

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)

**Отчёт о выполнении лабораторной  
работы 3.1.3**  
Измерение магнитного поля Земли

Автор:  
Киркича Андрей Александрович  
Б01-202

Долгопрудный, 15 сентября 2023 г.

**Цель работы:** исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов; измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

**В работе используются:** неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

## Теоретические сведения и описание установки

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент  $\vec{P}_m$  тонкого витка площадью  $S$  с током  $I$  равен

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n},$$

где  $\vec{S} = S \vec{n}$  – вектор площади круга контура. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}.$$

В магнитном поле с индукцией  $B$  на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента  $\vec{M}$  виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ( $M = 0$ ), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B}).$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla})\vec{B}.$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты  $P_1 = P_2 = P_m$  двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = -6 \frac{P_m^2}{r^4}.$$

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

- 1) Шары намагничены однородно;
- 2) Вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Полный магнитный момент  $\vec{P}_m$  постоянного магнита определяется намагничённостью  $\vec{p}_m$  вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагничённость – это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагничённого шара намагничённость равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V}.$$

Намагничённость — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции  $B_r = 4\pi p_m$ . Индукция магнитного поля  $\vec{B}_p$  на полюсах однородно намагничённого шара связана с величиной намагничённости и остаточной магнитной индукцией формулами

$$\vec{B}_p = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r.$$

## Определение величины магнитного момента магнитных шариков

### Метод А

Величину магнитного момента одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу  $m$  и определив максимальное расстояние  $r_{max}$ , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6P_m^2}{r_{max}^4} = mg \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}.$$

### Метод Б

Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром  $d$  с магнитными моментами  $P_m$  равна

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4},$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика равен:  $F \approx 1.08F_0$ . Тогда

$$P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}.$$

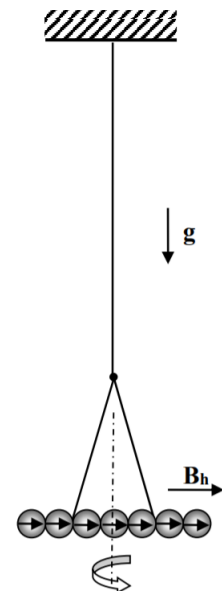
## Определение величины магнитного поля Земли

### Горизонтальная составляющая

Магнитная «стрелка» образована из  $n$  сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью  $\Lambda$ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол  $\theta$  от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

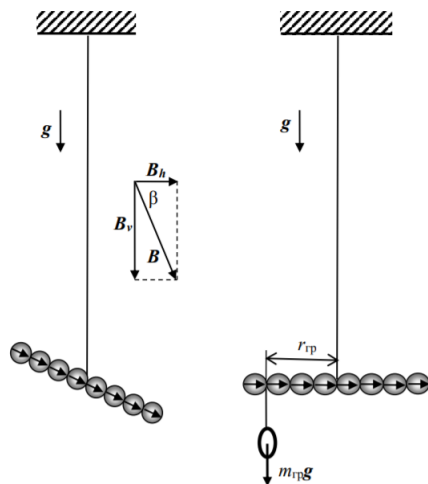
$$I_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0,$$

где  $P_0$  – магнитный момент стрелки,  $B_h$  – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли,  $I_n \approx \frac{1}{12}n^3md^3$ .



Тогда период колебаний  $T = kn$ , где  $k = \pi\sqrt{\frac{md^2}{3P_m B_h}}$ . Измерив зависимость  $T = T(n)$ , можно найти  $B_h$ :

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m}$$



Обработка результатов измерений

Вывод