Основы логики предикатов

ИДЗ 4

Вариант: 16

Фамилия, имя, отчество: Андреев Егор Сергеевич

Номер группы: 8к43

Список задач

1. Перенести отрицание за скобки предиката. Полученное выражение должна иметь нормальную форму.

$$\neg(\exists v \forall u(A(u,v) \rightarrow B(u,v))), \tag{1}$$
$$\neg(\forall u \forall v(\neg A(u,v) \land B(u,v))), \tag{2}$$
$$\neg(\forall u \exists v(\neg A(u,v) \land \neg B(u,v))) \tag{3}$$

1. Привести к сколемовской стандартной форме

$$\exists u \exists v \forall w(A(u,v) \land \neg B(u,w)), \tag{4}$$
$$forallu \exists v \forall w(\neg A(u,v) \rightarrow \neg B(u,w)) \tag{5}$$

3. Пусть P(x) определен на конечном множестве $e \quad M = \{a_1, \dots, a_k\}$. Какую логическую связку обобщает квантор всеобщности, навешенный на предикат $\forall x(P(x) \equiv$? (Т.е. представьте интерпретацию $\forall x(P(x))$.
4. Пусть P(x) определен на конечном множестве $e \quad M = \{a_1, \dots, a_k\}$. Какую логическую связку обобщает квантор всеобщности, навешенный на предикат $\exists x P(x) \equiv$? (Т.е. представьте интерпретацию $\exists x P(x)$).
5. Привести к предваренной нормальной форме предикаты:

$$\forall x P(x) \land \forall x Q(x) \equiv \dots, \tag{6}$$
$$\forall x P(x) \lor \forall x Q(x) \equiv \dots, \tag{7}$$
$$\exists x P(x) \land \exists x Q(x) \equiv \dots, \tag{8}$$
$$\exists x P(x) \lor \exists x Q(x) \equiv \dots, \tag{9}$$
$$\forall x P(x) \lor \exists x Q(x) \equiv \dots, \tag{10}$$

Задача 1

Условие задачи

Перенести отрицание за скобки предиката. Полученное выражение должна иметь нормальную форму.

$$\neg(\exists v \forall u(A(u,v) \rightarrow B(u,v))), \tag{1}$$
$$\neg(\forall u \forall v(\neg A(u,v) \land B(u,v))), \tag{2}$$
$$\neg(\forall u \exists v(\neg A(u,v) \land \neg B(u,v))) \tag{3}$$

Решение

$$\neg(\exists v\forall u(A(u,v) \to B(u,v))) \sim \forall v\exists u(A(u,v) \wedge \neg B(u,v)), \tag{1}$$
$$\neg(\forall u\forall v(\neg A(u,v) \wedge B(u,v))) \sim \exists u\exists v(A(u,v) \vee \neg B(u,v)), \tag{2}$$
$$\neg(\forall u\exists v(\neg A(u,v) \wedge \neg B(u,v))) \sim \exists u\forall v(A(u,v) \vee B(u,v)) \tag{3}$$

Задача 2

Условие задачи

Привести к сколемовской стандартной форме

$$\exists u\exists v\forall w(A(u,v) \wedge \neg B(u,w)), \tag{4}$$
$$forallu\exists v\forall w(\neg A(u,v) \to \neg B(u,w)) \tag{5}$$

Решение

$$\exists u\exists v\forall w(A(u,v) \wedge \neg B(u,w)) \sim \forall w(A(a,b) \wedge \neg B(a,w)) \sim \forall wA(a,b) \wedge \forall w\neg B(a,w), \tag{4}$$
$$\forall u\exists v\forall w(\neg A(u,v) \to \neg B(u,w)) \sim \forall u\forall w(\neg A(u,f(u)) \to \neg B(u,w)) \sim \forall u\forall w(A(u,f(u)) \vee \neg B(u,w)) \tag{5}$$

Задача 3

Условие задачи

Пусть P(x) определен на конечном множестве $e \quad M = \{a_1, \dots, a_k\}$. Какую логическую связку обобщает квантор всеобщности, навешенный на предикат $\forall xP(x) \equiv$? (Т.е. представьте интерпретацию $\forall xP(x)$).

Решение

$$\forall xP(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_k)$$

Задача 4

Условие задачи

Пусть P(x) определен на конечном множестве $e \quad M = \{a_1, \dots, a_k\}$. Какую логическую связку обобщает квантор всеобщности, навешенный на предикат $\exists xP(x) \equiv$? (Т.е. представьте интерпретацию $\exists xP(x)$).

Решение

$$\exists xP(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \dots \vee P(a_k)$$

Задача 5

Условие задачи

Привести к предваренной нормальной форме предикаты:

$$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \equiv ..., \tag{6}$$
$$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \equiv ..., \tag{7}$$
$$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \equiv ..., \tag{8}$$
$$\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv ..., \tag{9}$$
$$\forall x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv ... \tag{10}$$

Решение

$$\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x) \equiv \forall x (P(x) \wedge Q(x)), \tag{6}$$
$$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \equiv \forall x (P(x) \vee Q(x)), \tag{7}$$
$$\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \wedge Q(x)), \tag{8}$$
$$\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x)), \tag{9}$$
$$\forall x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \forall x \exists y (P(x) \vee Q(y)) \tag{10}$$