

Studio e Progettazione del controllo sulla velocità di rotazione di un generatore eolico

Andrea Pagliaro , Alessio Susco, Shanj Raul Ken Zaccaretti

September 12, 2016

1 Introduzione



Una turbina eolica é un dispositivo per estrarre energia dal vento. Tipicamente, il suo rotore é progettato in modo da avere tanti gradi di libertà che gli permettano di percepire un flusso del vento tale da ottenere grandi valori potenza.

Ovviamente tutto questo deve essere controllato!

I controlli fondamentali sono quelli attuati sullo yaw(angolo del rotore rispetto la direzione del vento) e sul pitch , nel seguente testo verrà illustrato come funziona quest'ultimo.

2 Modello del sistema

Per far si , che il rotore giri ad una velocità costante in modo che la stessa corrente prodotta non abbia variazioni di frequenza, viene scelto di imporre una giusta angolazione delle pale a seconda della velocità del vento.

Gli studi e le ricerche effettuate ci hanno permesso di estrarre equazione di vario genere , ne mostreremo alcune :

$$P = \frac{1}{2} \rho A C_p V_w^3 \quad (1)$$

Che rappresenta la quantità di potenza assorbita dal rotore di una generica turbina eolica presa in considerazione. Il C_p é il coefficiente di potenza , che

dipende da λ e β . Dove a loro volta λ é dato da :

$$\lambda = \frac{\Omega R}{V_w} \quad (2)$$

Che viene chiamato tip-speed ratio ed é dato dal rapporto tra la velocità angolare del rotore per il suo raggio e la velocità del vento. Mentre β rappresenta l'angolo di pitch relativo alle pale. Chiaramente la funzione del coefficiente di potenza comporta delle dinamiche non lineari dipendenti dalla geometria del rotore questo a sua volta si ripercuote sull'intero sistema che lo rende non lineare. Ora provando a linearizzare il sistema ci é risultato molto difficile e solo dopo aver letto alcune pubblicazioni sullo studio di turbine eoliche siamo riusciti a trovare alcune linearizzazioni compiute mediante metodi numerici, che ci hanno permesso di riscrivere il sistema nella seguente forma:

$$\dot{x} = \frac{\gamma}{I_{rot}} x_1 + \frac{\sigma}{I_{rot}} \delta_\beta + \frac{\alpha}{I_{rot}} \delta_\omega \quad (3)$$

Dove x , lo stato del sistema rappresenta la velocità angolare del rotore, δ_β é l'ingresso relativo alla perturbazione da parte del pitch, δ_ω é la perturbazione relativa alla velocità del vento. Quindi la nostra matrice di stato é data da $A = \frac{\gamma}{I_{rot}}$, e i coefficienti dei rispettivi ingressi/uscite: $B = \frac{\sigma}{I_{rot}}$ $\Gamma = \frac{\alpha}{I_{rot}}$ I_{rot} rappresenta inerzia del rotore. I valori γ , σ , α rappresentano le derivate parziali ricavate attraverso l'equazione dell'aerodinamica del rotore descritta in tal modo:

$$T_{aero} = T(\omega_0, \Omega_0, \beta_0) + \frac{\delta T_{aero}}{\delta \Omega} + \frac{\delta T_{aero}}{\delta \beta} + \frac{\delta T_{aero}}{\delta \omega} \quad (4)$$

Dove i coefficienti $\gamma = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \Omega} = -0.1205$ $\sigma = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \beta} = -2.882$, $\alpha = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \omega} = 0.0658$ sono già noti essendo stati ricavati dalla linearizzazione eseguita mediante un metodo numerico non descritto nella pubblicazione di cui si sta facendo uso per il progetto in questione. I valori degli stati iniziali sono dati da $\omega_0 = 18\text{m/s}$, $\Omega_0 = 42\text{RPM}$ e $\beta_0 = 12\text{deg}$.

3 Controllo continuo

Detto questo siamo passati alla progettazione del controllore scegliendo un controllo PI, ovvero proporzionale-integrativo.

Quindi dapprima dobbiamo pensare di avere una retroazione dello stato e per rendere i calcoli delle costanti più semplici é stato effettuato un cambio di variabile. É stato quindi posto e come l'errore tra l'uscita e il riferimento

$$e = x - x_r$$

Voglio che e tenda a 0 per t tendente ad infinito e sapendo che la dinamica dello stato é:

$$\dot{x} = ax + bu + \gamma w_d$$

Quindi:

$$\dot{e} = \dot{x} = a(e + x_r) + bu + \gamma w_d \Rightarrow u = u_e - \frac{a}{b} x_r - \frac{\gamma}{b} w_d$$

Dove u_e rappresenterá l'errore desiderato che nel nostro caso é zero.
 Volendo attivare un controllo di tipo intergrativo oltre a quello proporzionale
 inserisco un ulteriore stao che chiameró I_e .
 A questo punto ottengo un sistema del tipo :

$$Plant : \begin{cases} \dot{I}_e = e \\ \dot{e} = a e + b u_e \end{cases}$$

Percio il modello del nostro spazio di stato sará riscritto in tal modo:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_e \\ \dot{e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_e \\ e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} u_e$$

Per andare a calcolare i guadagni dei singoli controlli

Esplicitiamo la matrice dinamica A:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

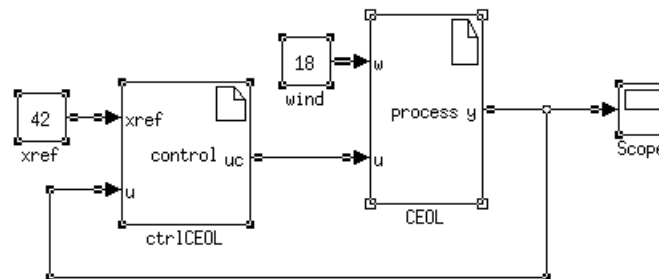
e la matrice ingresso-uscita B:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

Per quanto concerne l'ingresso del processo principale relativo allo stato x ,
 viene visto nella seguente forma

$$u_x = K_p e + K_i \int_0^t e d\tau$$

Il nostro sistema controllato a questo punto si presenta cosí :



Dove non viene rappresentato lo schema dell'errore ma una visione più reale del sistema dove CEOL rappresenta il nostro rotore , e ctrlCEOL il controllo effettuato a monte del processo la cui uscita andrà a stimare il pitch delle pale. Mentre xref il valore per cui si vuole che il rotore giri e in questo caso 42 RPM. Andiamo a calcolare gli autovalori mediante il teorema dell'assegnazione degli autovalori.

3.1 Assegnazione degli autovalori

A questo punto per Ackermann abbiamo bisogno che la matrice di raggiungibilità abbia rango pieno, essendo quest'ultima il più grande sottospazio A-invariante contenuto nell'immagine di B.

Quindi:

$$\rho(\mathcal{R}) := \rho \left(\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} \right) \stackrel{?}{=} \rho_{max} = 2$$

Verifichiamo il tutto:

$$\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & ab \end{bmatrix}$$

Essendo $b = -2.8818$ abbiamo che il determinante della matrice 2x2 in esame risulta essere diverso da 0, e quindi il rango è pieno e pari a 2.

Passiamo ad applicare la formula di Ackermann:

$$K = (K_1 \quad K_2) = (K_i \quad K_p) = - (0 \quad 1) (B \quad AB)^{-1} p(A)$$

Dove $p(A)$ è il polinomio caratteristico $p(\lambda)$ desiderato con $\lambda = A$.

In questo caso per assegnare due autovalori in -1 è stato scelto il seguente polinomio:

$$p(\lambda)_{des} = (\lambda + 1)^2 = \lambda^2 + 2\lambda + 1$$

ottenendo una matrice triangolare superiore

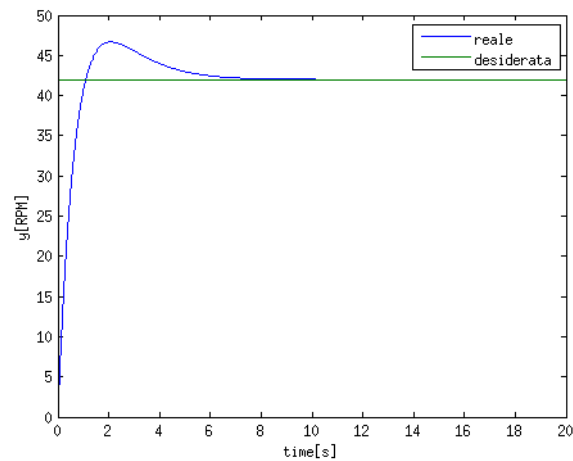
$$p(A) = A^2 + 2A + I_2 = \begin{pmatrix} 1 & a+2 \\ 0 & a^2 + 2a + 1 \end{pmatrix}$$

La matrice dei coefficienti da trovare può ora essere calcolata come segue:

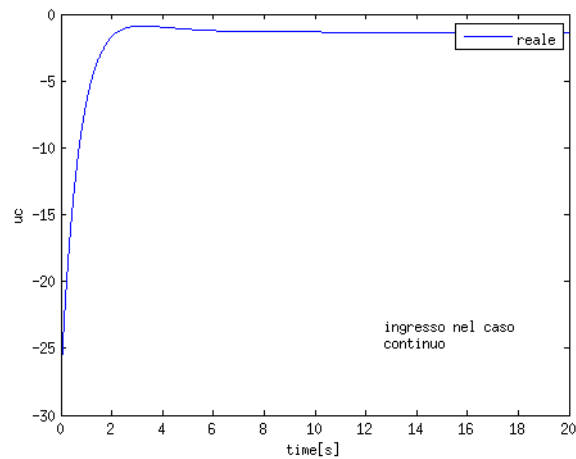
$$K = (K_1 \quad K_2) = \left(-\frac{1}{b} \quad 0\right) \begin{pmatrix} 1 & a+2 \\ 0 & a^2 + 2a + 1 \end{pmatrix} = \left(-\frac{1}{b} \quad -\frac{a+2}{b}\right) = (K_i \quad K_p) = (0.347 \quad 0.652)$$

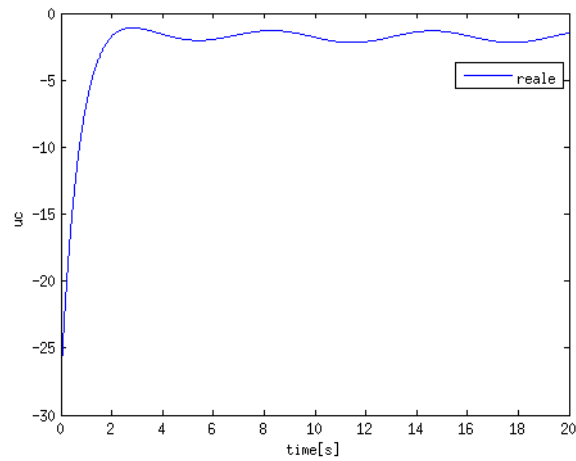
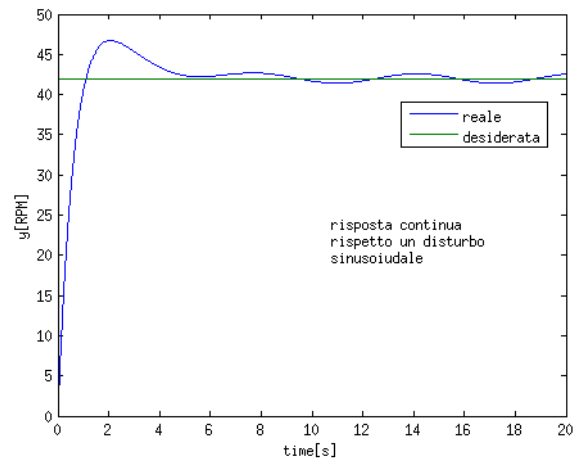
3.2 Grafici sul controllo continuo

Dai risultati ottenuti , adesso c'è bisogno di capire se i conti tornano. Per questo attraverso il simnon é stato possibile implementare il sistema per valutarne i risultati mediante simulazioni. Nel seguente grafico viene mostrata la risposta del sistema per un ingresso di riferimento $u_r=42$ e $\omega=18$,ovviamente essendo 42 il valore desiderato non terremo conto di ω ma bisogna comunque tener presente che rappresentando la velocità del vento ha un importante ripercussione sulla dinamica del rotore



Nel prossimo grafico invece andiamo ad esaminare l'azione controllante esercita dal PI.





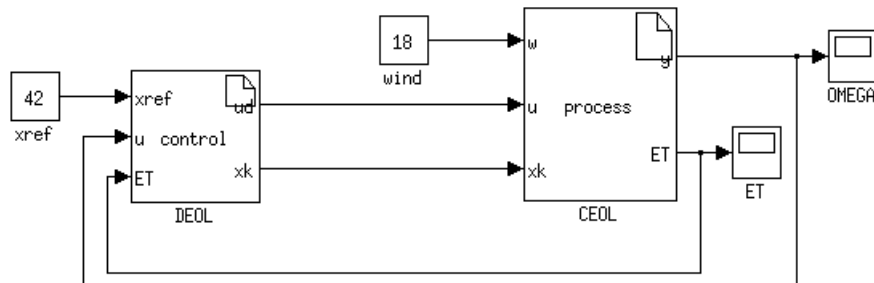
Una volta constatato che i valori calcolati per il controllo PI danno un ottima risposta da parte del sistema, siamo andati ad adattare il nostro sistema per effettuare un controllo digitale.

Non andremo direttamente a tradurre tutto il processo nell'ambito discreto ma faremo in modo che esso funzioni secondo tecniche di event-triggering.

4 Controllo discreto con Event Triggering

In questa parte parleremo del controllo discreto con ET della velocità di rotazione di una pala eolica mediante un controllore PI.

Qui di seguito lo schema di controllo, dove possiamo notare le prime differenze dallo schema precedente.



Rispetto allo schema del controllo continuo osserviamo la presenza di un nuovo ramo diretto, dotato a sua volta di un feedback per la gestione dell'ET.

4.1 Ottimizzazione del criterio d'arresto

Un altro problema da affrontare è il calcolo della norma del prodotto PBK. Abbiamo bisogno di questo valore per gestire in maniera ottimale la soglia del criterio d'arresto nell'ET.

Per ottenere il prodotto in esame, abbiamo bisogno della matrice P, soluzione dell'equazione di Sylvester, essendo già note le matrici B e K.

Ciò vale, tenendo conto della matrice dinamica A_c :

$$A_c = A + BK = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.0418 & -2.9604 \end{pmatrix}$$

Per risolvere l'equazione di Sylvester

$$A_c^T P + P A_c = -Q$$

Scegliamo una matrice Q definita positiva, a piacere.

Per le nostre simulazioni abbiamo utilizzato una matrice Q del tipo:

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 657 \end{pmatrix}$$

Ottenendo la matrice P dall'equazione di Sylvester mediante il MATLAB:

$$P = \begin{pmatrix} 22.4210 & 5.9774 \\ 5.9774 & 112.9844 \end{pmatrix}$$

E' possibile quindi calcolare il prodotto PBK ed applicarne la norma 2:

$$PBK = \begin{pmatrix} -0.2500 & -0.4697 \\ -4.7255 & -8.8789 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{norm}_2(PBK) = 10.0722$$

L'indice relativo al trigger, ρ_{max} sarà dato infine da:

$$\rho_{max} = 2 \frac{\theta}{20.1443} \lambda_{min}^Q$$

con λ_{min}^Q autovalore minimo della matrice Q, ovvero pari a 0.5 .

Il ρ_{max} viene utilizzato come indice di peso per la commutazione del coefficiente dell'ET nel codice sorgente.

Il coefficiente dell'ET assumerà valore pari a 0, ovvero non agendo sul controllore, se il modulo dell'errore n_e si mantiene sotto una certa soglia, definita proprio da:

$$n_r = \rho_{max} n_x$$

con n_x modulo dell'uscita. Altrimenti l'ET assume valore pari a 1, agendo sul sistema e quindi andando a stabilizzare il controllo.

4.2 Grafici sul controllo discreto

