Problemy występujące w bardziej złożonych programach

aproksymacja srednio kwadratowa z baza wielomiana Laguerre'a

Marharyta Minich i Andrei Venski

Aproksymacja

Aproksymacja oznacza przybliżanie funkcji za pomocą „prostszej”, należącej do określonej klasy funkcji .

Przyczyny strosowania aproksymacji:

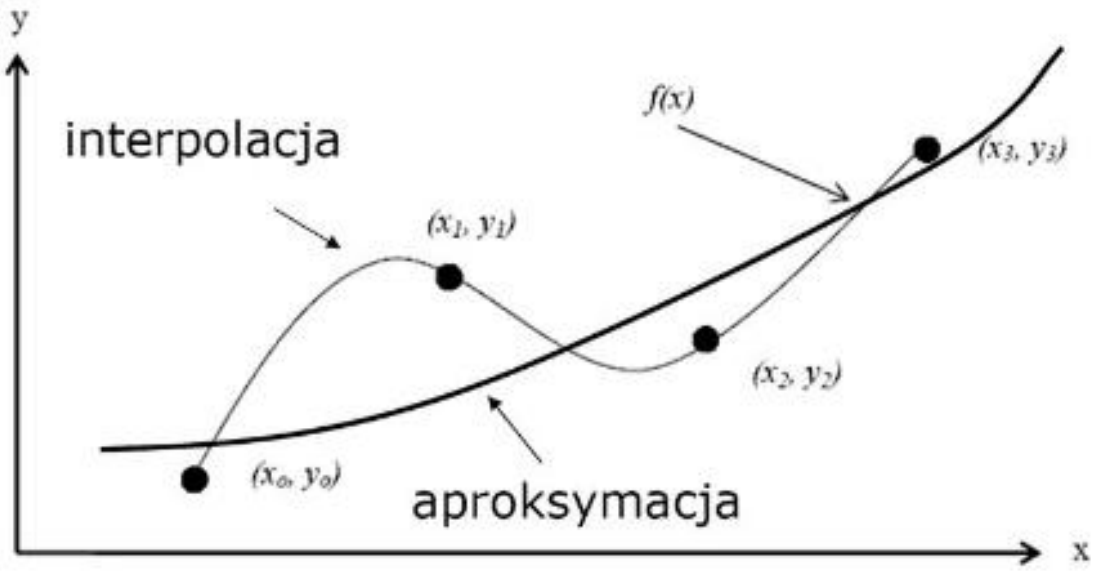
- funkcja aproksymowana wyrażona jest za pomocą skomplikowanej, niepraktycznej zależności analitycznej,

- znany jest tylko skończony zbiór wartości funkcji , np. odczyta- nych w trakcie pomiaru.

Funkcji aproksymującej (przybliżającej) poszukuje się zwykle w określonej rodzinie funkcji np. wśród wielomianów.

Przybliżanie jednej funkcji przez inną powoduje pojawianie się błędów, zwanych błędami aproksymacji (przybliżenia).

Interpolacja jest metodą numeryczną zbliżoną do aproksymacji z tą różnicą, że dopasowana do danych krzywa przechodzi dokładnie przez punkty pomiarowe. Innymi słowy interpolacja polega na dopasowaniu funkcji do danych w taki sposób, że funkcja ta przyjmuje konkretne wartości w punktach nazywanych węzłami.



Aproksymacja liniowa funkcji f(x) polega na wyznaczeniu współczynników a 0 ,a 1 ,a 2 ,....,a m funkcji aproksymującej:

$$F(x) = a_0\varphi_0(x) + a_1\varphi_1(x) + \ldots + a_m\varphi_m(x)$$

gdzie: φi (x) - są funkcjami bazowymi, (m+1) wymiarowej podprzestrzeni liniowej Xm+1 (X m+1 ∈ X)

Żądamy aby funkcja F(x) spełniała warunek

$$\|f(x) - F(x)\| = minimum$$

Wielomiany Laguerre'a

$$L_{k+1}(x) = \frac{1}{k+1}\left[(2k+1-x)L_k(x) - kL_{k-1}(x)\right], \quad \forall k \geqslant 1,$$

Aproksymacja wielomianami Laguerre`a

Tw.1. Jeżeli f (x) jest wielomianem stopnia n określonym na przedziale (a;b)i f(a) f (b), to liczba zer wielomianu f (x) w tym przedziale jest równa L(a)-L(b)

lub jest od tej liczby mniejsza o liczbę parzystą

Funkcję f (x) z przestrzeni $L^2_{[0,\infty)}$ z wagą aproksymujemy jej sumą Fouriera

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^{n} a_k L_k(x), \qquad 0 \leq x \leq 8$$

Współczynniki $a_k$obliczamy za pomocą wzorów

$$a_k = \int_0^{\infty} f(t) L_k(t) e^{-t} dt,$$

k = 0,1,2,...n.

Zachodzi równość

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^{\infty} \left| f(x) - \sum_{k=0}^{n} a_k L_k(x) \right|^2 e^{-x} dx = 0.$$

Opis wywołania progamu

Program wywołuje się poleceniem make. Po wykonaniu tego polecenia otrzymujemy program z nazwą aprox. Zawartość Makefile:

```
aprox: main.o splines.o points.o aproksymator_na_bazie.o gaus/libge.a
    $(CC) -o aprox  main.o splines.o points.o aproksymator_na_bazie.o -L gaus -l ge -lm -Wall

intrp: main.o splines.o points.o interpolator.o gaus/libge.a
    $(CC) -o intrp  main.o splines.o points.o interpolator.o -L gaus -l ge

prosta: main.o splines.o points.o prosta.o
    $(CC) -o prosta  main.o splines.o points.o prosta.o

aproksymator_na_bazie.o: makespl.h points.h gaus/piv_ge_solver.h
    $(CC) -I gaus -c aproksymator_na_bazie.c

interpolator.o: makespl.h points.h gaus/piv_ge_solver.h
    $(CC) -I gaus -c interpolator.c

.PHONY: clean

clean:
    -rm *.o aprox
```

uruchomienie Makefile:

```
cc     -c -o main.o main.c
cc     -c -o splines.o splines.c
cc     -c -o points.o points.c
cc -I gaus -c aproksymator_na_bazie.c
cc -o aprox  main.o splines.o points.o aproksymator_na_bazie.o -L gaus -l ge -lm -Wall
```

uruchomienie programu aprox:

Jak uruchomimy nasz program bez podanych argumentów, otrzymujemy odpowiedni komunikat:

```
andrew@andrew-GL502VSK:~/lmp10$ ./aprox
Usage: ./aprox -s spline-file [-p points-file] [ -g gnuplot-file [-f from_x -t to_x -n n_points ] ]
           if points-file is given then
              reads discrete 2D points from points-file
              writes spline approximation to spline-file
              - number of points should be >= 4
           else (points-file not given)
              reads spline from spline-file
           endfi
           if gnuplot-file is given then
              makes table of n_points within <from_x,to_x> range
              - from_x defaults to x-coordinate of the first point in points-file,
              - to_x defaults to x-coordinate of the last point
              - n_points defaults to 100
              - n_points must be > 1
           endif
```

Po -s spline-file -- podajemy nazwę pliku do zapisu naszych splinów

Po -p points-file – podajemy plik z punktami pomiarowymi

Po -f podajemy początkowy zakres (from)

Po -t podajemy koniec zakresu (to)

Po -n podajemy ilość punktów

I po -g podajemy nazwę pliku do którego będą zapisane punkty do funkcji aproksymującej

Przykład:

```
andrew@andrew-GL502VSK:~/lmp10$ ./aprox -s spl -p test/dane.1 -f 5 -t 6 -n 200 -g myplot
```

Spliny będą zapisane w plik spl, wygenerowane punkty bierzemy z pliku dane.1 z katalogu test w zakresie od 5 do 6, generujemy 200 punktów i zapisujemy je do myplot.

Zostaną utworzone pliki spl i myplot.

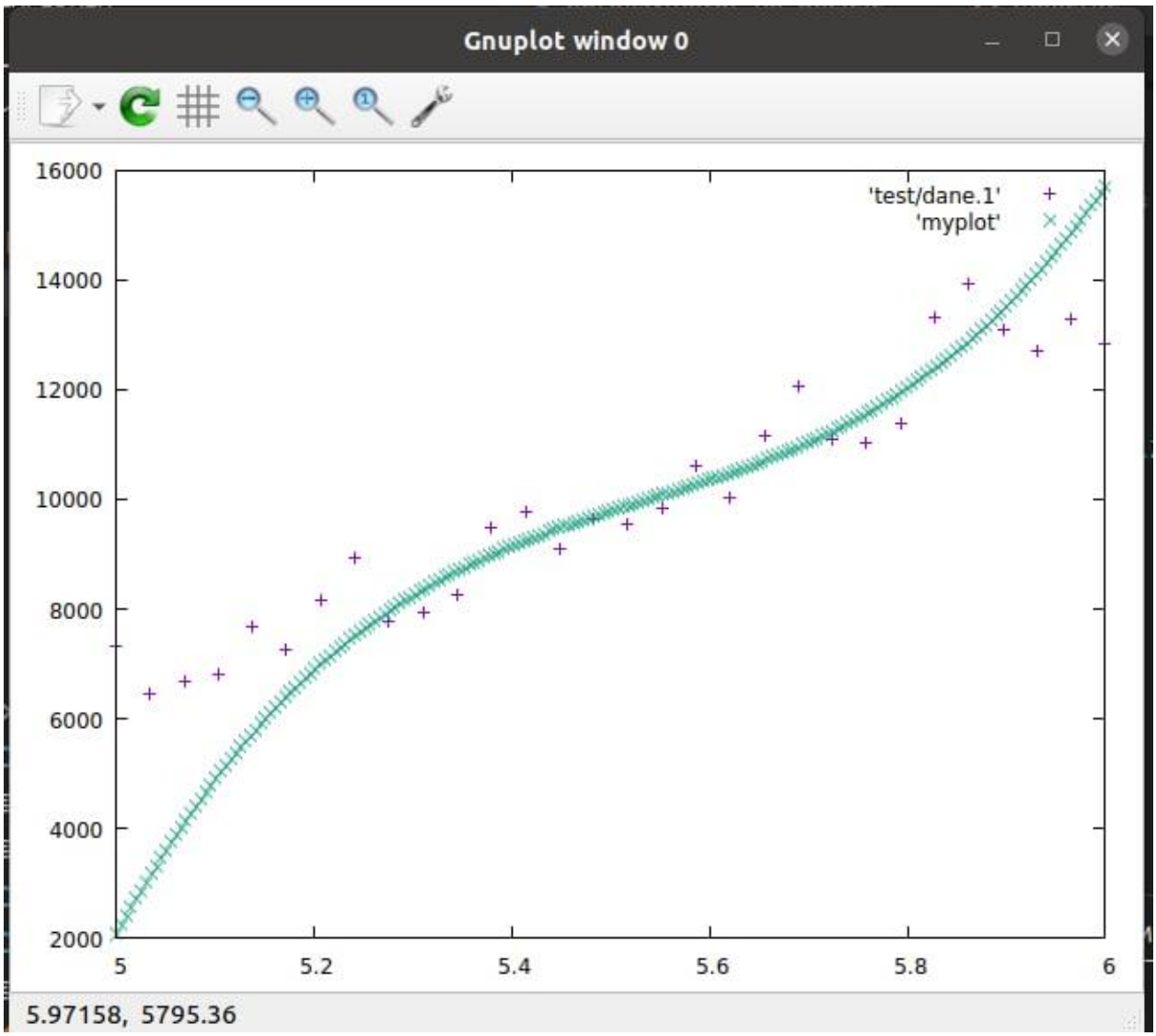
Żeby przedstawić nasze dane na wykresie korzystamy z gnuplot.

```
andrew@andrew-GL502VSK:~/lmp10$ gnuplot

        G N U P L O T
        Version 5.2 patchlevel 8    last modified 2019-12-01

        Copyright (C) 1986-1993, 1998, 2004, 2007-2019
        Thomas Williams, Colin Kelley and many others

        gnuplot home:     http://www.gnuplot.info
        faq, bugs, etc:   type "help FAQ"
        immediate help:   type "help"  (plot window: hit 'h')

Terminal type is now 'qt'
gnuplot>
```

Chcemy, żeby na naszym wykresie były punkty pomiarowe i funkcja aproksymowana(punkty do niej są w pliku myplot):

```
gnuplot> plot 'test/dane.1', 'myplot'
```

Będzie wyswietlony Gnuplot window:



Teraz opiszemy poszczególne pliki naszego programu:

1) Solver aproksymator_na_bazie wykonuje aproksymację średnio kwadratową z bazą wielomianu Laugerre'a. Solver implementuje funkcję make_spline, przyjmuje wskaźnik na strukturę z punktami pomiarowymi i wskaźnik na strukturę spline, w której będzie zapisana reprezentacja funkcji aproksymującej.

2) main.c odpowiada za sterowanie programem, argumentami wywołania, odczytaniem plików, uruchomieniem funkcji aproksymującej, zapisem danych wynikowych.

3) Points.c odpowiada za przechowywanie punktów pomiarowych

4) Splines.c – przechowywanie aproksymacji

Moduł gaus.c odpowiada za rozwiązanie układu równań

Wycieki pamięci (memory leaks):

Podczas sprawdzania funkcjonowania zauważyliśmy, że kilkukrotnie była przydzielana dynamicznie pamięć po czym nie była zwalniania. Wystąpiło to w kilku miejscach. Napisaliśmy nowe funkcje do zwalniania pamięci. Dodatkowo sprawdzaliśmy przy użyciu valgrind'a wycieki pamięci.