ALGEBRA LINEARE E ANALISI NUMERICA   
Aritmetica di macchina e stabilità numerica

Andrea Franceschetti – 4357070

RELAZIONE LABORATORIO 4 - MatLab

**Esercizio 1**

L’esercizio richiede di generare una matrice **A** **(m x 3)**, dove viene calcolato dal numero di matricola , quindi calcolare le decomposizioni in valori singolari di **A** e **At** e confrontare i risultati con la “Matrice Immagine” di **A** e **At** con **U** e la “Kernel” di **A** e **At** con **V.**

La matrice è definita nel modo seguente:

Dove per .

La decomposizione a valori singolari è una fattorizzazione della matrice designata, basata sull’uso degli autovettori e autovalori.

Dove:

* è la matrice unitaria di dimensione m x m;
* matrice diagonale di dimensione m x n, composta dai valori singolari di m;
* è la trasposta di una matrice unitaria di dimensione n x n.

Procediamo quindi nella risoluzione dell’esercizio, iniziando dalla creazione della matrice e calcolando di conseguenza le decomposizioni a valori singoli grazie alla funzione **svd** di Matlab.

Otteniamo che per e i valori singolari sono: .

Calcoliamo ora gli autovalori di e e otteniamo , bisogna però fare una precisazione gli autovalori di , essi sono 17 di cui 14 sono ***zeri***.

Confrontando quindi gli ***SVD*** di e gli autovalori di e si nota che l’ordine degli indici è cambiato.

Utilizzando la funzione orth confrontiamo l’immagine di rispetto ad con la matrice degli ***SVD*** di rispetto ad .

***Immagine di A***

-0.1678 0.3702 -0.5068

-0.1741 0.3457 -0.3312

-0.1809 0.3181 -0.1781

-0.1882 0.2873 -0.0475

-0.1960 0.2534 0.0606

-0.2042 0.2164 0.1462

-0.2129 0.1762 0.2094

-0.2221 0.1329 0.2500

-0.2318 0.0865 0.2682

-0.2420 0.0369 0.2638

-0.2526 -0.0158 0.2370

-0.2637 -0.0717 0.1877

-0.2753 -0.1307 0.1158

-0.2874 -0.1928 0.0215

-0.2999 -0.2581 -0.0953

-0.3130 -0.3265 -0.2346

-0.3265 -0.3980 -0.3964

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

***Immagine di A'***

-0.8088 0.5700 -0.1447

-0.4758 -0.4897 0.7306

-0.3456 -0.6598 -0.6673

Utilizzando la funzione null confrontiamo il nucleo (***Kernel***) di rispetto ad con la matrice degli ***SVD*** di rispetto ad .

Otteniamo che il nucleo di è una matrice nulla, mentre il nucleo di è una matrice di 17 righe e 14 colonne.

***Nota:*** gli output completi sono nella cartella /output

**Esercizio 2**

L’esercizio chiede di calcolare la matrice triangolare superiore di ordine crescente, i cui elementi sono:

Generata la matrice, si devono calcolare i suoi valori singolari, studiare l’andamento rispetto a del ***SVD*** massimo e minimo e del condizionamento in norma 2. Successivamente si dovrà perturbare l’elemento della quantità e calcolare i nuovi autovalori.

Per rispondere al problema, utilizzeremo una matrice che verrà ricreata ciclicamente e crescerà di volta in volta partendo da una dimensione n = 5, fino a giungere al valore di 25. Con questa crescita, potremo vedere il variare degli ***SVD***, il variare del condizionamento e gli ***SVD*** e gli autovalori della matrice perturbata.

Si sono ottenuti i seguenti risultati:

- Matrice di taglia nxn con n=5

Valori singolari: [1, 1, 1, 1, 1]

Condizionamento in norma 2: 29.4275

Autovalori della matrice perturbata:

[-0.0000 + 0.0000i, 1.0600 + 0.7299i, 1.0600 - 0.7299i,

1.4400 + 0.1986i, 1.4400 - 0.1986i]

- Matrice di taglia nxn con n=10

Valori singolari [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]

Condizionamento in norma 2: 1.9185e+03

Autovalori della matrice perturbata:

[-0.0000 + 0.0000i, 0.5332 + 0.7087i, 0.5332 - 0.7087i,

1.0973 + 0.6065i, 1.0973 - 0.6065i, 1.3041 + 0.3623i,

1.3041 - 0.3623i, 1.3714 + 0.1664i, 1.3714 - 0.1664i

1.3878 + 0.0000i]

- Matrice di taglia nxn con n=15

Valori singolari: [1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]

Condizionamento in norma 2: 9.5279e+04

Autovalori della matrice perturbata

[-0.0000 + 0.0000i, 0.3127 + 0.5928i, 0.3127 - 0.5928i,

0.8031 + 0.7011i, 0.8031 - 0.7011i, 1.1011 + 0.5700i,

1.1011 - 0.5700i, 1.2467 + 0.4125i, 1.2467 - 0.4125i

1.3176 + 0.2755i, 1.3176 - 0.2755i, 1.3522 + 0.1578i

1.3522 - 0.1578i, 1.3666 + 0.0514i, 1.3666 - 0.0514i]

**.... Altri output nella cartella /output**

Si può osservare come all’aumentare delle dimensioni della matrice, gli autovalori della matrice perturbata diventino sempre più piccoli e tendenti a 0. Infatti, si può notare che il primo valore è quasi nullo essendo pari .

Possiamo infine affermare di saper calcolare il rango della matrice dato che è pari al numero degli ***SVD*** non nulli: .

**Esercizio 3**

L’esercizio chiede di calcolare la matrice del primo esercizio e porre:

Si deve quindi determinare la soluzione ai minimi quadrati del sistema utilizzando:

* La decomposizione in valori singolari;
* La decomposizione QR
* Le equazioni normali ;
* Il comando MatLab: .

Procediamo quindi costruendo la matrice e il vettore , applichiamo i metodi richiesti e troviamo i risultati:

- Risoluzione di Ac = y con SVD

0.0070

0.9567

-0.1263

- Risoluzione di Ac = y con QR

0.0070

0.9567

-0.1263

- Risoluzione di Ac = y con A'Ac = A'y

0.0070

0.9567

-0.1263

- Risoluzione di Ac = y con c = A\y

0.0070

0.9567

-0.1263

Si può osservare che i metodi usati per il calcolo dei minimi quadrati portino tutti a risultati equivalenti.