

Вопрос по выбору

Электромагнитные волны в волноводах

Киркича Андрей, Б01-202, МФТИ

Цель работы: знакомство с методами получения и анализа электромагнитных волн СВЧ-диапазона.

В работе используются: генератор СВЧ, измерительная линия, усилитель, заглушка, отрезок волновода с поглощающей нагрузкой, отрезки волноводов различных сечений, детекторная головка.

Теоретические сведения

В диапазоне сверхвысоких частот передача энергии с помощью двухпроводной линии или коаксиальных кабелей неэффективна из-за больших потерь: растёт сопротивление проводов из-за скин-эффекта, а кроме того усиливается излучение энергии в окружающее пространство ($\sim \nu^4$). В СВЧ-диапазоне энергия передаётся с помощью металлических труб, называемых волноводами.

Чтобы найти структуру э.м. поля в волноводе, сложим падающую и отражённые от стенок плоские волны.

Рассмотрим отражение плоской э.м. волны от идеально проводящей, бесконечной плоскости $x = 0$. Будем отсчитывать расстояния от начала координат, а время - от момента прихода падающей волны в точку 0.

В произвольную точку M приходят две волны: падающая $\mathbf{E}_{\text{пад}}$ и отражённая $\mathbf{E}_{\text{отр}}$. При этом

$$E_{\text{пад}} = E_0 \cdot \exp(i(\omega t - \mathbf{k}_1 \mathbf{r})),$$

$$E_{\text{отр}} = -E_0 \cdot \exp(i(\omega t - \mathbf{k}_2 \mathbf{r})),$$

где $k_1 = k_2 = \omega/c$. Знак «-» в отражённой волне связан со сдвигом фаз на π при отражении.

Суммарное поле в точке M имеет вид

$$E = E_0 \cdot (e^{i(\omega t - \mathbf{k}_1 \mathbf{r})} - e^{i(\omega t - \mathbf{k}_2 \mathbf{r})}).$$

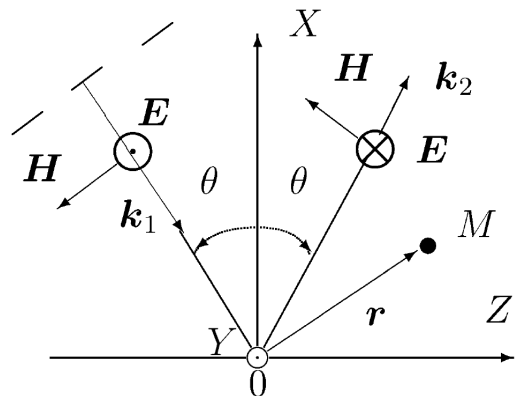


Рис. 1: Отражение плоской волны от проводящей плоскости

Подставим $\mathbf{r} = [x, 0, z]$, $\mathbf{k}_1 = [-k \cos \theta, 0, k \sin \theta]$, $\mathbf{k}_2 = [k \cos \theta, 0, k \sin \theta]$:

$$E = 2iE_0 \sin(kx \cos \theta) \cdot e^{i\omega(t - z \sin \theta/c)}.$$

Это выражение описывает волну с амплитудой $2iE_0 \sin(kx \cos \theta)$, бегущую в направлении z с фазовой скоростью $v_{\text{ф}} = c/\sin \theta$. Ясно, что в результате интерференции в пространстве над проводящей поверхностью образуется система стоячих волн. Узлы стоячей волны наблюдаем в точках, где $kx \cos \theta = \pi n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), т.е. там, где

$$x = \frac{\pi n}{k \cos \theta}.$$

Таким образом, поверхность нулевого электрического поля - плоскость, параллельная отражающей поверхности. Расположим в этой плоскости вторую проводящую поверхность. Эта поверхность не исказит полученного распределения поля, т.к. на ней удовлетворяются граничные условия $E(t) = 0$. Точно такие же плоскости можно поставить, например, при $y = 0$ и $y = b$.

Условие распространения волн между параллельными плоскостями, расположенными на расстоянии a друг от друга:

$$\cos \theta_n = \frac{\pi n}{ka} = \frac{n\lambda_0}{2a} = \frac{\pi nc}{a\omega} \leq 1,$$

где λ_0 - длина волны в свободном пространстве. Существует наименьшая критическая частота, при которой волна ещё может проходить через волновод:

$$\omega_{\text{кр}} = \frac{\pi c}{a}.$$

Тогда выражение для фазовой скорости принимает вид:

$$v_{\text{ф}} = \frac{c}{\sin \theta} = \frac{c}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\omega_{\text{кр}}/\omega)^2}},$$

а волновое число, описывающее распространение волны вдоль волновода, рассчитывается по формуле:

$$k_z = \frac{\omega}{v_{\text{ф}}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}\right)^2}.$$

Преобразуем это соотношение, связав длины волн в волноводе ($\lambda_{\text{в}}$), в открытом пространстве (λ_0), и критическую ($\lambda_{\text{кр}}$):

$$\frac{1}{\lambda_{\text{в}}^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_{\text{кр}}^2}.$$

Если в волноводе имеется какое-либо препятствие (в предельном случае волновод закрыт металлической пластиной), то в нём появляется отражённая волна. В результате интерференции образуется стоячая волна:

$$E_{\text{пад}} = E_0 \cdot \exp(i(\omega t - k_z z)),$$

$$E_{\text{отр}} = \rho E_0 \cdot \exp(i(\omega t + k_z z + \varphi)),$$

где ρ - коэффициент отражения по амплитуде, φ - фаза отражённой волны. Суммарное поле в волноводе равно

$$E(z) = E_{\text{пад}} + E_{\text{отр}} = E_0 e^{-ik_z z} \cdot (1 + \rho e^{i(2k_z z + \varphi)}) e^{i\omega t} = A_0 e^{i\omega t}.$$

Максимальное и минимальное значения поля равны соответственно

$$E_{\text{max}} = E_0(1 + \rho), \quad E_{\text{min}} = E_0(1 - \rho),$$

а расстояние между соседними узлами (или пучностями) составляет

$$l = \frac{\pi}{k_z} = \frac{\lambda}{2}.$$

Это даёт удобный способ измерения длины волны λ в волноводе.

Отношение

$$K = \frac{E_{\text{max}}}{E_{\text{min}}}$$

называется коэффициентом стоячей волны. Через него можно выразить коэффициент отражения по амплитуде:

$$\rho = \frac{E_{\text{max}} - E_{\text{min}}}{E_{\text{max}} + E_{\text{min}}} = \frac{K - 1}{K + 1}.$$

Экспериментальная установка

Волны в волноводе при частоте выше критической

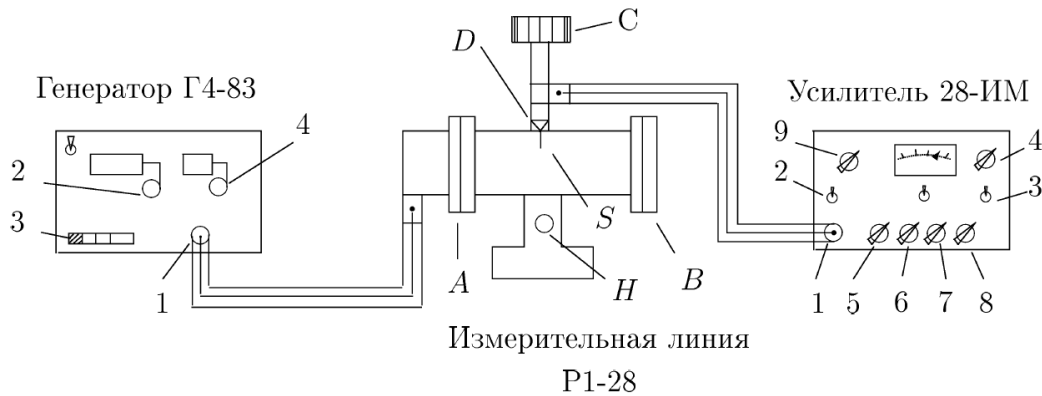


Рис. 2: Схема для исследования структуры волн СВЧ

Модулированный сигнал от высокочастотного генератора поступает на вход А измерительной линии, вдоль которой перемещается зонд S. Высокочастотный сигнал с зонда поступает на кристаллический детектор D, с его нагрузки (RC-цепочки) снимается огибающая сигнала и подаётся на усилитель низкой частоты. Ручка С предназначена для согласования зонда (как антенны) со входом усилителя. Величина сигнала регистрируется вольтметром, вмонтированным в усилитель.

Устройство детекторной головки таково, что отклик вольтметра U на величину поля E в волноводе

$$U \sim E^n,$$

где показатель степени n сам зависит от величины сигнала: при малых сигналах детектирование квадратичное, при больших - линейное.

Обработка результатов измерений

При подготовке приборов к работе были зафиксированы следующие параметры:

- Рабочая частота выходного сигнала $\nu = 9320$ МГц
- Ослабление выходной мощности $\gamma = 20$ дБ
- Размер стенки волновода $a = 23$ мм
- Критическая частота $\nu_{кр} = c/2a \approx 6500$ МГц

В начале волновод с конца был закрыт металлической пластиной. Перемещая

зонд, мы настроились на пучность стоячей волны. Была снята зависимость показаний вольтметра U от положения зонда z , представленная в таблице и на графике ниже.

z , мм	10	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
U , мВ	2.7	3.2	0.1	1.1	5.3	8.9	6.6	1.1	0.0	2.4	7.3	8.7

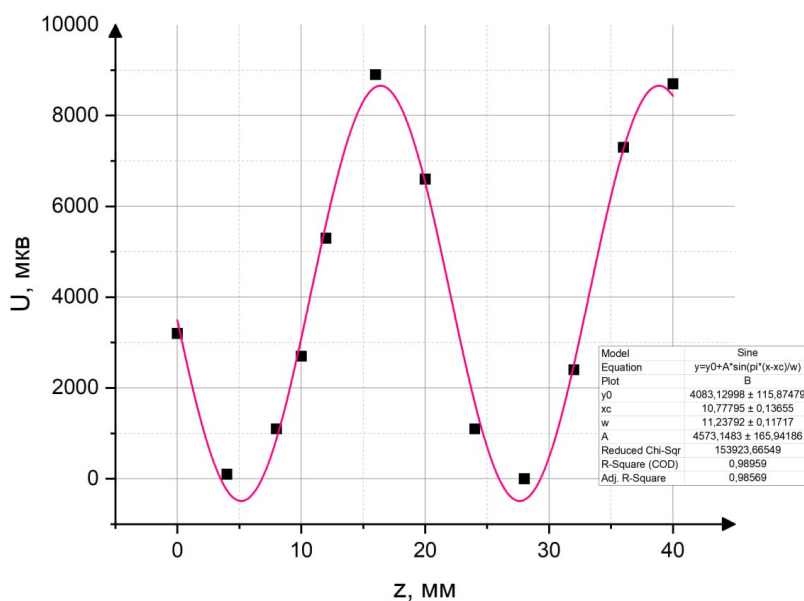


Рис. 3: Зависимость показаний вольтметра от положения зонда

Длина волны в свободном пространстве $\lambda_0 = 32.2$ мм меньше критической длины волны $\lambda_{кр} = 46.0$ мм.

Фазовая скорость равна $v_{\phi} = (42 \pm 5) \cdot 10^4$ км/с.

Групповая скорость равна $v_{гр} = \frac{c^2}{v_{\phi}} = (21 \pm 2) \cdot 10^4$ км/с.

Затем зонд был установлен в узел стоячей волны. Мы сняли зависимость U от координаты зонда z вблизи минимума. Результаты измерений представлены в таблице ниже.

z , мм	25.5	26.0	26.5	27.0	27.5	28.0	28.5	29.0	29.5
U , мкВ	546	312	144	54	12	36	120	246	432

По этим данным можно построить график зависимости $\ln U$ от $\ln(\sin(k_z \cdot \Delta z))$, где Δz - это абсолютное смещение от узла. В нашем случае $z_{узла} = 27.5$ мм.

По графику можно определить длину волны в волноводе:

$$\lambda_{\text{в}} \approx 2 \cdot (28 - 4) \text{ мм} = (48 \pm 4) \text{ мм}.$$

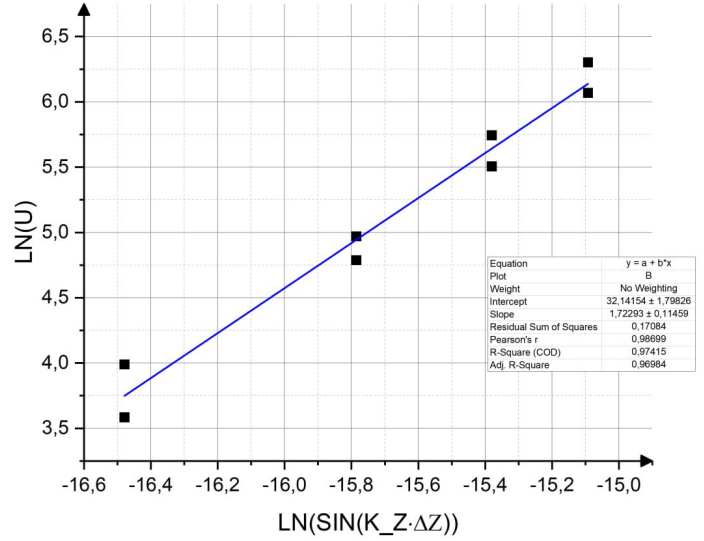
Рассчитаем $\lambda_{\text{в}}$ теоретически: $\lambda_{\text{кр}} = 2a = 46$ мм, $\lambda_0 = 3.22$ см $\Rightarrow \lambda_{\text{в}} = 45$ мм.

Значение, полученное практически, в пределах погрешности совпадает с теоретическим, что говорит об исправности зонда и точной настройке приборов.

Видно, что график отражает линейную зависимость. По наклону прямой можно определить характер детектирования: $\text{tg}(\alpha) \approx 1.7 \Rightarrow n = 2$. Получили, что детектирование квадратичное.

На следующем шаге работы мы сняли заглушку с фланца измерительной линии. Перемещая зонд, измерили максимальное и минимальное напряжение в волне:

Рис. 4: График зависимости $\ln U$ от $\ln(\sin(k_z \cdot \Delta z))$

$$U_{\max} = 1860 \text{ мкВ}, \quad U_{\min} = 540 \text{ мкВ}.$$


То же самое было проделано с надетым на фланец отрезком с поглощающей нагрузкой:

$$U_{\max} = 1110 \text{ мкВ}, \quad U_{\min} = 810 \text{ мкВ}.$$

После этого мы определили коэффициенты отражения (считая детектирование квадратичным) для открытого (r_1), закрытого (r_2) волновода и волновода с поглощающей нагрузкой (r_3):

$$r_1 = (0.55 \pm 0.07), \quad r_2 = (0.99 \pm 0.12), \quad r_3 = (0.16 \pm 0.02).$$

При этом $r_2^{\text{теор}} = 1$, $r_3^{\text{теор}} = 0$.

Заключение

В закрытом волноводе мы действительно наблюдали стоячие волны. Были рассчитаны длина волны в волноводе $\lambda_{\text{в}} = (48 \pm 4)$ мм (в пределах погрешности сходится с теоретическим предсказанием), фазовая скорость $v_{\text{ф}} = (42 \pm 5) \cdot 10^4$ км/с, групповая скорость $v_{\text{гр}} = (21 \pm 2) \cdot 10^4$ км/с. Мы определили характер детектирования - квадратичный. Также были рассчитаны коэффициенты отражения. Объяснить полученные результаты можно следующим образом: когда волновод наглухо закрыт металлической заглушкой, волна практически полностью отражается, при этом r близко к 1: $r_2 = (0.99 \pm 0.12)$; когда на конце волновода находится вещество, поглощающее СВЧ-излучение, коэффициент отражения близок к 0: $r_3 = (0.16 \pm 0.02)$; воздух не препятствует распространению СВЧ-волн, но в воздушной среде излучение становится менее интенсивным: $r_1 = (0.55 \pm 0.07)$.

Список литературы

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. – Т.III. Электричество. – М.: Наука, 1983. §84.
2. *Фейнмановские лекции по физике.* Т. 6. Электродинамика. – М.: Наука, 1966. Гл. 24.
3. *Кингсен А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А.* Основы Физики. Т.1. Механика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая оптика. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. Ч. II, Гл. 8, §8.4; Ч.III, Гл. 6, §6.7.

Работу провели

Киркича Андрей, Клименко Виталий, Гришин Михаил