# Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова факультет вычислительной математики и кибернетики кафедра алгоритмических языков

#### Дипломная работа

# НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ НА ОСНОВЕ ГРАФОВЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ БЕСКОНТЕКСТНЫХ ЯЗЫКОВ

Выполнил: студент 524 группы Сарафанов Андрей Михайлович

Научный руководитель: ст. преп., к.ф.-м.н. Вылиток Алексей Александрович

## Содержание

1	Введение	3
2	Постановка задачи	4
3	Обзор имеющихся решений	5
4	Понятие L-графов (как лучше назвать?)	6
	4.1 Определение L-графа	
	4.2 Понятие ядра L-графа	6
	4.3 Понятие памяти L-графа	6
5	Построение ДКА-кандидата	7
	5.1 Построение всех (w,d)-остовных памятей L-графа	7
	5.2 Построение графа (w,d)-остовных памятей L-графа	7
	5.3 Построение графа-кандидата	8
6	Проверка эквивалентности исходного L-графа и построенного ДКА	9
	6.1 Алгоритм проверки эквивалентности ДКА и L-графа	9
7	Заключение	10
8	Литература	11

#### Введение

Формальным языком называется множество цепочек конечной длины, состоящих из элементов некоторого непустого множества  $\Sigma$ . В этом случае говорят, что язык построен над алфавитом  $\Sigma$ . Цепочку нулевой длины обозначают символом  $\epsilon$ . В теории формальных языков классической считается классификация формальных языков, основанная на т.н. иерархии Хомского, предложенной американским лингвистом Ноамом Хомским. Согласно ей, формальные языки делятся на 4 класса:

- 0. Рекурсивно перечислимые (неограниченные)
- 1. Контекстно-зависимые
- 2. Контекстно-свободные (бесконтекстные)
- 3. Регулярные

Стоит также отдельно отметить выделяемые в классе 2 подклассы детерминированых и недетерминированных контекстно-свободных языков.

Существует множество способов описания формальных грамматик, из них наиболее распространенными являются формальные грамматики и абстрактные вычислительные устройства, такие как машина Тьюринга, магазинные автоматы, конечные автоматы (скопировал у Касимовой).

Формальные грамматики применяются для описания формальных языков всех классов и представляют из себя четверки вида  $(N, \Sigma, P, S)$ , где

- ullet N конечное множество нетерминальных символов,
- $\Sigma$  конечное множество терминальных символов,
- P конечное множество правил вывода вида  $Left \to Right, Left \in (N \cup \Sigma)^+, Right \in (N \cup \Sigma)^*,$
- $S \in N$  начальный символ.

### Постановка задачи

В работе ставились следующие задачи:

- построить алгоритм построения по детерминированному L-графу детерминированного конечного автомата-кандидата, эквивалентного исходному L-графу, только если тот регулярен,
- $\bullet$  построить алгоритм проверки эквивалентности детерминированного L-графа и детерминированного конечного автомата,
- ullet выделить подкласс детерминированных L-графов, на котором признак регулярности, получаемый последовательным применением указанных выше алгоритмов, был бы критерием.

# Обзор имеющихся решений

# Понятие L-графов (как лучше назвать?)

#### 4.1 Определение L-графа

**Определение 1.** Пусть  $\Sigma_{(}$  и  $\Sigma_{)}$  — непересекающиеся алфавиты, и существует биективное отображение  $\phi: \Sigma_{(} \to \Sigma_{)}$ . Тогда назовём непустое множество  $P \subseteq \Sigma_{(} \times \Sigma_{)}$  *D-множеством*.

**Определение 2.** Пуст P - D-множество. Тогда назовём язык  $L_P$ , порождаемый грамматикой  $S \to \Lambda | aSbS, (a,b) \in P$ , D-языком (над D-множеством P).

**Определение 3.** Пусть  $\Delta = \Sigma_{(} \cup \Sigma_{)}$ . Определим отображение  $\mu : \Delta^{*} \to \Delta^{*}$ . Пусть  $\omega \in \Delta^{*}$ . Рассмотрим множество  $W' = \{(\omega_{1}, \omega_{2}) | \omega_{1}, \omega_{2} \in \Delta^{*}, (a, b) \in P, \omega = \omega_{1}ab\omega_{2}\}$ . Если W' пусто, то  $\mu(\omega) = \omega$ , иначе среди всех  $\mu(\omega) = \mu(\omega_{1}\omega_{2})$ , где  $|\omega_{1}|$  минимальна по всем парам  $(\omega_{1}, \omega_{2}) \in W'$ . Назовём  $\mu$  стирающим отображением.

**Определение 4.** *L-графом* назовём восьмёрку  $G = (V, E, \Sigma, \Sigma), \Sigma_{(}, P, S, F),$  где

- V множество вершин,  $S \in V$  начальная вершина,  $F \subseteq V$  множество заключительных вершин;
- $\Sigma$  алфавит входных символов,  $\Sigma_{(}$  и  $\Sigma_{)}$  непересекающиеся алфавиты, P-D-множество над  $\Sigma_{(}$  и  $\Sigma_{)}$ ;
- множество E описывает дуги и их символьные пометки:  $E \subseteq \{(v_1, v_2, \alpha, \beta) | v_1, v_2 \in V, \alpha \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, \beta \in \Sigma_{(} \cup \Sigma_{)}\}.$

#### 4.2 Понятие ядра L-графа

#### 4.3 Понятие памяти L-графа

**Определение 5.** Основные понятие, такие как *Sentences*, *sCore*, введем как у Касимовой.

### Построение ДКА-кандидата

#### 5.1 Построение всех (w,d)-остовных памятей L-графа

**Определение 6.** Будем говорить, что в маршруте T фигурирует память  $m=(v,\gamma)$ , если T можно представить в виде  $T=T_1T_2$ , где  $end(T_1)=v,\mu(T)=\gamma$ . Обозначим это соотношение как HasMemory(T,m). Если в этом определении  $T_2=\epsilon$ , то будем говорить, что namsmb T pasha m (Mem(T)=m). Или Mem два раза лучше не использовать?

**Определение 7.** Множеством (w,d)-остовных памятей L-графа G будем называть множество  $Mem(G,w,d)=\{(v,\gamma)|\exists T\in sCore(G,w,d): HasMemory(T,(v,\gamma))\}.$  а

Тут должен быть алгоритм построения этого множества, но простой обход в глубину/ширину, естественно, не подходит. Наличие хотя бы одного цикла приведет к зацикливанию.

#### 5.2 Построение графа (w,d)-остовных памятей L-графа

**Определение 8.** Графом (w,d)-остовных памятей L-графа  $G(V,E',\Sigma,\Sigma_(,\Sigma_),P,S,F)$  назовём пятёрку  $MemGraph(G,w,d)=(M,F,S,E,\Sigma)$ , где

- M = Mem(G, w, d) множество вершин графа,  $S \in M$  начальная вершина,  $F \subseteq V$  множество заключительных вершин;
- $\Sigma$  алфавит входных символов;
- множество E описывает дуги и их символьные пометки:  $E\subseteq \{(m_1,m_2,\alpha)|m_1,m_2\in M,\alpha\in\Sigma\cup\{\epsilon\}\}.$

В роли вершин графа выступает множество (w,d)-остовных памятей L-графа G. Опишем алгоритм создания множества E. Для каждой вершины  $m_1=(v_1,\gamma_1)\in M$  рассмотрим поочередно все дуги из E' вида  $(v_1,v_2,\alpha,\beta)$ . Для каждой вершины  $m_2=(v_2,\gamma_2)\in M$ , такой что  $\mu(\gamma_1\beta)=\gamma_2$  добавим в E дугу  $(m_1,m_2,\alpha)$ . Получилось криво, к тому же не ясно ещё, так ли стоит этот граф определять. Альтернативный вариант - добавлять дугу  $(m_1,m_2,\alpha)$ , если  $\exists T\in sCore(G,w,d), T=T_1T_2T_3, mem(T_1)=m_1, mem(T_1T_2)=m_2, \omega(T_1T_2)=\omega(T_1)\beta$ 

#### 5.3 Построение графа-кандидата

На основе  $M_1=MemGraph(G,1,1)$  и  $M_2=MemGraph(G,2,2)$  построим граф недетерминированного конечного автомата Cand(G). Обозначим  $ToRemove(G)=\{m|m\in M_2, m\not\in M_1\}$ . Определим отображение  $Reduction: ToRemove(G)\to M_1$ .

## Проверка эквивалентности исходного L-графа и построенного ДКА

6.1 Алгоритм проверки эквивалентности ДКА и Lграфа

#### Заключение

В рамках данной дипломной работы исследовалась проблема регулярности бесконтекстных языков, представленных в виде L-графов.

Предложены алгоритм построения по детерминированному L-графу детерминированного конечного автомата, эквивалентного исходному L-графу, только если тот регулярен, и алгоритм проверки эквивалентности детерминированного L-графа и конечного автомата.

На основе этих алгоритмов сформулирован признак регулярности детерминированных L-графов. Также выделен подкласс детерминированных L-графов, на котором этот признак регулярности является критерием.

### Литература

- 1. Ахо А. Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Синтаксический анализ. М.: Мир, 1986. Т. 1.
- 2. E Stearns Richard. A regularity test for pushdown machines // Information and control. 1967. T. 11, № 3. C. 323–340.
- 3. Shankar Priti Adiga B. S. A Graph-Based Regularity Test for Deterministic Context-free Languages // Theor. Comput. Sci. 1991. T. 88, № 1. C. 117–125.
- 4. Л.И. Станевичене. К теории бесконтекстных языков. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2000.
- 5. Vylitok A. Gomozov A. Stanevichene L. The power of printing ink // V-я международная конференция. Информатика. Образование. Экология и здоровье человека. Издательство Астраханского государственного педагогическиого университета Астрахань, 2000. С. 270–270.
- 6. G Valiant Leslie. Regularity and related problems for deterministic pushdown automata // Journal of the ACM. 1975. T. 22.