# Studio e Progettazione del controllo sulla velocita di rotazione di un gneratore eolico

Andrea Pagliaro , Alessio Susco Shanj Zaccaretti

September 11, 2016

## 1 Introduzione

## 2 Modello del sistema

Per lo studio e la progettazione di un controllore lineare che regoli la rotazione di una turbina eolica in modo che sia costante mediante il pitch , sono state prese in considerazione varie equazioni riguardanti il moto di un rotore e le relative potenze ricavate. Come le seguenti :

$$P = \frac{1}{2}\,\rho\,A\,C_p\,V_w^3 \tag{1}$$

Che rappresenta la quantitá di potenza assorbita dal rotore della turbina eolica presa in considerazione. Il Cp é il coefficiente di potenza dipendente da $\lambda$ e $\beta$. Dove a loro volta $\lambda$ é dato da :

$$\lambda = \frac{\Omega\,R}{V_w} \tag{2}$$

Che viene chiamato tip-speed ratio ed é dato dal rapporto tra la velocità angolare del rotore per il suo raggio e la velocità del vento. Mentre $\beta$ rappresenta l'angolo di pitch relativo alle pale. Chiaramente la funzione del coefficiente di potenza comporta delle dinamiche non lineari dipendenti dalla geometria del rotore questo a sua volta si ripercuote sull'intero sistema che lo rende non lineare. Ora provando a linearizzare il sistema ci é risultato molto difficile e solo dopo aver letto alcune pubblicazioni sullo studio di turbine eoliche siamo riusciti a trovare alcune linearizzazioni compiute mediante metodi numerici, che ci hanno permesso di riscrivere il sistema nella seguente forma:

$$\dot{x} = \frac{\gamma}{I_{rot}} x1 + \frac{\sigma}{I_{rot}}\,\delta_\beta + \frac{\alpha}{I_{rot}}\,\delta_\omega \tag{3}$$

Dove $x$ , lo stato del sistema rappresenta la velocità angolare del rotore , $\delta_\beta$ é l'ingresso relativo alla perturbazione da parte del pitch, $\delta_\omega$ é la perturbazione relativa alla velocità del vento. Quindi la nostra matrice di stato é data da $A = \frac{\gamma}{I_{rot}}$, e i coefficienti dei rispettivi ingressi/uscite: $B = \frac{\sigma}{I_{rot}}$ $\Gamma = \frac{\alpha}{I_{rot}}$ Irot rappresenta inerzia del rotore. I valori $\gamma$ , $\sigma$ , $\alpha$ rappresentano le derivate parziali ricavate attraverso l'equazione dell'aerodinamica del rotore descritta in tal modo:

$$T_{aero} = T(\omega_0, \Omega_0, \beta_0) + \frac{\delta\,T_{aero}}{\delta\,\Omega} + \frac{\delta\,T_{aero}}{\delta\,\beta} + \frac{\delta\,T_{aero}}{\delta\,\omega} \tag{4}$$

Dove i coefficienti $\gamma = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \Omega}$=-0.1205 $\sigma = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \beta}$=-2.882, $\alpha = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \omega}$=0.0658 sono gia noti essendo stati ricavati dalla linearizzazione eseguita mediante un metodo numerico non descritto nella pubblicazione di cui si sta facendo uso per il progetto in questione. I valori degli stati iniziali sono dati da $\omega_0$=18m/s , $\Omega_0$=42RPM e $\beta_0$=12deg.

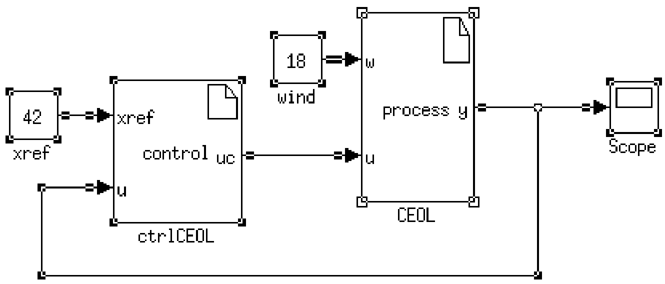
## 3 Controllo continuo

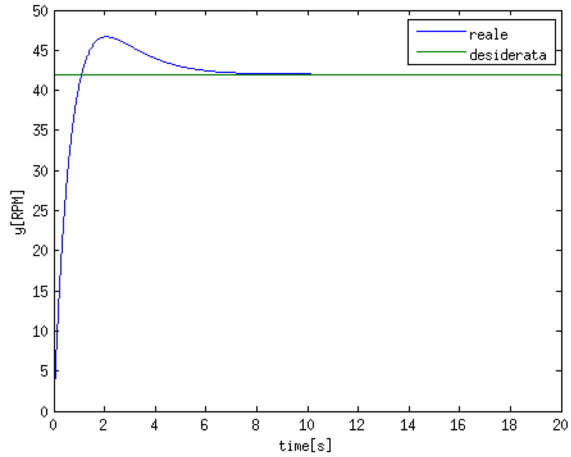
Detto questo siamo passati alla progettazione del controllore scegliendo un controllo PI,ovvero proporzionale-intergrativo. Per rendere i calcoli delle costanti piú semplici é stato effettuato un cambio di variabile. É stato quindi posto e come l'errore tra l'uscita e il riferimento

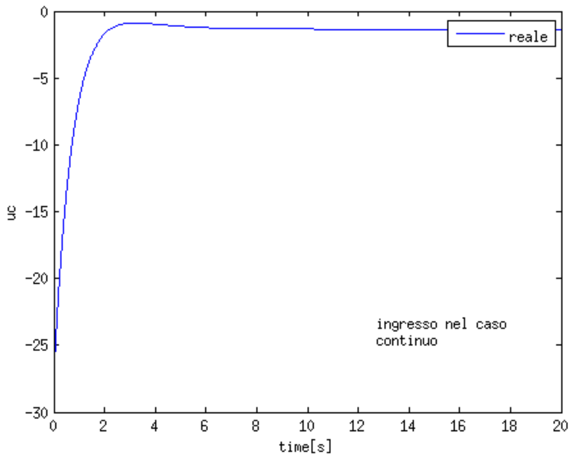
$$e = x - xrpoichy = C * xdoveC = 1 \tag{5}$$

La sua derivata e' rappresentata quindi come :

Lo schema del sistema con relativo controllo e circuito nel caso continuo é rappresentato da:






## 4 Controllo discreto con Event Triggering

In questa parte parleremo del controllo discreto con ET della velocità di rotazione di una pala eolica mediante un controllore PI.
Per iniziare calcoliamo i coefficienti di proporzionalità e di integrazione, partendo dal seguente modello di controllo:

$$u = u_r + K_p x + K_i \int_0^t x \, d\tau$$

Per farlo utilizzeremo la formula di Ackermann, ma abbiamo prima bisogno di esplicitare il modello dello spazio di stato in esame:

$$Plant : \begin{cases} \dot{I}_e = e \\ \dot{e} = ae + bu \end{cases}$$

Questo perchè sappiamo che l'errore è dato da:

$$e = x - x_r$$

e la dinamica dello stato è:

$$\dot{x} = ax + bu + \gamma w_d$$

Quindi:

$$\dot{e} = \dot{x} = a(e + x_r) + bu + \gamma w_d \quad \Rightarrow u = -\frac{\gamma}{b} w_d - \frac{a}{b} x_r$$

Arrivati a questo punto, dal modello di spazio stato

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_e \\ \dot{e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_e \\ e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} u$$

Esplicitiamo la matrice dinamica A:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

e la matrice ingresso-uscita B:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

A questo punto per Ackermann abbiamo bisogno che la matrice di raggiungibilità abbia rango pieno, essendo quest'ultima il più grande sottospazio A-invariante contenuto nell'immagine di B.
Quindi:

$$\rho(\mathcal{R}) := \rho(\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}) =^? \rho_{max} = 2$$

Verifichiamo il tutto:

$$\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & ab \end{bmatrix}$$

Essendo $b = -2.8818$ abbiamo che il determinante della matrice 2x2 in esame risulta essere diverso da 0, e quindi il rango è pieno e pari a 2.
Passiamo ad applicare la formula di Ackermann:

$$K = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_i & K_p \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B & AB \end{pmatrix}^{-1} p(A)$$