

Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики

Лабораторная работа №2-1

Изучение свойств идеального газа на примере воздуха

Выполнил: Комаров Андрей

Группа: 1538

Преподаватель: Королёв Александр
Александрович

Санкт-Петербург, 2010 г.

1 Цели работы

1. Экспериментальная проверка уравнения состояния идеального газа.
2. Определение температуры абсолютного нуля по шкале Цельсия.

2 Теоретические основы лабораторной работы

В том случае, когда состояние газа далеко от области фазовых превращений, его с достаточной степенью точности можно считать идеальным. В качестве идеального газа в работе используется обычный атмосферный воздух.

Для произвольной массы m идеального газа справедливо следующее уравнение состояния:

$$PV = \frac{m}{\mu}RT \quad (1)$$

где P — давление, V — объем, μ — молярная масса, T — абсолютная температура газа, R — универсальная газовая постоянная. Это уравнение называется уравнением Менделеева-Клапейрона.

Нулю абсолютной температуры по шкале Цельсия соответствует значение $t_0 = -273.15^\circ$. Градусы шкалы абсолютной температуры (шкалы Кельвина) и шкалы Цельсия выбраны одинаковыми. Поэтому значение абсолютной температуры связано со значением температуры по шкале Цельсия формулой

$$T = t(^{\circ}\text{C}) - t_0 = t(^{\circ}\text{C}) + 273.15^{\circ}\text{C} \quad (2)$$

Пусть исследуемый газ находится в цилиндре с контролируемым рабочим объемом $V_{\text{ц}}$ (см. рис. 1), масса газа в цилиндре $m_{\text{ц}}$. Температура t цилиндра с газом поддерживается постоянной.

Датчик давления, работающий при комнатной температуре, вынесен за пределы рабочего объема и соединен с последним трубкой. Объем газа V_x в этой трубке мал по сравнению с рабочим объемом $V_{\text{ц}}$. В соединительной трубке также находится газ массой m_x при некоторой неизвестной средней температуре t_x , лежащей в интервале от комнатной температуры до температуры t рабочего объема.

В работе измеряется зависимость давления P газа от величины рабочего объема $V_{\text{ц}}$ при разных значениях температуры t (от 20°C до 60°C). Выведем соотношение, связывающее рабочий объем и давление газа при постоянной температуре. Общее количество вещества в рабочем объеме и соединительной трубке

$$v = \frac{m_{\text{ц}} + m_x}{\mu} \quad (3)$$

в течение всей работы остается постоянным. Выражая массы газа $m_{\text{ц}}$ и m_x из уравнения состояния (1), абсолютную температуру из соотношения (2), и подставляя найденные выражения в формулу (3), получим

$$\nu = \frac{PV_{\text{ц}}}{R(t - t_0)} + \frac{PV_x}{R(t_x - t_0)} \quad (4)$$

Из этого уравнения найдем искомое соотношение:

$$V_{\text{ц}} = \frac{\nu R(t - t_0)}{P} + \frac{V_x(t - t_0)}{t_x - t_0} \quad (5)$$

Из-за перераспределения газа между объемами $V_{\text{ц}}$ и V_x в процессе измерения температура t_x может изменяться. Однако, при относительно малой величине V_x изменением второго слагаемого в формуле (5) можно пренебречь. Поэтому при неизменной температуре t зависимость рабочего объема $V_{\text{ц}}$ от обратного давления $\frac{1}{P}$ является линейной. Угловой коэффициент этой зависимости

$$K = \nu R(t - t_0) \quad (6)$$

в свою очередь, линейно меняется с температурой и обращается в нуль при абсолютном нуле температур. Таким образом, изучение зависимости $K(t)$ позволяет найти значение t_0 .

Рассмотрим другой, более точный, способ определения величины t_0 . Если для разных температур измерение давления проводить при одних и тех же значениях объема, то полученные данные легко преобразуются в зависимость давления от температуры при разных значениях рабочего объема газа. Теоретический вид этой зависимости получается из уравнения (5):

$$P = \frac{\nu R(t - t_0)}{V_{\text{n}}(1 + x(t))} \approx \frac{\nu R(t - t_0)}{V_{\text{n}}}(1 - x(t)) \quad (7)$$

где $x(t) = \frac{V_x(t-t_0)}{V_{\text{n}}(t_x-t_0)}$. Справедливость приближенного равенства в формуле (7) обусловлена тем, что значения функции $x(t)$ малы, и для малых x можно воспользоваться формулой приближенных вычислений:

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x \quad (8)$$

В данном случае $\alpha = -1$.

При неизменном рабочем объеме V_{n} график зависимости давления от температуры в соответствии с формулой (7) должен быть почти линейным. Причем давление должно обращаться в нуль как раз при $t = t_0$. Из-за малости функции отклонение от линейности невелико, и при измерении в ограниченном диапазоне температур практически незаметно. Но, если искать значение t_0 с помощью линейной аппроксимации экспериментальной зависимости $P(t)$, продолжая (экстраполируя) аппроксимирующую прямую до пересечения с осью t , то найденное приближенное значение \tilde{t}_0 окажется систематически смещенным влево относительно истинного значения t_0 (см. рис. 2). Причина этого в следующем. Величина $x(t)$ в первом приближении линейно растущая функция температуры, с учетом этого график функции $P(t)$ из уравнения (7) оказывается параболой, выпуклой вверх. Аппроксимирующую прямую, параметры которой найдены по точкам в рабочем диапазоне температур, идет практически по касательной к этому графику, «промахиваясь» мимо истинного значения t_0 , как изображено на рис. 1. Однако, можно показать, что разность $\tilde{t}_0 - t_0$ при малом отношении $\frac{V_x}{V_{\text{n}}}$ должна убывать обратно пропорционально объему V_{n} . Поэтому, правильное значение температуры абсолютного нуля может быть найдено как предел:

$$t_0 = \lim_{\frac{1}{V_{\text{n}}} \rightarrow 0} \tilde{t}_0 \quad (9)$$

линейным продолжением графика зависимости \tilde{t}_0 от $\frac{1}{V_{\text{n}}}$ к значению $\frac{1}{V_{\text{n}}} \rightarrow 0$.

3 Порядок выполнения работы

- С помощью лабораторного барометра определить текущее атмосферное давление P_0 и записать его значение в протокол работы.
- Включить цифровой измерительный прибор в режиме измерения температуры и давления (включение производит дежурный инженер). Установить рабочий объем цилиндра 100 мл (обратите внимание на положение визирной стрелки на маховике штока поршня). Залить в термостат четыре с половиной кружки воды комнатной температуры. Аккуратно поместить в термостат цилиндр 1 с датчиком температуры так, чтобы опорная площадка цилиндра легла на горлышко термостата.
- Подождать пока показания давления престанут изменяться (приблизительно 5–10 минут). При этом рабочий объем газа придет в тепловое равновесие с термостатом. Записать значение температуры термостата (около 20°) в таблицу 1.1. Последовательно изменения рабочий объем газа, начиная со 100 мл, с шагом 10 мл сначала в сторону уменьшения до 50 мл, затем в сторону увеличения до 140 мл и обратно до 50 мл, затем снова до 100 мл дважды

измерить разность давлений ΔP для каждого значения $V_{\text{ц}}$ в таблице 1.1. Результаты заносятся в ячейки третьего и четвертого столбцов таблицы по часовой стрелке. Изменение объема можно контролировать, не вынимая цилиндр из термостата — уменьшению на 10 мл соответствует два оборота маховика по часовой стрелке.

4. Аккуратно вынуть рабочий цилиндр с датчиком температуры из термостата, положить на поддон. Отлить из термостата приблизительно три четверти кружки воды. Вылить воду из кружки в емкость для использованной воды. Налить из чайника три четверти кружки горячей воды в термостат. Перемешать воду в термосе. Поместить в термостат цилиндр с датчиком температуры. В термостате должна установиться новая температура (около 30°C). Повторить измерения п.3. Занести результаты в таблицу 1.2 , аналогичную таблице 1.1.
5. Последовательно изменяя температуру термостата до значений $t_3(40^{\circ}\text{C})$, $t_4(50^{\circ}\text{C})$ и $t_5(60^{\circ}\text{C})$, как описано в пункте 4, записать получившиеся значения температур и произвести измерения п.3. Занести результаты в таблицы 1.3, 1.4, 1.5, аналогичные таблице 1.1.
6. После выполнения всех измерений выключить цифровой измерительный прибор, вынуть цилиндр с датчиком температуры и положить на поддон. Вылить воду из термостата в емкость для использованной воды.

4 Обработка результатов измерений

1. Перевести показания лабораторного барометра из миллиметров ртутного столба в паскали:

$$p_0(\text{Па}) = p_0(\text{мм.рт.ст.}) \cdot \rho g \quad (10)$$

Здесь $\rho = 13\,551 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ — плотность ртути, $g = 9,819 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ — ускорение свободного падения на широте Санкт-Петербурга.

2. Для каждой из таблиц 1.1–1.5 вычислить давление газа P по формуле

$$P = P_0 + \frac{\Delta p_1 + \Delta p_2}{2} \quad (11)$$

обратное давление $\frac{1}{P}$ и заполнить пятую и шестую колонки таблиц.

Таблица 1.1. Зависимость давления от объема при температуре $t_1 = 14,5^{\circ}\text{C}$

phi	1	3	5	7	9	11	13
1	159	156	160	156	161	159	159
2	139	136	137	138	136	138	139
4	98	100	98	96	99	100	98
6	62	63	65	61	61	59	59
8	27	30	24	27	26	27	25
9	10	11	10	12	12	9	9

Таблица 1.2. Зависимость давления от объема при температуре $t_2 = 24,4^\circ C$

№	$V_{\text{п}}, \text{мл}$	$\Delta P_1, \text{кПа}$	$\Delta P_2, \text{кПа}$	$P, \text{кПа}$	$\frac{1}{P}, \text{кПа}^{-1}$
1	50	7,3	7	108,938810785	0,009179465
2	60	-7,7	-6,1	94,888810785	0,0105386504
3	70	-17,8	-17,9	83,938810785	0,0119134402
4	80	-27,2	-27,5	74,438810785	0,0134338524
5	90	-34,7	-35	66,938810785	0,0149390165
6	100	-40,9	-41	60,838810785	0,0164368762
7	110	-46,1	-46,2	55,638810785	0,0179730657
8	120	-50,4	-50,5	51,338810785	0,0194784411
9	130	-54	-54	47,788810785	0,0209254004
10	140	-57,3	-57,4	44,438810785	0,0225028524

Таблица 1.3. Зависимость давления от объема при температуре $t_3 = 33^\circ C$

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\ln(\frac{r}{r_0})$	0,4054	0,5877	0,6931	0,9162	1,0986	1,2527	1,3862	1,6094	1,7917	2,0794
ϕ	8,33	7,46	6,86	5,69	4,98	4,29	3,84	2,82	1,91	0,59

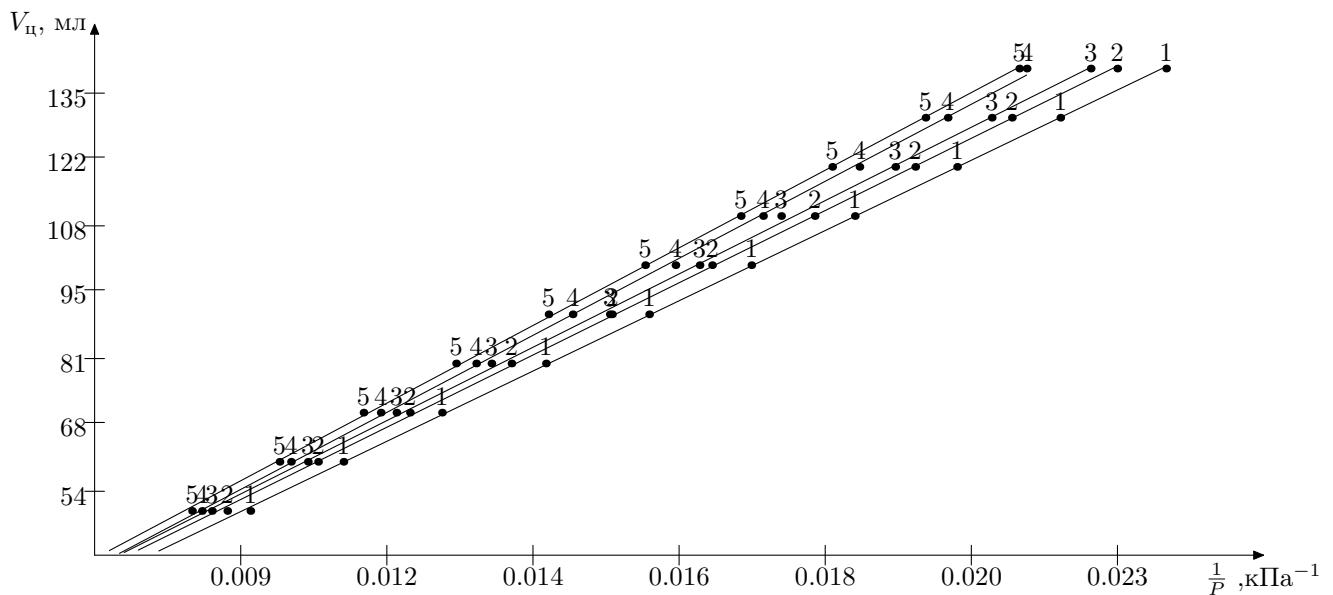
Таблица 1.4. Зависимость давления от объема при температуре $t_4 = 40,7^\circ C$

№	$V_{\text{п}}, \text{мл}$	$\Delta P_1, \text{кПа}$	$\Delta P_2, \text{кПа}$	$P, \text{кПа}$	$\frac{1}{P}, \text{кПа}^{-1}$
1	50	12,2	11,5	113,638810785	0,0087998105
2	60	-3,6	-2,6	98,688810785	0,010132861
3	70	-14,7	-14,6	87,138810785	0,0114759427
4	80	-24,1	-24,5	77,488810785	0,012905089
5	90	-32,2	-32	69,688810785	0,0143495059
6	100	-38,8	-38,9	62,938810785	0,0158884476
7	110	-43,5	-43,8	58,138810785	0,0172002142
8	120	-48,2	-48,1	53,638810785	0,0186432172
9	130	-51,4	-52	50,088810785	0,0199645387
10	140	-55	-54	47,288810785	0,0211466515

Таблица 1.5. Зависимость давления от объема при температуре $t_5 = 50,4^\circ C$

№	$V_{\text{п}}, \text{мл}$	$\Delta P_1, \text{кПа}$	$\Delta P_2, \text{кПа}$	$P, \text{кПа}$	$\frac{1}{P}, \text{кПа}^{-1}$
1	50	14	13,6	115,588810785	0,0086513564
2	60	-1,3	-1,5	100,388810785	0,0099612695
3	70	-12,6	-12,7	89,138810785	0,0112184579
4	80	-22,4	-22,5	79,338810785	0,0126041718
5	90	-30,3	-30,3	71,488810785	0,013988203
6	100	-37	-37	64,788810785	0,0154347639
7	110	-42,6	-42,4	59,288810785	0,0168665889
8	120	-47	-46,9	54,838810785	0,0182352605
9	130	-50,8	-50,9	50,938810785	0,0196313967
10	140	-54,3	-54,2	47,538810785	0,0210354442

3. По данным таблиц 1.1–1.5 для температур t_1, t_2, \dots, t_5 построить на одной координатной сетке графики зависимости рабочего объема $V_{\text{п}}$ от обратного давления $\frac{1}{P}$. Убедиться, что зависимость $V_{\text{п}}$ от $\frac{1}{P}$ во всех пяти случаях является прямолинейной.



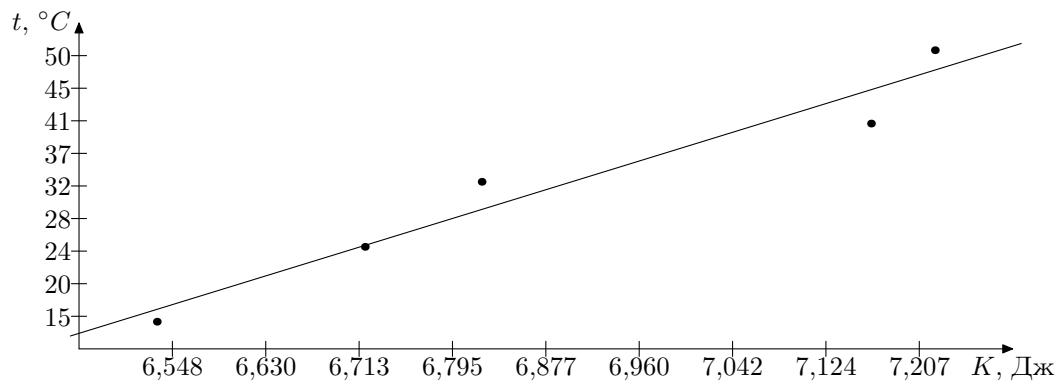
4. Перенести значения рабочих температур t_1, t_2, \dots, t_5 во второй столбец таблицы 2.1. Для каждого из графиков V_n от $\frac{1}{P}$ рассчитать угловой коэффициент K по формулам, приведенным в дополнении к работе. Значения K также занести в таблицу.

Таблица 2.1. Зависимость углового коэффициента графика $V_n(\frac{1}{P})$ от температуры газа

№	$t, ^\circ C$	$K, Дж$
1	14,5	6,53433405221
2	24,4	6,71771409787
3	32,5	6,8207019108
4	38,1	7,16397368661
5	48,2	7,22026879175

5. По таблице 2.1. построить график зависимости $K(t)$. Как следует из формулы (6) этот график должен «идти» прямолинейно и пересекать ось t при температуре абсолютного нуля. По найденным экспериментальным точкам найти угловой коэффициент A и свободное слагаемое C для зависимости $K(t)$ по. Рассчитать температуру абсолютного нуля:

$$t_0 = \frac{-C}{A} = -303,93^\circ C \quad (12)$$



Найти погрешности ΔA , ΔC и вычислить погрешность температуры абсолютного нуля:

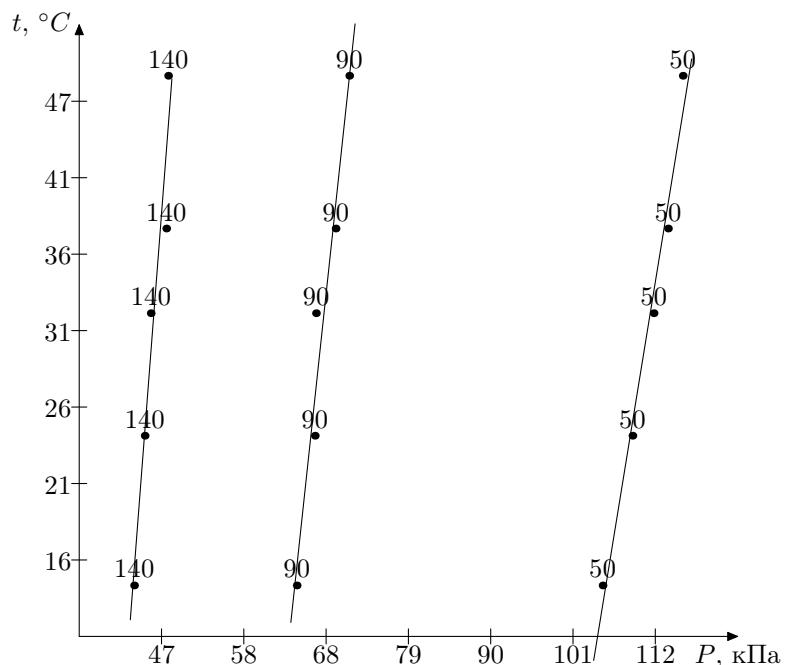
$$\Delta t_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} = 42,62^\circ C \quad (13)$$

6. По данным таблиц 1.1–1.5 заполнить таблицу 2.2.

Таблица 2.2. Зависимость давления газа от температуры при разных значениях объема

$V_{\text{ц}}$, мл	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
t , °C	P , кПа									
14,5	104,99	91,59	80,69	71,69	64,54	58,74	53,84	49,74	46,19	43,04
24,4	108,94	94,89	83,94	74,44	66,94	60,84	55,64	51,34	47,79	44,44
32,5	111,74	96,29	85,39	76,14	67,09	61,54	57,24	52,14	48,49	45,24
38,1	113,64	98,69	87,14	77,49	69,69	62,94	58,14	53,64	50,09	47,29
48,2	115,59	100,39	89,14	79,34	71,49	64,79	59,29	54,84	50,94	47,54
$\frac{1}{V_{\text{ц}}}$, мл ⁻¹	0,020	0,017	0,014	0,013	0,011	0,010	0,009	0,008	0,008	0,007
t_0 , °C	-316,08	-335,29	-312,23	-303,21	-302,38	-321,30	-312,73	-310,50	-306,46	-286,11

Пользуясь таблицей 2.2 для значений объема цилиндра 50, 90, 140 мл на одной координатной сетке построить графики $P(t)$, убедиться, что они «идут» прямолинейно.

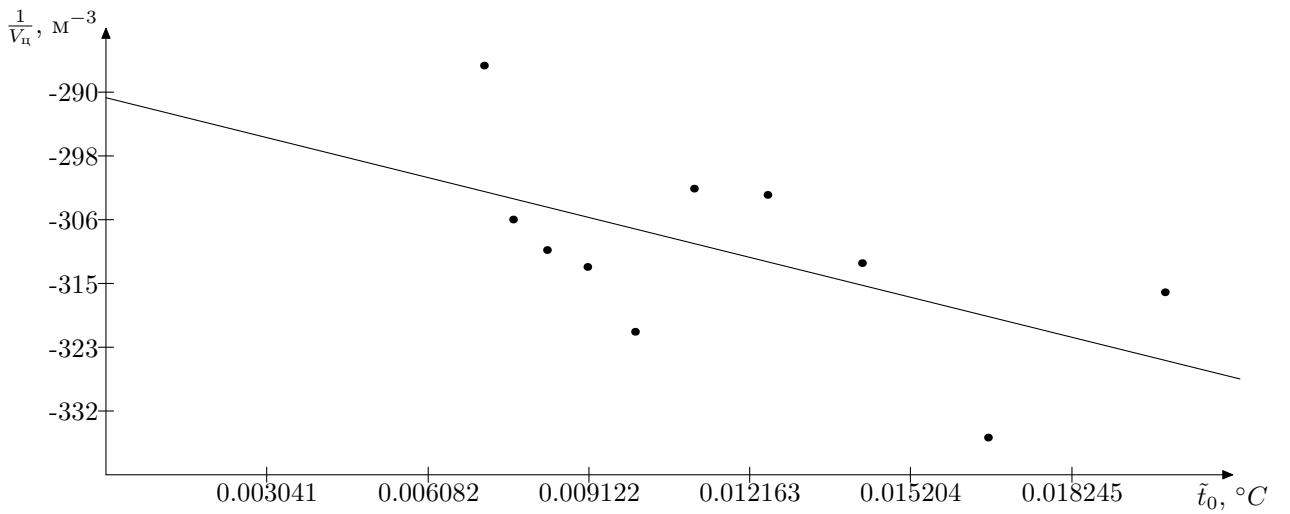


7. Для каждого из объемов в таблице 2.2 найти значение обратного объема $\frac{1}{V_{\text{ц}}}$ и рассчитать величину \tilde{t}_0 по формуле

$$\tilde{t}_0 = -\frac{c}{a} \quad (14)$$

где a и c , соответственно, угловой коэффициент и свободное слагаемое для зависимости $P(t)$. Занести значения в таблицу 2.2.

8. Пользуясь таблицей 2.2, по формулам найти угловой коэффициент A' и свободное слагаемое C' для зависимости $\tilde{t}_0(\frac{1}{V_{\text{ц}}})$. Величина C' фактически есть предел (9), т.е. совпадает со значением t_0 . На координатной сетке \tilde{t}_* от $\frac{1}{V_{\text{ц}}}$ отметить экспериментальные точки и начертить прямую, соответствующую параметрам A' и C' . Продолжить прямую до пересечения с осью ординат.



По этой зависимости, $t_0 = -290,36$

9. Рассчитать погрешность Δt_0 как $\Delta C'$: $\Delta t_0 = 11,06$

10. Для нахождения аппроксимирующих прямых использовались следующие формулы:

$$A = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}) Y_i, \quad C = \bar{Y} - A \bar{X} \quad (15)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i, \quad D = \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad (16)$$

11. Погрешности коэффициента и слагаемого вычисляются по формулам

$$\Delta A = \sqrt{\frac{E}{D}}, \quad \Delta C = \sqrt{\left(\frac{1}{N} + \frac{\bar{X}^2}{D} \right) \cdot E} \quad (17)$$

где

$$E = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (Y_i - AX_i - C)^2 \quad (18)$$

5 Выводы

Температура абсолютного нуля равна:

- Для первого способа измерения: $t_0 = -303,93 \pm 42,62^\circ C$
- Для второго способа: $t_0 = -290,36 \pm 11,06^\circ C$