

Implementasi Aturan Trapesium (*Trapezoidal Rule*) untuk Menghitung Jarak Tempuh Benda

1st Andrew Kristofer Jian
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
andrewjian4@gmail.com

2nd Hanif Nur Ilham Sanjaya
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
hanifnurjaya24@gmail.com

4th Filaga Tifira Muthi
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
filagatifiramuthi1@gmail.com

3rd Farhan Ramadhani Zakiyyandi
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
farhanrz2004@gmail.com

Abstract—Metode numerik Aturan Trapesium digunakan untuk menghitung integral secara aproksimasi, yang memiliki aplikasi luas dalam teknik, seperti menghitung jarak tempuh benda berdasarkan data kecepatan. Studi kasus ini mengimplementasikan Aturan Trapesium untuk mengintegrasikan fungsi kecepatan linear $v(t) = 2t + 3$ pada rentang waktu $t = 0$ hingga $t = 5$ detik, yang mewakili jarak tempuh benda. Program dikembangkan dalam bahasa C, menghasilkan jarak tempuh numerik yang dibandingkan dengan solusi analitik untuk mengevaluasi akurasi. Hasil menunjukkan bahwa untuk fungsi linear ini, Aturan Trapesium memberikan jarak tempuh sebesar 40.0000 meter dengan kesalahan numerik yang sangat kecil (mendekati nol), yang utamanya disebabkan oleh keterbatasan presisi floating-point komputer, bukan oleh metode itu sendiri. Implementasi ini menunjukkan bahwa Aturan Trapesium secara teoritis eksak untuk fungsi linear dan efektif dalam menyelesaikan masalah integrasi numerik.

Index Terms—Aturan Trapesium, integrasi numerik, jarak tempuh, metode numerik, bahasa C, fungsi linear, presisi floating-point

I. PENDAHULUAN

Dalam bidang teknik, integrasi numerik sering digunakan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan data kontinu, seperti menghitung jarak tempuh berdasarkan kecepatan atau luas di bawah kurva. Aturan Trapesium adalah metode sederhana namun efektif untuk mengaproksimasi integral definit, yang dijelaskan dalam buku *Numerical Methods for Engineers* oleh Chapra dan Canale [1]. Tugas ini bertujuan mengimplementasikan Aturan Trapesium untuk menghitung jarak tempuh benda berdasarkan fungsi kecepatan linear $v(t) = 2t + 3$ menggunakan bahasa pemrograman C. Laporan ini menjelaskan teori metode, implementasi program, data yang digunakan, serta analisis hasil untuk memverifikasi akurasi metode, termasuk diskusi mengenai perilaku metode untuk fungsi linear.

II. STUDI LITERATUR

Aturan Trapesium adalah metode integrasi numerik yang mengaproksimasi integral definit $\int_a^b f(x) dx$. Metode ini rel-

evan dalam aplikasi teknik yang membutuhkan perhitungan integral secara numerik [1]. Penggunaan Aturan Trapesium untuk perhitungan area di bawah kurva juga telah didiskusikan dalam berbagai konteks aplikasi [3].

A. Latar Belakang Teori

Aturan Trapesium membagi rentang integrasi $[a, b]$ menjadi n subinterval berukuran $h = \frac{b-a}{n}$. Area di bawah kurva diaproksimasi sebagai trapesium pada setiap subinterval, dengan rumus [1]:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right] \quad (1)$$

di mana $x_i = a + ih$. Kesalahan pemotongan (truncation error) lokal untuk Aturan Trapesium diberikan oleh $E_t = -\frac{1}{12} f''(\xi) h^3$, di mana ξ adalah suatu titik dalam subinterval. Untuk fungsi linear, turunan kedua $f''(x)$ adalah nol, sehingga secara teoritis kesalahan pemotongan Aturan Trapesium adalah nol, yang berarti metode ini eksak untuk fungsi linear [1]. Kesalahan aproksimasi global untuk fungsi non-linear umumnya adalah $O(h^2)$.

B. Aplikasi Aturan Trapesium

Metode ini sering digunakan dalam analisis gerak (misalnya, menghitung jarak dari kecepatan), pengolahan data eksperimen, dan simulasi sistem fisik. Keunggulannya adalah kesederhanaan dan kemudahan implementasi. Meskipun untuk fungsi yang sangat tidak linier mungkin kurang akurat dibandingkan metode orde tinggi seperti kuadratur Gauss [1], Aturan Trapesium sangat efektif dan akurat untuk fungsi linear.

III. PENJELASAN DATA

Studi kasus ini menggunakan fungsi kecepatan linear $v(t) = 2t + 3$ (dalam m/s) untuk menghitung jarak tempuh benda pada

rentang waktu $t = 0$ hingga $t = 5$ detik. Fungsi ini dipilih karena memiliki solusi analitik yang mudah diverifikasi:

$$\begin{aligned} s &= \int_0^5 (2t + 3) dt \\ &= [t^2 + 3t]_0^5 \\ &= (5^2 + 3 \times 5) - (0^2 + 3 \times 0) \\ &= 25 + 15 = 40 \text{ meter.} \end{aligned} \quad (2)$$

Parameter numerik yang digunakan dalam salah satu pengujian meliputi:

- Batas integrasi: $a = 0$, $b = 5$.
- Jumlah subinterval: $n = 100$, memberikan lebar subinterval $h = \frac{5-0}{100} = 0.05$.

IV. PENJELASAN METODE

Metode Aturan Trapesium diimplementasikan dalam bahasa C untuk menghitung integral $\int_0^5 v(t) dt$. Implementasi ini mencakup pengembangan algoritma dan struktur kode yang efisien.

A. Algoritma Program

Langkah-langkah algoritma adalah:

- 1) Inisialisasi parameter: batas bawah a , batas atas b , jumlah subinterval n .
- 2) Hitung lebar subinterval $h = \frac{b-a}{n}$.
- 3) Evaluasi fungsi $v(t) = 2t + 3$ pada titik-titik $t_0 = a$, $t_n = b$, dan titik-titik interior $t_i = a + ih$ untuk $i = 1, \dots, n-1$.
- 4) Hitung integral menggunakan persamaan (1).
- 5) Bandingkan hasil numerik dengan solusi analitik (persamaan (2)) untuk menghitung kesalahan absolut dan relatif.

B. Struktur Kode

Program terdiri dari:

- Fungsi `velocity(t)` untuk menghitung $v(t) = 2t + 3$.
- Fungsi `trapezoidal(a, b, n)` untuk mengimplementasikan Aturan Trapesium.
- Fungsi `main()` untuk mengatur parameter, memanggil fungsi, menampilkan hasil numerik, hasil analitik, dan analisis kesalahan.

Kode sumber tersedia di repositori GitHub [2] dengan komentar untuk menjelaskan setiap langkah.

V. DISKUSI DAN ANALISA HASIL

Program dijalankan dengan parameter $a = 0$, $b = 5$, dan berbagai nilai n . Untuk $n = 100$, output program menunjukkan:

- Jarak tempuh numerik: 40.0000000000 meter.
- Solusi analitik: 40.0000000000 meter.
- Kesalahan Absolut: 0.0000000000 meter.
- Kesalahan Relatif: 0.0000000000%.

Hasil ini konsisten dengan teori bahwa Aturan Trapesium adalah eksak untuk fungsi linear. Kesalahan yang sangat kecil

(mendekati nol dan ditampilkan sebagai nol oleh program dengan presisi tinggi) mengindikasikan bahwa perbedaan antara hasil numerik dan analitik berada dalam batas presisi floating-point komputer.

A. Analisis Akurasi

Tabel I menunjukkan hasil untuk berbagai jumlah subinterval. Karena fungsi yang diintegrasikan adalah linear, Aturan Trapesium secara teoritis menghasilkan nilai yang eksak terlepas dari jumlah subinterval n (selama $n \geq 1$). Seperti yang

TABLE I
HASIL JARAK UNTUK BERBAGAI SUBINTERVAL PADA FUNGSI LINEAR
 $v(t) = 2t + 3$

Subinterval (n)	Jarak Numerik (m)	Kesalahan Relatif (%)
10	40.0000000000	≈ 0.000000
50	40.0000000000	≈ 0.000000
100	40.0000000000	0.0000000000

ditunjukkan pada Tabel I, jarak numerik yang dihitung konsisten menghasilkan nilai 40.0000 meter, dan kesalahan relatifnya mendekati nol untuk semua nilai n yang diuji. Perbedaan sangat kecil yang mungkin muncul pada implementasi praktis disebabkan oleh akumulasi error pembulatan dalam aritmetika floating-point, bukan dari kesalahan metode Aturan Trapesium itu sendiri untuk kasus linear ini.

B. Keterbatasan Metode, Presisi Komputer, dan Potensi Peningkatan

Untuk fungsi non-linear, Aturan Trapesium memiliki kesalahan pemotongan $O(h^2)$. Namun, dalam kasus studi ini dengan fungsi linear $v(t) = 2t + 3$, metode ini secara teoritis eksak. Keterbatasan yang diamati bukanlah dari metode, melainkan dari representasi bilangan floating-point pada komputer. Meskipun secara matematis hasilnya eksak, operasi aritmetika pada komputer dapat menghasilkan error pembulatan yang sangat kecil. Program yang ditulis dengan baik dan penggunaan tipe data `double` dapat meminimalkan dampak ini, seperti yang terlihat pada hasil di mana kesalahan absolut dan relatif sangat mendekati nol.

Meskipun Aturan Trapesium standar sudah sangat memadai untuk fungsi linear seperti dalam studi kasus ini, penting untuk dicatat bahwa untuk fungsi yang lebih kompleks dan non-linear, akurasi Aturan Trapesium standar dapat menurun. Dalam konteks ini, penelitian terus berlanjut untuk mengembangkan variasi atau peningkatan dari Aturan Trapesium. Sebagai contoh, Abdulhameed dan Memon (2021) dalam [4] mengusulkan sebuah "Improved Trapezoidal Rule". Metode yang mereka ajukan bertujuan untuk meningkatkan akurasi dengan cara memodifikasi perhitungan area, khususnya untuk fungsi di mana kurva berada jauh dari garis lurus yang dibentuk oleh Aturan Trapesium standar. Ide dasarnya adalah dengan memperhitungkan area antara garis trapesium konvensional dan garis singgung pada kurva yang paralel dengan garis trapesium tersebut. Jurnal tersebut menunjukkan

bahwa metode yang diusulkan dapat memberikan hasil yang jauh lebih akurat untuk beberapa fungsi non-linear orde tinggi dibandingkan dengan Aturan Trapesium konvensional, terutama ketika jumlah interval tunggal atau kecil digunakan. Namun, mereka juga mencatat bahwa untuk fungsi yang berosilasi secara merata di sekitar garis trapesium, Aturan Trapesium standar terkadang masih dapat memberikan hasil yang lebih baik atau sebanding.

Dalam proyek ini, implementasi metode yang ditingkatkan seperti yang diusulkan oleh Abdulhameed dan Memon [4] tidak dilakukan karena fokus utama adalah pada penerapan Aturan Trapesium standar pada fungsi linear, di mana manfaat dari metode yang lebih kompleks tersebut tidak akan signifikan terlihat. Namun, keberadaan penelitian semacam ini menyoroti pentingnya memilih atau bahkan mengembangkan metode numerik yang sesuai dengan karakteristik spesifik dari fungsi yang diintegrasikan, terutama dalam aplikasi rekayasa yang menuntut akurasi tinggi untuk fungsi non-linear.

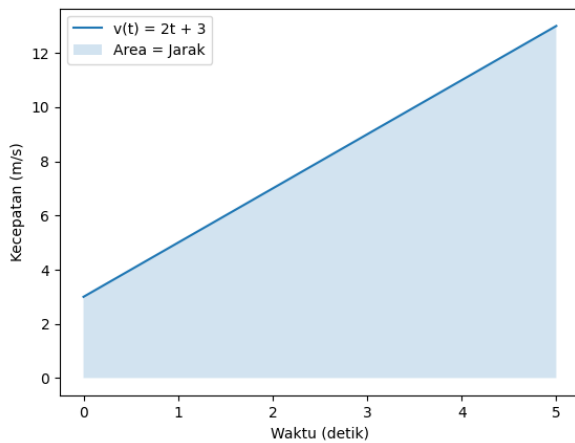


Fig. 1. Plot fungsi kecepatan $v(t) = 2t + 3$ dan area di bawah kurva yang mewakili jarak tempuh.

Gambar 1 menunjukkan plot fungsi linear $v(t) = 2t + 3$. Area di bawah kurva ini, yang berbentuk trapesium, secara tepat dihitung oleh Aturan Trapesium bahkan dengan satu segmen. Penggunaan banyak segmen pada fungsi linear akan membagi trapesium utama menjadi banyak trapesium kecil, yang jumlah luasnya tetap sama dengan luas trapesium utama.

VI. KESIMPULAN

Implementasi Aturan Trapesium untuk fungsi kecepatan linear $v(t) = 2t + 3$ berhasil menghitung jarak tempuh benda sebesar 40.0000000000 meter. Hasil numerik ini sesuai dengan solusi analitik, dengan kesalahan absolut dan relatif yang sangat mendekati nol (efektif nol dalam batas presisi program). Hal ini memvalidasi teori bahwa Aturan Trapesium adalah metode yang eksak untuk mengintegrasikan fungsi linear. Perbedaan minor yang mungkin teramati dalam beberapa kasus praktis lebih disebabkan oleh keterbatasan presisi aritmetika floating-point komputer daripada oleh metode itu

sendiri. Metode ini terbukti sederhana, mudah diimplementasikan, dan sangat akurat untuk kasus yang sesuai seperti fungsi linear. Diskusi mengenai penelitian lanjutan seperti metode yang diusulkan oleh Abdulhameed dan Memon [4] menunjukkan adanya upaya berkelanjutan untuk meningkatkan akurasi metode numerik untuk kasus fungsi yang lebih kompleks.

VII. LINK

Kode sumber tersedia di: <https://github.com/andrewkristofer/TrapezoidalRule-1> [2].

REFERENCES

- [1] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 7th ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2015.
- [2] Kelompok 1, "Implementasi Aturan Trapesium Trapezoidal Rule untuk Menghitung Jarak Tempuh," GitHub, 2025, <https://github.com/andrewkristofer/TrapezoidalRule-1>.
- [3] S.-T. Yeh, "Using trapezoidal rule for the area under a curve calculation," in *Proc. 27th Annu. SAS® User Group Int. (SUGI'02)*, Cary, NC, USA, 2002, Paper 265-27.
- [4] A. F. Abdulhameed and Q. A. Memon, "An improved Trapezoidal rule for numerical integration," *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 2090, no. 1, p. 012104, Nov. 2021, doi: 10.1088/1742-6596/2090/1/012104.