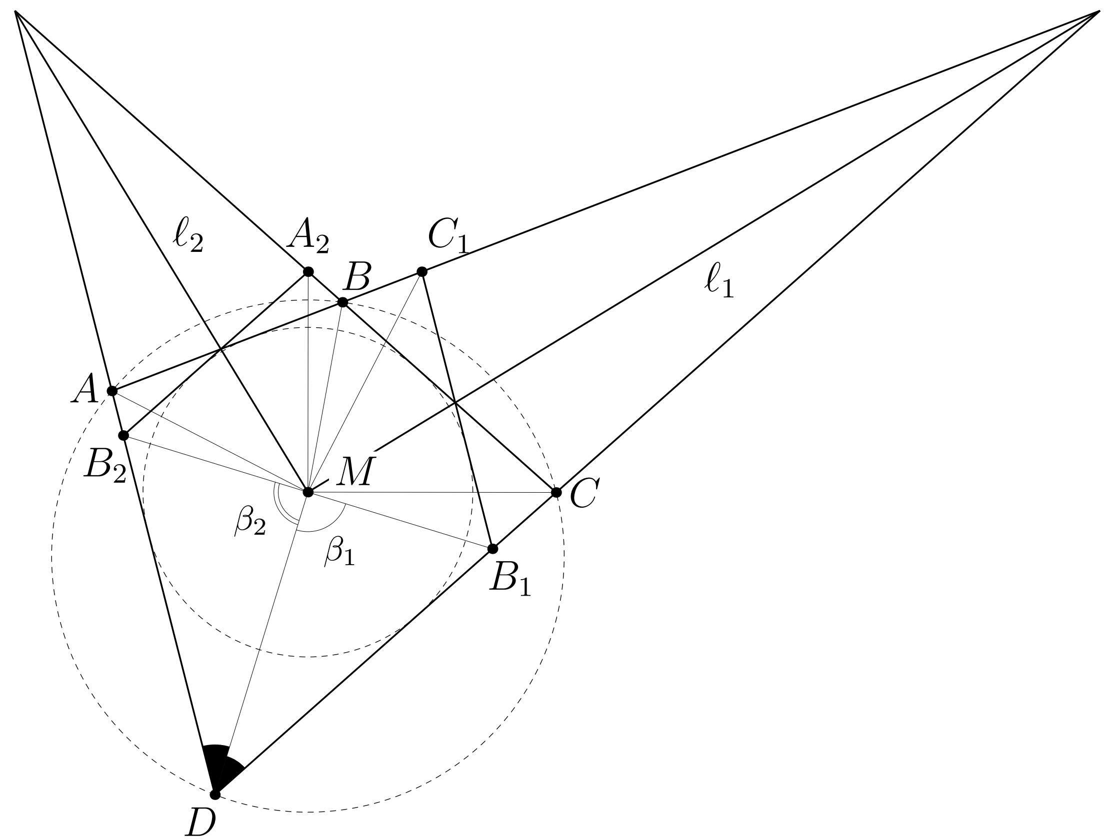

Пусть прямая ℓ_1 — ГМТ точек, равноудалённых от прямых AB и CD, а прямая ℓ_2 — ГМТ точек, равноудалённых от прямых BC и AD, причём $\ell_1 \cap \ell_2 = M$. Точки, симметричные B и C относительно ℓ_1, обозначим через B_1 и C_1 соответственно. Ясно, что они попадут на прямые CD и AB соответственно. Точки, симметричные B и A относительно ℓ_2, обозначим через B_2 и A_2 соответственно. Ясно, что они попадут на прямые AD и BC соответственно.

Очевидно, что $S_{ABCD} = S_{AC_1B_1D}$ ($\triangle BC_1B_1 = \triangle B_1CB$). Из равенства треугольников AMB_2 и A_2MB следует, что $S_{B_2MD} + S_{A_2MC} = S_{AMD} + S_{MBC} = S_{AMD} + S_{MB_1C_1}$.

Пусть теперь $\angle DMB_1 = \beta_1$, $\angle DMB_2 = \beta_2$, $\angle AMC_1 = \alpha_1$, $\angle A_2MC = \alpha_2$. Тогда $S_{AC_1B_1D} = S_{DMB_1} + S_{AMC_1} + S_{AMD} + S_{MB_1C_1} = S_{DMB_1} + S_{AMC_1} + S_{B_2MD} + S_{A_2MC} = \left(\dfrac{\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2}{2}\right) AM \cdot MC + \left(\dfrac{\sin\beta_1 + \sin\beta_2}{2}\right) BM \cdot MD$. Из равенств $S_{AC_1B_1D} = S_{ABCD} = AM \cdot MC + BM \cdot MD$, получаем, что $\angle\beta_1 = \angle\beta_2 = \angle\alpha_1 = \angle\alpha_2 = 90^\circ$.

Прямоугольные треугольники DMB_1 и DMB_2 равны по двум катетам, откуда следует, что MD – биссектриса угла $\angle ADC$. Следовательно, $ABCD$ – описанный, ведь точка M равноудалена от всех его сторон. Из того, что DM является биссектрисой и $\angle DMC = 90^\circ$, следует, что $AD \parallel B_1C_1$, что равносильно вписанности четырёхугольника $ABCD$.