

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова  
факультет вычислительной математики и кибернетики  
кафедра алгоритмических языков

Дипломная работа

**НЕКОТОРЫЕ АЛГОРИТМЫ НА ОСНОВЕ ГРАФОВЫХ  
ПРЕДСТАВЛЕНИЙ БЕСКОНТЕКСТНЫХ ЯЗЫКОВ**

Выполнил: студент 524 группы  
Сарафанов Андрей Михайлович

Научный руководитель: ст. преп., к.ф.-м.н.  
Вылиток Алексей Александрович

Москва 2015

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Постановка задачи . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Обзор имеющихся решений . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Понятие L-графов (как лучше назвать?) . . . . .</b>	<b>6</b>
4.1	Определение L-графа . . . . .	6
4.2	Понятие ядра L-графа . . . . .	6
4.3	Понятие памяти L-графа . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Построение ДКА-кандидата . . . . .</b>	<b>7</b>
5.1	Построение всех (w,d)-остовных памятей L-графа . . . . .	7
5.2	Построение графа (w,d)-остовных памятей L-графа . . . . .	7
5.3	Построение графа-кандидата . . . . .	8
<b>6</b>	<b>Проверка эквивалентности исходного L-графа и построенного ДКА . . . . .</b>	<b>9</b>
6.1	Алгоритм проверки эквивалентности ДКА и L-графа . . . . .	9
<b>7</b>	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>8</b>	<b>Литература . . . . .</b>	<b>11</b>

# Введение

Формальным языком называется множество цепочек конечной длины, состоящих из элементов некоторого непустого множества  $\Sigma$ . В этом случае говорят, что язык построен над алфавитом  $\Sigma$ . Цепочку нулевой длины обозначают символом  $\epsilon$ . В теории формальных языков классической считается классификация формальных языков, основанная на т.н. иерархии Хомского, предложенной американским лингвистом Ноамом Хомским. Согласно ей, формальные языки делятся на 4 класса:

0. Рекурсивно перечислимые (неограниченные)
1. Контекстно-зависимые
2. Контекстно-свободные (бесконтекстные)
3. Регулярные

Стоит также отдельно отметить выделяемые в классе 2 подклассы детерминированных и недетерминированных контекстно-свободных языков.

Существует множество способов описания формальных грамматик, из них наиболее распространенными являются формальные грамматики и абстрактные вычислительные устройства, такие как машина Тьюринга, магазинные автоматы, конечные автоматы (скопировал у Касимовой) .

Формальные грамматики применяются для описания формальных языков всех классов и представляют из себя четверки вида  $(N, \Sigma, P, S)$ , где

- $N$  - конечное множество нетерминальных символов,
- $\Sigma$  - конечное множество терминальных символов,
- $P$  - конечное множество правил вывода вида  $Left \rightarrow Right, Left \in (N \cup \Sigma)^+, Right \in (N \cup \Sigma)^*$ ,
- $S \in N$  - начальный символ.

## **Постановка задачи**

## **Обзор имеющихся решений**

# Понятие L-графов (как лучше назвать?)

## 4.1 Определение L-графа

**Определение 1.** Пусть  $\Sigma_{(}$  и  $\Sigma_{)}$  — непересекающиеся алфавиты, и существует биективное отображение  $\phi : \Sigma_{(} \rightarrow \Sigma_{)}$ . Тогда назовём непустое множество  $P \subseteq \Sigma_{(} \times \Sigma_{)}$  *D-множеством*.

**Определение 2.** Пусть  $P$  — *D-множество*. Тогда назовём язык  $L_P$ , порождаемый грамматикой  $S \rightarrow \Lambda | aSbS, (a, b) \in P$ , *D-языком* (над *D-множеством*  $P$ ).

**Определение 3.** Пусть  $\Delta = \Sigma_{(} \cup \Sigma_{)}$ . Определим отображение  $\mu : \Delta^* \rightarrow \Delta^*$ . Пусть  $\omega \in \Delta^*$ . Рассмотрим множество  $W' = \{(\omega_1, \omega_2) | \omega_1, \omega_2 \in \Delta^*, (a, b) \in P, \omega = \omega_1 ab \omega_2\}$ . Если  $W'$  пусто, то  $\mu(\omega) = \omega$ , иначе среди всех  $\mu(\omega) = \mu(\omega_1 \omega_2)$ , где  $|\omega_1|$  минимальна по всем парам  $(\omega_1, \omega_2) \in W'$ . Назовём  $\mu$  *стирающим отображением*.

**Определение 4.** *L-графом* назовём восьмёрку  $G = (V, E, \Sigma, \Sigma_{(}, \Sigma_{)}, P, S, F)$ , где

- $V$  — множество вершин,  $S \in V$  — начальная вершина,  $F \subseteq V$  — множество заключительных вершин;
- $\Sigma$  — алфавит входных символов,  $\Sigma_{(}$  и  $\Sigma_{)}$  — непересекающиеся алфавиты,  $P$  — *D-множество* над  $\Sigma_{(}$  и  $\Sigma_{)}$ ;
- множество  $E$  описывает дуги и их символьные пометки:  $E \subseteq \{(v_1, v_2, \alpha, \beta) | v_1, v_2 \in V, \alpha \in \Sigma \cup \{\epsilon\}, \beta \in \Sigma_{(} \cup \Sigma_{)}\}$ .

## 4.2 Понятие ядра L-графа

## 4.3 Понятие памяти L-графа

**Определение 5.** Основные понятия, такие как *Sentences*, *sCore*, введем как у Касимовой.

# Построение ДКА-кандидата

## 5.1 Построение всех $(w,d)$ -остовных памяти L-графа

**Определение 6.** Будем говорить, что в маршруте  $T$  *фигурирует* память  $m = (v, \gamma)$ , если  $T$  можно представить в виде  $T = T_1T_2$ , где  $end(T_1) = v, \mu(T) = \gamma$ . Обозначим это соотношение как  $HasMemory(T, m)$ . Если в этом определении  $T_2 = \epsilon$ , то будем говорить, что *память  $T$  равна  $m$*  ( $Mem(T) = m$ ). Или **Мет два раза лучше не использовать?**

**Определение 7.** Множеством  $(w,d)$ -остовных памяти L-графа  $G$  будем называть множество  $Mem(G, w, d) = \{(v, \gamma) | \exists T \in sCore(G, w, d) : HasMemory(T, (v, \gamma))\}$ .  
а

Тут должен быть алгоритм построения этого множества, но простой обход в глубину/ширину, естественно, не подходит. Наличие хотя бы одного цикла приведет к закликиванию.

## 5.2 Построение графа $(w,d)$ -остовных памяти L-графа

**Определение 8.** Графом  $(w,d)$ -остовных памяти L-графа  $G(V, E', \Sigma, \Sigma_(< \mathcal{S}), P, S, F)$  назовём пятёрку  $MemGraph(G, w, d) = (M, F, S, E, \Sigma)$ , где

- $M = Mem(G, w, d)$  — множество вершин графа,  $S \in M$  - начальная вершина,  $F \subseteq V$  — множество заключительных вершин;
- $\Sigma$  - алфавит входных символов;
- множество  $E$  описывает дуги и их символьные пометки:  $E \subseteq \{(m_1, m_2, \alpha) | m_1, m_2 \in M, \alpha \in \Sigma \cup \{\epsilon\}\}$ .

В роли вершин графа выступает множество  $(w,d)$ -остовных памяти L-графа  $G$ . Опишем алгоритм **создания** множества  $E$ . Для каждой вершины  $m_1 = (v_1, \gamma_1) \in M$  рассмотрим поочередно все дуги из  $E'$  вида  $(v_1, v_2, \alpha, \beta)$ . Для каждой вершины  $m_2 = (v_2, \gamma_2) \in M$ , такой что  $\mu(\gamma_1\beta) = \gamma_2$  добавим в  $E$  дугу  $(m_1, m_2, \alpha)$ . **Получилось криво, к тому же не ясно ещё, так ли стоит этот граф определять. Альтернативный вариант - добавлять дугу  $(m_1, m_2, \alpha)$ , если  $\exists T \in sCore(G, w, d), T = T_1T_2T_3, mem(T_1) = m_1, mem(T_1T_2) = m_2, \omega(T_1T_2) = \omega(T_1)\beta$**

### 5.3 Построение графа-кандидата

На основе  $M_1 = MemGraph(G, 1, 1)$  и  $M_2 = MemGraph(G, 2, 2)$  построим граф недетерминированного конечного автомата  $Cand(G)$ . Обозначим  $ToRemove(G) = \{m | m \in M_2, m \notin M_1\}$ . Определим отображение  $Reduction : ToRemove(G) \rightarrow M_1$ .



# **Проверка эквивалентности исходного L-графа и построенного ДКА**

## **6.1 Алгоритм проверки эквивалентности ДКА и L-графа**

# Заключение

В рамках данной дипломной работы исследовалась проблема регулярности бесконтекстных языков, представленных в виде L-графов.

Предложено условие регулярности детерминированных L-графов: предложены алгоритм построения по детерминированному L-графу (?детерминированного?) конечного автомата, который будет эквивалентен исходному L-графу, только если тот регулярен, и алгоритм проверки эквивалентности детерминированного L-графа и (?детерминированного?) конечного автомата.

Также выделен подкласс детерминированных L-графов, на котором указанное условие регулярности является критерием.

# Литература

1. Ахо А. Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Синтаксический анализ. М.: Мир, 1986. Т. 1.
2. E Stearns Richard. A regularity test for pushdown machines // Information and control. 1967. Т. 11, № 3. С. 323–340.
3. Shankar Priti Adiga B. S. A Graph-Based Regularity Test for Deterministic Context-free Languages // Theor. Comput. Sci. 1991. Т. 88, № 1. С. 117–125.
4. Л.И. Станевичене. К теории бесконтекстных языков. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2000.
5. Vylitok A. Gomozov A. Stanevichene L. The power of printing ink // V-я международная конференция. Информатика. Образование. Экология и здоровье человека. Издательство Астраханского государственного педагогического университета Астрахань, 2000. С. 270–270.
6. G Valiant Leslie. Regularity and related problems for deterministic pushdown automata // Journal of the ACM. 1975. Т. 22.