

# Studio e Progettazione del controllo sulla velocità di rotazione di un generatore eolico

Andrea Pagliaro , Alessio Susco, Shanj Raul Ken Zaccaretti

September 12, 2016

## 1 Introduzione



Una turbina eolica é un dispositivo che consente di estrarre energia dal vento , la quale é composta da una torre alla cui estremità é fissata una carlinga contenente il generatore il quale é collegato al rotore attraverso la trasmissione. Il rotore presenta due pale ad inclinazione variabile (blade pitch angle). In alcune macchine l'inclinazione delle pale varia indipendentemente l'una dall'altra (independent blade pitch) , nel nostro caso , l'inclinazione di ogni pala varierá identicamente (blade collective pitch). Il generatore é progettato in base alle specifiche della rete a cui é accoppiato, in generale , la velocità rotorica del generatore é variabile , nel nostro caso é fissata in base alla frequenza della rete. La coppia aerodinamica é trasferita al generatore attraverso la trasmissione (drive train). La velocità di rotazione del generatore é tipicamente di 1500 rpm , invece , la velocità del rotore si aggira tra le 20 e le 40 rivoluzioni al minuto. Le turbine eoliche possono produrre vari tipi di moti risultanti : dalla rotazione tra il rotore e il generatore , dall'imbardata (yaw) e dal rollio (roll) della carlinga e dalle flessioni elastiche delle pale , della trasmissione e della torre. Le turbine eoliche possono essere progettate come "downwind machines" o "upwind machines". Nelle "downwind machines" , il vento attraversa prima la torre per poi investire il rotore , mentre accade l'opposto nelle "upwind machines". La differenza sostanziale sta nel fatto che nelle "downwind machines" l'imbardata é stabile e può essere non vincolata (free yaw) , cioè la turbina é in grado di orientarsi in direzione del vento senza essere controllata (yaw-driven). Questo

non accade per le "upwind machines" dove é necessario implementare un controllo che orienti la turbina nella direzione del vento. Le turbine eoliche possono essere classificate come:

- a velocità fissa (dove il rotore e il generatore ruotano a velocità costante);
- a velocità variabile.

L'obiettivo di questo progetto é implementare un sistema di controllo che mantenga la velocità di rotazione della turbina intorno ad un valore di riferimento, agendo sull'inclinazione delle pale (rotor collective pitch control). Saranno quindi trascurati i moti risultanti agenti sulla struttura e faremo riferimento ad una turbina eolica a velocità fissa con imbardata non vincolata (free yaw downwind machines). Sarà anche trascurato il ritardo dovuto all'attuatore per le variazioni sull'angolo di pitch.

## 2 Modello del sistema

Per far si , che il rotore giri ad una velocità costante in modo che la stessa corrente prodotta non abbia variazioni di frequenza, viene scelto di imporre una giusta angolazione delle pale a seconda della velocità del vento.

Gli studi e le ricerche effettuate ci hanno permesso di estrarre equazione di vario genere , ne mostreremo alcune :

$$P = \frac{1}{2} \rho A C_p V_w^3 \quad (1)$$

Che rappresenta la quantità di potenza assorbita dal rotore di una generica turbina eolica presa in considerazione. Il  $C_p$  é il coefficiente di potenza , che dipende da  $\lambda$  e  $\beta$ . Dove a loro volta  $\lambda$  é dato da :

$$\lambda = \frac{\Omega R}{V_w} \quad (2)$$

Che viene chiamato tip-speed ratio ed é dato dal rapporto tra la velocità angolare del rotore per il suo raggio e la velocità del vento. Mentre  $\beta$  rappresenta l'angolo di pitch relativo alle pale. Chiaramente la funzione del coefficiente di potenza comporta delle dinamiche non lineari dipendenti dalla geometria del rotore questo a sua volta si ripercuote sull'intero sistema che lo rende non lineare. Ora provando a linearizzare il sistema ci é risultato molto difficile e solo dopo aver letto alcune pubblicazioni sullo studio di turbine eoliche siamo riusciti a trovare alcune linearizzazioni compiute mediante metodi numerici, che ci hanno permesso di riscrivere il sistema nella seguente forma:

$$\dot{x} = \frac{\gamma}{I_{rot}} x + \frac{\sigma}{I_{rot}} \delta_\beta + \frac{\alpha}{I_{rot}} \delta_\omega \quad (3)$$

Dove  $x$  , lo stato del sistema rappresenta la velocità angolare del rotore ,  $\delta_\beta$  é l'ingresso relativo alla perturbazione da parte del pitch,  $\delta_\omega$  é la perturbazione relativa alla velocità del vento. Quindi la nostra matrice di stato é data da  $A = \frac{\gamma}{I_{rot}}$ , e i coefficienti dei rispettivi ingressi/uscite:  $B = \frac{\sigma}{I_{rot}}$   $\Gamma = \frac{\alpha}{I_{rot}}$   $I_{rot}$  rappresenta inerzia del rotore. I valori  $\gamma$  ,  $\sigma$  ,  $\alpha$  rappresentano le derivate

parziali ricavate attraverso l'equazione dell'aerodinamica del rotore descritta in tal modo:

$$T_{aero} = T(\omega_0, \Omega_0, \beta_0) + \frac{\delta T_{aero}}{\delta \Omega} + \frac{\delta T_{aero}}{\delta \beta} + \frac{\delta T_{aero}}{\delta \omega} \quad (4)$$

Dove i coefficienti  $\gamma = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \Omega} = -0.1205$ ,  $\sigma = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \beta} = -2.882$ ,  $\alpha = \frac{\delta T_{aero}}{\delta \omega} = 0.0658$  sono già noti essendo stati ricavati dalla linearizzazione eseguita mediante un metodo numerico non descritto nella pubblicazione di cui si sta facendo uso per il progetto in questione. I valori degli stati iniziali sono dati da  $\omega_0 = 18 \text{ m/s}$ ,  $\Omega_0 = 42 \text{ RPM}$  e  $\beta_0 = 12 \text{ deg}$ .

### 3 Controllo continuo

Detto questo siamo passati alla progettazione del controllore scegliendo un controllo PI, ovvero proporzionale-integrativo.

Quindi dapprima dobbiamo pensare di avere una retroazione dello stato e per rendere i calcoli delle costanti più semplici è stato effettuato un cambio di variabile. È stato quindi posto e come l'errore tra l'uscita e il riferimento

$$e = x - x_r$$

Voglio che  $e$  tenda a 0 per  $t$  tendente ad infinito e sapendo che la dinamica dello stato è:

$$\dot{x} = ax + bu + \gamma w_d$$

Quindi:

$$\dot{e} = \dot{x} = a(e + x_r) + bu + \gamma w_d \Rightarrow u = u_e - \frac{a}{b}x_r - \frac{\gamma}{b}w_d$$

Dove  $u_e$  rappresenterà l'errore desiderato che nel nostro caso è zero.

Volendo attivare un controllo di tipo integrativo oltre a quello proporzionale inserisco un ulteriore stato che chiamerò  $I_e$ .

A questo punto ottengo un sistema del tipo :

$$Plant : \begin{cases} \dot{I}_e = e \\ \dot{e} = ae + bu_e \end{cases}$$

Perciò il modello del nostro spazio di stato sarà riscritto in tal modo:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_e \\ \dot{e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_e \\ e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} u_e$$

Per andare a calcolare i guadagni dei singoli controlli

Esplicitiamo la matrice dinamica A:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

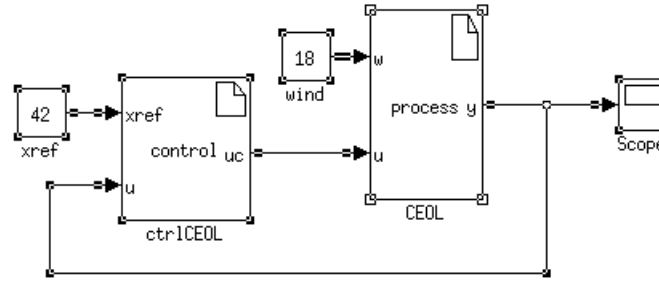
e la matrice ingresso-uscita B:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

Per quanto concerne l'ingresso del processo principale relativo allo stato  $x$ , viene visto nella seguente forma

$$u_x = K_p e + K_i \int_0^t e d\tau$$

Il nostro sistema controllato a questo punto si presenta così :



Dove non viene rappresentato lo schema dell'errore ma una visione più reale del sistema dove CEOL rappresenta il nostro rotore, e ctrlCEOL il controllo effettuato a monte del processo la cui uscita andrà a stimare il pitch delle pale. Mentre xref il valore per cui si vuole che il rotore giri e in questo caso 42 RPM. Andiamo a calcolare gli autovalori mediante il teorema dell'assegnazione degli autovalori.

### 3.1 Assegnazione degli autovalori

A questo punto per Ackermann abbiamo bisogno che la matrice di raggiungibilità abbia rango pieno, essendo quest'ultima il più grande sottospazio A-invariante contenuto nell'immagine di B.

Quindi:

$$\rho(\mathcal{R}) := \rho \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \rho_{max} = 2$$

Verifichiamo il tutto:

$$\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & ab \end{bmatrix}$$

Essendo  $b = -2.8818$  abbiamo che il determinante della matrice 2x2 in esame risulta essere diverso da 0, e quindi il rango è pieno e pari a 2. Passiamo ad applicare la formula di Ackermann:

$$K = (K_1 \quad K_2) = (K_i \quad K_p) = -(0 \quad 1) (B \quad AB)^{-1} p(A)$$

Dove  $p(A)$  è il polinomio caratteristico  $p(\lambda)$  desiderato con  $\lambda = A$ .

In questo caso per assegnare due autovalori in -1 è stato scelto il seguente polinomio:

$$p(\lambda)_{des} = (\lambda + 1)^2 = \lambda^2 + 2\lambda + 1$$

ottenendo una matrice triangolare superiore

$$p(A) = A^2 + 2A + I_2 = \begin{pmatrix} 1 & a+2 \\ 0 & a^2 + 2a + 1 \end{pmatrix}$$

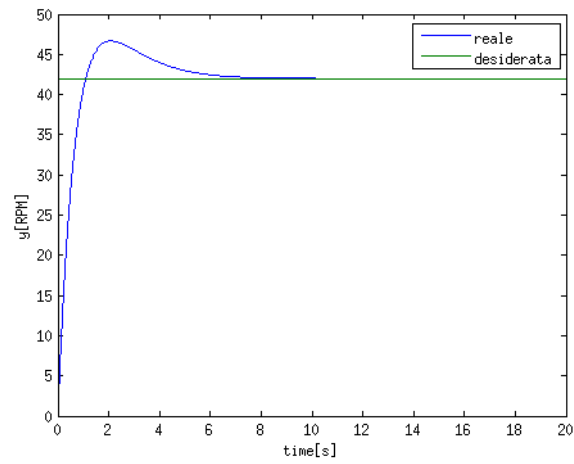
La matrice dei coefficienti da trovare può ora essere calcolata come segue:

$$K = (K_1 \quad K_2) = \left(-\frac{1}{b} \quad 0\right) \begin{pmatrix} 1 & a+2 \\ 0 & a^2 + 2a + 1 \end{pmatrix} = \left(-\frac{1}{b} \quad -\frac{a+2}{b}\right) = (K_i \quad K_p) = (0.347 \quad 0.652)$$

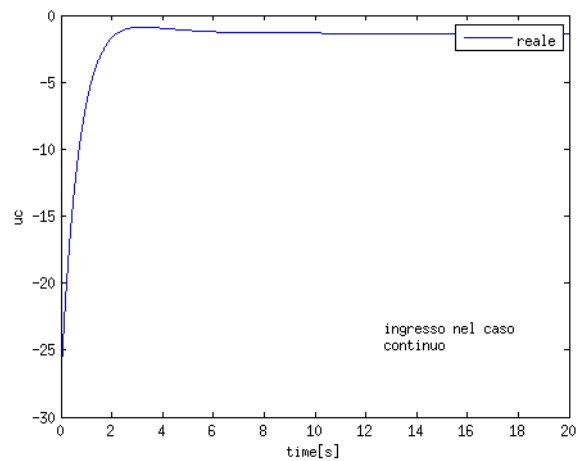
### 3.2 Grafici sul controllo continuo

Dai risultati, verifichiamo che i valori ottenuti rispecchino la teoria.

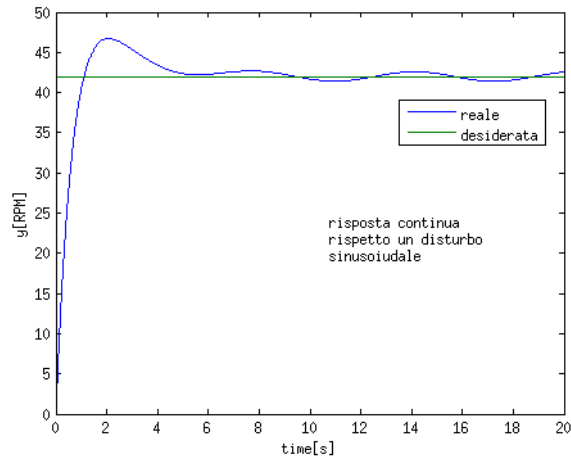
Per questo attraverso il Simnon é stato possibile implementare il sistema per valutarne i risultati mediante le simulazioni. Nel seguente grafico viene mostrata la risposta del sistema per un ingresso di riferimento  $u_r=42$  e  $\omega=18$ , ovviamente essendo 42 il valore desiderato non terremo conto di  $\omega$  ma bisogna comunque tener presente che rappresentando la velocità del vento ha un importante riscontro sulla dinamica del rotore.



Nel prossimo grafico invece andiamo ad esaminare l'azione controllante esercitata dal PI.

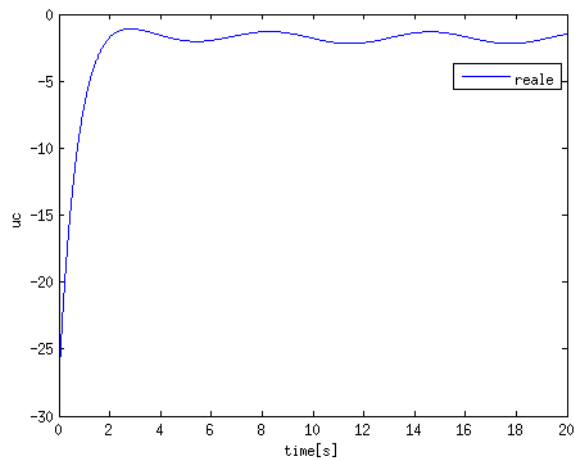


Qui di seguito sono stati inseriti due grafici nel caso in cui il segnale di velocità del vento sia di tipo sinusoidale. Il nostro controllo non prevede una gestione adatta al controllo di disturbi sinusoidali e, come si osserva a seguire, il valore picco picco dell'oscillazione si mantiene comunque vicino al valore desiderato pari a 42 RPM.



Notiamo nel grafico seguente che l'azione controllante nel caso di disturbo sinusoidale produce oscillazioni rispetto al valore medio osservato precedentemente nell'azione di controllo del PI.

Questi risultati verranno commentati anche nella sezione di controllo discreto, per una migliore visione d'insieme sui risultati ottenuti.



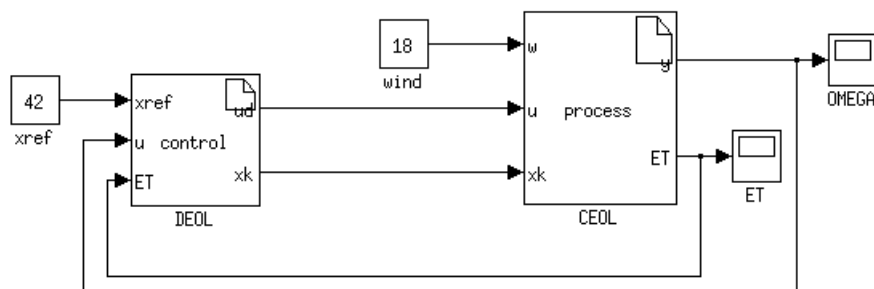
Una volta constatato che i valori calcolati per il controllo PI danno un ottima risposta da parte del sistema, siamo andati ad adattare il nostro sistema per effettuare un controllo digitale.

Non andremo direttamente a tradurre tutto il processo nell'ambito discreto ma faremo in modo che esso funzioni secondo tecniche di event-triggering.

## 4 Controllo discreto con Event Triggering

In questa parte parleremo del controllo discreto con ET della velocità di rotazione di una pala eolica mediante un controllore PI.

Qui di seguito lo schema di controllo, dove possiamo notare le prime differenze dallo schema precedente.



Rispetto allo schema del controllo continuo osserviamo la presenza di un nuovo ramo diretto, dotato a sua volta di un feedback per la gestione dell'ET.

#### 4.1 Ottimizzazione del criterio d'arresto

Un altro problema da affrontare è il calcolo della norma del prodotto PBK. Abbiamo bisogno di questo valore per gestire in maniera ottimale la soglia del criterio d'arresto nell'ET.

Per ottenere il prodotto in esame, abbiamo bisogno della matrice  $P$ , soluzione dell'equazione di Sylvester, essendo già note le matrici  $B$  e  $K$ .

Ciò vale, tenendo conto della matrice dinamica  $A_c$  :

$$A_c = A + BK = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.0418 & -2.9604 \end{pmatrix}$$

Per risolvere l'equazione di Sylvester

$$A_c^T P + P A_c = -Q$$



Scegliamo una matrice  $Q$  definita positiva, a piacere.  
Per le nostre simulazioni abbiamo utilizzato una matrice  $Q$  del tipo:

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 657 \end{pmatrix}$$

Ottenendo la matrice  $P$  dall'equazione di Sylvester mediante il MATLAB:

$$P = \begin{pmatrix} 22.4210 & 5.9774 \\ 5.9774 & 112.9844 \end{pmatrix}$$

E' possibile quindi calcolare il prodotto  $PBK$  ed applicarne la norma 2:

$$PBK = \begin{pmatrix} -0.2500 & -0.4697 \\ -4.7255 & -8.8789 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{norm}_2(PBK) = 10.0722$$

L'indice relativo al trigger,  $\rho_{max}$  sarà dato infine da:

$$\rho_{max} = 2 \frac{\theta}{20.1443} \lambda_{min}^Q$$

con  $\lambda_{min}^Q$  autovalore minimo della matrice  $Q$ , ovvero pari a 0.5 .

Il  $\rho_{max}$  viene utilizzato come indice di peso per la commutazione del coefficiente dell'ET nel codice sorgente.

Il coefficiente dell'ET assumerà valore pari a 0, ovvero non agendo sul controllore, se il modulo dell'errore  $n_e$  si mantiene sotto una certa soglia, definita proprio da:

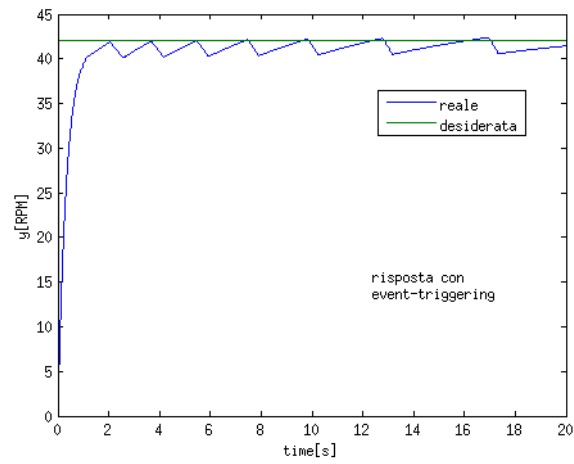
$$n_r = \rho_{max} n_x$$

con  $n_x$  modulo dell'uscita. Altrimenti l'ET assume valore pari a 1, agendo sul sistema e quindi andando a stabilizzare il controllo.

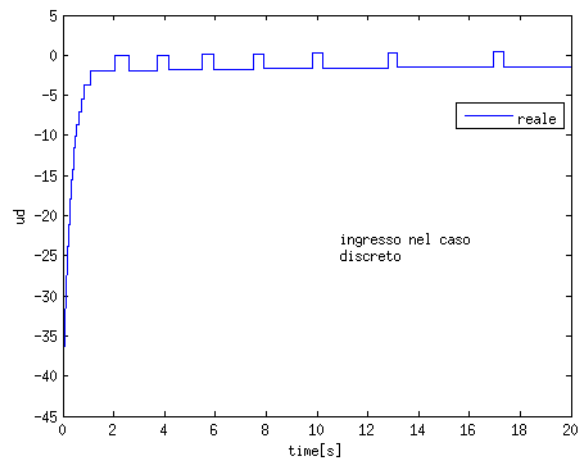
## 4.2 Grafici sul controllo discreto

Andiamo ora a discutere sui grafici ottenuti dal Simnon per quanto riguarda la simulazione nel tempo discreto.

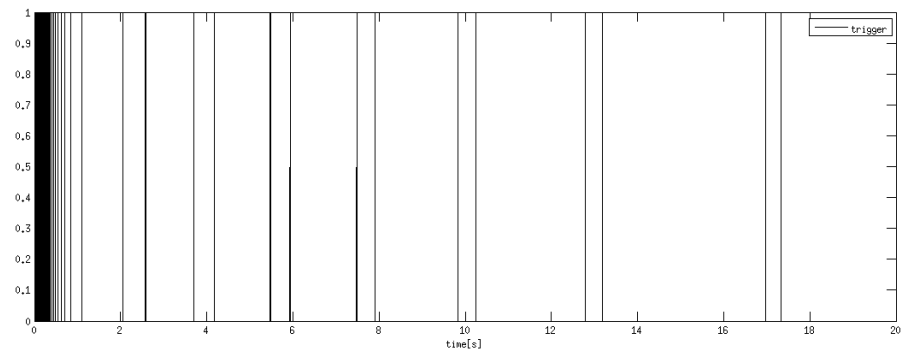
Osserviamo dal grafico seguente l'andamento del segnale d'uscita, e se lo confrontiamo con quello a tempo continuo, ci accorgiamo della bontà dell'azione dell'ET sul controllo del sistema, notando tutte le commutazioni che in uscita si traducono in una alternanza di valori che portano asintoticamente al valore desiderato di 42 RPM.



A seguire l'azione controllante a tempo discreto esercitata dal controllore PI. Notiamo inoltre l'azione dell'ET sul sistema osservando le continue commutazioni del segnale di controllo, assicurando stabilità al processo. E' presente inoltre un maggiore sforzo di controllo da parte del trigger fino ai 6 secondi, dovendo assestare con maggiore frequenza il contributo iniziale dell'uscita.

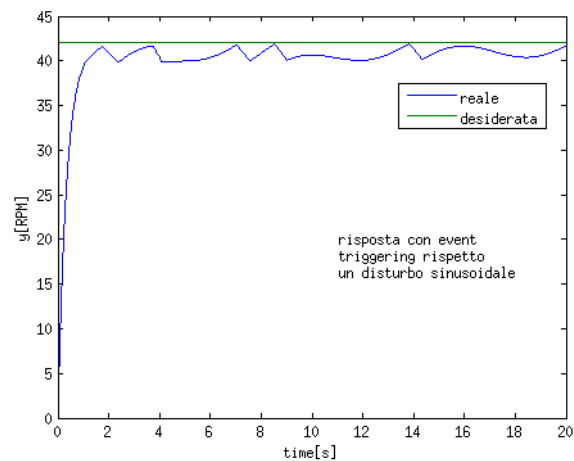


Di seguito troviamo gli istanti di tempo in cui l'ET va ad agire sul controllo a tempo discreto.

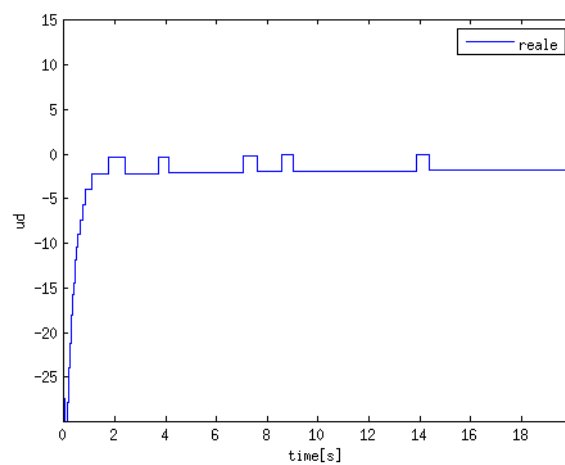


La frequenza all'inizio è maggiore come illustrato precedentemente, fino ad assestarsi in corrispondenza del valore d'uscita desiderato.

Nel caso invece di segnale di velocità del vento di tipo sinusoidale, nel tempo discreto abbiamo un margine d'affidabilità peggiore rispetto al caso continuo, avendo in uscita sempre delle commutazioni ma con valori non troppo vicini a quelli desiderati.



Osserviamo nel grafico a seguire l'azione di controllo per disturbi sinusoidali.



Nel grafico seguente le relative commutazioni del segnale di trigger.

