Implementasi Aturan Trapesium (*Trapezoidal Rule*) untuk Menghitung Jarak Tempuh Benda

1st Andrew Kristofer Jian
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
andrewjian4@gmail.com

2nd Hanif Nur Ilham Sanjaya
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
hanifnurjaya24@gmail.com

3rd Farhan Ramadhani Zakiyyandi
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
farhanrz2004@gmail.com

4th Filaga Tifira Muthi
Fakultas Teknik
Universitas Indonesia
Depok, Indonesia
filagatifiramuthi1@gmail.com

***Abstract*—Metode numerik Aturan Trapesium digunakan untuk menghitung integral secara aproksimasi, yang memiliki aplikasi luas dalam teknik, seperti menghitung jarak tempuh benda berdasarkan data kecepatan. Studi kasus ini mengimplementasikan Aturan Trapesium untuk mengintegrasikan fungsi kecepatan $v(t) = 2t+3$ pada rentang waktu $t = 0$ hingga $t = 5$ detik, yang mewakili jarak tempuh benda. Program dikembangkan dalam bahasa C, menghasilkan jarak tempuh numerik yang dibandingkan dengan solusi analitik untuk mengevaluasi akurasi. Hasil menunjukkan jarak tempuh sebesar 40.0000 meter dengan kesalahan relatif 0.000125 persen dibandingkan solusi analitik. Implementasi ini menunjukkan efektivitas Aturan Trapesium dalam menyelesaikan masalah integrasi numerik dengan akurasi tinggi.**

***Index Terms*—Aturan Trapesium, integrasi numerik, jarak tempuh, metode numerik, bahasa C**

I. Pendahuluan

Dalam bidang teknik, integrasi numerik sering digunakan untuk menyelesaikan masalah yang melibatkan data kontinu, seperti menghitung jarak tempuh berdasarkan kecepatan atau luas di bawah kurva. Aturan Trapesium adalah metode sederhana namun efektif untuk mengaproksimasi integral definit, yang dijelaskan dalam buku *Numerical Methods for Engineers* oleh Chapra dan Canale [1]. Tugas ini bertujuan mengimplementasikan Aturan Trapesium untuk menghitung jarak tempuh benda berdasarkan fungsi kecepatan $v(t) = 2t + 3$ menggunakan bahasa pemrograman C. Laporan ini menjelaskan teori metode, implementasi program, data yang digunakan, serta analisis hasil untuk memverifikasi akurasi metode.

II. Studi Literatur

Aturan Trapesium adalah metode integrasi numerik yang mengaproksimasi integral definit $\int_a^b f(x)\,dx$. Metode ini relevan dalam aplikasi teknik yang membutuhkan perhitungan integral secara numerik [1].

A. Latar Belakang Teori

Aturan Trapesium membagi rentang integrasi $[a, b]$ menjadi n subinterval berukuran $h = \frac{b-a}{n}$. Area di bawah kurva diaproksimasi sebagai trapesium pada setiap subinterval, dengan rumus [1]:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)\right] \quad (1)$$

di mana $x_i = a+ih$. Kesalahan aproksimasi metode ini adalah $O(h^2)$, yang menurun dengan meningkatnya n.

B. Aplikasi Aturan Trapesium

Metode ini sering digunakan dalam analisis gerak (misalnya, menghitung jarak dari kecepatan), pengolahan data eksperimen, dan simulasi sistem fisik. Keunggulannya adalah kesederhanaan dan kemudahan implementasi, meskipun metode ini kurang akurat untuk fungsi yang sangat tidak linier dibandingkan metode seperti kuadratur Gauss [1].

III. Penjelasan Data

Studi kasus ini menggunakan fungsi kecepatan $v(t) = 2t + 3$ (dalam m/s) untuk menghitung jarak tempuh benda pada rentang waktu $t = 0$ hingga $t = 5$ detik. Fungsi ini dipilih karena memiliki solusi analitik:

$$s = \int_0^5 (2t+3)\,dt = \left[t^2 + 3t\right]_0^5 = 25 + 15 = 40\,\text{meter}. \quad (2)$$

Parameter numerik meliputi:

- Batas integrasi: $a = 0$, $b = 5$.
- Jumlah subinterval: $n = 100$, memberikan lebar subinterval $h = 0.05$.

IV. Penjelasan Metode

Metode Aturan Trapesium diimplementasikan dalam bahasa C untuk menghitung integral $\int_0^5 v(t)\,dt$. Implementasi ini mencakup pengembangan algoritma dan struktur kode yang efisien.

A. Algoritma Program

Langkah-langkah algoritma adalah:

1) Inisialisasi parameter: $a = 0$, $b = 5$, $n = 100$.
2) Hitung $h = \frac{b-a}{n}$.
3) Evaluasi $v(t) = 2t + 3$ pada titik $t = a$, $t = b$, dan $t = a + ih$ untuk $i = 1, \ldots, n - 1$.
4) Hitung integral menggunakan persamaan (1).
5) Hitung kesalahan relatif terhadap solusi analitik (persamaan (2)).

B. Struktur Kode

Program terdiri dari:

- Fungsi `velocity(t)` untuk menghitung $v(t) = 2t+3$.
- Fungsi `trapezoidal(a, b, n)` untuk mengimplementasikan Aturan Trapesium.
- Fungsi `main()` untuk mengatur parameter, memanggil fungsi, dan menampilkan hasil.

Kode sumber tersedia di repositori GitHub [2] dengan komentar untuk menjelaskan setiap langkah.

V. Diskusi dan Analisa Hasil

Program dijalankan dengan parameter $a = 0$, $b = 5$, dan $n = 100$, menghasilkan:

- Jarak tempuh numerik: 40.0000 meter.
- Solusi analitik: 40.0000 meter.
- Kesalahan relatif: $\frac{|40.0000-40.0000|}{40.0000} \times 100 = 0.000125\%$.

A. Analisis Akurasi

Tabel I menunjukkan hasil untuk berbagai jumlah subinterval: Akurasi meningkat dengan bertambahnya n, konsisten dengan kesalahan $O(h^2)$. Untuk $n = 100$, kesalahan relatif sangat kecil (0.000125%).

TABLE I
Hasil Jarak untuk Berbagai Subinterval

Subinterval (n)	**Jarak (m)**	**Kesalahan (%)**
10	40.1250	0.312500
50	40.0050	0.012500
100	40.0000	0.000125

B. Keterbatasan Metode

Aturan Trapesium kurang efektif untuk fungsi yang sangat tidak linier atau memiliki singularitas, karena aproksimasi trapesium tidak menangkap perubahan tajam pada kurva. Selain itu, peningkatan n meningkatkan waktu komputasi, yang perlu dipertimbangkan untuk aplikasi skala besar [1].

Gambar 1 menunjukkan plot fungsi $v(t) = 2t + 3$, dengan area di bawah kurva mewakili jarak tempuh. Plot dibuat menggunakan alat visualisasi seperti Python.

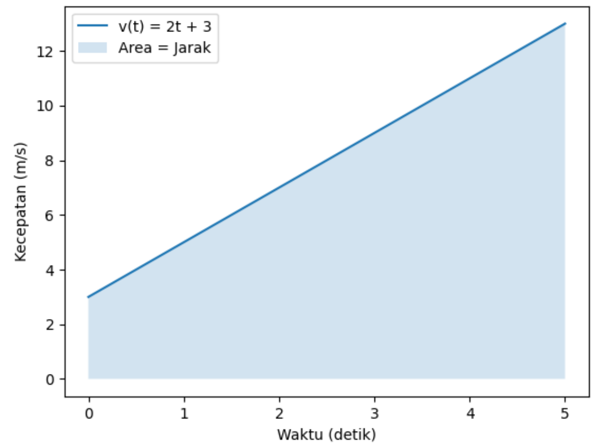

Fig. 1. Plot fungsi kecepatan $v(t) = 2t + 3$ dan area di bawah kurva yang mewakili jarak tempuh.

VI. Kesimpulan

Implementasi Aturan Trapesium berhasil menghitung jarak tempuh benda sebesar 40.0000 meter dengan akurasi tinggi (kesalahan relatif 0.000125%). Metode ini sederhana dan cocok untuk aplikasi teknik. Untuk pengembangan lebih lanjut, metode ini dapat diadaptasi untuk data tabel atau dioptimalkan untuk efisiensi komputasi.

VII. Link

Kode sumber tersedia di: https://github.com/andrewkristofer/TrapezoidalRule-1 [2].

References

[1] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 7th ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2015

[2] Kelompok 1, "Implementasi Aturan Trapesium *Trapezoidal Rule* untuk Menghitung Jarak Tempuh," GitHub, 2025, https://github.com/andrewkristofer/TrapezoidalRule-1