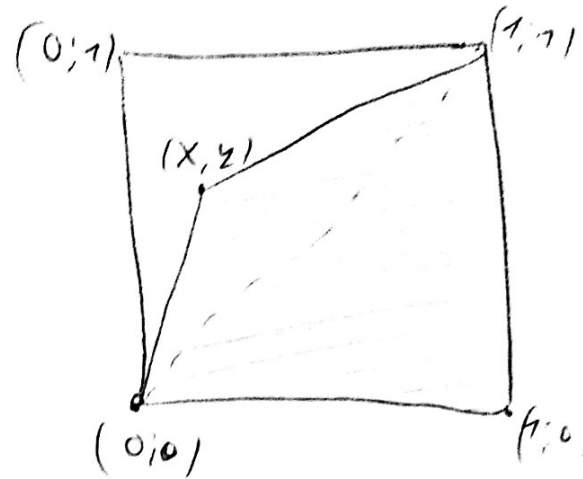


4) 1. Правильный базис и контрольные классификатор.

$$\begin{aligned} J &= \arg \max_z \prod_{k=1}^n P(x^{(k)}|z) / P(z) = \arg \max_z \left| \prod_{k=1}^n \right| \ln P(x^{(k)}|z) = \\ &= \arg \max_z \left(- \sum_{k=1}^n \frac{(x^{(k)} - \mu_{yz})^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma^2) \right) = \\ &= \arg \min_z \left(\sum_{k=1}^n (x^{(k)} - \mu_{yz})^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \arg \min_z J(x, \mu_{yz}) \end{aligned}$$

$$2. X = \frac{FPR = \sum_{x \in 0} a(x)}{|0|}$$

$$Y = \frac{TPR = \sum_{x \in 1} a(x)}{|1|}$$



(если $|1|=0$, то $TPR=FPR=0$, $(x,y)=(0,0)$)
 если $|0|=0$, то $TPR=FPR=1$, $(x,y)=(1,1)$

Площадь под кривой равна $0,5 + \int_{(0,0)}^{(1,1)} (y-x) = S$

$$\begin{aligned} \Rightarrow ES &= \frac{1}{2} + E(y-x) = \frac{1}{2} + \frac{E \sum_{x \in 1} a(x)}{|1|} - \frac{E \sum_{x \in 0} a(x)}{|0|} = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sum_{x \in 1} E a(x)}{|1|} - \frac{\sum_{x \in 0} E a(x)}{|0|} = \frac{1}{2} + P - P = \frac{1}{2} \end{aligned}$$