

# Лабораторная работа 2.1.4

## Изучение явления взаимной индукции.

Жарков Андрей 495

13 ноября 2016 г.

**Цель работы:** изучение явлений взаимной индукции двух коаксиально расположенных катушек.

**Приборы и оборудование:** источник питания; электронный осциллограф; звуковой генератор; цифровой вольтметр, модуль ФПЭ-05 для изучения взаимной индукции; две катушки индуктивности на одной оси; штوك со шкалой, показывающий взаимное расположение катушек.

### Общие сведения

Всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве (вихревое) электрическое поле. Согласно закону электромагнитной индукции, циркуляция электрического поля по некоторому контуру равна<sup>1</sup> темпу изменения потока магнитного через поверхность, охватываемую данным контуром:

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Здесь  $\Phi = \int B_n dS$  — поток магнитного поля через поверхность, охватываемую замкнутым контуром  $\Gamma$ ,  $B_n$  — нормальная компонента магнитного поля к данной поверхности.

Если в переменное магнитное поле помещён замкнутый проводник, то в нём благодаря наличию поля  $\vec{E}$  возникнет ток, называемый индукционным. Поскольку циркуляция электрического

---

<sup>1</sup>В системе единиц СИ.

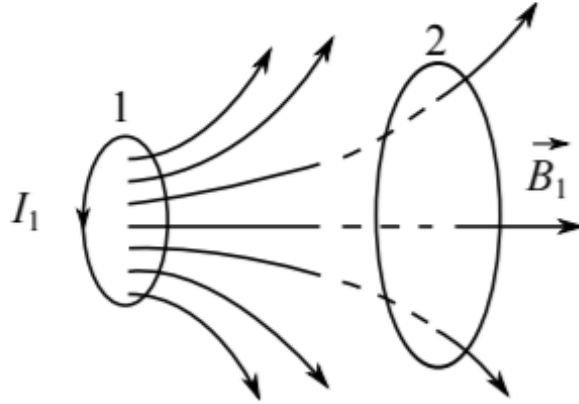


Рис. 1: Поток через контур 2 магнитного поля, созданного током в контуре 1

поля есть, как несложно видеть, работа по переносу единичного заряда по контуру, её наличие эквивалентно присутствию в цепи батареи с ЭДС, равной

$$\boxed{\mathcal{E}_и = -\frac{d\Phi}{dt}.} \quad (1)$$

которую называют ЭДС индукции<sup>2</sup>.

Ток  $I$ , текущий по некоторому замкнутому контуру, порождает магнитное поле, которое пронизывается этот же контур. Поток магнитного поля через данный контур пропорционален величине  $I$  — соответствующий коэффициент пропорциональности  $L$  называют коэффициентом самоиндукции или просто индуктивностью:

$$\Phi = LI. \quad (2)$$

Рассмотрим теперь два контура 1 и 2, расположенных на некотором расстоянии друг от друга (рис. 1). Если по контуру 1 пропустить ток  $I_1$ , то он создаст некоторый поток  $\Phi_{21}$  магнитного поля через контур 2, пропорциональный току  $I_1$ :

$$\Phi_{21} = M_{21}I_1. \quad (3)$$

---

<sup>2</sup>Заметим, что равенство (1) применимо не только для переменного поля, но и в общем случае, когда магнитный поток  $\Phi$  меняется в силу изменения формы проводника или если проводник вносится во внешнее магнитное поле.

Коэффициент пропорциональности  $M_{21}$  называется коэффициентом взаимной индукции контуров или взаимной индуктивностью контуров. Он зависит от формы и взаимного расположения контуров 1 и 2, а также от магнитных свойств окружающей среды.

Суммарный поток через контур 2 запишется как сумма самоиндукции и взаимной индукции:

$$\Phi_2 = L_2 I_2 + M_{21} I_1. \quad (4)$$

ЭДС индукции, наводимая в 2-м контуре, равна

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (5)$$

И наоборот, меняя местами 1-й и 2-й контуры, получим в результате аналогичных рассуждений ЭДС индукции в 1-м контуре:

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (6)$$

Отметим, что согласно теореме взаимности коэффициенты взаимной индукции равны между собой:

$$M_{12} = M_{21} = M. \quad (7)$$

## Методика измерения

В данной работе изучается коэффициент взаимной индукции между длинной катушкой 1 и короткой катушкой 2, которая надевается на катушку 1 и может перемещаться вдоль ее оси. Питание одной из катушек, например 1, осуществляется от генератора звуковой частоты PQ, напряжение с которого

$$U = U_0 \cos \omega t$$

подаётся на катушку последовательно через сопротивление  $R$ . Действующее значение напряжения генератора  $U_4 = U_0/\sqrt{2}$  измеряется с помощью вольтметра.

Значение сопротивления  $R$  выбирается таким образом, чтобы выполнялись неравенства

$$R \gg \sqrt{R_1^2 + L_1^2 \omega^2} \quad (\text{и} \quad R \gg \sqrt{R_2^2 + L_2^2 \omega^2}), \quad (8)$$

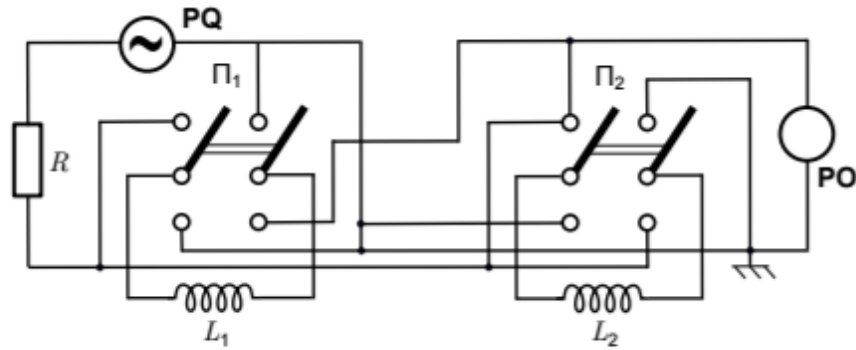


Рис. 2: Измерительная схема ФПЭ-05

где  $L_{1,2}$  — индуктивности катушек 1 и 2;  $R_{1,2}$  — их активные сопротивления. В этом случае напряжение на подключённой к генератору катушке много меньше напряжения на резисторе  $R$ , и таким образом ток, протекающий через катушку 1, можно определить как

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \cos \omega t = I_{01} \cos \omega t.$$

Переменный ток в катушке 1 создает переменную ЭДС взаимной индукции в катушке 2 согласно формуле (5):

$$\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt} = -M_{21} \omega \frac{U_0}{R} \sin \omega t = -\mathcal{E}_{02} \sin \omega t.$$

Измерив с помощью осциллографа амплитуду ЭДС взаимной индукции  $\mathcal{E}_{02}$ , можно получить значение коэффициента взаимной индукции  $M_{21}$ :

$$M_{21} = \frac{\mathcal{E}_{02} R}{2\pi f U_0} \quad (9)$$

где  $f$  — частота звукового генератора в герцах.

Если же подавать ток на 2-ю катушку, а снимать значение напряжения на 1-й, то можно измерить коэффициент  $M_{12}$ :

$$M_{12} = \frac{\mathcal{E}_{01} R}{2\pi f U_0}. \quad (10)$$

Для «перестановки» катушек необходимо переключатели  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  перебросить в противоположное направление (рис. 2).

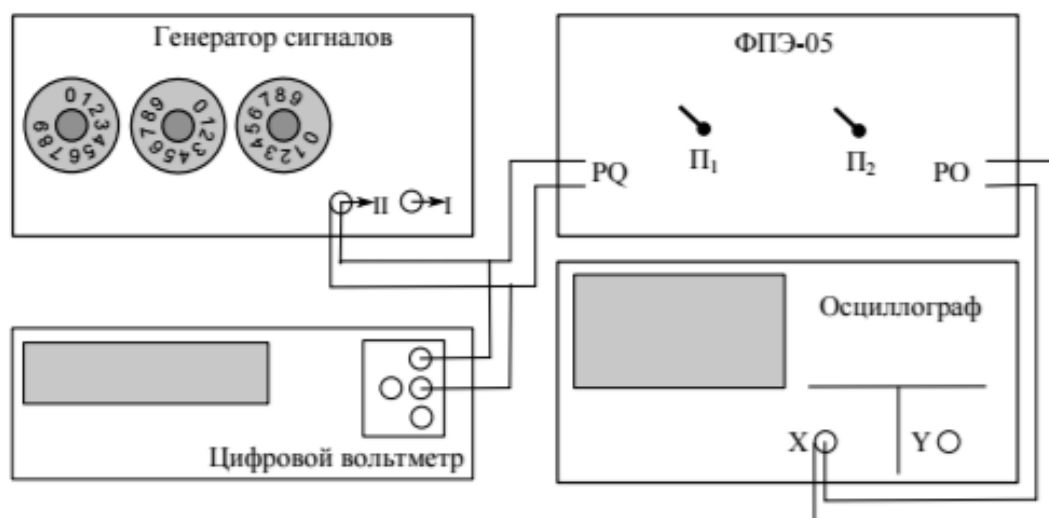


Рис. 3: Схема установки

## Выполнение работы

Соберём схему (рис. 3). Задав напряжение генератора  $U_4 = 3B$  Подключив к установке сначала первую, затем вторую катушку, проверим, что в рабочем диапазоне частот (5 - 25 кГц)  $\mathcal{E}_{0i}/f = const$ , т. е. амплитуда напряжения на катушке линейно зависит от частоты.

$\mathcal{E}_{01}, B/20$	$f, kHz$		$\mathcal{E}_{02}, B/20$	$f, kHz$
50	5,0		50	5,0
100	10,1		100	10,0
200	20,0		202	20,1

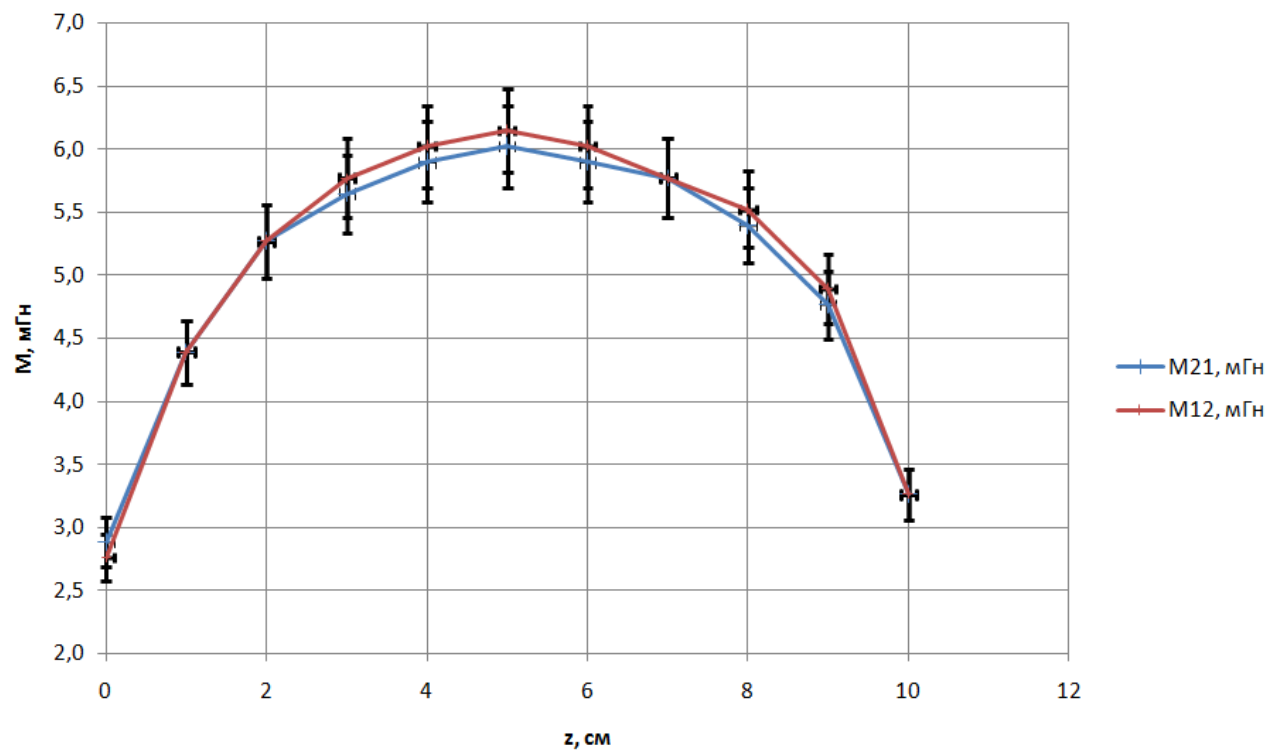
Как видим, зависимость действительно линейная.

Для измерения коэффициента взаимной индукции  $M_{21}$  установим переключатель  $\Pi_1$  в положение PQ, а переключатель  $\Pi_2$  в положение PO. При этом напряжение звукового генератора подаётся на катушку 1, а ЭДС с катушки 2 подаётся на вход осциллографа. Теперь будем постепенно выдвигать катушку 1 и замерим зависимость  $\mathcal{E}_{02}(z)$ , где  $z$  - на сколько выдвинута катушка. При измерениях  $U_4 = 3B$ ,  $f = 15kHz$ .  $R = 10,5 \pm 0,5k\Omega$ .  $M_{21}$  будем искать по формуле (9).

Аналогично измерим  $M_{12}(z)$ .

$z, \text{ cm}$	$\mathcal{E}_{02}, \text{ В/20}$	$M_{21}, \text{ мГн}$	$\sigma_M, \text{ мГн}$	$\mathcal{E}_{01}, \text{ В/20}$	$M_{12}, \text{ мГн}$	$\sigma_M, \text{ мГн}$
0	2,3	2,9	0,2	2,2	2,8	0,2
1	3,5	4,4	0,3	3,5	4,4	0,3
2	4,2	5,3	0,3	4,2	5,3	0,3
3	4,5	5,6	0,3	4,6	5,8	0,3
4	4,7	5,9	0,3	4,8	6,0	0,3
5	4,8	6,0	0,3	4,9	6,1	0,3
6	4,7	5,9	0,3	4,8	6,0	0,3
7	4,6	5,8	0,3	4,6	5,8	0,3
8	4,3	5,4	0,3	4,4	5,5	0,3
9	3,8	4,8	0,3	3,9	4,9	0,3
10	2,6	3,3	0,2	2,6	3,3	0,2

Как видим, в пределах погрешности  $M_{12} = M_{21}$ . Т. е. выполняется теорема взаимности. Построим график  $M(z)$ :



Теперь убедимся в том, что коэффициент взаимной индукции не зависит от напряжения на генераторе.

Для этого выдвинем катушку на  $z=5\text{ cm}$ , установим  $f=15\text{ kHz}$ . Измерим  $\mathcal{E}_{02}$  при нескольких значениях  $U_4$ :

$U_4, \text{ В}$	2,076	2,508	3,020	4,015	5,000
$\mathcal{E}_{02}, \text{ В/20}$	3,3	4,0	4,7	6,1	7,6
$M_{21}, \text{ мГн}$	6,0	6,0	5,9	5,7	5,7



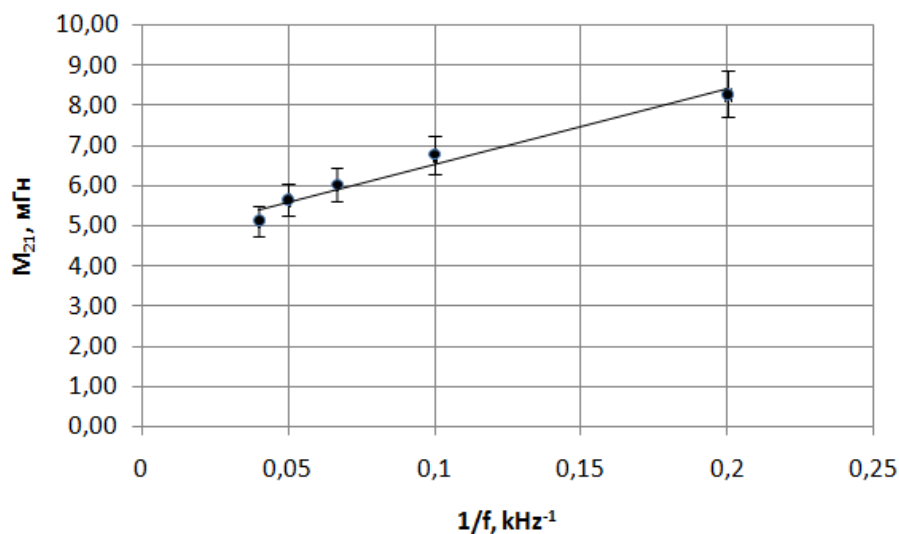
Погрешность вычисленных  $M_{21}$  точно не меньше 5% (именно такая погрешность у сопротивления  $R$ ), значит абсолютная погрешность не меньше 0,3мГн. Мы видим, что с учётом погрешности коэффициент взаимной индукции не зависит от входного напряжения.

Теперь определим экспериментально зависимость коэффициента взаимной индукции от частоты генератора.

Установим  $z=5\text{см}$ ,  $U_4 = 3\text{В}$ . Измерим  $\mathcal{E}_{02}$  при нескольких значениях  $f$ :

$f, \text{kHz}$	5	10	15	20	25
$\mathcal{E}_{02}, \text{В}/20$	2,2	3,6	4,8	6,0	6,8
$M_{21}, \text{мГн}$	8,3	6,8	6,0	5,6	5,1
$1/f, \text{kHz}^{-1}$	0,200	0,100	0,067	0,050	0,040

Как видим, зависимость  $M_{21}(\frac{1}{f})$  линейная.



Погрешность  $M(f)$  около 5%, ибо в формуле (9) наибольшая погрешность  $R$  как раз 5%.