

# Методы оптимизации, Лабораторная работа №2

Кирилл Кадомцев

Май 2025

## Содержание

1. Описание методов	1
2. Тестирование	1
3. Графики	3

## 1. Описание методов

Был реализован метод Ньютона и метод Ньютона с выбором шага.

Для удобства и расширяемости, методы реализовывались так, чтоб можно было в дальнейшем использовать их для любых размерностей (исходя из предположения, что это может стать объектом исследования в дальнейших лабораторных работах). Для стратегий был создан специальный интерфейс с методом *step*, позволяющий в дальнейшем расширить список реализованных методов.

## 2. Тестирование

Для тестирования были выбраны несколько функций с различными точками минимума. Также, была использованна функция Химмельблау, поскольку она мультимодальная.

### 1. Параболоид

- $f(x, y) = x^2 + y^2$
- $\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} 2x \\ 2y \end{pmatrix}$

### 2. Эллипс

- $f(x, y) = 4x + y$

- $\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} 8x \\ 2y \end{pmatrix}$

### 3. Функция Розенброка

- $f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2$
- $\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} -2(1 - x) - 400x(y - x^2) \\ 200(y - x^2) \end{pmatrix}$

### 4. Квадратичная форма (3, -2)

- $f(x, y) = (x - 3)^2 + (y + 2)^2$
- $\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} 2(x - 3) \\ 2(y + 2) \end{pmatrix}$

### 5. Квадратичная форма (2, -1)

- $f(x, y) = x + y$
- $\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} 10(x - 2) \\ 6(y + 1) \end{pmatrix}$

### 6. Функция Химмельблау

- $f(x, y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$
- $\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} 4x(x^2 + y - 11) + 2(x + y^2 - 7) \\ 2(x^2 + y - 11) + 4y(x + y^2 - 7) \end{pmatrix}$

Ниже приведены результаты оптимизации в зависимости от стратегии выбора шага. В данном случае (*nan, nan*) является результатом переполнения, то есть провалом поиска минимума.

Функция	argmin	Backtracking	Пост. шаг
paraboloid	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)
ellipse	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)
rosenbrock	(1, 1)	(0.99995, 0.99990)	(1.0000, 1.0000)
min3m2	(3, -2)	(3.0000, -2.0000)	(3.0000, -2.0000)
min2m1	(2, -1)	(0.0000, 0.0000)	(2.0000, -1.0000)
himmelblau	(3.0, 2.0), (-2.8051, 3.1313), (-3.7793, -3.2832), (3.5844, -1.8481)	(0.0000, 0.0000)	(-0.3423, 0.2500)

Таблица 1: Сравнение результата работы метода Ньютона в зависимости от выбора шага

Функция	argmin	Backtracking	Пост. шаг
paraboloid	(0, 0)	1	1
ellipse	(0, 0)	1	1
rosenbrock	(1, 1)	13	3
min3m2	(3, -2)	2	2
min2m1	(2, -1)	1000	2
himmelblau	(3.0, 2.0), (-2.8051, 3.1313), (-3.7793, -3.2832), (3.5844, -1.8481)	1000	6

Таблица 2: Сравнение количества итераций в зависимости от выбора шага

### 3. Графики

Не будем приводить все графики ввиду избыточности. Графики для эллипса демонстрируют, что точка минимума  $(0, 0)$  находится за 1 итерацию. Графики для функции Химмельблау показывают несовершенство постоянного и кусочно-постоянного методов для мультимодальной функции. Для квадратичной функции графики приведены для демонстрации работы корректности работы в случае, если минимум отличен от нуля.











