

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)

## Отчёт о выполнении лабораторной работы 3.2.3

Резонанс токов в параллельном контуре

Авторы:  
Клименко Виталий Евгеньевич  
Киркича Андрей Александрович  
Б01-202

Долгопрудный  
8 сентября 2023 г.

**Цель работы:** исследование резонанса токов в параллельном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, получение амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, определение основных параметров контура.

**В работе используются:** генератор сигналов, источник напряжения, нагрузкой которого является параллельный колебательный контур с переменной ёмкостью, двухканальный осциллограф, цифровые вольтметры.

## Теоретические сведения и описание установки

В данной работе изучаются резонансные явления в параллельном колебательном контуре (резонанс токов). Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Синусоидальный сигнал от генератора поступает на вход управляемого напряжением источника тока, собранного на операционном усилителе с полевым транзистором, питание которого осуществляется встроенным блоком-выпрямителем от сети 220 В (цепи питания на схеме не показаны). Внутреннее (выходное) сопротивление источника тока, бесконечно большое в идеальном случае, в нашей схеме составляет несколько ГОм. Это обеспечивает постоянство амплитуды тока  $I$  на меняющейся нагрузке - параллельном контуре, изображённом на рис. 1 в виде эквивалентной схемы.

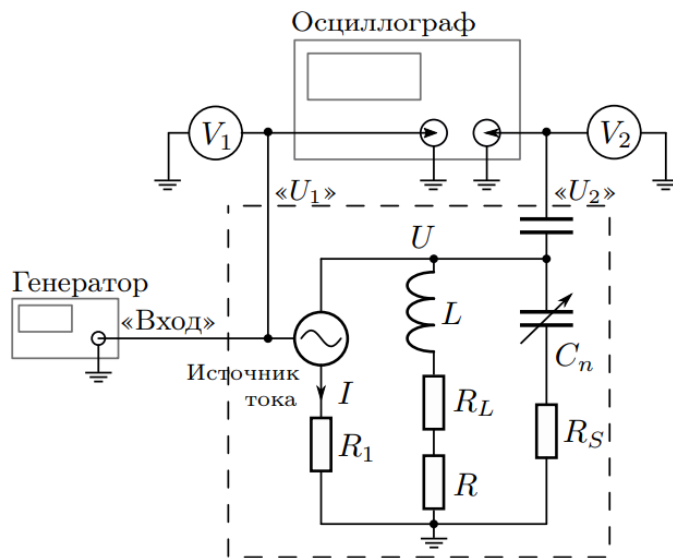


Рис. 1: схема экспериментальной установки

Источник тока, колебательный контур и блок питания заключены в отдельный корпус, отмеченный на рисунке штриховой линией. На корпусе имеются коаксиальные разъёмы «Вход», « $U_1$ » и « $U_2$ », а также переключатель магазина ёмкостей  $C_n$ ,  $n = 1 \dots 7$ . Величины ёмкостей  $C_n$  и сопротивления  $R_1$  указаны на установке. Напряжение  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$  от генератора поступает на вход источника тока. Это же напряжение через разъём « $U_1$ » подаётся на канал 1 осциллографа и на вход вольтметра 1. Переменное напряжение на сопротивлении  $R_1$  в используемой схеме равно напряжению  $\varepsilon$  на выходе генератора и совпадает с ним по фазе. Следовательно, ток  $I$  во внешней цепи параллельного контура определяется формулами:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1} = I_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R_1} \quad (1)$$

Напряжение на контуре  $U$ , совпадающее с напряжением на конденсаторе  $U_C$ , поступает со знаком «-» через разделительный конденсатор и разъём « $U_2$ » на канал 2 осциллографа, а также на вход вольтметра 2. Колебательный контур нашей установки собран из стандартных элементов, используемых в современных радиоэлектронных цепях. Получаем выражения для импедансов ёмкостной  $Z_C$  и индуктивной  $Z_L$  ветвей параллельного колебательного контура:

$$Z_C = R_S - \frac{i}{\omega C}, \quad Z_L = R + R_L + i\omega L \quad (2)$$

*где  $R_S$  и  $R_L$  - активные части импедансов конденсатора и катушки индуктивности соответственно, а  $R$  - величина постоянного активного сопротивления, добавленного в индуктивную ветвь колебательного контура для снижения его добротности с целью упрощения процедур получения и обработки резонансных кривых.*

Конденсаторы магазина ёмкостей  $C_n$  в интересующем нас диапазоне частот имеют относительно малые потери.

Добротность  $Q$  контуров в наших установках достаточно высока, суммарное активное сопротивление контура в этом случае даётся формулой:

$$R_\Sigma = R + R_L + R_S \quad (3)$$

и, следовательно:

$$Q = \frac{\rho}{R_\Sigma} = \frac{\omega_0 L}{R_\Sigma} = \frac{1}{\omega_0 C R_\Sigma} \gg 1 \quad (4)$$

Сильное неравенство (4) в рабочем диапазоне частот выполняется для всех контуров, используемых в работе.

Наибольший практический интерес для контуров с высокой добротностью ( $Q \gg 1$ ) представляет случай, когда отклонение  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$  частоты внешней ЭДС от собственной частоты контура удовлетворяет сильному неравенству:

$$|\Delta\omega| \ll \omega_0 \quad (5)$$

При этом в первом порядке малости по относительной расстройке частоты  $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$  выполняется соотношение:

$$\frac{\omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega}{\omega_0} \approx \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \quad (6)$$

Величина  $\delta\omega = 2|\Delta\omega_\gamma| = 2\gamma = 2/\tau$  представляет собой важную характеристику колебательного контура — ширину резонансной кривой  $U(\omega)$ , по которой с учётом соотношений  $Q = \omega_0/2\gamma = \tau\omega_0/2$ , зная частоту  $\omega_0$ , можно найти добротность контура:

$$Q = \frac{\omega_0}{\delta\omega} \quad (7)$$

Эти же параметры можно определить по фазово-частотной характеристике: тангенс угла наклона  $\psi_U$  в точке  $\omega = \omega_0$  определяет время затухания  $\tau$ , а расстояние по оси  $\omega$  между точками, в которых фаза  $\psi_U(\omega)$  меняется от  $-\pi/4$  до  $\pi/4$ , равно  $2/\tau$  с относительной погрешностью порядка  $Q^{-2}$ .

## Обработка результатов измерений

Для начала заполним таблицу, руководствуясь следующими формулами из теоретической справки:

$$L = \frac{1}{C(2\pi f)^2} \quad (8)$$

$$\rho = \frac{1}{2\pi f C} \quad (9)$$

$$|Z_{\text{рез}}| = \frac{U}{\mathcal{E}} R_1 \quad (10)$$

$$Q = \frac{U R_1}{\mathcal{E}} 2\pi f C \quad (11)$$

$$R_\Sigma = \frac{\mathcal{E}}{U R_1} \frac{1}{(2\pi f C)^2} \quad (12)$$

$$R_{S_{max}} = 10^{-3} \rho \quad (13)$$

$$R_L = R_\Sigma - R - R_{S_{max}} \quad (14)$$

Таблица 1: Основная таблица

N	C, нФ	f, кГц	U, В	Э, В	L, мГн	ρ, Ом	Z <sub>рез</sub>  , Ом	Q	R <sub>Σ</sub> , Ом	R <sub>S<sub>max</sub></sub> , Ом	R <sub>L</sub> , Ом
1	25,10	32,00	1,50	0,30	986,52	198,25	5008,28	25,28	7,84	0,20	4,14
2	33,20	27,80	1,38	0,30	988,22	172,53	4606,09	26,71	6,46	0,17	2,78
3	47,30	23,00	0,99	0,30	1013,36	146,37	3303,28	22,58	6,48	0,15	2,83
4	57,40	21,00	0,85	0,30	1001,68	132,10	2836,15	21,48	6,15	0,13	2,51
5	67,50	19,40	0,70	0,30	998,10	121,60	2336,42	19,22	6,32	0,12	2,70
6	82,70	17,70	0,59	0,30	978,65	108,78	1969,27	18,11	6,00	0,11	2,39
7	101,60	16,10	0,48	0,30	962,80	97,35	1602,65	16,47	5,91	0,10	2,31
Ср. знач.					989,91						2,81
Случ. погр.					16,49						0,62

Рассчитаем средние значения  $\langle L \rangle$  и  $\langle R_L \rangle$ , а также их случайные погрешности  $\Delta L$  и  $\Delta R_L$  по формулам:

$$\Delta L = \sqrt{\sum_{i=1}^7 (L_i - \langle L \rangle)^2} \quad (15)$$

$$\Delta R_L = \sqrt{\sum_{i=1}^7 (R_{L_i} - \langle R_L \rangle)^2} \quad (16)$$

Далее составим амплитудно-частотную характеристику для конденсаторов  $C_2$  и  $C_3$ .

Таблица 2: Данные для конденсатора  $C_2$

$U$ , В	$f$ , кГц	$U_{\text{отн}}$	$f_{\text{отн}}$
0,83	28,43	0,60	1,02
0,90	28,32	0,65	1,02
0,95	28,25	0,69	1,02
1,00	28,18	0,72	1,01
1,06	28,09	0,77	1,01
1,08	28,05	0,78	1,01
1,10	28,03	0,80	1,01
1,15	27,90	0,83	1,00
1,14	27,80	0,83	1,00
1,09	27,68	0,79	1,00
1,02	27,50	0,74	0,99
0,97	27,45	0,70	0,99
0,93	27,40	0,67	0,99
0,90	27,36	0,65	0,98
0,85	27,29	0,62	0,98
0,82	27,26	0,59	0,98

Таблица 3: Данные для конденсатора  $C_3$

$U$ , В	$f$ , кГц	$U_{\text{отн}}$	$f_{\text{отн}}$
0,60	22,57	0,61	0,98
0,67	22,68	0,68	0,99
0,74	22,77	0,75	0,99
0,77	22,81	0,78	0,99
0,83	22,88	0,84	0,99
0,85	22,91	0,86	1,00
0,88	22,95	0,89	1,00
0,90	22,97	0,91	1,00
0,97	23,32	0,98	1,01
0,86	23,48	0,87	1,02
0,82	23,54	0,83	1,02
0,81	23,56	0,82	1,02
0,77	23,60	0,78	1,03
0,66	23,76	0,67	1,03
0,65	23,79	0,66	1,03
0,61	23,84	0,62	1,04

По результатам измерений построим графики для обоих конденсаторов в осях  $U(f)$  и  $\frac{U}{U_0}(\frac{f}{f_0})$

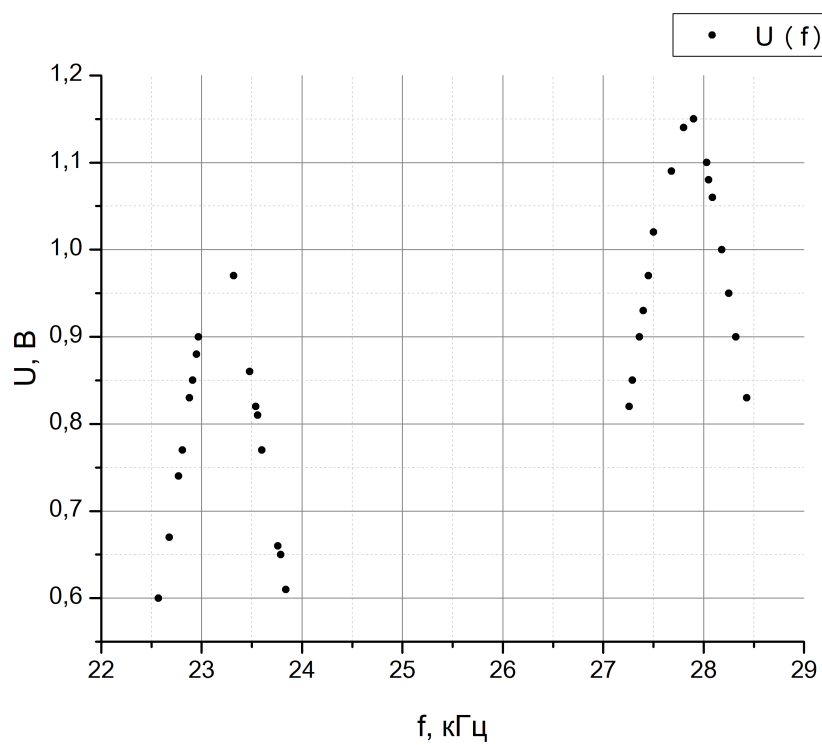


Рис. 1: График амплитудно-частотной характеристики в осях  $U(f)$

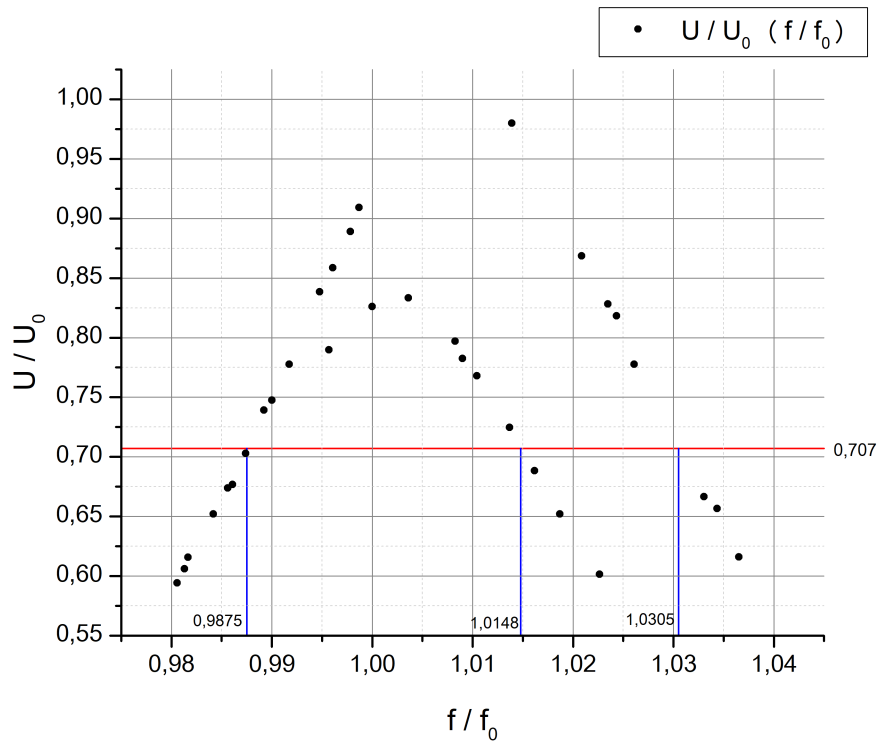


Рис. 2: График амплитудно-частотной характеристики в осях  $\frac{U}{U_0}(\frac{f}{f_0})$

Найдём добротность по ширине резонансной кривой для  $C_2$  и  $C_3$  соответственно:

$$Q_2 = \frac{1}{df_2} = \frac{1}{1,01 - 0,99} = 36,63 \quad (17)$$

$$Q_3 = \frac{1}{df_3} = \frac{1}{1,03 - 0,99} = 23,26 \quad (18)$$

Составим фазово-частотную характеристику для конденсаторов  $C_2$  и  $C_3$ . Будем определять разность фаз между сигналами  $U(t)$ ,  $\mathcal{E}(t)$  по следующей формуле:

$$\psi_{\text{отн}} = \frac{x}{x_0} \psi \quad (19)$$

Результаты занесём в таблицы



Таблица 4: Результаты измерений ФЧХ для конденсатора  $C_2$ 

$\psi$ , рад	$f$ , кГц	$x_0$ , мкс	$x$ , мкс	$f_{\text{отн}}$	$\psi_{\text{отн}}$
-0,87	26,15	18,00	31,00	0,94	-0,28
-1,05	26,33	18,00	30,00	0,95	-0,33
-1,05	26,42	18,00	30,00	0,95	-0,33
-0,87	27,10	18,00	31,00	0,97	-0,28
-0,70	27,27	18,00	32,00	0,98	-0,22
-0,35	27,56	18,00	34,00	0,99	-0,11
-0,52	27,60	18,00	33,00	0,99	-0,17
0,00	27,79	18,00	36,00	1,00	0,00
0,00	27,89	18,00	36,00	1,00	0,00
0,17	27,92	18,00	37,00	1,00	0,06
0,52	28,15	18,00	3,00	1,01	0,17
0,70	28,26	18,00	4,00	1,02	0,22
-0,17	28,40	18,00	35,00	1,02	-0,06
1,05	28,78	18,00	6,00	1,04	0,33
1,22	29,04	18,00	7,00	1,04	0,39
1,05	29,39	18,00	6,00	1,06	0,33

Таблица 5: Результаты измерений ФЧХ для конденсатора  $C_3$ 

$\psi$ , рад	$f$ , кГц	$x_0$ , мкс	$x$ , мкс	$f_{\text{отн}}$	$\psi_{\text{отн}}$
-1,14	22,04	22,00	36,00	0,96	-0,36
-1,00	22,48	22,00	37,00	0,98	-0,32
0,14	23,36	22,00	1,00	1,02	0,05
-0,86	22,72	22,00	38,00	0,99	-0,27
-0,71	22,84	22,00	39,00	0,99	-0,23
-1,00	22,13	22,00	37,00	0,96	-0,32
-0,86	22,56	22,00	38,00	0,98	-0,27
-0,86	22,62	22,00	38,00	0,98	-0,27
-0,43	23,08	22,00	41,00	1,00	-0,14
-0,29	23,12	22,00	42,00	1,01	-0,09
0,00	23,22	22,00	0,00	1,01	0,00
0,29	23,47	22,00	2,00	1,02	0,09
0,57	23,53	22,00	4,00	1,02	0,18
0,86	23,78	22,00	6,00	1,03	0,27
0,71	23,64	22,00	5,00	1,03	0,23
1,00	24,20	22,00	7,00	1,05	0,32

По этим данным построим график фазово-частотной характеристики в осях  $\psi_{\text{отн}}(f_{\text{отн}})$

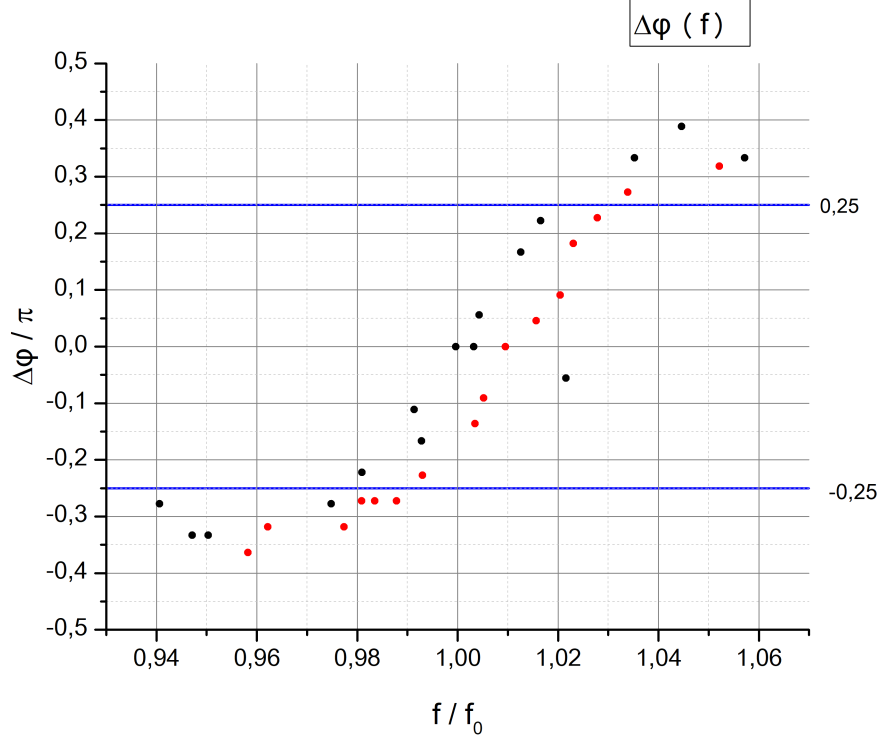


Рис. 3: График фазово-частотной характеристики в осях  $\psi_{\text{отн}}(f_{\text{отн}})$

Определим добротности контуров по расстоянию между точками оси x:

$$Q_2 = \frac{1}{dx} = \frac{1}{1,02 - 0,98} = 25 \quad (20)$$

$$Q_3 = \frac{1}{dx} = \frac{1}{1,03 - 0,99} = 25 \quad (21)$$

Далее построим график зависимости  $R_L(f_{0n})$  и нанесём на график прямую  $\langle R_L \rangle$ .

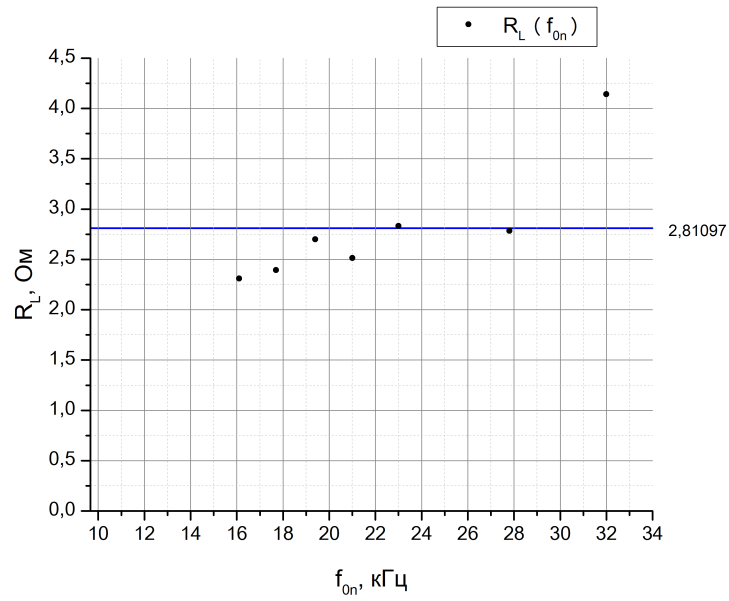


Рис. 4: график зависимости  $R_L(f_{0n})$  с прямой  $\langle R_L \rangle$

Берём  $Q_7 = 16,47$  - контур с наименьшей добротностью. Посчитаем ток по формуле:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = 0,3 \text{ мА} \quad (22)$$

Его вектор равен  $\vec{I} = \vec{I}_L + \vec{I}_C$  и расположен на оси абсцисс.

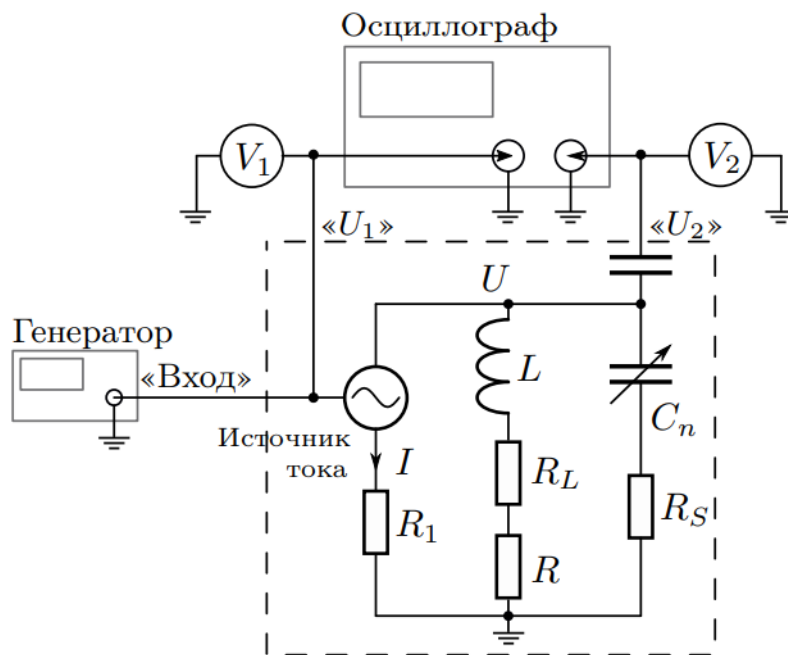


Рис. 5: векторная диаграмма

Далее:

$$\varphi_C = \frac{R + R_l}{\rho} \approx 0.06$$

$$\varphi_U = -\frac{R + R_l}{\rho} \approx -0.06$$

**Вывод**