

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)

Отчёт о выполнении лабораторной работы 3.2.3

Резонанс токов в параллельном контуре

Авторы:
Клименко Виталий Евгеньевич
Киркича Андрей Александрович
Б01-202

Долгопрудный
8 сентября 2023 г.

Цель работы: исследование резонанса токов в параллельном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, получение амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, определение основных параметров контура.

В работе используются: генератор сигналов, источник напряжения, нагрузкой которого является параллельный колебательный контур с переменной ёмкостью, двухканальный осциллограф, цифровые вольтметры.

Теоретические сведения и описание установки

В данной работе изучаются резонансные явления в параллельном колебательном контуре (резонанс токов). Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Синусоидальный сигнал от генератора поступает на вход управляемого напряжением источника тока, собранного на операционном усилителе с полевым транзистором, питание которого осуществляется встроенным блоком-выпрямителем от сети 220 В (цепи питания на схеме не показаны). Внутреннее (выходное) сопротивление источника тока, бесконечно большое в идеальном случае, в нашей схеме составляет несколько ГОм. Это обеспечивает постоянство амплитуды тока I на меняющейся нагрузке - параллельном контуре, изображённом на рис. 1 в виде эквивалентной схемы.

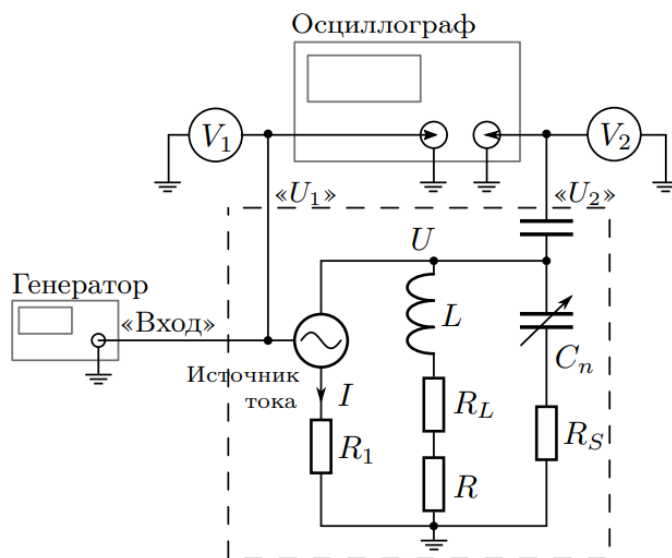


Рис. 1: схема экспериментальной установки

Источник тока, колебательный контур и блок питания заключены в отдельный корпус, отмеченный на рисунке штриховой линией. На корпусе имеются коаксиальные разъёмы «Вход», « U_1 » и « U_2 », а также переключатель магазина ёмкостей C_n , $n = 1 \dots 7$. Величины ёмкостей C_n и сопротивления R_1 указаны на установке. Напряжение $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ от генератора поступает на вход источника тока. Это же напряжение через разъём « U_1 » подаётся на канал 1 осциллографа и на вход вольтметра 1. Переменное напряжение на сопротивлении R_1 в используемой схеме равно напряжению ε на выходе генератора и совпадает с ним по фазе. Следовательно, ток I во внешней цепи параллельного контура определяется формулами:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1} = I_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R_1} \quad (1)$$

Напряжение на контуре U , совпадающее с напряжением на конденсаторе U_C , поступает со знаком «-» через разделительный конденсатор и разъём « U_2 » на канал 2 осциллографа, а также на вход вольтметра 2. Колебательный контур нашей установки собран из стандартных элементов, используемых в современных радиоэлектронных цепях. Получаем выражения для импедансов ёмкостной Z_C и индуктивной Z_L ветвей параллельного колебательного контура:

$$Z_C = R_S - \frac{i}{\omega C}, \quad Z_L = R + R_L + i\omega L \quad (2)$$

где R_S и R_L - активные части импедансов конденсатора и катушки индуктивности соответственно, а R - величина постоянного активного сопротивления, добавленного в индуктивную ветвь колебательного контура для снижения его добротности с целью упрощения процедур получения и обработки резонансных кривых.

Конденсаторы магазина ёмкостей C_n в интересующем нас диапазоне частот имеют относительно малые потери.

Добротность Q контуров в наших установках достаточно высока, суммарное активное сопротивление контура в этом случае даётся формулой:

$$R_\Sigma = R + R_L + R_S \quad (3)$$

и, следовательно:

$$Q = \frac{\rho}{R_\Sigma} = \frac{\omega_0 L}{R_\Sigma} = \frac{1}{\omega_0 C R_\Sigma} \gg 1 \quad (4)$$

Сильное неравенство (4) в рабочем диапазоне частот выполняется для всех контуров, используемых в работе.

Наибольший практический интерес для контуров с высокой добротностью ($Q \gg 1$) представляет случай, когда отклонение $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ частоты внешней ЭДС от собственной частоты контура удовлетворяет сильному неравенству:

$$|\Delta\omega| \ll \omega_0 \quad (5)$$

При этом в первом порядке малости по относительной расстройке частоты $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ выполняется соотношение:

$$\frac{\omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega}{\omega_0} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \quad (6)$$

Величина $\delta\omega = 2|\Delta\omega_\gamma| = 2\gamma = 2/\tau$ представляет собой важную характеристику колебательного контура — ширину резонансной кривой $U(\omega)$, по которой с учётом соотношений $Q = \omega_0/2\gamma = \tau\omega_0/2$, зная частоту ω_0 , можно найти добротность контура:

$$Q = \frac{\omega_0}{\delta\omega} \quad (7)$$

Эти же параметры можно определить по фазово-частотной характеристике: тангенс угла наклона ψ_U в точке $\omega = \omega_0$ определяет время затухания τ , а расстояние по оси ω между точками, в которых фаза $\psi_U(\omega)$ меняется от $-\pi/4$ до $\pi/4$, равно $2/\tau$ с относительной погрешностью порядка Q^{-2} .

Обработка результатов измерений

Для начала заполним таблицу, руководствуясь следующими формулами из теоретической справки:

$$L = \frac{1}{C(2\pi f)^2} \quad (8)$$

$$\rho = \frac{1}{2\pi f C} \quad (9)$$

$$|Z_{\text{рез}}| = \frac{U}{\mathcal{E}} R_1 \quad (10)$$

$$Q = \frac{U R_1}{\mathcal{E}} 2\pi f C \quad (11)$$

$$R_\Sigma = \frac{\mathcal{E}}{U R_1} \frac{1}{(2\pi f C)^2} \quad (12)$$

$$R_{S_{max}} = 10^{-3} \rho \quad (13)$$

$$R_L = R_\Sigma - R - R_{S_{max}} \quad (14)$$

Таблица 1: Основная таблица

| N | C, нФ | f, кГц | U, В | Э, В | L, мГн | ρ, Ом | Z _{рез} , Ом | Q | R _Σ , Ом | R _{S_{max}} , Ом | R _L , Ом |
|-------------|--------|--------|------|------|---------|--------|------------------------|-------|---------------------|-----------------------------------|---------------------|
| 1 | 25,10 | 32,00 | 1,50 | 0,30 | 986,52 | 198,25 | 5008,28 | 25,28 | 7,84 | 0,20 | 4,14 |
| 2 | 33,20 | 27,80 | 1,38 | 0,30 | 988,22 | 172,53 | 4606,09 | 26,71 | 6,46 | 0,17 | 2,78 |
| 3 | 47,30 | 23,00 | 0,99 | 0,30 | 1013,36 | 146,37 | 3303,28 | 22,58 | 6,48 | 0,15 | 2,83 |
| 4 | 57,40 | 21,00 | 0,85 | 0,30 | 1001,68 | 132,10 | 2836,15 | 21,48 | 6,15 | 0,13 | 2,51 |
| 5 | 67,50 | 19,40 | 0,70 | 0,30 | 998,10 | 121,60 | 2336,42 | 19,22 | 6,32 | 0,12 | 2,70 |
| 6 | 82,70 | 17,70 | 0,59 | 0,30 | 978,65 | 108,78 | 1969,27 | 18,11 | 6,00 | 0,11 | 2,39 |
| 7 | 101,60 | 16,10 | 0,48 | 0,30 | 962,80 | 97,35 | 1602,65 | 16,47 | 5,91 | 0,10 | 2,31 |
| Ср. знач. | | | | | 989,91 | | | | | | 2,81 |
| Случ. погр. | | | | | 16,49 | | | | | | 0,62 |

Рассчитаем средние значения $\langle L \rangle$ и $\langle R_L \rangle$, а также их случайные погрешности ΔL и ΔR_L по формулам:

$$\Delta L = \sqrt{\sum_{i=1}^7 (L_i - \langle L \rangle)^2} \quad (15)$$

$$\Delta R_L = \sqrt{\sum_{i=1}^7 (R_{L_i} - \langle R_L \rangle)^2} \quad (16)$$

Далее составим амплитудно-частотную характеристику для конденсаторов C_2 и C_3 .

Таблица 2: Данные для конденсатора C_2

| U , В | f , кГц | $U_{\text{отн}}$ | $f_{\text{отн}}$ |
|---------|-----------|------------------|------------------|
| 0,83 | 28,43 | 0,60 | 1,02 |
| 0,90 | 28,32 | 0,65 | 1,02 |
| 0,95 | 28,25 | 0,69 | 1,02 |
| 1,00 | 28,18 | 0,72 | 1,01 |
| 1,06 | 28,09 | 0,77 | 1,01 |
| 1,08 | 28,05 | 0,78 | 1,01 |
| 1,10 | 28,03 | 0,80 | 1,01 |
| 1,15 | 27,90 | 0,83 | 1,00 |
| 1,14 | 27,80 | 0,83 | 1,00 |
| 1,09 | 27,68 | 0,79 | 1,00 |
| 1,02 | 27,50 | 0,74 | 0,99 |
| 0,97 | 27,45 | 0,70 | 0,99 |
| 0,93 | 27,40 | 0,67 | 0,99 |
| 0,90 | 27,36 | 0,65 | 0,98 |
| 0,85 | 27,29 | 0,62 | 0,98 |
| 0,82 | 27,26 | 0,59 | 0,98 |

Таблица 3: Данные для конденсатора C_3

| U , В | f , кГц | $U_{\text{отн}}$ | $f_{\text{отн}}$ |
|---------|-----------|------------------|------------------|
| 0,60 | 22,57 | 0,61 | 0,98 |
| 0,67 | 22,68 | 0,68 | 0,99 |
| 0,74 | 22,77 | 0,75 | 0,99 |
| 0,77 | 22,81 | 0,78 | 0,99 |
| 0,83 | 22,88 | 0,84 | 0,99 |
| 0,85 | 22,91 | 0,86 | 1,00 |
| 0,88 | 22,95 | 0,89 | 1,00 |
| 0,90 | 22,97 | 0,91 | 1,00 |
| 0,97 | 23,32 | 0,98 | 1,01 |
| 0,86 | 23,48 | 0,87 | 1,02 |
| 0,82 | 23,54 | 0,83 | 1,02 |
| 0,81 | 23,56 | 0,82 | 1,02 |
| 0,77 | 23,60 | 0,78 | 1,03 |
| 0,66 | 23,76 | 0,67 | 1,03 |
| 0,65 | 23,79 | 0,66 | 1,03 |
| 0,61 | 23,84 | 0,62 | 1,04 |

По результатам измерений построим графики для обоих конденсаторов в осях $U(f)$ и $\frac{U}{U_0}(\frac{f}{f_0})$

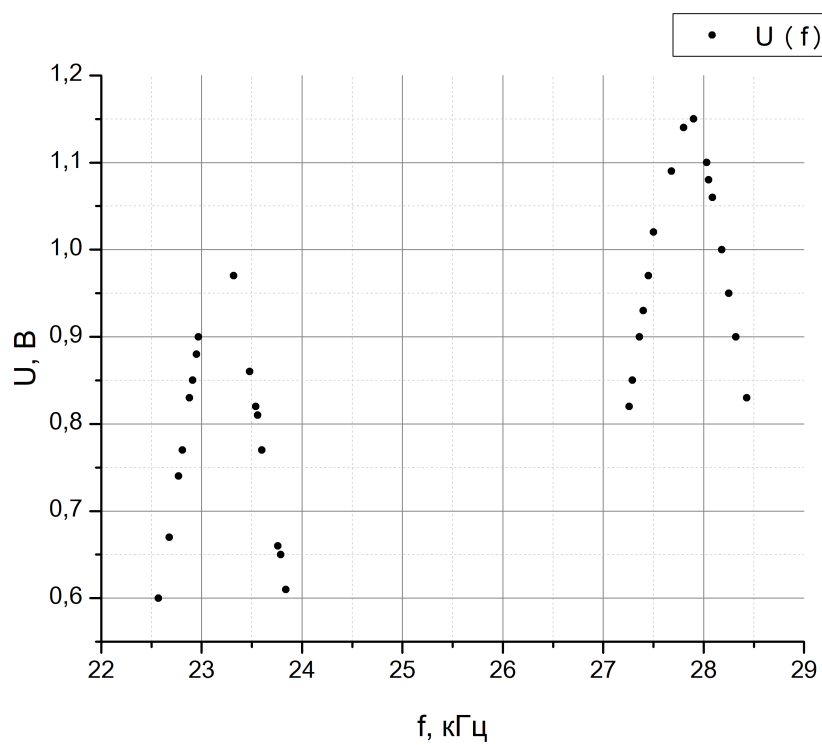


Рис. 1: График амплитудно-частотной характеристики в осях $U(f)$

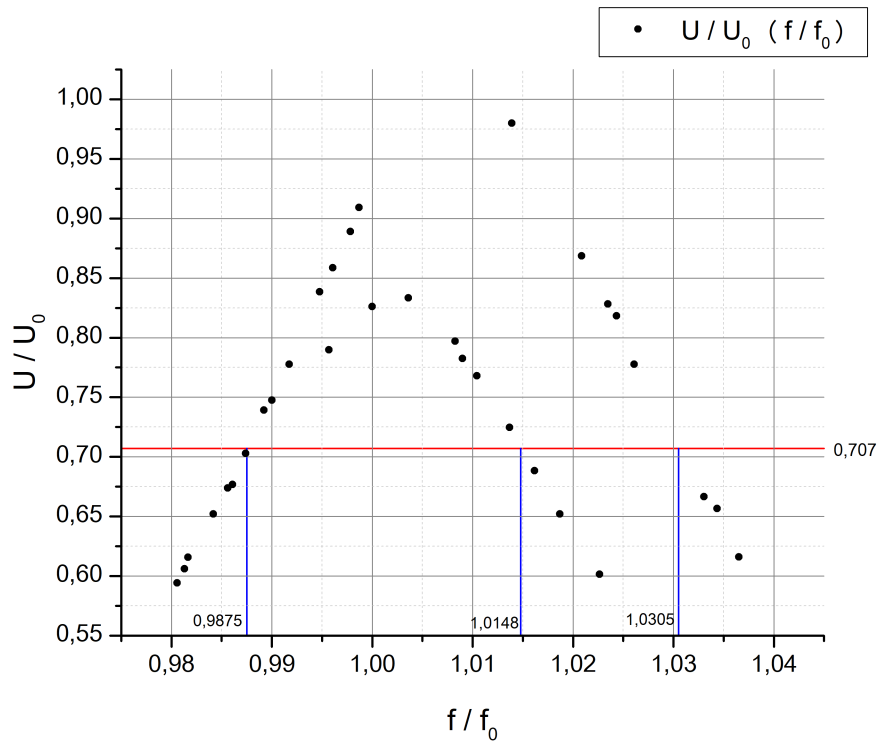


Рис. 2: График амплитудно-частотной характеристики в осях $\frac{U}{U_0}(\frac{f}{f_0})$

Найдём добротность по ширине резонансной кривой для C_2 и C_3 соответственно:

$$Q_2 = \frac{1}{df_2} = \frac{1}{1,01 - 0,99} = 36,63 \quad (17)$$

$$Q_3 = \frac{1}{df_3} = \frac{1}{1,03 - 0,99} = 23,26 \quad (18)$$

Составим фазово-частотную характеристику для конденсаторов C_2 и C_3 . Будем определять разность фаз между сигналами $U(t)$, $\mathcal{E}(t)$ по следующей формуле:

$$\psi_{\text{отн}} = \frac{x}{x_0} \psi \quad (19)$$

Результаты занесём в таблицы

Таблица 4: Результаты измерений ФЧХ для конденсатора C_2

| ψ , рад | f , кГц | x_0 , мкс | x , мкс | $f_{\text{отн}}$ | $\psi_{\text{отн}}$ |
|--------------|-----------|-------------|-----------|------------------|---------------------|
| -0,87 | 26,15 | 18,00 | 31,00 | 0,94 | -0,28 |
| -1,05 | 26,33 | 18,00 | 30,00 | 0,95 | -0,33 |
| -1,05 | 26,42 | 18,00 | 30,00 | 0,95 | -0,33 |
| -0,87 | 27,10 | 18,00 | 31,00 | 0,97 | -0,28 |
| -0,70 | 27,27 | 18,00 | 32,00 | 0,98 | -0,22 |
| -0,35 | 27,56 | 18,00 | 34,00 | 0,99 | -0,11 |
| -0,52 | 27,60 | 18,00 | 33,00 | 0,99 | -0,17 |
| 0,00 | 27,79 | 18,00 | 36,00 | 1,00 | 0,00 |
| 0,00 | 27,89 | 18,00 | 36,00 | 1,00 | 0,00 |
| 0,17 | 27,92 | 18,00 | 37,00 | 1,00 | 0,06 |
| 0,52 | 28,15 | 18,00 | 3,00 | 1,01 | 0,17 |
| 0,70 | 28,26 | 18,00 | 4,00 | 1,02 | 0,22 |
| -0,17 | 28,40 | 18,00 | 35,00 | 1,02 | -0,06 |
| 1,05 | 28,78 | 18,00 | 6,00 | 1,04 | 0,33 |
| 1,22 | 29,04 | 18,00 | 7,00 | 1,04 | 0,39 |
| 1,05 | 29,39 | 18,00 | 6,00 | 1,06 | 0,33 |

Таблица 5: Результаты измерений ФЧХ для конденсатора C_3

| ψ , рад | f , кГц | x_0 , мкс | x , мкс | $f_{\text{отн}}$ | $\psi_{\text{отн}}$ |
|--------------|-----------|-------------|-----------|------------------|---------------------|
| -1,14 | 22,04 | 22,00 | 36,00 | 0,96 | -0,36 |
| -1,00 | 22,48 | 22,00 | 37,00 | 0,98 | -0,32 |
| 0,14 | 23,36 | 22,00 | 1,00 | 1,02 | 0,05 |
| -0,86 | 22,72 | 22,00 | 38,00 | 0,99 | -0,27 |
| -0,71 | 22,84 | 22,00 | 39,00 | 0,99 | -0,23 |
| -1,00 | 22,13 | 22,00 | 37,00 | 0,96 | -0,32 |
| -0,86 | 22,56 | 22,00 | 38,00 | 0,98 | -0,27 |
| -0,86 | 22,62 | 22,00 | 38,00 | 0,98 | -0,27 |
| -0,43 | 23,08 | 22,00 | 41,00 | 1,00 | -0,14 |
| -0,29 | 23,12 | 22,00 | 42,00 | 1,01 | -0,09 |
| 0,00 | 23,22 | 22,00 | 0,00 | 1,01 | 0,00 |
| 0,29 | 23,47 | 22,00 | 2,00 | 1,02 | 0,09 |
| 0,57 | 23,53 | 22,00 | 4,00 | 1,02 | 0,18 |
| 0,86 | 23,78 | 22,00 | 6,00 | 1,03 | 0,27 |
| 0,71 | 23,64 | 22,00 | 5,00 | 1,03 | 0,23 |
| 1,00 | 24,20 | 22,00 | 7,00 | 1,05 | 0,32 |

По этим данным построим график фазово-частотной характеристики в осях $\psi_{\text{отн}}(f_{\text{отн}})$

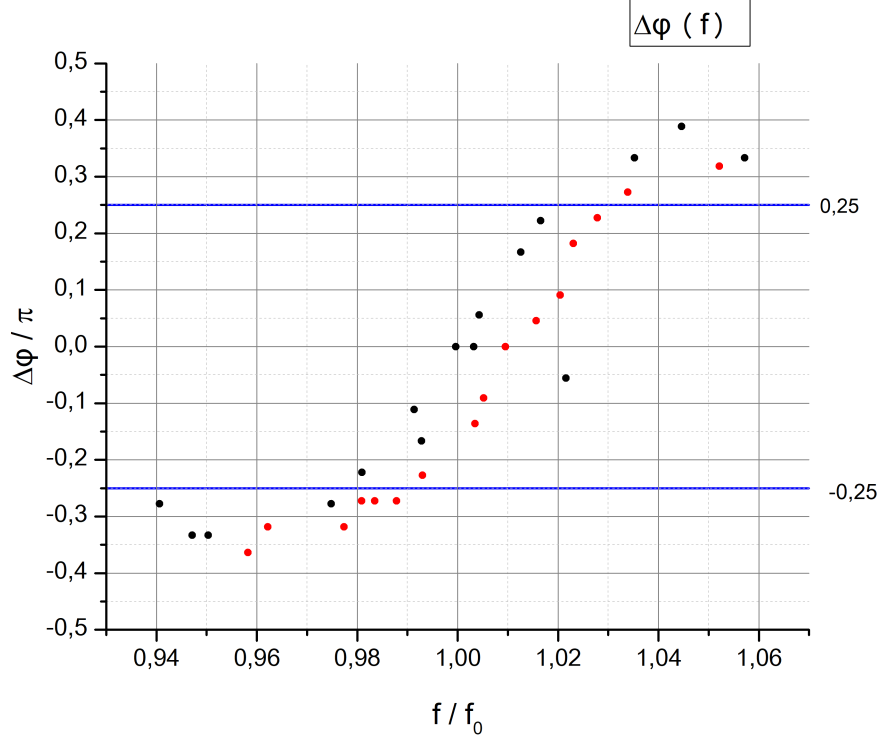


Рис. 3: График фазово-частотной характеристики в осях $\psi_{\text{отн}}(f_{\text{отн}})$

Определим добротности контуров по расстоянию между точками оси x:

$$Q_2 = \frac{1}{dx} = \frac{1}{1,02 - 0,98} = 25 \quad (20)$$

$$Q_3 = \frac{1}{dx} = \frac{1}{1,03 - 0,99} = 25 \quad (21)$$

Далее построим график зависимости $R_L(f_{0n})$ и нанесём на график прямую $\langle R_L \rangle$.

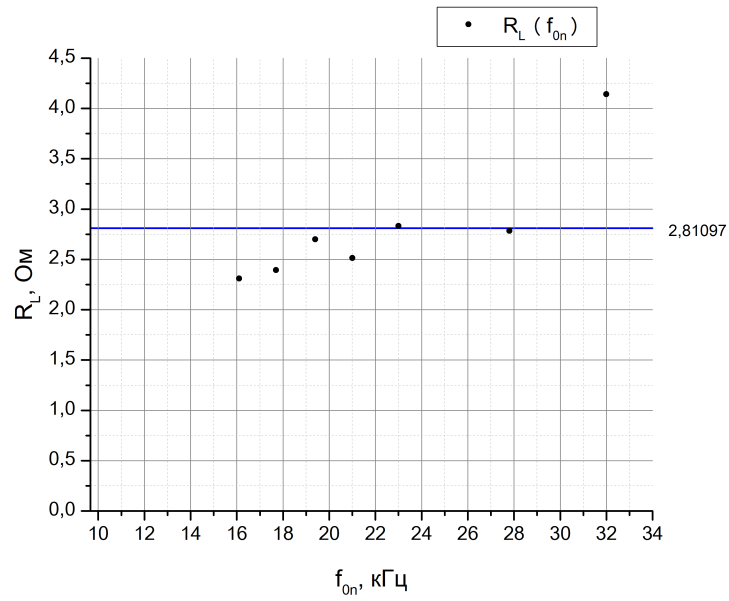


Рис. 4: график зависимости $R_L(f_{0n})$ с прямой $\langle R_L \rangle$

Берём $Q_7 = 16,47$ - контур с наименьшей добротностью. Посчитаем ток по формуле:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = 0,3 \text{ мА} \quad (22)$$

Его вектор равен $\vec{I} = \vec{I}_L + \vec{I}_C$ и расположен на оси абсцисс. Построим векторную диаграмму.

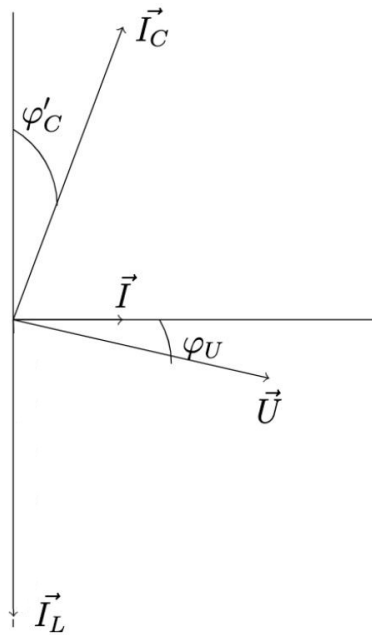


Рис. 5: векторная диаграмма

Далее:

$$\varphi'_C = \frac{R + R_l}{\rho} \approx 0.06$$

$$\varphi_U = -\frac{R + R_l}{\rho} \approx -0.06$$

Вывод

В данной работе мы изучили резонанс токов в параллельном контуре. С помощью непосредственных измерений, графиков АЧХ и ФЧХ мы определили добротность контуров и получили хорошо совпадающие результаты.

В конце работы мы построили векторную диаграмму как наглядное представление «резонанса токов».