).

Précisions par rapport aux données d'entrée

La première ligne des données d'entrée contient un entier N, représentant le nombre de montagnes dans la photo.
La seconde ligne des données d'entrée contient N entiers, chacun étant séparé des autres par un espace, où le $i^{\text{ième}}$ entier en partant de la gauche représente h_i.

Le tableau suivant indique la manière dont les 15 points disponibles sont répartis.

Points	Bornes de N	Bornes de h_i	Contraintes additionnelles
5	$1 \leq N \leq 300$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	Aucune
5	$1 \leq N \leq 5000$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	La hauteur des montagnes est en ordre non décroissant de gauche à droite.
5	$1 \leq N \leq 5000$	$0 \leq h_i \leq 10^5$	Aucune

Précisions par rapport aux données de sortie

Les données de sortie devraient afficher, sur une seule ligne, N entiers, chacun étant séparé des autres par un espace, où le $i^{\text{ième}}$ entier en partant de la gauche représente la valeur asymétrique de l'image la plus symétrique des photos recadrées de longueur i.

Données d'entrée d'un 1er exemple

```
7
3 1 4 1 5 9 2
```

Données de sortie du 1er exemple

```
0 2 0 5 2 10 10
```

Justification des données de sortie du 1er exemple

On va démontrer pourquoi la cinquième valeur en partant de la gauche est 2. Essayons de calculer toutes les valeurs asymétriques des photos recadrées de longueur 5.

La hauteur des montagnes dans la première photo recadrée est $[3, 1, 4, 1, 5]$. La valeur asymétrique de cette photo recadrée est $|3 - 5| + |1 - 1| + |4 - 4| = 2$.

La hauteur des montagnes dans la deuxième photo recadrée est $[1, 4, 1, 5, 9]$. La valeur asymétrique de cette photo recadrée est $|1 - 9| + |4 - 5| + |1 - 1| = 9$.

La hauteur des montagnes dans la dernière photo recadrée est $[4, 1, 5, 9, 2]$. La valeur asymétrique de cette photo recadrée est $|4 - 2| + |1 - 9| + |5 - 5| = 10$.

Donc, 2 est la valeur asymétrique de l'image la plus symétrique des photos recadrées de longueur 5.

Données d'entrée d'un 2e exemple

```
4
1 3 5 6
```

Données de sortie du 2e exemple

```
0 1 3 7
```

Justification des données de sortie du 2e exemple

Cet exemple satisfait à la deuxième sous-tâche. Remarquons que la seule photo recadrée de longueur 4 est $[1, 3, 5, 6]$. Cette dernière a une valeur asymétrique de $|1 - 6| + |3 - 5| = 7$.