

Лабораторная работа 2.1.2

Изучение магнитного поля соленоида с помощью датчика Холла.

Жарков Андрей 495

27 ноября 2016 г.

Цель работы: изучение магнитного поля соленоида, магнитного поля постоянных магнитов, измерение индукции магнитного поля Земли.

В работе используются: соленоид, намотанный на полый цилиндрический каркас, набор из 10 постоянных магнитов в форме дисков ($d = 25$ мм, $h = 5$ мм); 8 небольших одинаковых магнитиков ($4 \times 6 \times 8$ мм³), источник постоянного тока с встроенным амперметром, измеритель магнитной индукции Ш1-10 (магнитометр), измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, весы, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, секундомер, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала $25 \times 30 \times 60$ мм³, штатив из немагнитного материала.

Магнитное поле порождается движущимися зарядами (токами). В соответствии с законом Био–Савара, линейный элемент тока $I d\vec{\ell}$ на расстоянии \vec{r} создаёт магнитное поле с индукцией:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (1)$$

Полное поле, вследствие принципа суперпозиции, определяется интегрированием выражения (1) по всем элементам тока:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int I \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (2)$$

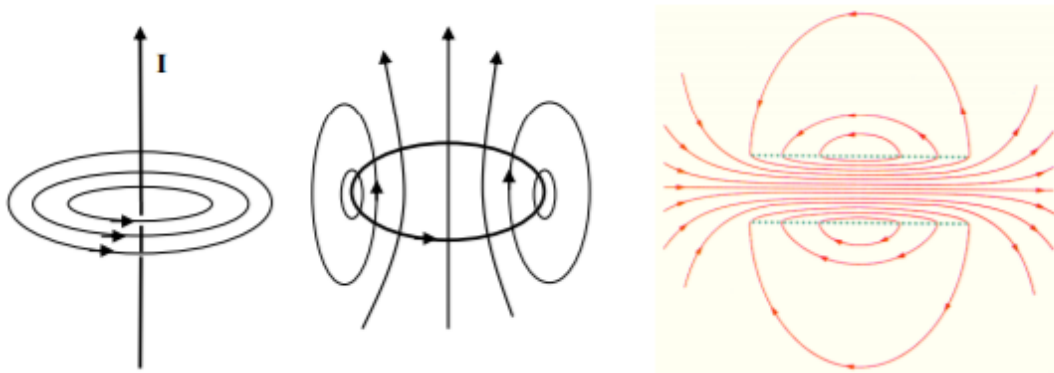


Рис. 1: Линии индукции поля прямого провода, кругового тока и соленоида

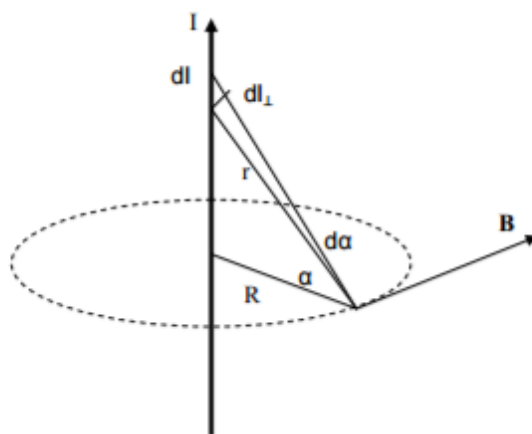


Рис. 2: К расчёту магнитного поля провода

На рис. 1 показаны линии индукции поля прямого провода, кругового тока и соленоида. Направление вектора индукции определяется правилом буравчика (правого винта). Силовые линии вектора магнитной индукции \vec{B} не имеют ни начала, ни конца, и замыкаются вокруг электрических токов. Это выражает тот факт, что в природе не существует магнитных зарядов, на которых начинались бы или заканчивались линии вектора \vec{B} . Такое поле называют **вихревым** или **соленоидальным**, а электрические токи, как говорят, служат **вихрями** вектора \vec{B} .

Магнитное поле прямого провода. Рассмотрим очень длинный прямолинейный провод, по которому течёт ток I . Будем считать, что подводящие провода расположены настолько далеко, что их магнитными полями в рассматриваемой области пространства можно полностью пренебречь. Тогда провод можно считать бесконечно длинным. Магнитное поле элемента тока $I d\vec{\ell}$ даётся выражением:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell}_\perp \times \vec{r}}{r^3}$$

где $d\vec{\ell}_\perp$ — составляющая вектора $d\vec{\ell}$, перпендикулярная к вектору \vec{r} (рис. 2). Из симметрии следует, что силовые линии будут представлять собой окружности, центры которых расположены на оси провода. В скалярной форме: $dB = (\frac{\mu_0}{4\pi}) I d\vec{\ell}_\perp / r^2 = (\frac{\mu_0}{4\pi}) I d\alpha / r$, где $d\alpha$ — угол, под которым вектор $d\vec{\ell}$ виден из точки наблюдения. Расстояние до провода равно $R = r \cos \alpha$, откуда

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell}_\perp}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cos \alpha d\alpha}{R}.$$

Интегрирование этого выражения в пределах от $\alpha = -\pi/2$ до $\alpha = +\pi/2$ даёт искомый результат: поле прямого бесконечного провода на расстоянии R от него определяется выражением

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}. \quad (3)$$

Например, поле прямого длинного провода с током $I = 1$ А на расстоянии $R = 1$ см от него: $B = 10^{-7} \cdot 2/10^{-2} = 20$ мкТл — это поле по порядку величины сравнимо с горизонтальной составляющей магнитного поля Земли на широтах $\varphi = 50^\circ - 60^\circ$ с.ш. При расчете учтено, что магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Поле кругового тока. Вычислим поле кругового тока на его оси (рис. 3). Элемент тока $I d\vec{\ell}$ возбуждает магнитное поле $d\vec{B}$, перпендикулярное к радиус-вектору \vec{r} . Разложим это поле на две слагающие: осевую dB_z и радиальную dB_r . При интегрировании

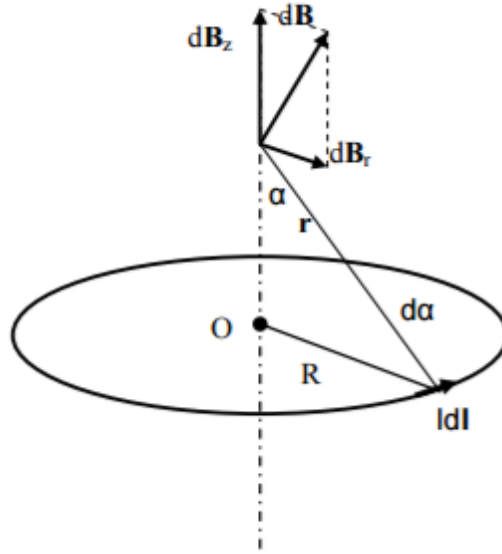


Рис. 3: К расчёту магнитного поля кругового тока

по контуру кругового тока радиальные слагающие взаимно уничтожаются. Результирующее поле будет направлено вдоль оси z , поэтому интегрировать надо только осевую составляющую поля:

$$dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\ell}{r^2} \sin \alpha.$$

Угол α один и тот же для всех элементов кольца, поэтому интегрирование сводится к умножению на длину контура $2\pi R$. Таким образом

$$B = B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi IR \sin \alpha}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi IR^2}{r^3}. \quad (4)$$

В точках, не лежащих на оси, выражение для поля кругового тока имеет сложный вид.

Рассчитаем поле кругового тока $I = 1$ А в центре O витка радиуса $R = 1$ см: $B_0 = 62,8$ мкТл — это поле сравнимо с полным магнитным полем Земли в средних широтах ($\varphi = 50^\circ - 60^\circ$ с.ш.).

Формулу для поля на оси для кругового тока можно преобразовать следующим образом:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2IS}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{r^3}, \quad (5)$$

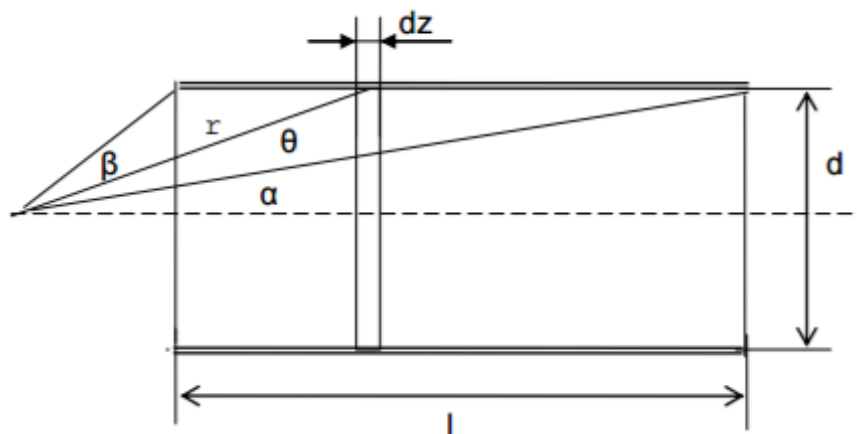


Рис. 4: К расчёту магнитного поля соленоида

где $P_m = IS$ — магнитный момент витка с током.

Вектор магнитного момента кольца с током определяется выражением $\vec{P}_m = I\vec{S}$, где $\vec{S} = S\vec{n}$ — вектор, равный площади кольца и направленный по нормали \vec{n} к плоскости витка, ориентированный согласно правилу буравчика по отношению к направлению тока.

На большом расстоянии от кольца $r \gg R$ само кольцо можно считать точечным магнитным диполем, поле которого на оси определяется формулой, аналогичной формуле для точечного электрического диполя: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\vec{P}_m / r^3$ (сравните с формулой для поля точечного электрического диполя $\vec{P} = q\vec{l}$ на его оси: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\vec{P} / r^3$)

Поле соленоида. Пусть ток I течёт по проводнику, намотанному по винтовой линии на поверхность цилиндра. Такой обтекаемый ток цилиндр называют соленоидом.

Если шаг винтовой линии достаточно мал, то каждый виток соленоида можно приближённо заменить замкнутым витком. Будем также считать, что сечение проводника настолько мало, что ток в соленоиде можно считать текущим по его поверхности. Таким образом, соленоидом мы будем называть цилиндрическую катушку из тонкого плотно намотанного провода. Найдём индукцию магнитного поля на оси соленоида в точке, из которой диаметры торцов соленоида видны под углами 2α и 2β (см. рис. 4). Соле-

ноид состоит из N витков, равномерно намотанных по длине ℓ , и по нему течёт ток I . Если число витков соленоида большое, и они расположены плотно друг к другу, то можно рассматривать соленоид как совокупность витков с током $dI = In dz$, где $n = N/\ell$ — число витков на единицу длины соленоида (плотность намотки). Вклад этого витка в поле соленоида:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi dIR \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R In dz \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} In d\Omega,$$

где $d\Omega = dS_{\perp}/r^2 = 2\pi R dz \sin \theta / r^2$ — телесный угол, под которым из точки наблюдения видна площадь витка $dS = 2\pi R dz$. Поле соленоида:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} In \Omega = \frac{\mu_0}{4\pi} In (\Omega_1 - \Omega_2), \quad (6)$$

где $\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$ — телесный угол, под которым из точки наблюдения видна внутренняя поверхность соленоида, а Ω_1 и Ω_2 — телесные углы, под которыми видны из точки наблюдения торцы соленоида.

В частности, на краю длинного соленоида магнитное поле:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi In, \quad (7)$$

так как $\Omega = \Omega_1 - \Omega_2 = 2\pi - 0 = 2\pi$.

В середине длинного соленоида $\Omega = 4\pi$ и магнитное поле, соответственно, в два раза больше, чем на краю:

$$B_c = \frac{\mu_0}{4\pi} 4\pi In = \frac{\mu_0}{4\pi} 4\pi i, \quad (8)$$

где $i = In$ — ток, приходящийся на единицу длины соленоида. Это величина называется линейной плотностью тока.

Для создания поля, например, величиной $B = 1$ Тл линейная плотность тока длинного соленоида должна быть: $i = B/\mu_0 \approx \approx 8000$ А/см. То, что поле на торце в два раза меньше, чем в середине, можно понять качественно, без всяких формул: длинный соленоид можно представить как два соленоида, соединённые торцами так, что один служит продолжением другого. Тогда поле в середине соленоида равно удвоенному полю вблизи торца соленоида.

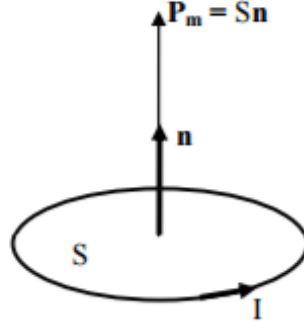


Рис. 5: Магнитный момент

Поле на оси соленоида не сложно выразить и через линейные углы 2α и 2β , под которыми видны диаметры торцов соленоида:

$$B = \int \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi I n \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi i (\cos \alpha - \cos \beta). \quad (9)$$

Рассмотрим, к примеру, соленоид длиной $\ell = 20$ см и диаметром $d = 5$ см, содержащий $N = 2000$ витков, по которым идёт ток $I = 1$ А. Плотность намотки $n = N/\ell = 100$ см $^{-1}$, линейная плотность тока $i = In = 200$ А/см. Из центра торцы видны под углами такими, что $\cos \alpha = -\cos \beta = \ell/\sqrt{\ell^2 + d^2} \approx 0,97$, а значит поле в центре такого соленоида всего лишь на 3% меньше поля бесконечно длинного соленоида с такой же плотностью намотки: $B_c = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi i (\cos \alpha - \cos \beta) = 0,97 \frac{\mu_0}{i} \approx 12,2$ мТл. Для торца соленоида: $\cos \alpha = \ell/\sqrt{\ell^2 + d^2/4} \approx 0,99$; $\cos \beta = \cos(\pi/2) = 0$. Поле на торце, как и должно быть, примерно в два раза меньше, чем в центре: $B = 0,99 \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi i \approx B_c/2 \approx 6,2$ мТл.

Постоянные магниты. Простейший магнитный диполь, в отличие от электрического (в силу отсутствия в природе магнитных зарядов), представляет собой тонкий замкнутый виток с током: $\vec{P}_m = I\vec{S}$, где $\vec{S} = S\vec{n}$ — вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему (рис. 5). По этой же формуле определяется и магнитный момент соленоида, если под I понимать полный ток, текущий по боковой поверхности соленоида, а под S — площадь его поперечного сечения. Для проволочной цилиндрической спирали с малым шагом, состоящей из N витков,

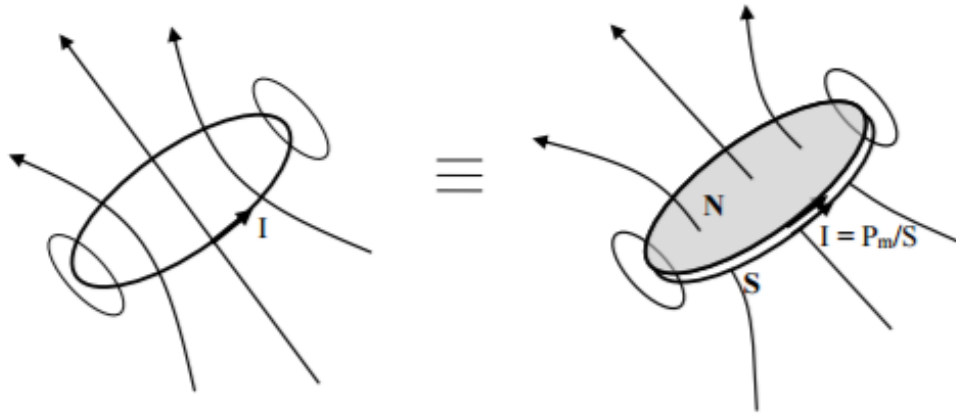


Рис. 6: Эквивалентность постоянного магнита витку с током

$$P_m = NIS.$$

Если же магнитный диполь иной природы, например, постоянный магнит, то для расчета полей его очень удобно представить в виде витка или трубки с азимутальным током $I = P_m/S$. Этот фиктивный ток называют **током намагничивания**. В качестве источника поля (рис. 6) он ведёт себя так же, как и реальный ток (его не следует только подставлять в теорему о циркуляции и тем более в закон Джоуля–Ленца).

Рассмотрим постоянный магнит в форме цилиндра. Всякий постоянный магнит обладает некоторым магнитным моментом \vec{P}_m , направленным от южного S к северному N магнитному полюсу так, что линии магнитной индукции выходят из северного и входят в южный полюс. Момент складывается из магнитных моментов молекул намагниченного вещества: $\vec{P}_m = \sum \vec{p}_i$ и практически не изменяется под влиянием внешнего магнитного поля (если последнее не слишком сильное). Степень намагничения характеризуется магнитным моментом единицы объёма \vec{p}_m , который называют **вектором намагниченности**. Для однородно намагниченного вещества $\vec{p}_m = \vec{P}_m/V = \sum \vec{p}_i/V$.

Молекулярные токи, связанные с магнитными моментами отдельных молекул, складываясь, образуют макроскопический ток намагничивания I , циркулирующий по боковой поверхности цилиндрического магнита. Выясним связь величины тока намагничивания с величиной намагниченности вещества. Если по боко-

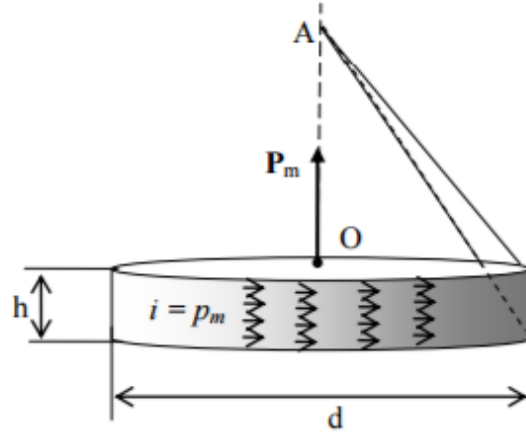


Рис. 7: К расчёту поля в на оси постоянного магнита

вой поверхности цилиндра циркулирует ток намагничивания I , то магнитный момент такого цилиндра $P_m = IS$. Намагниченность $p_m = P_m/V = IS/V = I/\ell = i$ — линейная плотность поверхностного тока (здесь $V = S\ell$ — объём цилиндра). Таким образом, если нам известна намагниченность цилиндрического магнита p_m , то мы можем рассчитать поле это магнита, воспользовавшись формулами для поля соленоида, по поверхности которого течёт ток с поверхностной плотностью $i = p_m$. И, наоборот, по величине поля, измеренного, скажем на торце постоянного цилиндрического магнита, можно определить линейную плотность токов намагничивания, и, соответственно, намагниченность вещества магнита.

Рассчитаем, например, поле в центре торца постоянного магнита в форме диска с намагниченностью \vec{p}_m , перпендикулярной плоскости диска диаметром $d = 2R = 20$ мм и толщиной $h = 4$ мм. Заменим диск коротким соленоидом длиной $\ell = h$, по боковой поверхности которого циркулирует ток с линейной плотностью $i = p_m$ (рис. 7). Воспользуемся формулой (9) для поля короткого соленоида: в произвольной точке A на оси диска магнитное поле

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi i (\cos \alpha - \cos \beta) = \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi p_m (\cos \alpha - \cos \beta). \quad (10)$$

Для точки O в центре торца: $\cos \beta = 0$, а $\cos \alpha = h/\sqrt{R^2 + h^2}$. Индукция поля на торце: $B_1 = \frac{1}{2}\mu_0 p_m h/\sqrt{R^2 + h^2} = 0,186 B_r$,

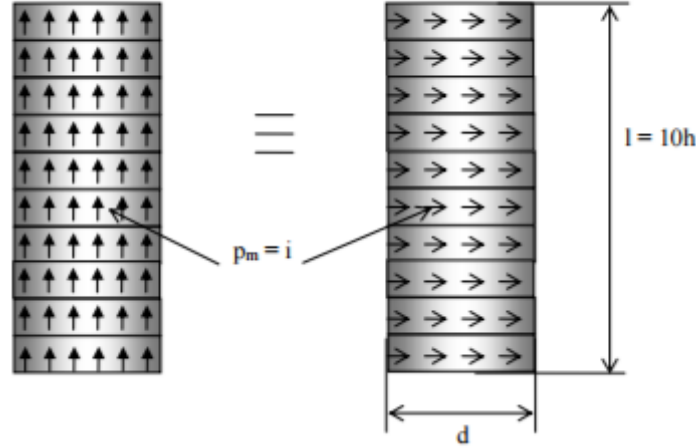


Рис. 8: Эквивалентность 10 намагниченных дисков соленоиду

где через $B_r = \mu_0 p_m$ обозначена величина остаточной индукции, равной магнитной индукции поля внутри длинного цилиндрического магнита с намагниченностью p_m (величина p_m называется, соответственно, остаточной намагниченностью). Остаточная индукция — одна из основных характеристик ферромагнитных материалов, используемых для изготовления постоянных магнитов. Например, у сплава магнито остаточная индукция составляет $B_r = 1,23$ Тл.

Сложим разноимёнными полюсами друг к другу 10 намагниченных дисков (рис. 8). Поле на торце такого цилиндрического магнита такое же, как и поле на торце соленоида длиной $\ell = 10h$, по боковой поверхности которого циркулирует ток с линейной плотностью $i = M$. В соответствии с формулой (9):

$$B_{10} = \mu_0 p_m (10h) / \left(2\sqrt{R^2 + (10h)^2} \right) = 0,485 B_r,$$

т.е. всего на 3% меньше величины $B_\infty = 0,5 B_r$ поля на торце бесконечно длинного цилиндра (как и для соленоида).

Точечный магнитный диполь. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле,

аналогичной формуле поля для точечного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{3(\vec{P}_m \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3} \right].$$

В магнитном поле на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента \vec{M} виток или постоянный магнит поворачивается так, чтобы магнитный момент выстроился вдоль магнитного поля. Это положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия.

В положении, когда \vec{P}_m и \vec{B} параллельны и направлены противоположно, также имеет место равновесие ($\vec{M} = 0$), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь обладает в магнитном поле энергией:

$$W = -(\vec{P}_m \vec{B}).$$

Из этой формулы следует, что минимальной энергий $W = -P_m B$ магнитный диполь обладает в положении $\vec{P}_m \uparrow \vec{B}$, т. е. в положении, как и следовало ожидать, устойчивого равновесия. Обратим внимание на то, что формула для энергии диполя в магнитном поле очень удобна для выяснения единиц измерения магнитного диполя: $[P_m] = [W]/[B] = \text{Дж/Тл}$.

В *неоднородном* поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m \cdot \nabla) \vec{B},$$

где $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ — дифференциальный оператор Гамильтона (векторный оператор «набла»). Последняя формула аналогична формуле для силы, действующей на электрический диполь в электрическом поле $\vec{F} = (\vec{P} \cdot \nabla) \vec{E}$.

Используя формулы для момента сил, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль линий магнитного поля и, кроме того, из-за неоднородности под действием результирующей силы втягивается область более сильного магнитного поля, т. е. в область, где он обладает меньшей энергией. Зная магнитные моменты \vec{P}_1 и \vec{P}_2 двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия. Если магнитные моменты $P_1 = P_2 = P_m$ двух одинаковых небольших магнитов направлены вдоль соединяющей их прямой, а расстояние между ними равно r , то магниты взаимодействуют с силой:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m^2}{r^4}.$$

Магниты притягиваются, если их магнитные моменты сонаправлены $\vec{P}_1 \uparrow \vec{P}_2$, и отталкиваются, если моменты направлены противоположно друг другу $\vec{P}_1 \uparrow \vec{P}_2$. Если магнитные моменты расположены перпендикулярно соединяющей их прямой, то сила их взаимодействия окажется в два раза меньшей: $F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3P_m^2}{r^4}$.

Измерение индукции магнитного поля. Эффект Холла.

Для экспериментального исследования индукции магнитного поля соленоида и постоянных магнитов в настоящей работе используются измерители магнитной индукции (магнитометр) Ш1–10 и АТЕ–8702, принцип работы которого основан на эффекте Холла.

Суть эффекта Холла состоит в следующем. Если поместить металлическую или полупроводниковую пластину в магнитное поле, направленное вдоль оси Oz (рис. 9), и пропустить ток в направлении оси Oy , то между гранями А и Б в направлении оси Ox возникает разность потенциалов, пропорциональная величине магнитной индукции. Движущиеся заряды, создающие ток, отклоняются магнитным полем благодаря действию на них магнитной составляющей силы Лоренца. Если проводимость в образце электронная, то электроны будут отклоняться, как следует из формулы $\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}]$, к грани А, создавая там отрицательный поверхностный заряд ($q = -e$), а на грани Б появится положи-

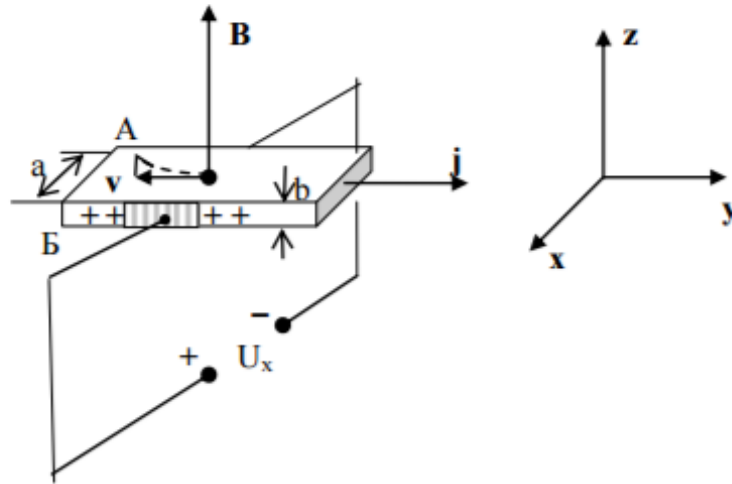


Рис. 9: Эффект Холла

тельный заряд. Если проводимость дырочная ($q = +e$), то направление движения зарядов совпадает с направлением тока \vec{j} , и поэтому сила Лоренца также будет отклонять их к грани А, где будет образовываться положительный поверхностный заряд, а на грани Б — отрицательный. Электрическое поле \vec{E} поверхностных зарядов на гранях будет расти до тех пор, пока кулоновская сила $q\vec{E}$ не уравновесит магнитную составляющую силы Лоренца: $qE = qvB$, откуда $E = vB$. Следовательно, между гранями А и Б установится разность потенциалов (ЭДС Холла):

$$U_x = vBa.$$

Скорость упорядоченного движения носителей можно выразить через плотность тока по формуле

$$v = j/en,$$

где e — элементарный заряд, а n — концентрация носителей. Подставим v в формулу для ЭДС Холла и, учитывая, что полный ток через пластинку $I = jab$, где a — ширина, b — толщина пластинки, получим:

$$U_x = \frac{1}{ne} \frac{BI}{b} = R_x \frac{BI}{b}.$$

Величина $R_x = 1/ne$ называется постоянной Холла.

Знак величины постоянной Холла указывает на тип проводимости: отрицательный — электронная проводимость, положительный — дырочная. По величине постоянной Холла можно определить концентрацию носителей. Линейная зависимость холловской разности потенциалов U_x от магнитного поля B используется для измерения величины индукции магнитного поля.

Холловский магнитометр Ш1–10 укомплектован зондами «С» (зонд соленоидов) и «М» (зонд магнитов) для измерения магнитной индукции соленоидов и постоянных магнитов, соответственно.

Силовые линии магнитного поля на оси соленоида направлены вдоль оси, поэтому для исследования поля соленоида используется зонд «С», в котором датчик Холла расположен на конце специального штока перпендикулярно оси зонда (см. рис. 10.3 на стр. 27 Технического описания прибора). Для определения положения датчика в соленоиде на боковой грани штока нанесена шкала, показывающая расстояние в сантиметрах до плоскости, в которой расположен преобразователь Холла. В зонде «М» преобразователь Холла лежит в плоскости, параллельной оси зонда; положение его отмечено знаком 0, нанесённом на корпусе зонда (см. рис. 10.2 на стр. 26 Технического описания прибора). Этот зонд предназначен для измерений магнитной индукции в зазоре между магнитными полюсами или вблизи полюса магнита.

При измерениях зонд помещается в магнитное поле так, чтобы плоскость головки зонда с отметкой 0, совпадающей с плоскостью холловского преобразователя, была перпендикулярна направлению вектора магнитной индукции, при этом наблюдаются максимальные показания прибора. Отсчёт величины магнитной индукции в мТл производится по цифровому индикатору прибора.

Следует иметь в виду, что при измерениях в неоднородном поле размеры преобразователя могут оказывать существенное влияние на результаты измерений, поэтому при оценке точности измерений необходимо учитывать, что в магнитометре Ш1–10 преобразователи Холла имеют размеры 2×1 мм.

Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли. Магнитное поле Земли в настоящей работы определяется по периоду крутильных колебаний магнита вокруг вертикальной оси.

Известно, что магнитная стрелка компаса под действием механического момента сил со стороны магнитного поля Земли ориентируется в направлении юг-север. Пусть магнит имеет форму бруска, намагниченного вдоль длинной оси b . Обозначим через \vec{P}_m его магнитный момент. Если этот магнит подвесить на вертикальной нити, проходящей через его центр масс перпендикулярно \vec{P}_m , то под действием вращательного момента $\vec{M} = [\vec{P}_m \times \vec{B}]$ вектор \vec{P}_m установится вдоль горизонтальной составляющей поля Земли \vec{B}_h . При небольшом отклонении магнита от положения равновесия в горизонтальной плоскости возникнут крутильные колебания вокруг вертикально натянутой нити. Если упругость (точнее, модуль кручения) нити незначительна, то, как не сложно показать, период малых колебаний такого крутильного маятника определяется формулой:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{P_m B h}},$$

где J — момент вращения бруска относительно оси вращения. Напомним, что момент инерции прямоугольного бруска массой m относительно оси, проходящей через центр грани с размерами $a \times b$: $J = m(a^2 + b^2)/12$.

Выполнение работы.

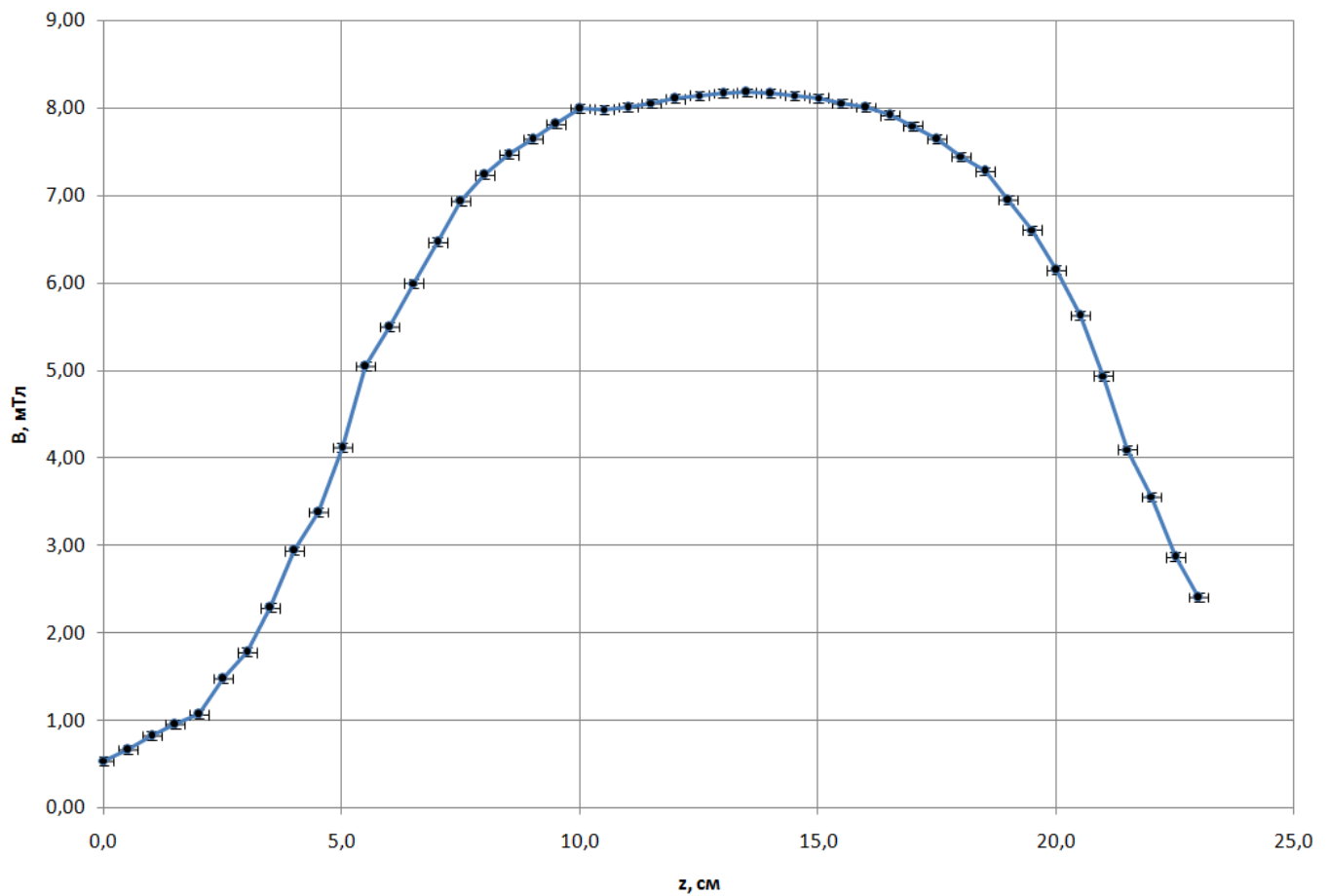
Часть А

Подключаем к магнитометру зонд, включаем магнитометр. Ждём установления рабочего режима. После установления рабочего режима включаем источник питания соленоида и устанавливаем ток в соленоиде $I = 0,5A$.

Будем перемещать зонд вдоль оси соленоида с интервалом 0,5 см, снимая зависимость индукции магнитного поля от координаты z . Считаем $\sigma_z = 2\text{мм}$, $\sigma_B = 0,01\text{мТл}$. Результаты в таблице:

z , см	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
B , мТл	0,54	0,67	0,83	0,96	1,07	1,48	1,78	2,29	2,94	3,38	4,12	5,05
z , см	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5
B , мТл	5,50	6,00	6,47	6,94	7,24	7,47	7,65	7,82	8,00	7,99	8,01	8,06
z , см	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0	15,5	16,0	16,5	17,0	17,5
B , мТл	8,11	8,15	8,17	8,18	8,17	8,15	8,12	8,06	8,01	7,92	7,80	7,65
z , см	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0	20,5	21,0	21,5	22,0	22,5	23,0	
B , мТл	7,45	7,28	6,95	6,61	6,15	5,63	4,94	4,10	3,56	2,87	2,41	

Построим график:

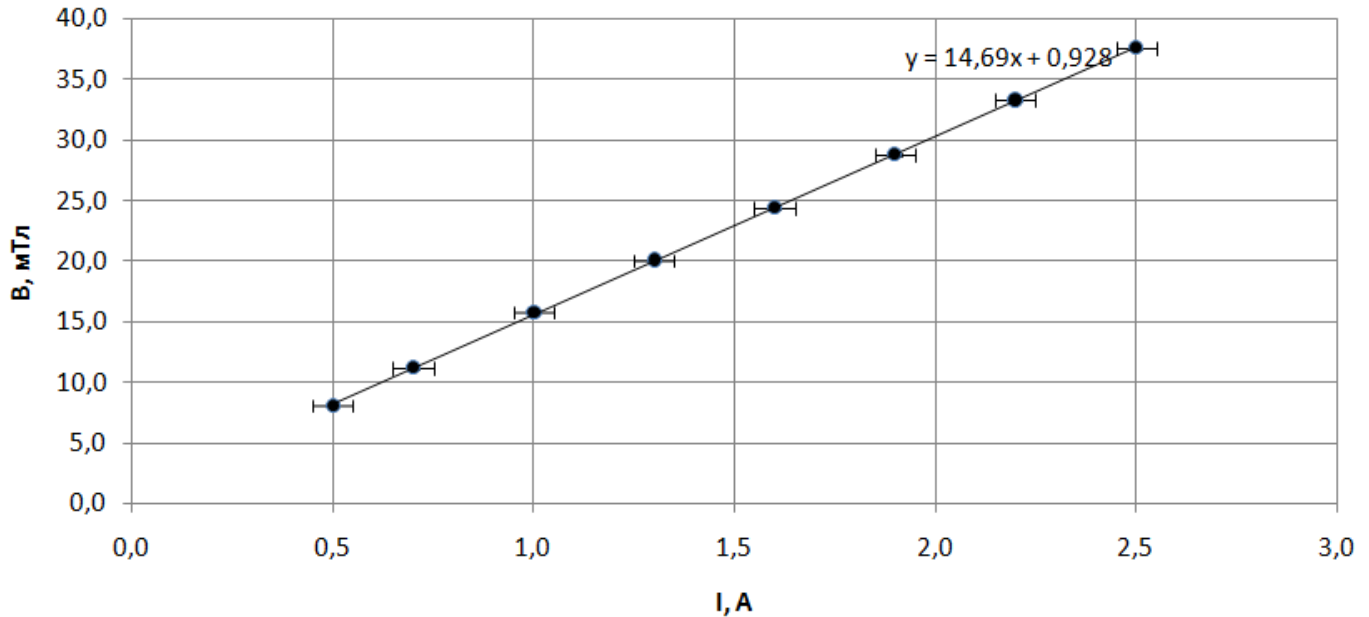


По максимальному значению индукции определим координату средней точки на оси соленоида. $z = 13,5 \pm 0,3$ см.

Поместив зонд в среднюю точку, снимем зависимость $B(I)$, изменяя I от 0,5А до 2,5А. При измерениях $\sigma_I = 0,05$ А, $\sigma_B = 0,1$ мТл.

I, A	0,5	0,7	1,0	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5
$B, \text{ мТл}$	8,1	11,2	15,8	20,1	24,4	28,8	33,3	37,6

Построим график:



Найденный коэффициент наклона $k = 14,7 \pm 0,2 \text{ мТл/А}$, из теории же $B = \frac{4\pi}{c} \frac{N}{l} I$

Оценим теперь длину и количество витков соленоида. Поле на границе соленоида должно быть в 2 раза меньше поля в центре, таким образом $l = 2(z_{\text{ср}} - z_{\text{кр}}) = 17,0 \pm 0,7 \text{ см}$.

Теперь найдём плотность намотки n , используя график $B(I)$ - $B(I) = \mu_0 n I$. Итак, $n = \frac{k}{\mu_0} = (11,7 \pm 0,2) * 10^3 \text{ м}^{-1}$

Отсюда $N = nl = (1,9 \pm 0,2) * 10^3$.

Реальные значения $N = 2300$, $l = 16,7 \text{ см}$. С точностью 2σ совпадают с вычисленными.

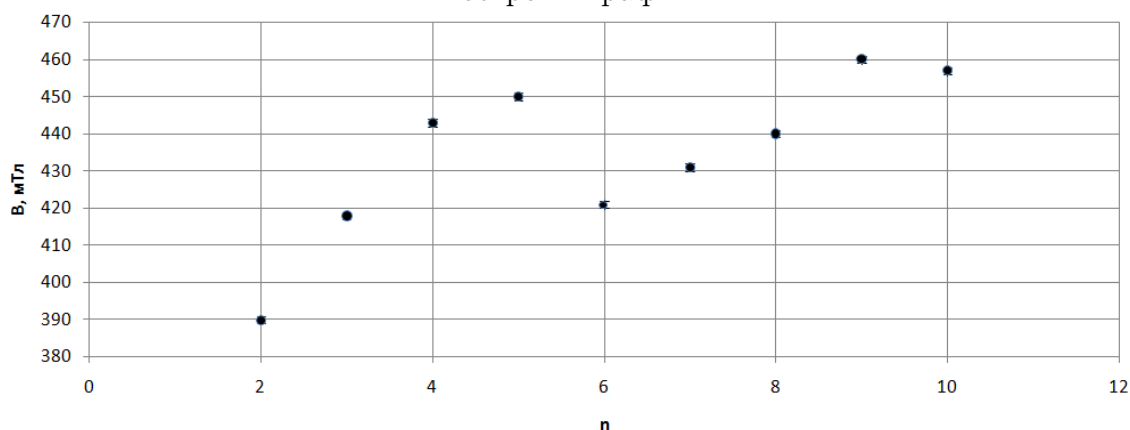
Теоретическая зависимость (рассчитана только внутри соленоида) $B(z) = \frac{NI}{cl} * 2\pi (1 + \frac{h(z)}{R^2 + h(z)^2})$, где $h(z) = \frac{l}{2} - |\frac{l}{2} - z|$. Здесь h - расстояние до ближайшего конца соленоида, $R = 3,5/2 \text{ см}$ - радиус кольца соленоида, N - количество витков, l - длина соленоида.

Часть Б

Измерим индукцию магнитного поля в центре постоянного магнита в форме диска. Теперь будем складывать цилиндр из n дисков и измерим зависимость магнитной индукции в центре торца цилиндра от числа магнитов, образующих цилиндр. При измерениях $\sigma_B = 1 \text{ мТл}$.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B, мТл	390	418	443	450	421	431	440	460	457

Построим график:

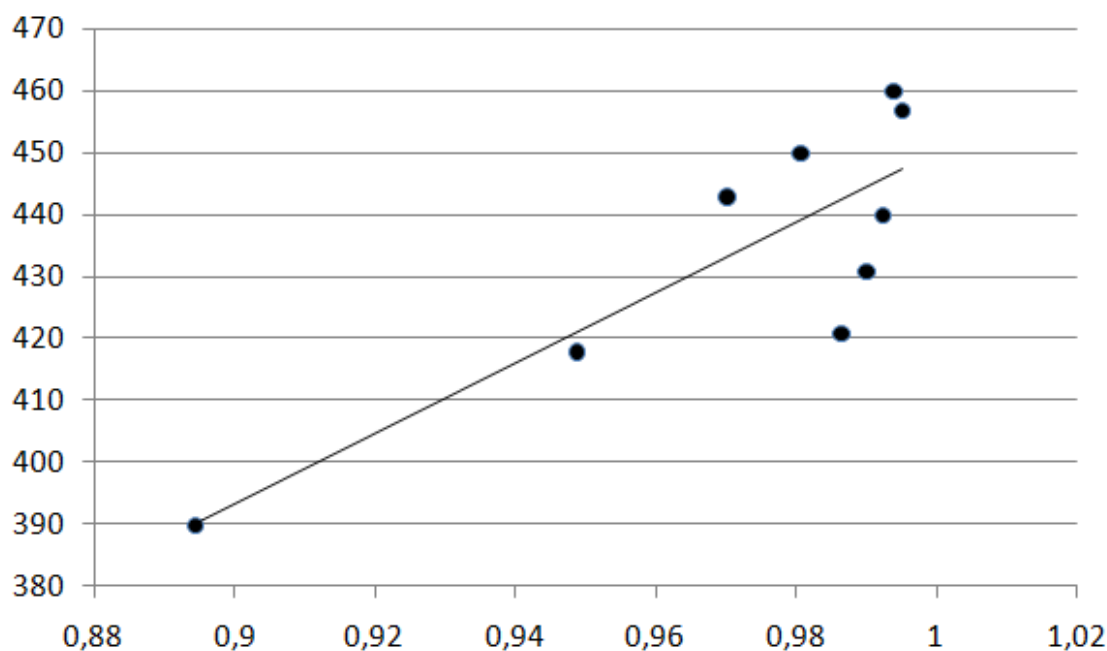


Найденный коэффициент наклона $k = (6,2 \pm 0,7) * 10^{-3} \text{ мТл}$

Теоретическая зависимость: $B(n) = \mu_0 p_m \frac{nh}{2\sqrt{R^2 + (nh)^2}}$, $h = 0,5 \text{ см}$ - толщина одного магнита, $R = 0,5 \text{ см}$ - радиус.

$nh/\sqrt{(nh)^2 + R^2}$	0,894	0,949	0,970	0,981	0,986	0,990	0,992	0,994	0,995
B, мТл	390	418	443	450	421	431	440	460	457

Построим график:



Найденный коэффициент наклона $k = (59 \pm 3) * 10 \text{ мТл}$ Отсюда находим остаточную намагниченность $B = 295 \pm 15 \text{ мТл}$.

Часть В

Положим между двумя магнитами брусок из бумаги — немагнитного материала. Получим максимальное расстояние, на котором магниты удерживают друг друга в поле тяжести земли: $r_{max} = 1,83 \text{ см}$.

Взвесим оба магнита: $m_1 = 0,868 \text{ г}$, $m_2 = 0,866 \text{ г}$.

Теперь вычислим магнитный момент $\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m^2}{r_{max}^4} = mg$

$$P_m = (3,98 \pm 0,01) * 10^{-2} \text{А} * \text{м}$$

$$\text{Намагниченность } p_m = \frac{P_m}{V} = (1,01 \pm 0,02) * 10^5 \text{А/м.}$$

$$\text{Остаточная магнитная индукция: } B_r = \mu_0 p_m = 12,6 \pm 0,03 \text{мТл}$$

Часть Г

Определим период колебаний крутильного маятника:

n	20	20	20
$t, \text{ с}$	20.90	20.72	21.87
$T, \text{ с}$	1.05	1.04	1.09

Измерим длину магнита: $l = 3.5 \pm 0.05 \text{ см.}$

По периоду колебаний рассчитаем горизонтальную составляющую магнитного поля Земли B_h .

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{P_m}} B_h,$$

где

$$J = \frac{m(a^2 + b^2)}{12} = 3.37 \cdot 10^{-7} \text{ кг} \cdot \text{м}^3$$

— момент инерции бруска ($m = 4.3 \text{ г}$).

$$B_h = \frac{4\pi^2 J}{T^2 P_m} = 2.1 \cdot 10^{-5} \text{ мТл}$$

Оценим погрешность измерений:

$$\left(\frac{\sigma_{B_h}}{B_h}\right)^2 = 2\left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + 2\left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{P_m}}{P_m}\right)^2$$

$$\sigma_{B_h} = 0.12 \cdot 10^{-5} \text{ мТл.}$$

Далее, сравним полученные результаты с табличными значениями индукции магнитного поля Земли:

$$B_h = 2 \cdot 10^{-5} \text{ мТл.}$$

В пределах погрешности значения совпадают.