

TUGAS 2

METODE NUMERIK

KELAS T

KELOMPOK 13

ANGGOTA :

DERY AFRIZAL KHILMI

155150201111045

KHRISNA WIDHI DEWANTO

155150201111275

ASRORUL HIDAYATUT TYA HARIANTO 155150201111008

1. Data Toko Bunga TAHUN 1995-2006

NO	TAHUN	PENJUALAN (Y)
1	1996	15.000
2	1997	16.000
3	1998	17.000
4	1999	17.500
5	2000	18.000
6	2001	18.500
7	2002	18.500
8	2003	19.000
9	2004	19.250
10	2005	19.500
11	2006	19.750
JUMLAH	11	198.000

a. Menganalisis menggunakan Least Square

Toko Bunga

NO	TAHUN	PENJUALAN (Y)	PREDIKSI (X)	X ²	XY
1	1996	15.000	-5	25	-75.000
2	1997	16.000	-4	16	-64.000
3	1998	17.000	-3	9	-51.000
4	1999	17.500	-2	4	-35.000
5	2000	18.000	-1	1	-18.000
6	2001	18.500	0	0	0

7	2002	18.500	1	1	18.500
8	2003	19.000	2	4	38.000
9	2004	19.250	3	9	57.750
10	2005	19.500	4	16	78.000
11	2006	19.750	5	25	98.750
JUMLAH	11	198.000	0	110	48.000

b. Mencari nilai a dan b

$$a = \frac{198.000}{11} = 18.000$$

$$b = \frac{48.000}{110} = 436.36$$

Maka persamaan least squarenya adalah

$$Y' = a + bX$$

$$Y' = 18.000 + 436.36X$$

Maka perkiraan penjualan untuk tahun 2007 :

$$Y(2007) = 18.000 + 436.36(6)$$

$$Y(2007) = 18.000 + 2.618.18$$

$$Y(2007) = 20618.18 \text{ dibulatkan menjadi } 20.619 \text{ unit}$$

Perkiraan penjualan tahun sebelumnya misalkan tahun 1995 adalah

$$Y(1995) = 18.000 + 436.36(-6)$$

$$Y(1995) = 18.000 + (-2.618.18)$$

$$Y(1995) = 15.381,82 \text{ dibulatkan menjadi } 15.382 \text{ unit}$$

NO	TAHUN	PENJUALAN (Y)	PREDIKSI (X)	X ²	XY
1	1997	16250	-9	81	-146250
2	1998	17200	-7	49	-120400
3	1999	18050	-5	25	-90250
4	2000	18800	-3	9	-56400
5	2001	19450	-1	1	-19450
6	2002	20000	1	1	20000
7	2003	20450	3	9	61350
8	2004	20800	5	25	10400
9	2005	21050	7	49	147350
10	2006	21250	9	81	191250
JUM LAH	10	193300	0	330	91200

c. Mencari nilai a dan b

$$a = \frac{193300}{10} = 19330$$

10

$$b = \frac{91200}{330} = 276.36$$

330

Maka persamaan least squarenya adalah

$$Y' = a + bX$$

$$Y' = 19330 + 276.36X$$

Maka perkiraan penjualan untuk tahun 2007 :

$$Y(2007) = 19330 + 276.36(6)$$

$$Y(2007) = 19330 + 3040$$

$Y(2007) = 22370$ jadi perkiraan penjualan menjadi 20.619 unit

Perkiraan penjualan tahun sebelumnya misalkan tahun 1995 adalah

$$Y(1995) = 18.000 + 436.36 (-13)$$

$$Y(1995) = 18.000 + (-3592.73)$$

$$Y(1995) = 15737,82 \text{ dibulatkan menjadi } 15.738 \text{ unit}$$

2. menentukan nilai a dan b agar u orthogonal pada himpunan w

$$u = (3, 1)$$

$$w = \{(2a, 5), (2, 3b)\}$$

$$\text{dengan } \langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2 \text{ di } \mathbb{R}^2$$

Jawab :

$$\ast u \perp (2a, 5) \text{ atau } \langle u, (2a, 5) \rangle = 0$$

$$\langle u, (2a, 5) \rangle = 0$$

$$\langle (3, 1), (2a, 5) \rangle = 0$$

$$2 \cdot 3(2a) + 1 \cdot 5 = 0$$

$$12a + 5 = 0$$

$$a = -\frac{5}{12}$$

$$\ast u \perp (2, 3b) \text{ atau } \langle u, (2, 3b) \rangle = 0$$

$$\langle u, (2, 3b) \rangle = 0$$

$$\langle (3, 1), (2, 3b) \rangle = 0$$

$$2 \cdot 3 \cdot 2 + 1(3b) = 0$$

$$12 + 3b = 0$$

$$3b = -12$$

$$b = -4$$

Jadi, nilai a dan b agar memenuhi orthogonal pada himpunan w adalah $a = -\frac{5}{12}$ dan $b = -4$

Date : _____

3. Diketahui R^3 adalah sebuah ruang vektor yang mempunyai hasil kali dalam Euclidean. Gunakan proses Gram-Schmidt untuk mentransformasikan basis $\{u_1, u_2, u_3\}$ menjadi basis ortonormal $\{v_1, v_2, v_3\}$ dengan

$$u_1 = \{0, 2, 1\}$$

$$u_2 = \{1, -1, 0\}$$

$$u_3 = \{1, 2, 0\}$$

Jawab :

$$v_1 = u_1 = \{0, 2, 1\}$$

$$v_2 = u_2 - \left(\frac{v_1 \cdot u_2}{v_1 \cdot v_1} \right) v_1$$

$$v_2 = \{1, -1, 0\} - \left(\frac{\{0, 2, 1\} \cdot \{1, -1, 0\}}{\{0, 2, 1\} \cdot \{0, 2, 1\}} \right) \{0, 2, 1\}$$

$$= \{1, -1, 0\} - \left(\frac{0 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0}{0^2 + 2^2 + 1^2} \right) \{0, 2, 1\}$$

$$= \{1, -1, 0\} - \left(\frac{-2}{5} \right) \{0, 2, 1\}$$

$$= \{1, -1, 0\} + \left(\frac{2}{5} \right) \{0, 2, 1\}$$

$$= \{1, -1, 0\} + \{0, 0.8, 0.4\}$$

$$= \{1, -0.2, 0.4\}$$

$$v_2 = \{1, -0.2, 0.4\}$$

$$v_3 = u_3 - \left[\frac{v_2 \cdot u_3}{v_2 \cdot v_2} \right] v_2 - \left[\frac{v_1 \cdot u_3}{v_1 \cdot v_1} \right] v_1$$

$$v_3 = \{1, 2, 0\} - \left[\frac{\{1, -0.2, 0.4\} \cdot \{1, 2, 0\}}{\{1, -0.2, 0.4\} \cdot \{1, -0.2, 0.4\}} \right] \{1, -0.2, 0.4\} - \left[\frac{\{0, 2, 1\} \cdot \{1, 2, 0\}}{\{0, 2, 1\} \cdot \{0, 2, 1\}} \right] \{0, 2, 1\}$$

$$= \{1, 2, 0\} - \left(\frac{1 \cdot 1 + (-0.2) \cdot 2 + 0.4 \cdot 0}{1^2 + (-0.2)^2 + 0.4^2} \right) \{1, -0.2, 0.4\} - \left(\frac{0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 0}{0^2 + 2^2 + 1^2} \right) \{0, 2, 1\}$$

$$= \{1, 2, 0\} - \left(\frac{1 - 0.4}{1.16} \right) \{1, -0.2, 0.4\} - \left(\frac{4}{5} \right) \{0, 2, 1\}$$

$$= \{1, 2, 0\} - \left(\frac{0.6}{1.16} \right) \{1, -0.2, 0.4\} - \{0, 1.6, 0.8\}$$

$$= \{1, 2, 0\} - \{0.516, 0.103, 0.206\} - \{0, 1.6, 0.8\}$$

$$= \{0.483, 0.396, -0.806\}$$

$$= \{0.5, 0.5, -1\}$$

$$v_3 = \{0.5, 0.5, -1\}$$

4. Hitunglah faktorisasi QR Gram Schmidt dari matriks

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

i Tetapkan : $r_{11} = \|a_1\| = 5$

$$q_1 = \frac{1}{r_{11}} a_1 = \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5} \right)^T$$

ii Tetapkan : $r_{12} = q_1^T a_2 = -2$

$$p_1 = r_{12} q_1 = -2q_1$$

$$a_2 - p_1 = \left(-\frac{8}{5}, \frac{4}{5}, -\frac{16}{5}, \frac{8}{5} \right)^T$$

$$r_{22} = \|a_2 - p_1\| = 4$$

$$q_2 = \frac{1}{r_{22}} (a_2 - p_1) = \left(-\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, -\frac{4}{5}, \frac{2}{5} \right)^T$$

iii Tetapkan : $r_{13} = q_1^T a_3 = 1$, $r_{23} = q_2^T a_3 = -1$

$$p_2 = r_{13} q_1 + r_{23} q_2 = q_1 - q_2 = \left(\frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \frac{6}{5}, \frac{2}{5} \right)^T$$

$$a_3 - p_2 = \left(-\frac{8}{5}, \frac{4}{5}, \frac{4}{5}, -\frac{2}{5} \right)^T$$

$$r_{33} = \|a_3 - p_2\| = 2$$

$$q_3 = \frac{1}{r_{33}} (a_3 - p_2) = \left(-\frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{2}{5}, -\frac{1}{5} \right)^T$$

Pada setiap langkah kita telah menentukan sebuah kolom dari Q dan sebuah kolom dari R. Pemfaktoran diberikan oleh

$$A = QR \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Tentukan matriks untuk vektor $x = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

Jawab : Perhitungan dengan Program

$$\Rightarrow x = [2; 3; -1]$$

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow V = x + \text{Sign}(x(1)) * \text{norm}(x) * e_1$$

$$V = 5.7417$$

$$3.0000$$

$$-1.0000$$

$$\Rightarrow e_1 = [1; 0; 0]$$

Hasilnya :

$$\Rightarrow I = \text{eye}(3)$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow H = I - (2 * v * v') / (v' * v)$$

$$H = \begin{bmatrix} -0.5345 & -0.8018 & 0.2673 \\ -0.8018 & 0.5811 & 0.1396 \\ 0.2673 & 0.1396 & 0.9535 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow H * x$$

$$\text{Ans} = -3.7417$$

$$-0.0000$$

$$0.0000$$

Dari hasil diatas terlihat bahwa semua elemen bernilai nol kecuali untuk elemen pertama.