Лабораторная работа 5.2
Интерференция света. Бипризма Френеля.

Жарков Андрей 495

22 апреля 2017 г.

Цель работы: изучить интерференцию света на примере опыта с бипризмой Френеля, определить преломляющий угол бипризмы по отклонению луча лазера и по характеристикам интерференционной картины.

Принадлежности: полупроводниковый лазер, кювета, одна из стенок которой представляет собой бипризму Френеля, короткофокусная линза, экран для наблюдения, линейка.

Теория.

Интерференция.

Период оптических колебаний – величина столь малая, что ни человеческий глаз, ни фотоприборы не регистрируют мгновенные значения электрического и магнитного поля. Наблюдаемая нами величина «яркости» точки изображения на экране пропорциональна усреднённому за какой-то период квадрату напряженности электрического поля в этой точке. Её принято называть интенсивностью $I = \overline{\vec{E}^2}$.

Пусть есть два пучка света, характеризуемые напряжёнными электрического поля $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ в некоторой пространственной точке. По принципу суперпозиции результирующей двух этих пучков в какой-либо точке пространства является векторная сумма

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Интенсивность света в данной точке

$$I = \overline{(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2} = \overline{\vec{E}_1^{\,2}} + 2\overline{(\vec{E}_1\vec{E}_2)} + \overline{\vec{E}_2^{\,2}} = I_1 + I_{12} + I_2.$$

Слагаемые I_1 и I_2 в правой части - интенсивности пучков 1 и 2, соответственно. Слагаемое I_{12} называется *интерференционным членом*. В случае, если пучки света независимы, усреднение по времени приводит к обращению в нуль этого члена. В случае если пучки не независимы, то интерференционный член может быть отличен от нуля, и такие пучки называют когерентными.

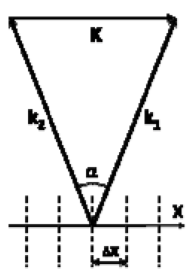

Рис.1

Рассмотрим две плоские монохроматические перекрывающиеся волны с волновыми векторами $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ (Рис.1). При этом

$$k_1 = k_2 = k = \frac{2\pi}{\lambda},\ k_{1,x} = k \cdot sin(\alpha/2),\ k_{2,x} = -k \cdot sin(\alpha/2).$$

Здесь α - угол схождения плоских волн. Будем считать, что векторы напряженностей этих волн имеют только одну ненулевую компоненту перпендикулярную плоскости рисунка. Тогда для этих компонент можно записать

$$E_1 = a_1 cos(\omega t - \vec{k}_1\vec{r} + \delta_1), \qquad E_2 = a_2 cos(\omega t - \vec{k}_2\vec{r} + \delta_2),$$

здесь ω - циклическая частота волны.

Допустим, что $\delta_1 = \delta_2$. Тогда для разности фаз колебаний этих волн в некоторой точке получаем

$$\Delta\varphi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{r} + (\delta_2 - \delta_1) = 2k \cdot sin(\alpha/2) \cdot x.$$

Теперь выражение для результирующей интенсивности колебаний примет вид

$$I = I_1 + 2\sqrt{I_1 I_2}\, cos(\Delta\varphi) + I_2 = I_1 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot cos(2k \cdot sin(\alpha/2) \cdot x) + I_2.$$

Из этого выражения следует, что интерференционный *максимум* интенсивности достигается в тех точках пространства, в которых выполняется условие

$\Delta\varphi = 2\pi m,\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Интерференционный *минимум* интенсивности достигается в тех точках пространства, в которых выполняется условие $\Delta\varphi = \pi(2m+1),\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

Допустим, что плоский экран для наблюдения интерференционной картины располагается перпендикулярно плоскости рисунка 1 так, что ось X лежит в его плоскости. Тогда в плоскости экрана будет наблюдаться периодическое изменение интенсивности от $I_{max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2$ до $I_{min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2$. При равных интенсивностях волн $I_1 = I_2 = I_0$

$$I(x) = I_0\left(1 + cos\left(2k \cdot sin(\alpha/2) \cdot x\right)\right) = I_0\left(1 + cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right)\right),$$

т.е. на экране будут наблюдаться темные и светлые параллельные полосы. Как видно из этого выражения, период интерференционной картины Λ (ширина интерференционной полосы) зависит от длины волны излучения λ и угла α схождения волн (см. рис.1)

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2\,sin(\alpha/2)} \approx \frac{\lambda}{\alpha}, \qquad (1)$$

где последнее выражение получено для малых углов схождения.

О когерентности волн

Реальные световые волны не являются строго монохроматическими. Допустимо считать, что реальный источник испускает волны цугами (отрезками синусоид) длительностью τ. Цуги имеют пространственную длину $l = c\tau$, где c - скорость света. В течение этого цуга фаза волны остается постоянной. Таким образом, реальная световая волна представляет собой последовательность волновых цугов с беспорядочно изменяющейся от цуга к цугу фазой. Принято говорить, что колебания в разных цугах некогерентны. Интервал времени τ называют *временем когерентности*, а величину l - длиной когерентности.

Интерференция может возникнуть только при сложении когерентных колебаний, т.е. колебаний относящихся к одному цугу. В этом случае наблюдается устойчивая интерференционная картина. Таким образом, для получения интерференции света нужно волну от источника разделить на две когерентные волны и затем на экране наблюдать результат их сложения. При этом разность хода Δ волн до точки наблюдения не должна превышать длину когерентности l. Одной из оптических схем для наблюдения интерференции является схема с бипризмой Френеля (см. далее).

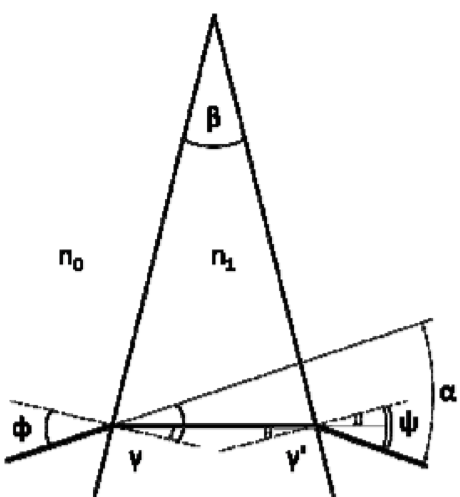

Рис.2

Отклонение луча бипризмой.

Рассмотрим ход луча, распространяющегося в среде с показателем преломления n_0, и встречающего на своём пути клин из прозрачного материала с показателем преломления n_1 ($n_1 > n_0$) с малым преломляющим углом β (см. рис. 2.).

Пусть луч падает на клин под углом ϕ с нормали к поверхности. Тогда направление распространения преломлённого луча мы можем найти, пользуясь законом Снеллиуса:

$$n_0 \sin\phi = n_1 \sin\gamma,$$

где γ – угол, образованный прошедшим лучом с нормалью к преломляющей поверхности. Далее, если материал клина однороден, луч распространяется прямолинейно, пока не встретит вторую границу раздела сред. Для неё можем записать:

$$n_1 \sin \gamma' = n_0 \sin \psi \,.$$

Связь углов γ и γ' найдём из треугольника, образованного вершиной клина и точками преломления луча на границе раздела сред:

$$\beta = \gamma + \gamma' \,.$$

Для малых углов падения и преломления связь углов ϕ и ψ примет простое выражение:

$$\phi + \psi = \frac{n_1}{n_0}\beta \,.$$

Рассмотрим, на какой угол луч отклонится от своего первоначального направления. Обозначим α угол между падающим и прошедшим лучом. На первой поверхности луч отклонится от линии своего направления распространения к более широкой части клина на угол ϕ-γ, на второй – на угол ψ-γ'. Полный поворот луча в сторону широкой части клина составит

$$\alpha = (\phi - \gamma) + (\psi - \gamma') = (\phi + \psi) - (\gamma + \gamma') = \left(\frac{n_1}{n_0} - 1\right) \cdot \beta \,.$$

Таким образом, при условии малости углов, угол отклонения α не зависит от угла падения, но только от материала клина и угла между плоскостями его образующими. В случае, когда внешней средой является воздух $n_0 = 1$, получаем

$$\alpha = (n - 1)\beta \,. \qquad (2)$$

Бипризма Френеля.

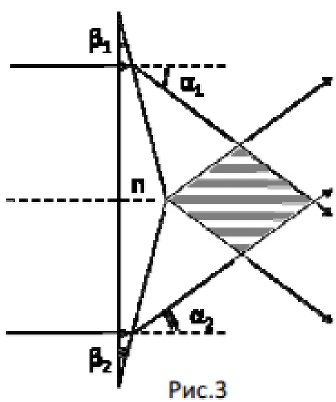

Рис.3

Как было сказано ранее, для наблюдения интерференции необходимо получить когерентные пучки света. Один из способов их получения - использование бипризмы Френеля.

Бипризма Френеля представляет собой две стеклянные призмы с малыми преломляющими углами β_1 и β_2, сложенные своими основаниями (см. рис.3). Практически она изготавливается из целого куска стекла. Плоская волна, проходя через бипризму, разделяется на две когерентных плоских волны, распространяющихся под углом $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ друг к другу (угол схождения волн).

Описание элементов экспериментальной установки и схем их расположения при проведении измерений

На рис.4 показано поперечное сечение кюветы, одна из прозрачных стенок которой представляет собой бипризму Френеля с преломляющими углами β_1 и β_2.

На рис.6 показана оптическая схема для определения угла α схождения (расхождения) лазерных пучков, возникших после преломления исходного лазерного пучка в бипризме Френеля. Как видно из рисунка, для малого угла α имеем

$$\alpha \approx tg\alpha = \frac{x_1 + x_2}{L} \,. \qquad (3)$$

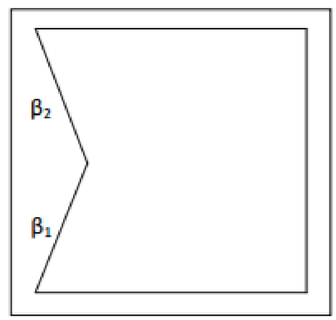

Рис.4

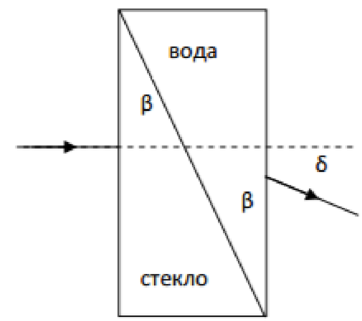

Рис.5

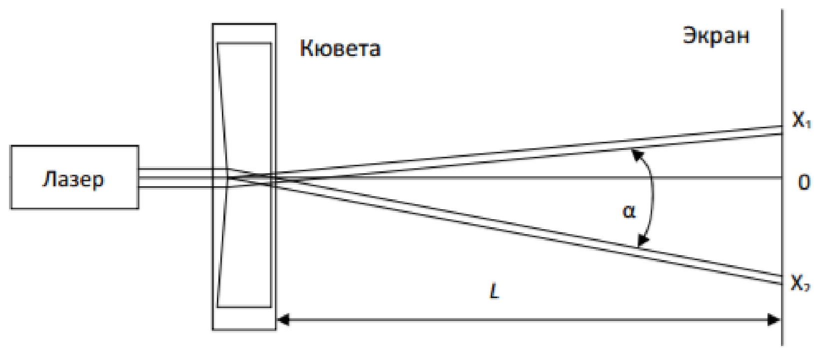

Рис.6

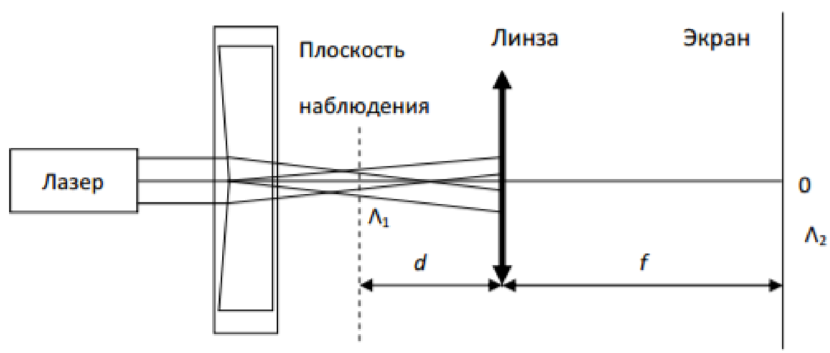

Рис.7

Ход работы.

1. Соберём схему, изображённую на рис. 6. Расстояние между лазером и кюветой порядка 5-10 см (меняется от опыта к опыту). Измеряя расстояние x_1+x_2 и L, найдём угол α по формуле (3). Результаты измерений приведены в таблице:

№	$x_1 + x_2$, мм	L, см	α, 10^{-3} рад	σ_α, 10^{-3} рад
1	3,5	87,8	4,0	0,6
2	3,5	87,3	4,0	0,6
3	4,0	89,3	4,5	0,6

При измерениях $\sigma_{x_1+x_2} = 0.5$мм, что и вносит в результат наибольшую погрешность. Возьмём среднее значение угла $\alpha = (4,2 \pm 0,2) * 10^{-3}$ рад.

2. Поставим линзу (F=36мм) между кюветой и экраном (см. рис. 7). При различном положении линзы измерим расстояние f от линзы до экрана и период Λ_2 интерфереционной картины на экране. Пользуясь формулой тонкой линзы рассчитаем расстояние d от линзы до плоскости наблюдения интерфереционной картины, а также увеличение Г. Наконец, зная Г и Λ_2 найдём Λ_1 - период интерфереционной картины в плоскости наблюдения. По формуле (1), при $\lambda = 661$нм, найдём угол α. Результаты измерений и вычислений приведены в таблице:

№	f, см	Λ_2, см	d, см	Г	Λ_1, мм	α, 10^{-3} рад
1	70,0	0,25	4,55	15,37	0,16	4,06
2	73,4	0,23	4,54	16,16	0,14	4,58
3	66,8	0,23	4,57	14,63	0,15	4,30

Относительная погрешность измерения $\varepsilon_{\Lambda_2} = 4\%$. Соответственно, такие же относительные погрешности у Λ_1 и угла α. По формуле среднего арифметического найдём погрешность среднего значения α. Итак:

$$\alpha = (4,3 \pm 0,2) * 10^{-3}\text{рад}$$

Вычислив разными способами угол α видим, что результаты в пределах погрешности совпадают.

3. Нальём в кювету воды и повторим измерения. Получилось $f = 65,4$см, $\Lambda_2 =$ 0,4см. Откуда $d = 4,5$см, $\Gamma = 14,3$, $\Lambda_1 = 0,28$мм, $\alpha = (2,4 \pm 0,1) * 10^{-3}$рад.

Выражение для угла отклонения δ получить из закона преломления:

$$n_{\text{ст}} sin\beta = n_{\text{в}} sin\gamma$$

$$n_{\text{в}} sin(\gamma - \beta) = sin\delta$$

$$\delta = n_{\text{в}}\beta(\frac{n_{\text{ст}}}{n_{\text{в}}} - 1)$$

Пользуясь этим найдём выражения для угла расхождения пучков с водой и без.

$$\alpha_2 = \delta_1 + \delta_2 = (\beta_1 + \beta_2)(n_{\text{ст}} - n_{\text{в}})$$

$$\alpha_1 = (\beta_1 + \beta_2)(n_{\text{ст}} - 1)$$

Откуда находим $n_{\text{ст}} = \frac{\alpha_2/\alpha_1 - n_{\text{в}}}{\alpha_2/\alpha_1 - 1} = 1,79 \pm 0,06$. Тяжёлый флинт?

Среднее значение отклоняющего угла бипризмы

$$\beta_{\text{ср}} = (\beta_1 + \beta_2)/2 = \frac{\alpha_1}{n_{\text{ст}} - 1} = (5,3 \pm 0,2) * 10^{-3}\text{рад}$$