

Содержание

1. Цель и тема курсовой работы
2. Задание на курсовую работу
3. Введение
4. Исследование функции
5. Исследование кубического сплайна
6. Задача оптимального распределения неоднородных ресурсов
7. Список литературы

[illegible]

1 ЦЕЛЬ И ТЕМА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Уметь применять персональный компьютер и математические пакеты прикладных программ в инженерной деятельности.

Тема курсовой работы: решение математических задач с использованием математического пакета «SciLab» и системы компьютерной алгебры «Reduce».

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N32					Лист
										2
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

2 ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время при решении различных как прикладных инженерных, так и чисто исследовательских задач, возникает необходимость в использовании широкого круга алгоритмов из множества разделов математики. Между тем самостоятельная реализация многих алгоритмов на некотором языке программирования может быть сложна и избыточна. Вследствие этого широкое распространение получили математические пакеты и системы компьютерной алгебры, такие как: MatLab, Octave, SciLab, Mathematica, Reduce, Maple, призванные избавить пользователя от рутинных процедур, предоставить удобный интерфейс взаимодействия с уже написанным программным кодом и быстрым созданием нового. К сожалению, некоторые из перечисленных выше математических пакетов, будучи коммерческими по природе, имеют пакетом SciLab и системой компьютерной алгебры Reduce.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата						
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N32					Лист
										3

3 ЗАДАНИЯ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

1. Даны функции $f(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x)$, $g(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) - 1$

а) Решить уравнение $f(x)=g(x)$.

б) Исследовать функцию $h(x)=f(x)-g(x)$ на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$

2. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах:

$$V_x = [0, 0.5, 1.4, 2.25, 3.5] \quad V_y = [3.0, 2.7, 3.7, 3.333, 3.667]$$

Построить на графике функции $f(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных различными методами с использованием встроенных функций

`splin(x,y,"natural")`, `splin(x,y,"clamped")`, `splin(x,y,"not_a_knot")`, `splin(x,y, "fast")`, `splin(x,y,"monotone")`, `interp(xx,x,y,d)`

3. Решить задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма c_{ij} требления отдельного i -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого j -го вида. Известна прибыль π_j получаема от выпуска единицы продукции j -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Таблица 1.10

Используемые ресурсы a_i	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, a_i
	I_1	I_2	I_3	I_4	
Трудовые	4	4	4	6	14
Материальные	4	6	6	3	12
Финансовые	6	4	5	8	35
Прибыль, Π_j	40	55	35	25	

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div style="text-align: right; font-size: 1.2em; font-weight: bold;">Вариант N32</div>					Лист
										4
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

4 РЕШЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ТРИГАНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Решение уравнение - поиск его корней

$$h(x) = \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) - \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 1$$

Для нахождения корней есть два пути - численный и аналитический

Численное решение.

Для нахождения численного решения воспользуемся функцией "fsolve".

Для начала построим график.

function y=h(x)

y=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos(2*x+%pi/3)+1

endfunction

plot(0:0.01:2*pi,h)

Полученный график изображен на Рис.1.

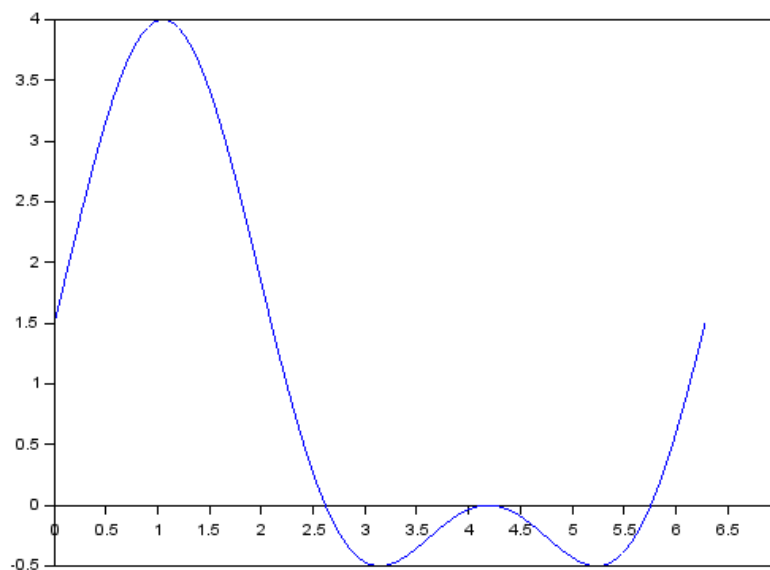


Рис 1. График функции h(x)

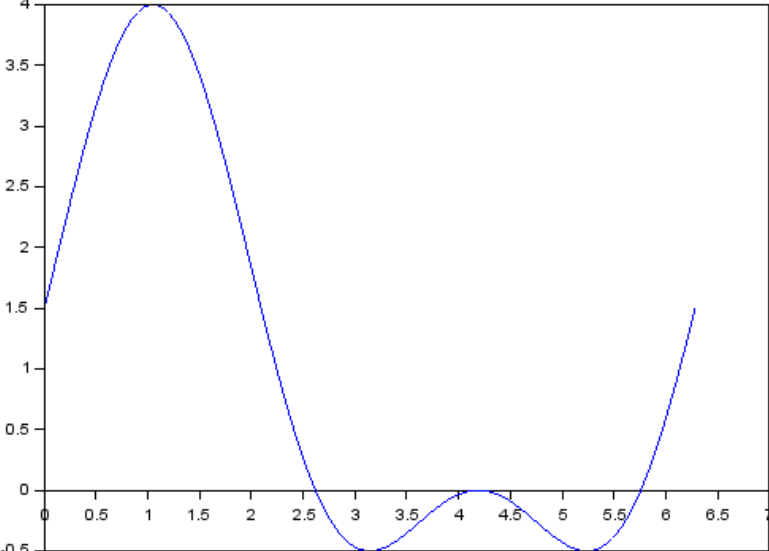
Инв. № подл.	Подп. и дата				Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<div></div>		

Рис 1. График функции $h(x)$

Вариант N32					Лист
					5

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата

Упростим данное уравнение, воспользовавшись двумя тригонометрическими тождествами:

$$\begin{aligned} \sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \\ \cos(2x) &= 1 - 2\sin^2(x) \\ \sqrt{3}\sin(x) + \cos(x), g(x) - \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 1 \\ &= 2(\sin(x)\cos(\frac{\pi}{6}) + \cos(x)\sin(\frac{\pi}{6})) + 2\sin^2(x + \frac{\pi}{6}) \\ &= 2(\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \sin^2(x + \frac{\pi}{6})) \end{aligned}$$

$$2(\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \sin^2(x + \frac{\pi}{6})) = 0$$

`solve(2sin(x+pi/6)*(1+sin(x+pi/6)))`; и получим решение:

solve	$2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\left(1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right) = 0$
-------	---

$$x = \pi \left(n - \frac{1}{6} \right) \text{ and } n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2}{3} \pi (3n - 1) \text{ and } n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{2}{3} \pi (3n + 2) \text{ and } n \in \mathbb{Z}$$

б) Исследовать функцию $h(x)=f(x)-g(x)$ на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$

1) Исследование на четность или нечетность. Если $f(-x) = f(x)$, то функция четная. Если $f(-x) = -f(x)$ - нечетная. Если функция не является четной или нечетной, то ее обычно называют - функцией общего вида.

```
--> x=-1
```

```
x =
```

```
-1.
```

```
--> p(-x)=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos(2*x+pi/3)+1
```

```
p =
```

```
-0.4965694
```

```
--> x|
```

```
--> x=1
```

```
x =
```

```
1.
```

```
--> h(x)=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos(2*x+pi/3)+1
```

```
h =
```

```
3.9933209
```

$$x := -1$$

$$h(-x) := \sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = -\sqrt{3} \sin(x) - \cos(x) + \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$$

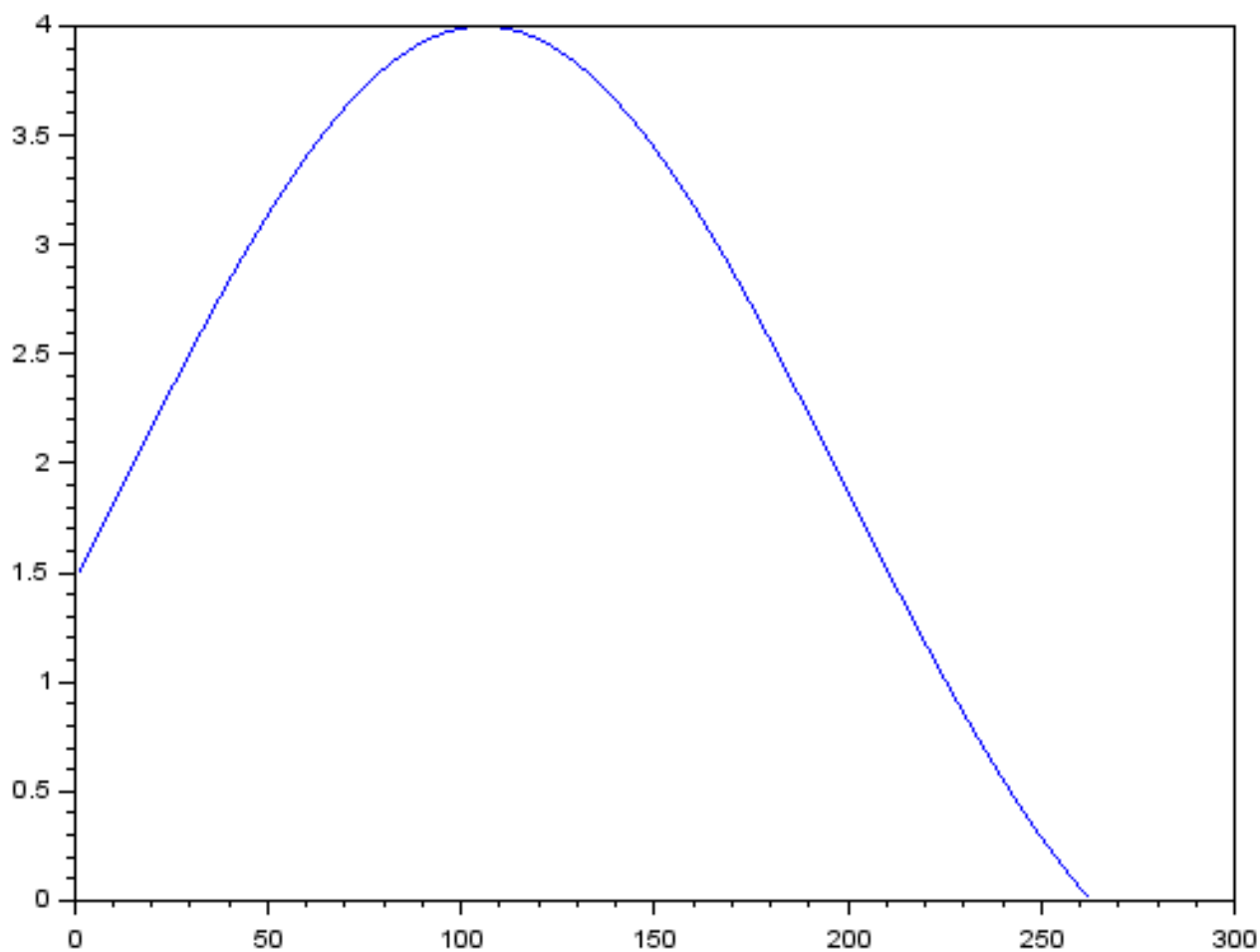
Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div>1.</div> <div>--> h(x)=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos(2*x+%pi/3)+1</div> <div>h =</div> <div>3.9933209</div> <div><div>x := -1</div><div>$h(-x) := \sqrt{3} \cdot \sin(x) + \cos(x) - \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = -\sqrt{3} \sin(x) - \cos(x) + \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$</div></div>
Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<div>Вариант N32</div> <div>Лист</div> <div>8</div>

2) Построение графика исследуемой функции на промежутке $[0; \frac{5\pi}{6}]$

```
--> x=0:0.01:5/6*pi;
```

```
--> y=(sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos(2*x+pi/3)+1);
```

```
--> plot(y)
```



Инв. № подл.	Подп. и дата
Взам. инв. №	Инв. № дубл.
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Вариант N32

Лист

9

3) Получение точек экстремума функции с помощью интерполяционной формулы Ньютона

Для выявления точки экстремума производная исследуемой функции должна быть равна нулю $h'(x) = 0$. При расчётах на исследуемой области $x = (0; \frac{5\pi}{6})$, ориентируясь по рисунку №2 видим что количество таких точек равно единице, поскольку функция в данном случае изгибается один раз.

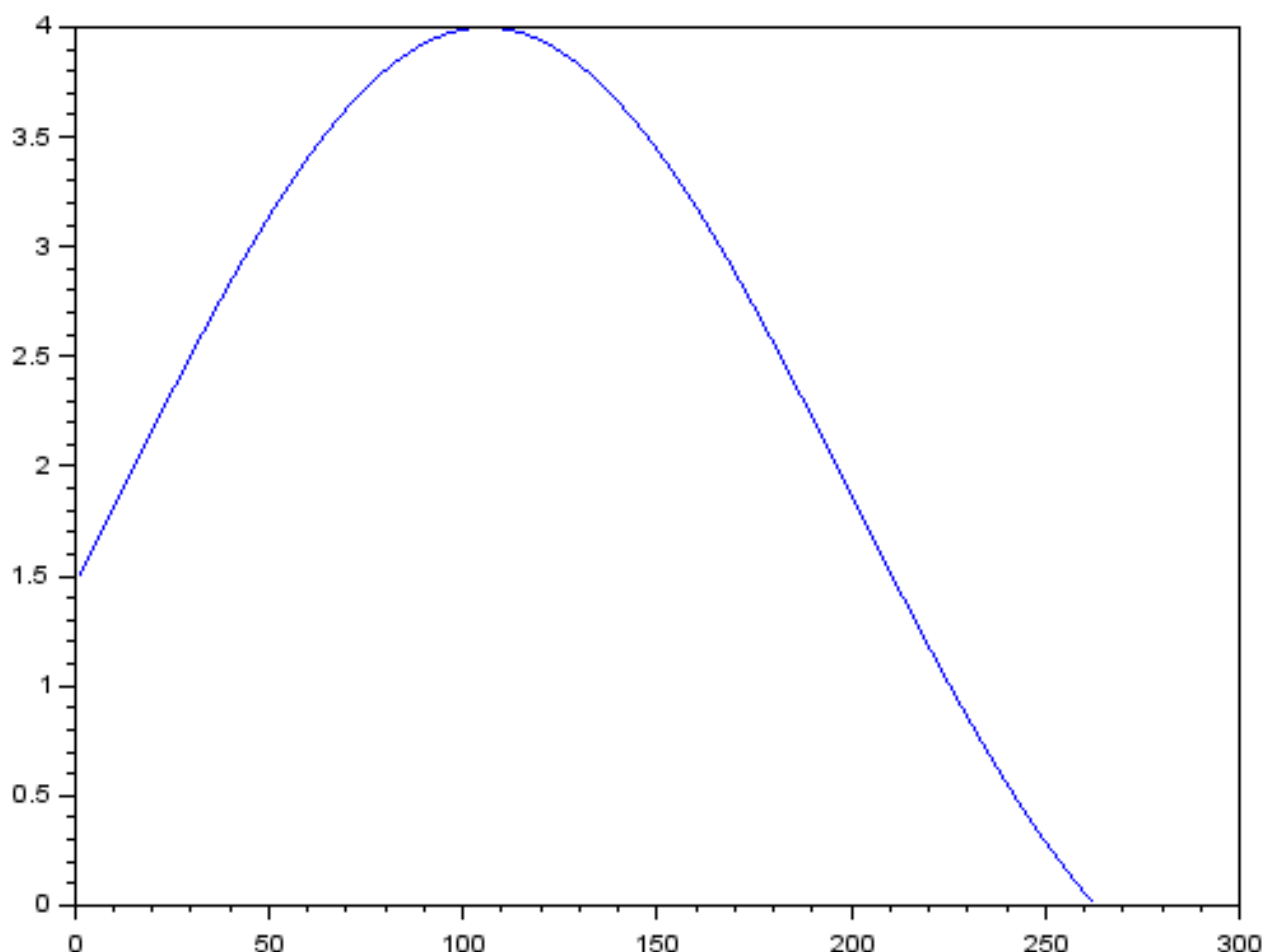
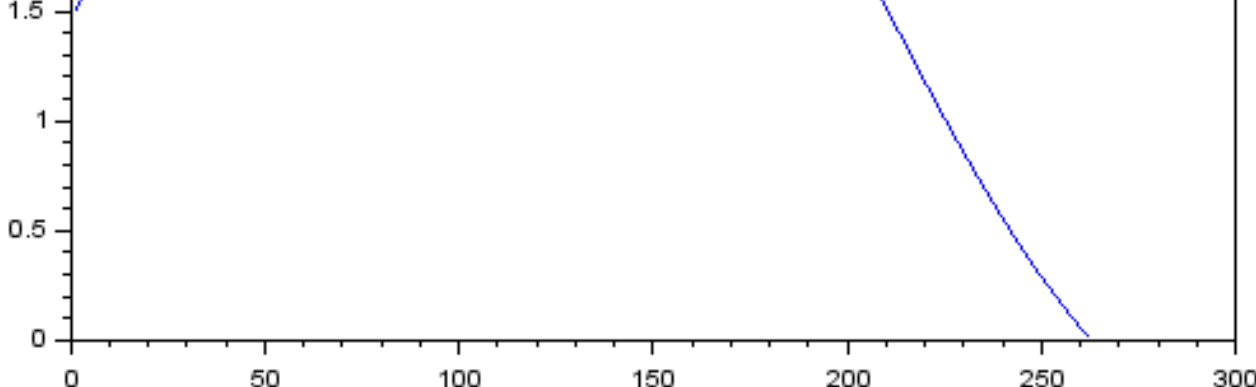


График функции $y=h(x)$

Возьмём за первичную точку приближения, $x=1$. В следствии чего получим $h'(x) = 0.2873079$. Поскольку приближение к нулю в десятых долях является достаточно большим, возьмём за точку приближения $x=1,04$. В следствии получим $h'(x) = 0.0475615$. Приближение к нулю в погрешности сотых долей является малым, но не достаточно. возьмём за точку приближения $x=1,048$. В следствии получим $h'(x) = -0.0004526$. Для максимального приближения к нулю исполь-

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата						
					График функции $y=h(x)$					
					<p>Возьмём за первичную точку приближения, $x=1$. В следствии чего получим $h'(x) = 0.2873079$. Поскольку приближение к нулю в десятых долях является достаточно большим, возьмём за точку приближения $x=1,04$. В следствии получим $h'(x) = 0.0475615$. Приближение к нулю в погрешности сотых долей является малым, но не достаточно. возьмём за точку приближения $x=1,048$. В следствии получим $h'(x) = -0.0004526$. Для максимального приближения к нулю исполь-</p>					
					Вариант N32					Лист
										10
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

зуем $x=1.047921$. В следствии получим $h'(x) = 0.0000215$. Данное приближение вполне можно считать допустимым.

Листин проводимых расчётов в математическом пакете "Scilab":

```

-- >h=0.1;

-- >x=1:h:(5*(pi)/6);

-- >y=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos((2*x) + ((pi)/3)) + 1;

-- >dy=diff(y);

-- >dy2=diff(y,2);

-- >dy3=diff(y,3);

-- > //Приближенное значение y'(x)

-- >Y=(dy(1)-dy2(1)/2+dy3(1)/3)/h

Y =

0.2873079

```

```

-- >h=0.1;

-- >x=1.04:h:(5*(pi)/6);

-- >y=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos((2*x) + ((pi)/3)) + 1;

-- >dy=diff(y);

-- >dy2=diff(y,2);

-- >dy3=diff(y,3);

```

Инв. № подл.	Подп. и дата				Вариант N32	Лист
	Инв. № дубл.					11
	Взам. инв. №					
	Подп. и дата					
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		

Y =	0.2873079
-- >h=0.1;	
-- >x=1.04:h:(5*(pi)/6);	
-- >y=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos((2*x) + ((pi)/3)) + 1;	
-- >dy=diff(y);	
-- >dy2=diff(y,2);	
-- >dy3=diff(y,3);	

-- > //Приближенное значение $y'(x)$

-1-> $Y=(dy(1)-dy2(1)/2+dy3(1)/3)/h$

Y =

0.0475615

-- >h=0.1;

-- >x=1.048:h:(5*(pi)/6);

-- >y=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos((2*x) + ((pi)/3)) + 1;

-- >dy=diff(y);

-- >dy2=diff(y,2);

-- >dy3=diff(y,3);

-- > //Приближенное значение $y'(x)$

-- > $Y=(dy(1)-dy2(1)/2+dy3(1)/3)/h$

Y =

- 0.0004526

-- >h=0.1;

-- >x=1.047921:h:(5*(pi)/6);

-- >y=sqrt(3)*sin(x)+cos(x)-cos((2*x) + ((pi)/3)) + 1;

-- >dy=diff(y);

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N32					Лист
										12
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

```
-- >dy2=diff(y,2);
```

```
-- >dy3=diff(y,3);
```

```
-- > //Приближенное значение  $y'(x)$ 
```

```
-- >Y=(dy(1)-dy2(1)/2+dy3(1)/3)/h
```

Y =

0.0000215

Поскольку точка экстремума являться $h(x)=0$, то в случае когда $h'(x) > 0$ функция возрастает, а в случае $h'(x) < 0$ функция убывает. Из расчётов было выявлено, что при $x=1,048$ функция $h'(x) < 0$, следовательно функция убывает после точки экстремума, на исследуемом промежутке. При $x=1$ функция $h'(x) > 0$ больше нуля, следовательно она возрастет.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	<div>Вариант N32</div>					Лист
										13
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

4) Точки перегиба

Для нахождения точек экстремума - необходимо взять вручную производную от данной функции.

$h''(x) = -\sqrt{3} * \sin(x) - \cos(x) + 4 * \cos(2 * x + \frac{\pi}{3})$ Из графика функции следует что на исследуемом промежутке $x = (0; 5)$, имеются две точки перегиба. Первая точка перегиба в районе значений $x = (0; 0, 2)$, вторая в районе значений $x = (2; 2.2)$

Основываясь на полученных результатах можно сказать, что функция:

- 1) Возрастает на $(0, \frac{\pi}{3})$
- 2) Убывает на $(\frac{\pi}{3}, 5\frac{\pi}{6})$
- 3) Область определения функции $h(x) \in R$.
- 4) Вертикальные и горизонтальные асимптоты отсутствуют.
- 5) функция является общей направленности.
- 6) Имеет глобальный максимум в точке $x = 0$
- 7) Имеет глобальный минимум в точке $x = 5\frac{\pi}{6}$
- 8) Точки перегиба $x=0.111$ и $x=1.193$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N32					Лист
										14
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

5 ИССЛЕДОВАНИЕ КУБИЧЕСКОГО СПЛАЙНА

5.0.1 Задания и исходные данные для решения

1. Найти коэффициенты кубического сплайна, интерполирующего данные, представленные в векторах \vec{V}_x и \vec{V}_y .

2. Построить на одном графике: функцию $f(x)$ и $f_1(x)$, полученную после нахождения коэффициентов кубического сплайна.

3. Представить графическое изображение результатов интерполяции исходных данных.

$$\vec{V}_x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1.4 \\ 2.25 \\ 3.5 \end{pmatrix}, \quad \vec{V}_y = \begin{pmatrix} 3 \\ 2.7 \\ 3.7 \\ 3.333 \\ 3.667 \end{pmatrix}$$

Необходимо оценить погрешность в точке $x = 2.4$. Вычислить значение функции в точке $x = 1.2$.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div>Вариант N32</div>					Лист
										15
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

5.0.2 Теория и вывод уравнения сплайна

Уравнение сплайна находится по пяти точкам

$$(x_1; y_1), (x_2; y_2), (x_3; y_3), (x_4; y_4), (x_5; y_5)$$

Представим сплайн полиномом третьей степени на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$.

$$F_i(x) = A_i0 + A_{i1}x + A_{i2}x^2 + A_{i3}x^3, \quad (1)$$

$$x \in [x_i, x_{i+1}].$$

Найдем коэффициенты A_{ij} исходя из того, что в точках склейки функция не имеет разрывов, изломов и изгиб ее слева и справа совпадает.

На каждом из отрезков $[x_i, x_{i+1}]$ график $F_i(x)$ проходит через точки y_i, y_{i+1} .

$$y_i = A_{i0} + A_{i1}x_i + A_{i2}x_i^2 + A_{i3}x_i^3 \quad (2)$$

Получаем 8 уравнений:

$$\begin{aligned} y_1 &= A_{10} + A_{11}x_1 + A_{12}x_1^2 + A_{13}x_1^3 \\ y_2 &= A_{10} + A_{11}x_2 + A_{12}x_2^2 + A_{13}x_2^3 \\ y_2 &= A_{20} + A_{21}x_2 + A_{22}x_2^2 + A_{23}x_2^3 \\ y_3 &= A_{20} + A_{21}x_3 + A_{22}x_3^2 + A_{23}x_3^3 \\ y_3 &= A_{30} + A_{31}x_3 + A_{32}x_3^2 + A_{33}x_3^3 \\ y_4 &= A_{30} + A_{31}x_4 + A_{32}x_4^2 + A_{33}x_4^3 \\ y_4 &= A_{40} + A_{41}x_4 + A_{42}x_4^2 + A_{43}x_4^3 \\ y_5 &= A_{40} + A_{41}x_5 + A_{42}x_5^2 + A_{43}x_5^3 \end{aligned} \quad (3)$$

Производные первого порядка во внутренних точках x_i должны совпадать, т.е. производная слева

$$F'_i(x_i) = A_{i1} + 2A_{i2}x_i + 3A_{i3}x_i^2$$

должна быть равна производной справа

$$F'_{(i+1)}(x_i) = A_{(i+1)1} + 2A_{(i+1)2}x_i + 3A_{(i+1)3}x_i^2$$

Ив. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div>Вариант N32</div>				Лист
									16
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

Физический смысл равенства производных состоит в том, что в точках склейки у нас нет излома сплайна.

$$\begin{aligned} A_{11} + 2A_{12}x_2 + 3A_{13}x_2^2 &= A_{21} + 2A_{22}x_2 + 3A_{23}x_2^2 \\ A_{21} + 2A_{22}x_3 + 3A_{23}x_3^2 &= A_{31} + 2A_{32}x_3 + 3A_{33}x_3^2 \\ A_{31} + 2A_{32}x_4 + 3A_{33}x_4^2 &= A_{41} + 2A_{42}x_4 + 3A_{43}x_4^2 \end{aligned} \quad (4)$$

Производные второго порядка в точках склейки x_i должны совпадать, т.е. вторая производная слева

$$F_i''(x_i) = 2A_{i2} + 6A_{i3}x_i$$

должна быть равна второй производной справа

$$F_{(i+1)}''(x_i) = 2A_{(i+1)2} + 6A_{(i+1)3}x_i$$

Физический смысл равенства вторых производных состоит в том, что в точках склейки изгиб сплайна справа и слева должен быть одинаковым.

$$\begin{aligned} 2A_{12} + 6A_{13}x_2 &= 2A_{22} + 6A_{23}x_2 \\ 2A_{22} + 6A_{23}x_3 &= 2A_{32} + 6A_{33}x_3 \\ 2A_{32} + 6A_{33}x_4 &= 2A_{42} + 6A_{43}x_4 \end{aligned} \quad (5)$$

Еще два уравнения - из граничных условий в крайних точках x_1, x_n :

$$\begin{aligned} C_{11}F'x_1 + C_{12} + F''(x_1) &= C_{13} \\ C_{n1}F'n_1 + C_{n2} + F''(n_2) &= C_{n3} \end{aligned} \quad (6)$$

Найдем график сплайна в случае, когда концы сплайна оставлены свободными в граничных точках $(x_1, y_1), (x_5, y_5)$. Соответственно, уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} 2A_{12} + 6A_{13}x_1 &= 0 \\ 2A_{42} + 6A_{43}x_5 &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

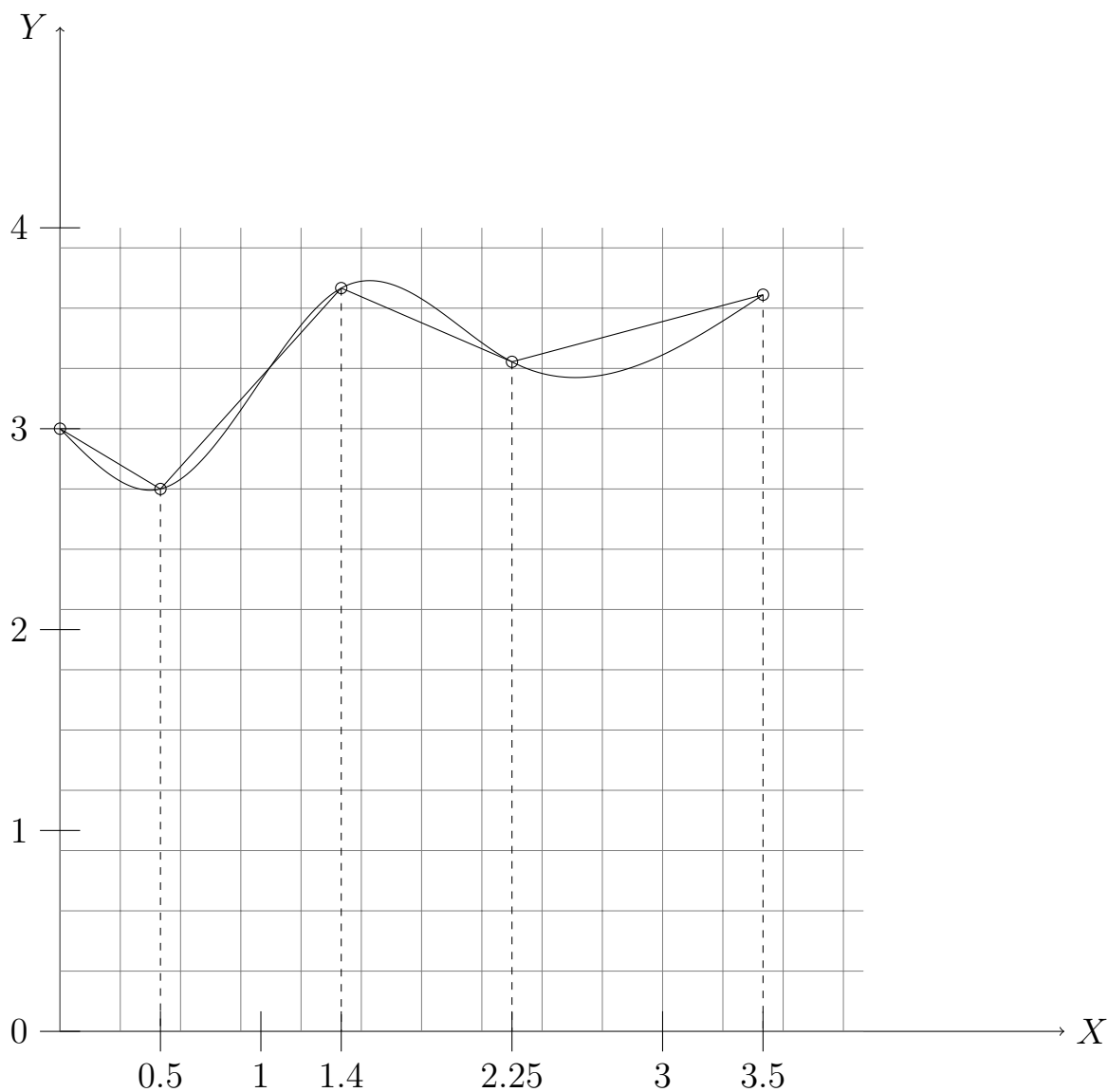
В итоге - 16 уравнений для определения 16 коэффициентов A_{ij} .

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	$2A_{22} + 6A_{23}x_3 = 2A_{32} + 6A_{33}x_3$	(5)	
					$2A_{32} + 6A_{33}x_4 = 2A_{42} + 6A_{43}x_4$		
					Еще два уравнения - из граничных условий в крайних точках x_1, x_n :		
					$C_{11}F'x_1 + C_{12} + F''(x_1) = C_{13}$	(6)	
$C_{n1}F'n_1 + C_{n2} + F''(n_2) = C_{n3}$							
Найдем график сплайна в случае, когда концы сплайна оставлены свободными в граничных точках $(x1,y1), (x5,y5)$. Соответственно, уравнения имеют вид:							
					$2A_{12} + 6A_{13}x_1 = 0$	(7)	
					$2A_{42} + 6A_{43}x_5 = 0$		
В итоге - 16 уравнений для определения 16 коэффициентов A_{ij} .							
Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N32		Лист
							17
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата			

Уравнение сплайна имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} F_1(x) = 1.69x^3 + 0.0x^2 - 1.0237x + 3, & \text{где } x \in [0, 0.5]; \\ F_2(x) = -1.7586x^3 + 5.1803x^2 - 3.6139x + 3.4317, & \text{где } x \in [0.5, 1.4]; \\ F_3(x) = 1.2359x^3 - 7.3967x^2 + 13.9939x - 4.7853, & \text{где } x \in [1.4, 2.25]; \\ F_4(x) = -0.2522x^3 + 2.6479x^2 - 8.6065x + 12.1651, & \text{где } x \in [2.25, 3.5] \end{cases}$$

График средствами ТЕХ:



Инв. № подл.	Подп. и дата				Инв. № дубл.		Взам. инв. №		Подп. и дата			
Изм	Лист	№ докум.		Подп.	Дата	Вариант N32						Лист
												19

5.1 Анализ и расчёт погрешности кубического сплайна

Проводя оценки для функций разных классов. Если $S(x)$ эрмитов кубический сплайн интерполирует на сетке функцию $f(x)$ то имеют место оценки:

$$|S(x) - f(x)| \leq R$$

Поскольку функция является достаточно гладкой, то её можно упростить до

$$|S(x) - f(x)| \leq \frac{1}{384} h^4 |f''''(x)|$$

Из представленной формулы видно, что нам неизвестна функция $f(x)$, с которой изначально были взяты координаты. Следственно для оценки погрешности нам необходимо рассчитать только правую часть неравенства. В этой части тоже присутствует неизвестная нам функция. От которой необходимо взять четвёртую производную.

$$N(x) = A_0 + A_1(x - x_0) + A_2(x - x_0)(x - x_1) + A_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) + A_4(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$f(x_i; x_{i+1}; \dots; x_{j+k-1}; x_{j+k-1}) = \frac{f(x_i; x_{i+1}; \dots; x_{j+k-1}; x_{j+k-1}) - f(x_i; x_{i+1}; \dots; x_{j+k-1})}{x_{j+k} - x_j}$$

Переменная h есть разница ближайшей табличной координаты и координаты просчитываемой точки погрешности.

$$h = |x_v - x_b|$$

$$F'1 = \frac{Y2-Y1}{X2-X1} ; F'1 = \frac{Y3-Y2}{X3-X2} ; F'1 = \frac{Y4-Y3}{X4-X3} ; F'1 = \frac{Y5-Y4}{X5-X4} :$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	$f(x_i; x_{i+1}; \dots; x_{j+k-1}; x_{j+k-1} = \frac{f(x_i; x_{i+1}; \dots; x_{j+k-1}; x_{j+k-1} - f(x_i; x_{i+1}; \dots; x_{j+k-1})}{x_{j+k} - x_j}$									
					Переменная h есть разница ближайшей табличной координаты и координаты про- считываемой точки погрешности.									
					$h = x_v - x_b $									
					$F'1 = \frac{Y2-Y1}{X2-X1} ; F'1 = \frac{Y3-Y2}{X3-X2} ; F'1 = \frac{Y4-Y3}{X4-X3} : F'1 = \frac{Y5-Y4}{X5-X4} :$									

5.2 Интерполяция встроенными методами.

В математическом пакете «SciLab» можно провести интерполяцию пользуясь парой команд:

```
d = splin(x,y,"method");
```

```
is = interp(xx,x,y,d);
```

Где $x = [x_1, x_1, \dots, x_{n-1}, x_1]$

y – значения функции в узлах интерполяции

is – значения интерполянта (кубического сплайна,

интерполирующего заданную функцию) вычисленные в точках xx .

"method" – параметр, отвечающий за граничное условие, налагаемое на интерполянт

Граничные условия, соответствующие различным параметрам:

1)"natural"-производные в точках x_1, x_n интерполянты равны нулю

2)"clamped"-явное задание производных в точках x_1, x_n

3)"not_a_knot"-третья производная слева и справа равна для точек x_2, x_{n-1}

4) "fast" – «быстрый» расчет сплайна на основе обычной интерполяции кубическим полиномом

5) "monotone" – на интервалах между узлами интерполяции интерполянт является монотонным

Для построения графиков интерполянтов, полученных различными методами будем применять код общего вида, подставляя нужный параметр:

```
xx=[0:0.01:3.5];
```

```
x=[0,0.5,1.4,2.25,3.5];
```

```
y=[3.0,2.7,3.7,3.333,3.667];
```

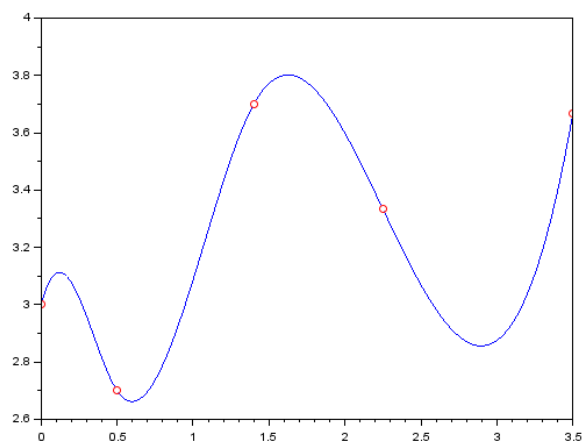
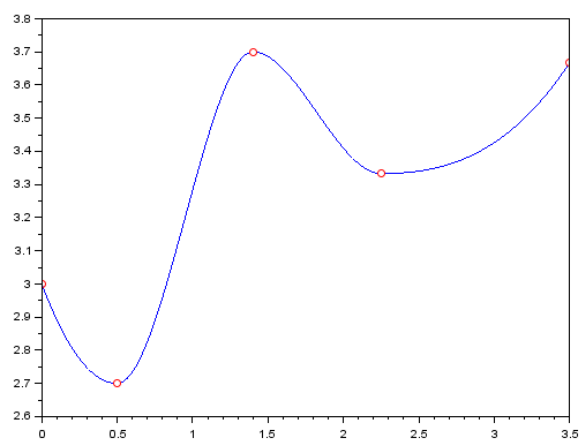
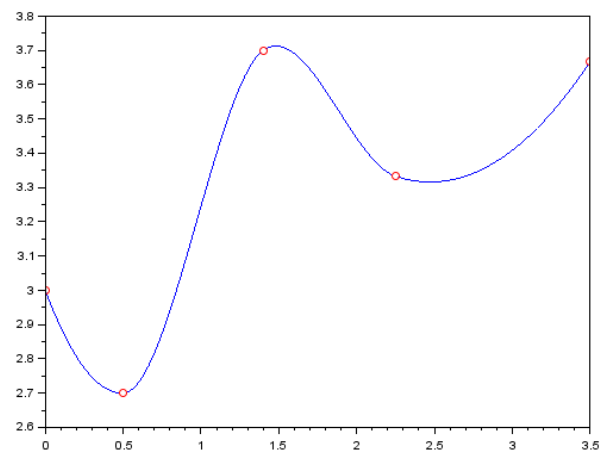
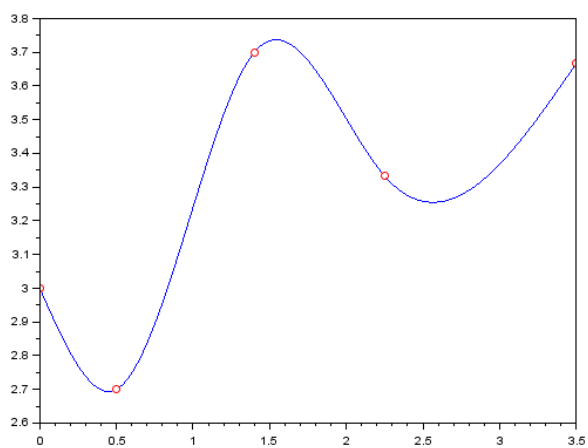
```
d=splin(x,y,"parameter");
```

```
is=interp(xx,x,y,d);
```

```
plot(xx,is);
```

```
plot(x,y,"red o");
```

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	<div>Вариант N32</div>					Лист
										21
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						



с)
d)
 Рисунок 1 – а) Интерполянт, полученный с помощью "natural"
 б) Интерполянт, полученный с помощью "fast"
 с) Интерполянт, полученный с помощью "monotone"
 d) Интерполянт, полученный с помощью "clamped" (2,3)

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<p>Вариант N32</p>	<p>Лист</p>

6 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ РЕСУРСОВ.

Требуется решить следующую задачу оптимального распределения неоднородных ресурсов. Пусть в распоряжении завода железобетонных изделий (ЖБИ) имеется m видов сырья (песок, щебень, цемент) в объемах a_i . Требуется произвести продукцию n видов. Дана технологическая норма c_{ij} потребления отдельного i -го вида сырья для изготовления единицы продукции каждого j -го вида. Известна прибыль π_j получаема от выпуска единицы продукции j -го вида. Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве должен производить завод ЖБИ, чтобы получить максимальную прибыль.

Исходные данные:

Таблица 1.10

Используемые ресурсы a_i	Изготавливаемые изделия				Наличие ресурсов, a_i
	I_1	I_2	I_3	I_4	
Трудовые	4	4	4	6	14
Материальные	4	6	6	3	12
Финансовые	6	4	5	8	35
Прибыль, Π_j	40	55	35	25	

Ив. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата					
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Вариант N32				
					Лист				
					23				

Листинг:

```
C=[4,4,4,6;4,6,6,3;6,4,5,8];
```

```
b=[14;12;35];
```

```
ci=[0;0;0;0];
```

```
cs=[];
```

```
p=[40;55;35;25];
```

```
x,lagr,f=linpro(-p,C,b,ci,cs);
```

```

Командное окно Scilab 5.5.0

40.
55.
35.
25.

-->[x,lagr,f]=linpro(-p,C,b,ci,cs)
f =

- 120.
lagr =

0.
- 5.
- 25.
- 5.
0.
10.
0.
x =

3.
0.
0.
0.

-->

```

Максимальная прибыль в размере 120 д.е. будет получена, если объем производства продукции П1 составит 3 ед.

Инов. № подл.	Подп. и дата
Взам. инв. №	Инов. № дубл.
Подп. и дата	
Инов. № подл.	

7 ВЫВОД:

В ходе работы, были привиты базовые навыки использования математических пакетов, улучшена вёрстка в TEX'e. Исследованна функция, построен сплайн, решена экономическая задача.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N32					Лист
										25
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Scilab: Решение инженерных и математических задач / Е. Р. Алексеев, О. В. Чеснокова, Е. А. Рудченко. — М. : ALT Linux ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. — 260 с. : ил. ; 8 с. цв. вклейки.— (Библиотека ALT Linux).
2. Андриевский А.Б., Андриевский Б.Р., Капитонов А.А., Фрадков А.Л. Решение инженерных задач в среде Scilab. Учебное пособие.— СПб.: НИУ ИТМО, 2013. — 97 с.
3. Решение задач оптимизации средствами Scilab и Excel : Методические указания к лабораторной работе по дисциплине «Математическая экономика» / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост.: Л.М. Бакусов, О.В. Кондратьева - Уфа, 2011. - 33 с.
4. https://ru.wikipedia.org/wiki/Интерполяционный_многочлен_Лагранжа
5. Калиткин. Численные методы. М.,Мир, 1980.
6. Ю.С. Завьялов. Методы сплайн-функций. М.Наука, 1980.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	Вариант N32					Лист
										26
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						