ALGEBRA LINEARE E ANALISI NUMERICA   
Aritmetica di macchina e stabilità numerica

Andrea Franceschetti – 4357070

RELAZIONE LABORATORIO 3 - MatLab

**Esercizio 1**

L’esercizio richiede di calcolare in due modi gli autovalori di due matrici e confrontarne i risultati ottenuti.

Generiamo una matrice di Jordan (n x n), con n fissato considerando il numero di matricola dell’ultimo componente del gruppo, in ordine alfabetico. Si indichi con **d0** e **d1**, rispettivamente, l’ultima e la penultima cifra di tale numero di matricola e si ponga **n = 10\*(d1 + 1) + d0**.

La matrice A viene calcolata nel seguente modo:

Calcoliamo la matrice , con matrice ad elementi nulli escluso .

Passiamo a calcolare gli autovalori di e nei seguenti modi:

* Applicando alle matrici la funzione ***eig*** che ritorna un vettore di autovalori di ;
* Risolvendo tramite il comando: ***double(solve(det(A-lambda\*eye(n))==0, lambda))***.

Confrontiamo ora i risultati ottenuti dai comandi applicati precedentemente sia ad che :

* Puntualmente attraverso il comando ***isequal*** al quale si passano i vettori ottenuti dai comandi precedenti;
* Per mezzo delle norme.

Si osserva che:

* Con il comando ***isequal*** per la matrice i risultati ottenuti nei due metodi sono uguali, mentre per la matrice no.
* Con il metodo delle norme si ottengono i seguenti risultati:
  + normaBA = norm(B-A)/norm(A)= 4.1367e-25
  + normaVAVB = norm(VB-VA)/norm(VA) = 0

Ripetiamo l’esercizio per e , i confronti hanno dato i seguenti risultati:

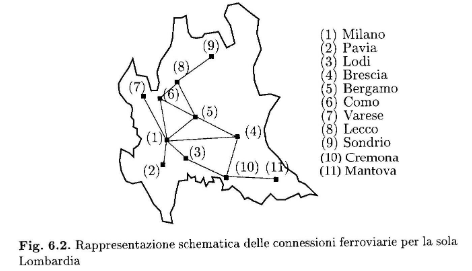
* Con il comando ***isequal*** per la matrice i risultati ottenuti nei due metodi sono uguali, mentre per la matrice no.
* Con il metodo delle norme si ottengono i seguenti risultati:
  + normaAtA = norm(At-A)/norm(A)= 0.9994
  + normaBtB = norm(Bt-B)/norm(B) = 0.9994
  + normaAtA = norm(VAt-VA)/norm(VA)= 0
  + normaAtA = norm(VBt-B)/norm(VB)= 0

***Nota:*** output completi nella cartella /output

**Esercizio 2**

L’esercizio richiede di generare la matrice x delle adiacenze dato il grafo con nodi, tale che se il nodo è connesso con il nodo e se il nodo non è connesso con il nodo .

Il grafo da cui generare è relativo alle ferrovie lombarde ed è riportato in figura.



Generata , passiamo a calcolare la matrice dove è il numero di archi uscenti dal dono , quindi calcoliamo con i suoi autovettori e autovalori.

Otteniamo i seguenti risultati:

- Autovalori di G:

1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0.7640 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0.5774 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0.2241 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 -0.8824 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 -0.7255 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 -0.5774 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 -0.3802 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 -0.0000 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.0000 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -0.0000

- Autovettori di G:

-0.6124 -0.0521 -0.7385 -0.2314 0.6272 0.3765 0.7385 0.0708 0.0000 0.0000 -0.0000

-0.1021 -0.0114 -0.2132 -0.1721 -0.1185 -0.0865 -0.2132 -0.0310 -0.4453 0.4161 0.3412

-0.2041 -0.2634 0.0000 -0.2283 -0.3212 0.0441 -0.0000 -0.1304 0.3699 0.5333 -0.0747

-0.3062 -0.1727 0.0000 0.4857 -0.3307 0.1606 -0.0000 0.3644 -0.5318 -0.1023 -0.5885

-0.4082 0.2772 -0.0000 0.6400 0.0335 -0.3382 -0.0000 -0.7525 0.0000 0.0000 0.0000

-0.3062 0.3086 -0.0000 0.2539 -0.1622 -0.2735 0.0000 0.5011 0.5318 0.1023 0.5885

-0.1021 -0.0114 -0.2132 -0.1721 -0.1185 -0.0865 -0.2132 -0.0310 0.2603 -0.6828 -0.3038

-0.3062 0.5255 0.3693 -0.1936 0.0905 0.6606 -0.3693 -0.0425 -0.0000 -0.0000 0.0000

-0.1021 0.2293 0.2132 -0.2880 -0.0342 -0.3036 0.2132 0.0373 -0.1773 -0.0341 -0.1962

-0.3062 -0.5776 0.3693 -0.0378 0.5367 -0.2842 -0.3693 0.1133 -0.0000 -0.0000 -0.0000

-0.1021 -0.2520 0.2132 -0.0562 -0.2028 0.1306 0.2132 -0.0994 -0.0077 -0.2326 0.2335

Possiamo verificare che:

* un autovalore di è pari a 1 (il primo) mentre gli altri sono tutti minori di 1;
* esiste l’autovettore relativo all’autovalore 1 ha tutte le componenti tra 0 e 1, inoltre nonostante l’autovalore sia 1 tutti di valori dell’autovettore sono negativi e per rispettare la richiesta basta moltiplicare per -1;
* per ogni altro autovalore, l’autovettore ha componenti sia positive che negative.

***Osservazioni aggiuntive:***

Osservando si nota che leggendo la matrice per colonne si trova quanta importanza una stazione cede ad un’altra, mentre leggendo per righe l’esatto opposto, ovvero quanta importanza riceve dalle altre.

Con riferimento a quanto detto, possiamo concludere che la stazione più importante della rete è Milano, mentre all’opposto ci sono le stazioni di Lecco e Pavia.

***Nota:*** output completi nella cartella /output

**Esercizio 3**

L’esercizio richiede di applicare il metodo delle potenze sulla matrice usando come vettori iniziali e e osservare il comportamento dei risultati. Successivamente applica sempre su determinare con il metodo delle potenze inverse l’autovalore massimo. Infine, confrontare le convergenze dei due metodi.

Il metodo delle potenze è un metodo iterativo per l’approssimazione dell’autovalore di massimo modulo di una matrice conseguentemente anche l’autovettore a esso legato.

Il metodo delle potenze converge solo quando si verificano le 3 seguenti proprietà:

* La matrice è diagonalizzabile;
* Il vettore iniziale ha almeno una componente non nulla lungo l’autovettore corrispondente a ;
* L’autovettore di modulo massimo è separato da tutti gli altri, ovvero .

Iniziamo la risoluzione dal vettore si ottengono i seguenti risultati:

1. Lambda
2. Autovettore ;
3. Iterazioni

Con la risoluzione dal vettore si ottengono i seguenti risultati:

1. Lambda
2. Autovettore ;
3. Iterazioni

La velocità di convergenza per il metodo delle potenze è pari a:

con

Ora eseguiamo l’esercizio usando il metodo delle potenze inverse.

Questo algoritmo permette di stimare un autovettore quando è già conosciuta un’approssimazione dell’autovalore collegato.

Per la risoluzione introduciamo il parametro , utile per il calcolo della matrice , esso verrà utilizzato con due valori diversi per i due test.

Per la prima risoluzione utilizziamo il valore e otteniamo i seguenti risultati:

1. Lambda
2. Iterazioni

Per la seconda risoluzione utilizziamo il valore e otteniamo i seguenti risultati:

1. Lambda
2. Iterazioni

La velocità di convergenza per il metodo delle potenze è pari a:

con

Si osserva che a parità di k per i due metodi, il metodo delle potenze converge più lentamente rispetto al metodo delle potenze.

***OUTPUT:***

Il valore di lambda per [1, 1, 1] è: 5.00000

Il numero di iterazioni per [1, 1, 1] è: 45.00000

eig\_vect1 = [1.3889, 4.4444, 5.0000]

Il valore di lambda per [3, 10, 4] è: 3.00000

Il numero di iterazioni per [3, 10, 4] è: 24.00000

eig\_vect2 = [0.5000, 3.0000, 2.0000]

La convergenza lambda2/lambda1 è: 0.60000

Metodo delle potenze inverse con mu = 4

Il valore di lambda per mu = 4 è: 4.06038

Il numero di iterazioni per mu = 4 è: 1001.00000

Metodo delle potenze inverse con mu=4.5

Il valore di lambda per mu = 4.5 è: 5.00000

Il numero di iterazioni per mu = 4.5 è: 57.00000

La convergenza per il metodo delle potenze inverse e lambda2/lambda1 è: 0.12075