

Должнее задание - 3.

Гаркави

Андрей

494

2.3. Корреляция ответов в базовых Алг-в.

Пусть $X_1 \dots X_M$ - о.р.с.в.

$$\forall i: D X_i = \sigma^2$$

$$\forall i \neq j: \text{cov} X_i X_j = \rho$$

$$\text{Д-то: } D \bar{X} = \rho \sigma^2 + (1-\rho) \frac{\sigma^2}{M}$$

$$D \bar{X} = \text{cov}(\bar{X}, \bar{X}) = \frac{1}{M^2} \sum_{i,j} \text{cov}(X_i, X_j) = \frac{1}{M^2} \left(\sum_{i=1}^M D X_i + \sum_{i \neq j} \text{cov}(X_i, X_j) \right)$$

$$= \frac{1}{M^2} (M \sigma^2 + M(M-1) \rho \sigma^2) = \frac{1}{M^2} (M \sigma^2 - M \rho \sigma^2 + M^2 \rho \sigma^2)$$

$$= \frac{(1-\rho) \sigma^2}{M} + \rho \sigma^2. \quad (\text{ч. т. д.})$$