МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра робототехники и автоматизации производственных систем

Пояснительная записка к курсовой работе по дисциплине «Информатика»

Взам. инв. № Санкт-Петербург 2018 Подп. и дата Вариант N 32 Изм. Лист Подп. Дата № докум. Пояснтельня записка к Разраб. Веренёв А.А. Лит. Лист Листов Инв. № подл. Пров. Π рокшин A.F.курсовой работе по дисциплине Н. контр. "Информатика" y_{TB} .

Содержание 1. Цель и тема курсовой работы 2. Задание на курсовую работу 3. Введение 4. Исследование функции 5. Исследование кубического сплайна 6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов 7. Список литературы Лист Вариант N 32 № докум. Подп. Изм Лист Дата

Взам. инв. №

Инв. № подл.

1. Цель и тема курсовой работы

Цель курсовой работы: уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности.

Тема курсовой работы: решение математических задач с использованием математического пакета «SciLab» и системы компьютерной алгебры «Reduce».

| Подп. и дата | | | | | | | | | |
|--------------------------------|-----------|----------|-------|------|--|---------|--------|--|------|
| Инв. № дубл. | | | | | | | | | |
| Взам. инв. № | | | | | | | | | |
| Подп. и дата | | | | | | | | | |
| $M_{ m HB}$. $N^{ m e}$ подл. | Изм. Лист | № докум. | Подп. | Дата | | Вариант | r N 32 | | Лист |

3. Введение В настоящее время при решении различных как прикладных инженерных, так и чисто исследовательских задач, возникает необходимость в использовании широкого круга алгоритмов из множества разделов математики. Между тем самостоятельная реализация многих алгоритмов на некотором языке программирования может быть сложна и избыточна. Вследствие этого широкое распространение получили математические пакеты и системы компьютерной алгебры, такие как: MatLab, Octave, SciLab, Mathematica, Reduce, Mapple, призванные избавить пользователя от рутинных процедур, предоставить удобный интерфейс взаимодействия с уже написанным программным кодом и быстрым созданием нового. К сожалению, некоторые из перечисленных выше математических пакетов, будучи коммерческими по природе, имеют пакетом SciLab и системой компьютерной алгебры Reduce.

| Подп. и дата | |
|--------------|-------|
| Инв. № дубл. | |
| Взам. инв. № | |
| Подп. и дата | |
| Инв. № подл. | ר |

- а)Решить уравнение f(x)=g(x).
- б) Исследовать функцию h(x) = f(x) - g(x) на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$
- 2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 0.5, 1.4, 2.25, 3.5] V_y = [3.0, 2.7, 3.7, 3.333, 3.667]$$

Построить на графике функции f(x),полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций $\mathrm{splin}(x,y,\text{``natural''}),\ \mathrm{splin}(x,y,\text{``clamped''}),\ \mathrm{splin}(x,y,\text{``not}_a_k\mathrm{not''}),\ \mathrm{splin}(x,y,\text{``fast''}),\ \mathrm{splin}(x,y,\text{``monotone''}),\ \mathrm{interp}(xx,x,y,d)$

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется \mathbf{m} видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах $\mathbf{a_i}$.Требуется произвести продукцию \mathbf{n} видов. Дана технологическая норма $c_i j$ требления отдельного і-го вида сырь для изготовления единицы продукции каждого \mathbf{j} -го вида. Известна прибыль π_j получаема от выпуска единицы продукции \mathbf{j} -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Таблица 1.10

| Используемые | Изп | Наличие | | | |
|------------------------|-----|---------|----|----|-------------|
| ресурсы $\mathbf{a_i}$ | И1 | И2 | И3 | И4 | pecypcoв, а |
| Трудовые | 4 | 4 | 4 | 6 | 14 |
| Материальные | 4 | 6 | 6 | 3 | 12 |
| Финансовые | 6 | 4 | 5 | 8 | 35 |
| Π рибыль, Π_i | 40 | 55 | 35 | 25 | |

| Подп. и | |
|---------------------------------------|--|
| $H_{ m HB}$. $N^{ar{g}}$ ду 6 л. | |
| $B3a_M$. IHB . $N^{\underline{o}}$ | |
| Подп. и дата | |
| Инв. № подл. | |

| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата |
|-----|------|----------|-------|------|

1 РЕШЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТРИГАНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Решение уравнение - поиск его корней

$$h(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) - \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$$

Для нахождения корней есть два пути - численный и аналитический

Численное решение.

Для нахождения численного решения воспользуемся функцией "fsolve".

Для начала построим график.

function y=h(x)

y = sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos(2*x+%pi/3)+1

endfunction

Взам. инв. №

plot(0:0.01:2*%pi,h)

Полученный график изображен на Рис.1.

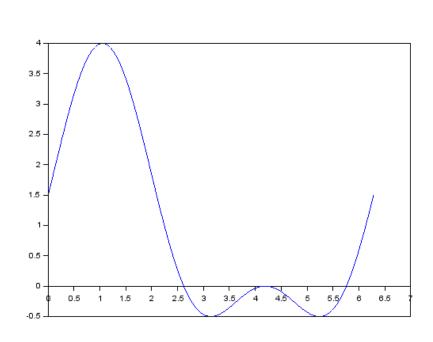


Рис 1. График функции h(x)

| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | |
|-----|------|----------|-------|------|--|

Вариант N 32

Лист

Изучив график, допустимо предположить наличие трех корней. Зададим приближные значения и воспользуемся функцией "fsolve".

$$x0 = [2.6,4.2,5.6];$$

 $[x,v] = fsolve(x0,h)$

$$--> x0=[2.6,4.2,5.6]$$

x0 =

2.6 4.2 5.6

 $\mathbf{x} =$

Подп. и дата

Взам. инв. №

Подп. и дата

Корни функции h(x)

| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата |
|-----|------|----------|-------|------|

Вариант N 32

Аналитическое решение.

Для отыскания аналитического решения воспользуемся функцией solve из системы компьютерной алгебры «WolframAlpha»:

Упростим данное уравнение, воспользовавшись двумя тригонометрическими тождествами:

$$sin(x + y) = sin(x)cos(y) + cos(x)sin(y)$$

$$cos(2x) = 1 - 2sin^{2}(x)$$

$$\sqrt{3}sin(x) + cos(x), g(x) - cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$$

$$= 2(sin(x)cos(\frac{\pi}{6}) + cos(x)sin(\frac{\pi}{6})) + 2sin^{2}(x + \frac{\pi}{6})$$

$$= 2(sin(x + \frac{\pi}{6}) + sin^{2}(x + \frac{\pi}{6})$$

и получим тривиальное уравнение, эквивалентное исходному

$$2(\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \sin^2(x + \frac{\pi}{6}) = 0$$

Применим к нему функцию solve:

solve(2sin(x+pi/6)*(1+sin(x+pi/6))); и получим решение:

Input interpretation:

solve
$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\left(1+\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right)=0$$

Results:

$$x = \pi \left(n - \frac{1}{6} \right)$$
 and $n \in \mathbb{Z}$

$$x=\frac{2}{3}\,\pi\,(3\,n-1)\ \text{and}\ n\in\mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2}{3} \pi (3n + 2)$$
 and $n \in \mathbb{Z}$

Лист

№ докум.

Подп.

Инв. № подл.

Взам. инв. №

Дата

1) Иследование на четность или нечетность. Если f(-x)=f(x), то фунция четная. Если f(-x)=-f(x) - нечетная. Если фунция не является четной или нечетной, то ее обычно называют - функцией общего вида.

-1.

-0.4965694

1.

-->
$$h(x) = sqrt(3) * sin(x) + cos(x) - cos(2*x+pi/3) + 1$$

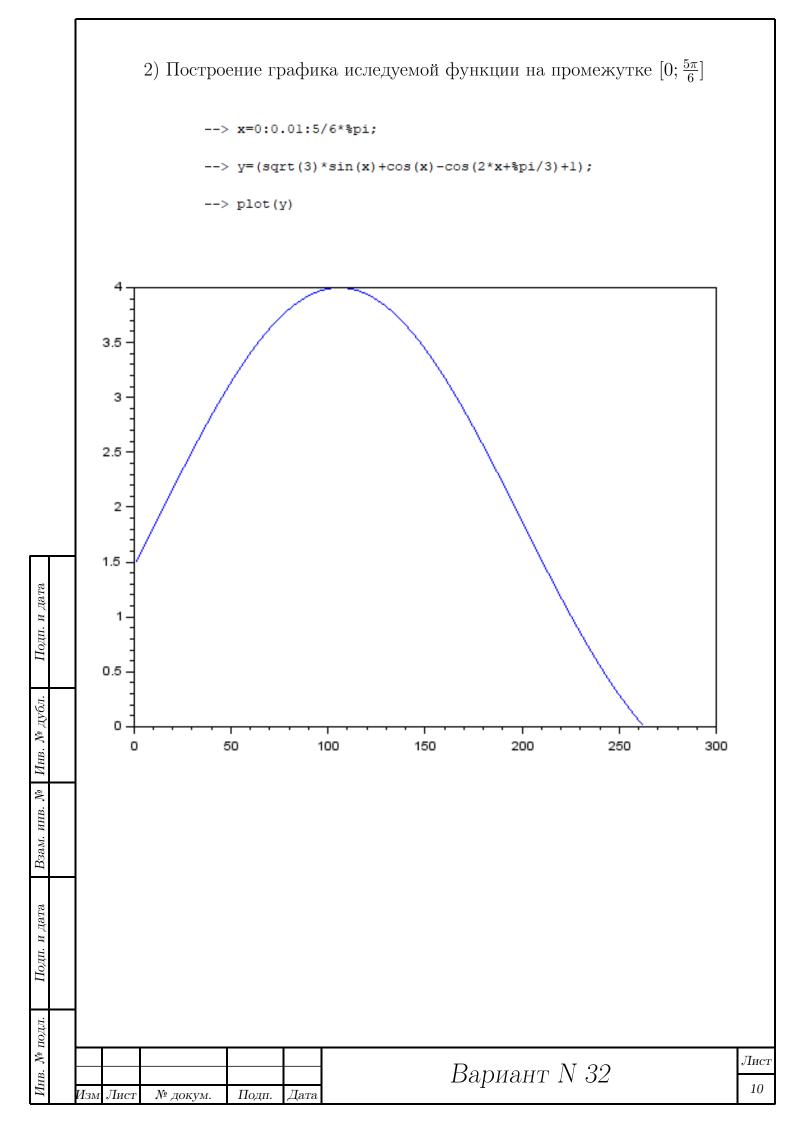
 $h = sqrt(3) * sin(x) + cos(x) - cos(2*x+pi/3) + 1$

3.9933209

$$x := -1$$

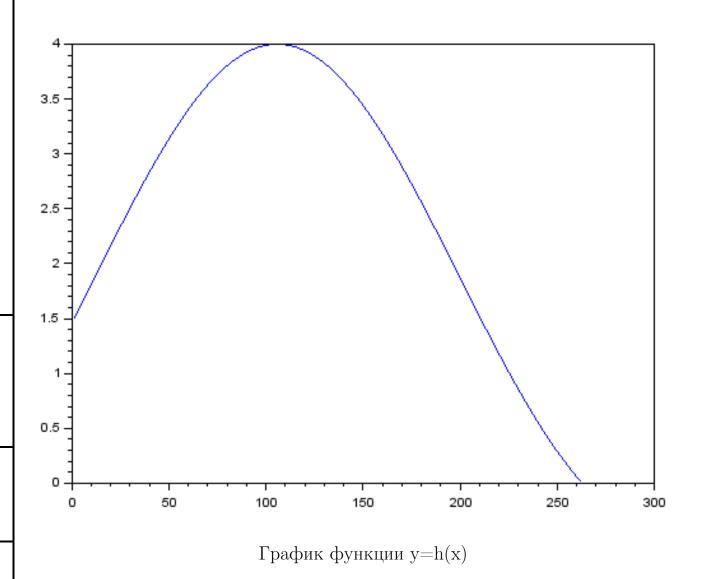
$$h(-x) := \sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = -\sqrt{3} \cdot \sin(x) - \cos(x) + \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$$

| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата |
|-----|------|----------|-------|------|
| | | | | |



3) Получение точек экстремума функции с помощью интерполяционной формулы Ньютона

Для выявления точки экстремума производная исследуемой функции должна быть равна нулю h(x) = 0. При расчётах на исследуемый области $x = (0; \frac{5\pi}{6},$ ориентируясь по рисунку №2 видим что количество таких точек равно единице, поскольку поскольку функция в данном случае изгибается один раз.



Возьмём за первичную точку приближения, x=1. В следствии чего получим h'(x)=0.2873079. Поскольку приближение к нулю в десятых долях является достаточно большим, возьмём за точку приближения x=1,04. В следствии получим h'(x)=0.0475615. Приближение к нулю в погрешности сотых долей является малым, но не достаточно. возьмём за точку приближения x=1,048. В следствии получим h'(x)=-0.0004526. Для максимального приближения к нулю исполь-

| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата |
|-----|------|----------|-------|------|

Подп. и дата

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

Инв. № подл.

зуем x=1.047921. В следствии получим h'(x) = 0.0000215. Данное приближение вполне можно считать допустимым. Листин проводимых расчётов в математическом пакете "Scilab": -->h=0.1; --> x=1:h:(5*(pi)/6);-->y=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos((2*x) + ((pi)/3)) + 1;-- > dy = diff(y);--> dy2 = diff(y,2);-- > dy3 = diff(y,3); $-->//\Pi$ риближенное значение у'(х) -->Y=(dy(1)-dy(2(1)/2+dy(3(1)/3)/hY =0.2873079-->h=0.1;--> x=1.04:h:(5*(pi)/6);-->y=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos((2*x) + ((pi)/3)) + 1;-- > dy = diff(y);-- > dy2 = diff(y,2);-- > dy3 = diff(y,3);Лист Вариант N 32

12

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Подп. и дата

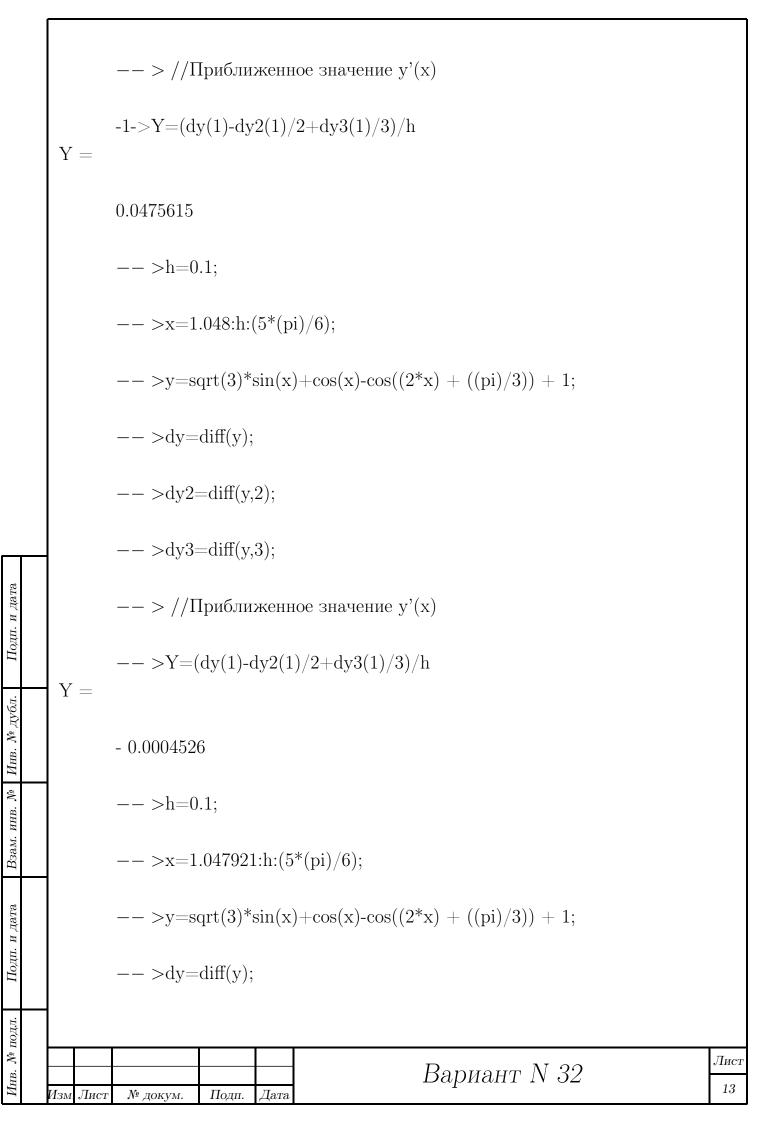
Инв. № подл.

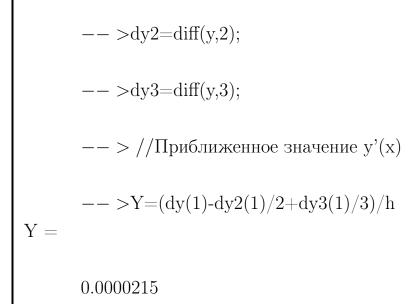
Изм. Лист

№ докум.

Подп.

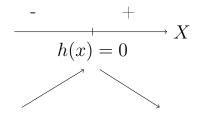
Дата





Поскольку точка экстремума являться h(x)=0, то в случае когда h'(x)>0 функция возрастает, а в случае h'(x)<0 функция убывает. Из расчётов было выявлено, что при x=1,048 функция h'(x)<0, следственно функция убывает после точки экстремума, на исследуемом промежутке. При x=1 функция h'(x)>0 больше нуля, следственно она возрастет.

Представим данные в графическом виде:



| Подп | |
|--|--|
| H нв. $N^{\underline{o}}$ ду 6 л. | |
| B3am. инв. $\mathcal{N}^{\underline{o}}$ | |
| Подп. и дата | |
| $N^{\underline{o}}$ подл. | |

| Изм | л Лист | № докум. | Подп. | Дата |
|-----|--------|----------|-------|------|

Для нахождения точек экстремума - необходимо взять врую производную от данной функции.

 $h''(x) = -\sqrt{3} * sin(x) - cos(x) + 4 * cos(2 * x + \frac{\pi}{3})$ Из графика функции следует что на исследуемом промежутке $\mathbf{x} = (0; 5)$, имеются две точи перегиба. Первая точка перегиба в районе значений $\mathbf{x} = (0; 0, 2)$, вторая в районе значений $\mathbf{x} = (2; 2.2)$

$$-->h=0.1;$$

$$--> x=0.1:h:(5*(pi)/6);$$

$$-->y=-\sin(x)+2*\sin((2*x)+((pi)/3))+ \operatorname{sqrt}(3)*\cos(x);$$

$$--> dy = diff(y);$$

$$-- > dy2 = diff(y,2);$$

$$-- > dy3 = diff(y,3);$$

$$-->//\Pi$$
риближенное значение у'(x)

$$-->Y=(dy(1)-dy2(1)/2+dy3(1)/3)/h$$

$$Y =$$

Инв. № дубл.

инв. $N^{\underline{o}}$

Взам. 1

0.1123053

$$-->h=0.1$$
;

$$--> x=0.11:h:(5*(pi)/6);$$

$$-->y=-\sin(x)+2*\sin((2*x)+((pi)/3))+ \operatorname{sqrt}(3)*\cos(x);$$

$$-- > dy = diff(y);$$

| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата |
|-----|------|----------|-------|------|

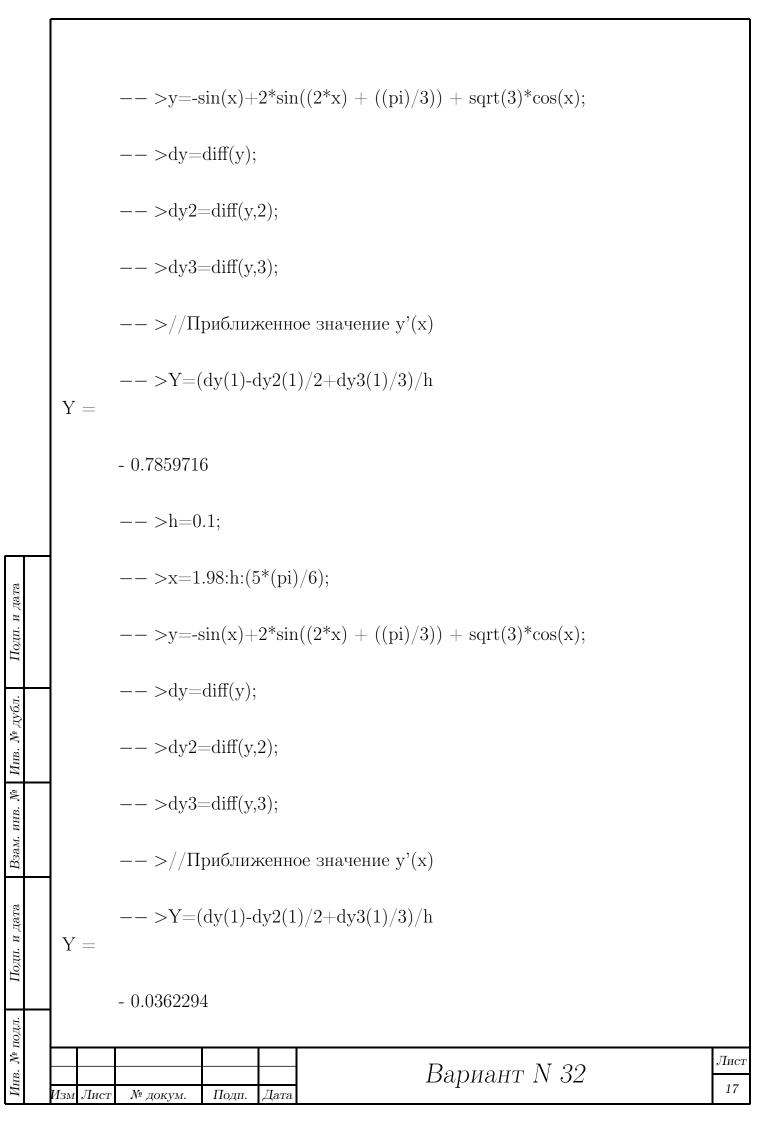
| | | > dy2 = diff(y,2); | | | | |
|--|----------|--|------|--|--|--|
| | | > dy3 = diff(y,3); | | | | |
| | | >//Приближенное значение y'(x) | | | | |
| | | >Y=(dy(1)-dy2(1)/2+dy3(1)/3)/h | | | | |
| | Y = | | | | | |
| | | 0.0200395 | | | | |
| | | >h=0.1; | | | | |
| | | > x=0.111:h:(5*(pi)/6); | | | | |
| | | >y=-sin(x)+2*sin((2*x) + ((pi)/3)) + sqrt(3)*cos(x); | | | | |
| | | > dy = diff(y); | | | | |
| | | > dy2 = diff(y,2); | | | | |
| | | > dy3 = diff(y,3); | | | | |
| | | >//Приближенное значение y'(x) | | | | |
| | V | >Y=(dy(1)-dy2(1)/2+dy3(1)/3)/h | | | | |
| | Y = | | | | | |
| | | 0.0107924 | | | | |
| | | >h=0.1; | | | | |
| | | > x=1.9:h:(5*(pi)/6); | | | | |
| | | Raphana N 29 | Лист | | | |
| | Изм Лист | Вариант N 32 № докум. Подп. Дата | 16 | | | |

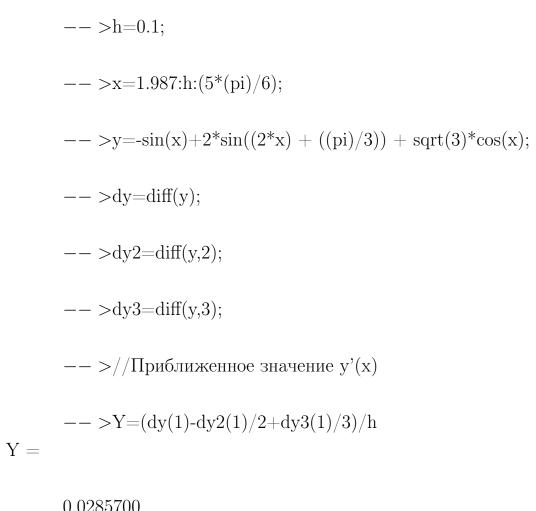
Подп. и дата

Bзам. инв. N^{2} Инв. N^{2} дубл.

Подп. и дата

Инв. N $^{\underline{o}}$ подл.





0.0285700

Инв. № дубл.

Взам. инв. №

Основываясь на полученных результатах можно сказать, что функция:

- 1) Возрастает на $(0,\frac{\pi}{3})$
- 2) Убывает на $(\frac{\pi}{3}, 5\frac{\pi}{6})$
- 3) Область определения функции $h(x) \in R$.
- 4) Вертикальные и горизонтальные асимптоты отсутствуют.
- 5) функция я вляется общей направленности.
- 6) Имеет глобальный максимум в точке x=0
- 7) Имеет глобальный минимум в точке $x=5\frac{\pi}{6}$
- 8) Точки перегиба x=0.111 и x=1.193

| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата | | |
|-----|------|----------|-------|------|--|--|

Интерполяция встроенными методами.

В математическом пакете «SciLab» можно провести интерполяцию пользуясь парой команд:

```
\mathbf{d} = \mathrm{splin}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathrm{``method''}); \mathbf{is} = \mathrm{interp}(\mathbf{xx}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{d}); \Gammaде x = [x_1, x_1, ..., x_{n-1}, x_1]
```

у – значения функции в узлах интерполяции

is – значения интерполянта (кубического сплайна,

интерполирующего заданную функцию) вычисленные в точках хх.

"method" – параметр, отвечающий за граничное условие, налагаеме на интерполянт

Граничные условия, соответствющие различным параметрам:

- 1)"natural"-производные в точках х1,хn интерполянты равны нулю
- 2)"clamped"-явное задание производных в точках x_1, x_n
- 3)"not_a_knot"-третья производная слева и справа равна для точек x_2, x_{n-1}
- 4) "fast" «быстрый» расчет сплайна на основе обычной интерполяции кубическим полиномом
- 5) "monotone" на интервалах между узлами интерполяции интерполянт является монотонным

Для построения графиков интерполянтов, полученных различными методами будем применять код общего вида, подставляя нужный параметр:

```
xx=[0:0.01:3.5];

x=[0,0.5,1.4,2.25,3.5];

y=[3.0,2.7,3.7,3.333,3.667];

d=splin(x,y,"parameter");

is=interp(xx,x,y,d);

plot(xx,is);

plot(x,y,"red o");
```

инв. $\mathcal{N}^{\underline{o}}$

Взам. 1

| Изм | Лист | № докум. | Подп. | Дата |
|-----|------|----------|-------|------|

