

# Основы логики высказываний

ИДЗ 2

Вариант: 16

Фамилия, имя, отчество: Андреев Егор Сергеевич

Номер группы: 8к43

## Список задач

1. Упростите формулу логики высказываний, используя основные равносильности между формулами.

$$(\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee \neg H \wedge G) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D) \vee G \wedge H \wedge \neg G$$

## Задача 1

### Условие задачи

Упростите формулу логики высказываний, используя основные равносильности между формулами.

$$(\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee \neg H \wedge G) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D) \vee G \wedge H \wedge \neg G$$

### Решение

$$\begin{aligned} & (\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee (\neg H \wedge G)) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D) \vee G \wedge H \wedge \neg G \equiv \\ & \equiv (\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee (\neg H \wedge G)) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D) \vee (G \wedge H \wedge \neg G) \equiv \\ & \equiv \langle G \wedge H \wedge \neg G \equiv 0 \rangle \equiv (\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee (\neg H \wedge G)) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D) \equiv \\ & \equiv \langle \overset{X \vee (Y \wedge Z) \equiv (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)}{X = \neg F \vee G \vee H, Y = \neg H, Z = G} \rangle \equiv (\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee G \vee H \vee \neg H) \wedge (\neg F \vee G \vee H \vee G) \wedge F \wedge (H \wedge \neg D) \equiv \\ & \equiv \langle H = 1 \rangle \equiv F \wedge (H \wedge \neg D) \equiv F \wedge H \wedge \neg D \end{aligned}$$

$$\boxed{F \wedge H \wedge \neg D} \quad (1)$$

## Текстовый комментарий

### 1. Исходная формула

$$(\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee (\neg H \wedge G)) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D) \vee G \wedge H \wedge \neg G,$$

$$(\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee (\neg H \wedge G)) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D) \vee (G \wedge H \wedge \neg G).$$

### 2. Уберём всегда ложный дизъюнкт

Так как  $G \wedge H \wedge \neg G \equiv 0$ , его можно исключить из дизъюнкции:

$$(\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee (\neg H \wedge G)) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D).$$

### 3. Раскроем отрицание

Так как  $\neg(\neg H \vee D) \equiv (H \wedge \neg D)$ , получим:

$$(\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee (\neg H \wedge G)) \wedge F \wedge (H \wedge \neg D).$$

### 4. Применим дистрибутивность к дизъюнкции

Так как  $X \vee (Y \wedge Z) \equiv (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$ , то подставив  $X \equiv \neg F \vee G \vee H$ ,  $Y \equiv \neg H$ ,  $Z \equiv G$  получим:

$$(\neg F \vee G \vee H) \vee (\neg H \wedge G) \equiv ((\neg F \vee G \vee H) \vee \neg H) \wedge ((\neg F \vee G \vee H) \vee G),$$

$$(\neg F \vee G \vee H \vee (\neg H \wedge G)) \equiv (\neg F \vee G \vee H \vee \neg H) \wedge (\neg F \vee G \vee H \vee G),$$

и подставим в формулу:

$$(\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee G \vee H \vee \neg H) \wedge (\neg F \vee G \vee H \vee G) \wedge F \wedge (H \wedge \neg D).$$

5. Уберём лишние дизъюнкты

В формуле уже есть конъюнкция с  $(H \wedge \neg D)$ , значит формула выполнима только при  $H = 1$ . Тогда дизъюнкты  $(\neg F \vee G \vee H \vee D)$ ,  $(\neg F \vee G \vee H \vee \neg H)$  и  $(\neg F \vee G \vee H \vee G)$  не влияют на конечный результат, удалим их:

$$F \wedge (H \wedge \neg D) \equiv F \wedge H \wedge \neg D.$$

6. Это и будет упрощённой формой исходной формулы

$$(\neg F \vee G \vee H \vee D) \wedge (\neg F \vee H \vee D \vee (\neg H \wedge G)) \wedge F \wedge \neg(\neg H \vee D) \vee (G \wedge H \wedge \neg G) \equiv F \wedge H \wedge \neg D.$$