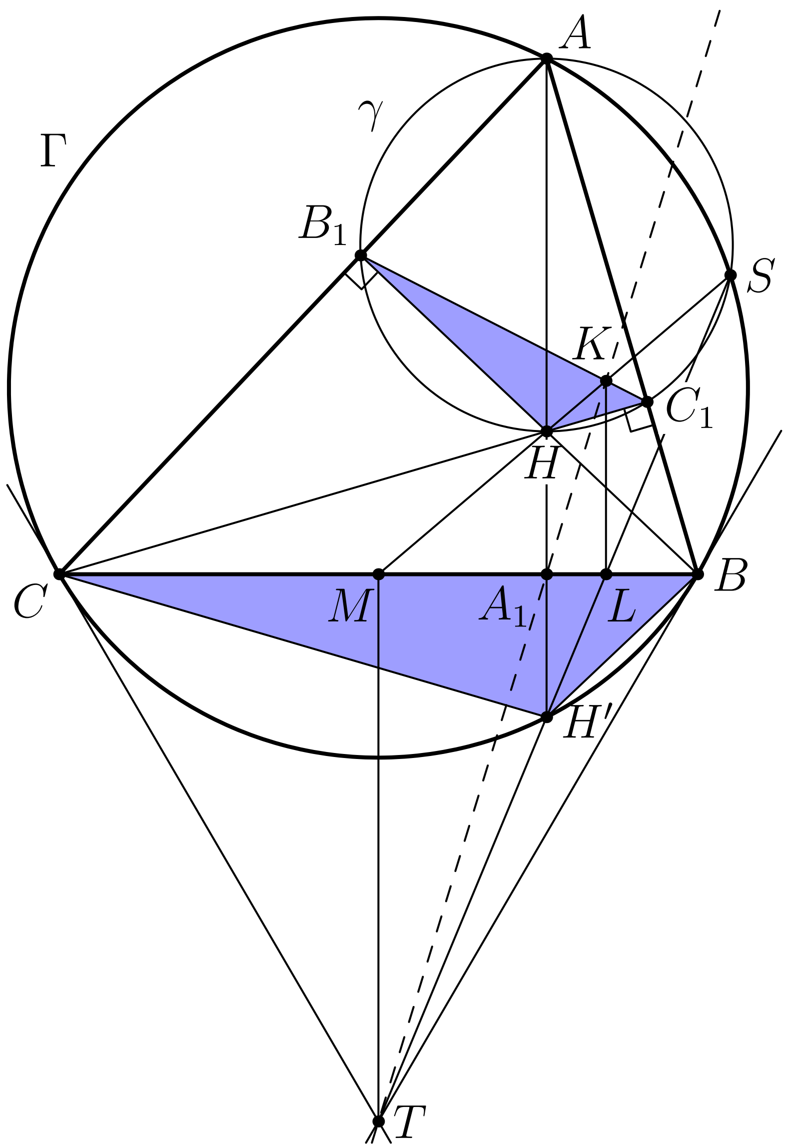

Пусть Γ – окружность, описанная около треугольника ABC; A_1, B_1, C_1 – основания высот из соответствующих вершин; γ – окружность, описанная около треугольника AB_1C_1; M – середина BC. Пусть точка H' симметрична H относительно BC (очевидно, что $H' \in \Gamma$). Пусть также T – точка пересечения касательных к Γ, восстановленных в точках B и C, $K = MH \cap B_1C_1$, $L = TH' \cap BC$, а S – вторая точка пересечения Γ с γ (отличная от A). Наша цель доказать, что точки K, A_1, T — коллинеарны (лежат на одной прямой)

Как известно, S – центр поворотной гомотетии $\boldsymbol{\mathcal{F}}$, переводящей B_1C_1 в CB. При этом $\boldsymbol{\mathcal{F}}(\gamma) \to \Gamma$. Покажем, что $\boldsymbol{\mathcal{F}}(H) \to H'$. Сразу отметим, что M – точка пересечения касательных к γ, восстановленных в точках B_1 и C_1 (доказывается простым счётом углов). Таким образом $\boldsymbol{\mathcal{F}}(M) \to T$. Поскольку $\angle C_1B_1H = \angle BCH = \angle BCH'$, то с учётом вышесказанного получаем, что действительно $\boldsymbol{\mathcal{F}}(H) \to H'$. А отсюда следует, что $\boldsymbol{\mathcal{F}}(K) = L$.

Теперь воспользуемся тем, что $\boldsymbol{\mathcal{F}}(H) \to H'$ и $\boldsymbol{\mathcal{F}}(M) \to T$. А тогда, в силу свойств поворотной гомотетии, точка S также является поворотной гомотетией $\boldsymbol{\mathcal{P}}$, переводящей HH' в MT. Теперь заметим, что $MT \perp CB \perp HH'$ $\Rightarrow MT \parallel HH'$, а значит $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ на самом деле гомотетия (с центром S). Откуда получаем, что M, H, K, S коллинеарны и T, H', L, S коллинеарны. Вернёмся к $\boldsymbol{\mathcal{F}}$. Так как $\boldsymbol{\mathcal{F}}(H) \to H'$ и $\boldsymbol{\mathcal{F}}(K) \to L$, то $\dfrac{HK}{H'L} = \dfrac{SK}{SL}$, откуда $LK \parallel HH'$ по теореме Фалеса.

Теперь осталось записать несколько подобий треугольников, воспользовавшись найденными паралельностями.

1) $\triangle MHA_1 \sim \triangle MKL$ (гомотетичны с центром в M)

$$\frac{A_1H}{KL} = \frac{MA_1}{ML}$$

2) $\triangle LA_1H' \sim \triangle LMT$ (гомотетичны с центром в L)

$$\frac{A_1H'}{MT} = \frac{LA_1}{ML}$$

Отсюда получаем, что $\dfrac{MT}{KL} = \dfrac{MA_1}{LA_1}$ (так как $A_1H = A_1H'$). Теперь остаётся лишь заметить, что прямоугольные треугольники LA_1K и MA_1T подобны ввиду последнего соотношения, а это равносильно коллинеарности точек T, A_1, K.