Семинар №5. Теорема Гаусса-Маркова. УМНК.

1. Необходимыми условиями теоремы Гаусса-Маркова являются
   1) Правильная специфицикация модели: $Y = X\beta + \varepsilon$,
   2) Полный ранг матрицы X,
   3) Нормальность распределения случайной составляющей
   4) Равенство 0 вектора математических ожиданий случайной составляющей,
   5) Скалярность (пропорциональность единичной матрице) ковариационной матрицы случайной составляющей,
   6) Детерминированность матрицы X
   7) Наличие в матрице X единичного столбца

2. Оценки метода наименьших квадратов коэффициентов регрессии: $Y = X\beta + \varepsilon$ останутся несмещенными при нарушении условий теоремы Гаусса – Маркова
   1) $\mathrm{var}(\varepsilon_i) = \delta^2$ при всех i
   2) $\mathrm{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$; i≠j,
   3) состоящих во включении в модель лишнего объясняющего фактора Z,
   4) состоящих в невключении в модель необходимого фактора,
   5) состоящих во включении стохастических регрессоров, не коррелирующих со случайной составляющей

3. Оценки метода наименьших квадратов коэффициентов регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ при выполнении условий теоремы Гаусса – Маркова являются:

1) несмещенными;
2) линейными по X;
3) линейными по Y;
4) наиболее эффективными в классе всех нелинейных оценок.

4. Оценки метода наименьших квадратов коэффициентов регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ при выполнении условий теоремы Гаусса – Маркова имеют наименьшую дисперсию
   1) в классе всех нелинейных оценок;
   2) в классе всех линейных оценок;
   3) в классе всех нелинейных несмещенных оценок;
   4) в классе всех линейных несмещенных оценок.

5. Для модели $Y_i = a_0 + a_1 X_i + \varepsilon_i$ выполняются условия теоремы Гаусса – Маркова, тогда наиболее эффективной из приведенных ниже для коэффициента a_1 является оценка:

1) $\hat{a}_1 = \dfrac{Y_n - Y_1}{X_n - X_1}$ 2) $\hat{a}_1 = \dfrac{Y_{n-1} - Y_2}{X_{n-1} - X_2}$ 3) $\hat{a}_1 = \dfrac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$ 4) $\hat{a}_1 = \dfrac{1}{n} \sum \dfrac{Y_i - \bar{Y}}{X_i - \bar{X}}$

6. Если для модели $Y = X\beta + \varepsilon$ выполняются условия теоремы Гаусса – Маркова, то скалярной (пропорциональной единичной) является ковариационная матрица
   1) случайной составляющей ε
   2) ошибок регрессии $\hat{\varepsilon}$
   3) вектора Y
   4) выровненного вектора $\hat{Y}$
   5) вектора оценок коэффициентов регрессии â

7. Если для модели $Y = X\beta + \varepsilon$ выполняются условия теоремы Гаусса – Маркова, то невырожденной является ковариационная матрица
   1) случайной составляющей ε
   2) ошибок регрессии $\hat{\varepsilon}$
   3) вектора Y
   4) выровненного вектора $\hat{Y}$
   5) вектора оценок коэффициентов регрессии $\hat{\beta}$

8. **Условный МНК (УМНК).**

Найдите оценки регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$, *при условии, что* $Q\beta = q$. Найти остатки в такой задаче, RSS, ESS, TSS и их математические ожидания. Как связаны остатки, RSS, ESS и TSS условного МНК с безусловным МНК?

9. **Математическое ожидание от квадратичных форм.**
   Утв. Если X – случайный вектор с $E[X] = \theta$ *и* $\mathrm{var}[X] = \Sigma$, *а A – симметричная матрица, то* $E[X'AX] = tr[A\Sigma] + \theta' A\theta$.
   a) Найти математическое ожидание от RSS.
   b) Найти математическое ожидание от TSS.
   c) Найти математическое ожидание от ESS.

Задание для выполнения на компьютерах

Задание составлено по статье:

Mankiw G.N., David Romer, Weil D.N. A Contribution to the Empirics of Economic Growth // Quarterly Journal of Economics. 1992. Vol. 107. No. 2. P. 407-437.

1. Прочитайте статью, в которой описана теоретическая модель и её эконометрическая спецификация.
2. Откройте файл с данными **mrw.dta** в программе STATA10. Описание переменных смотрите в файле (каком?). Обратите внимание на то, что некоторые переменные даны в %, а не в долях, как нам потребуется для расчетов (Почему нужны именно доли?).
3. Создайте логарифмы переменных: gdp60, gdp85, inv, school.
4. Создайте логарифм переменной popgrow, как lnngdelta = ln(popgrow+0.05), т.к. в статье предполагается, что g+δ=0.05 для экономики США.
5. Оцените модель Солоу отдельно для стран не экспортеров нефти, с хорошими данными и стран OECD (соответствующие дамми переменные созданы в файле).

$$\ln\left(\frac{Y}{L}\right) = a + \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln(n+g+\delta) + \epsilon$$

В наших обозначениях это будет выглядеть так:

$$\ln gdp85 = \beta_0 + \beta_1 \ln ngdelta + \beta_2 \ln inv + \varepsilon$$

Значимы ли модели? Значимы ли коэффициенты? Каков R^2?

6. Протестируйте линейное ограничение на коэффициенты модели: $\beta_1 + \beta_2 = 0$. В чем содержательный смысл этого ограничения? Адекватно ли оно для нашей модели и наших данных?
7. Оцените модель из пункта 5 с ограничением из пункта 6.
8. Проделайте тест Чоу о равенстве коэффициентов модели для нефтяных и нефтяных стран. Можно ли по результатам этого теста сделать вывод об однородности выборки?
9. Оцените расширенную модель Солоу, добавив в модель логарифм переменной school. Что изменилось? Проверьте гипотезу о важности вклада человеческого капитала в экономический рост. Какой можно сделать вывод?
10. Постройте модель для оценки безусловной конвергенции (стр.425 в статье) отдельно для разных групп стран, описанных в пункте 5.

$$\ln gdp85 - \ln gdp60 = \beta_0 + \beta_1 \ln gdp60 + \varepsilon$$

Какой можно сделать вывод на основании полученных результатов?

11. В качестве домашнего задания постройте все оставшиеся модели (стр.426-429), которые были построены в статье. Сравните результаты.