Solusi UN Paket 20

MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika
Jenjang : SMA/MA
Program Studi : IPA

WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013
Jam : 07.30 – 09.30

PETUNJUK UMUM

1. Periksalah Naskah Sola yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
   a. Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
   b. Kelengkapan dan urutan nomor soal.
   c. Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
   d. Pastikan LJUN masih menyatu denga naskah soal.
2. Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
3. Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada koklom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
4. Isilah pada LJUN Anda dengan:
   a. Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
   b. Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
   c. Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
5. Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
6. Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
7. Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
8. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
9. Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
10. Lembar soal boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

SELAMAT MENGERJAKAN

1. Nilai *a* yang menyebabkan fungsi kuadrat $f(x)=(a-1)x^2+2ax+(a+4)$ definitif positif adalah….

A. $a<\frac{4}{3}$
B. $a<1$
C. $a>1$
D. $a>\frac{4}{3}$
E. $1<a<\frac{4}{3}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x)=ax^2+bx+c$ adalah definit positif, maka haruslah $a>0$ dan $D=b^2-4ac<0$.

$f(x)=(a-1)x^2+2ax+(a+4)$
$a-1>0$
$a>1$ .... (1)
$D=b^2-4ac<0$
$(2a)^2-4(a-1)(a+4)<0$
$4a^2-4a^2-12a+16<0$
$-12a+16<0$
$a>\frac{4}{3}$ .... (2)

Dari (1) $\cap$ (2) menghasilkan $a>\frac{4}{3}$. $\to$ [D]

2. Agar persamaan kuadrat $4x^2-(p-3)x+1=0$ mempunyai dua akar tidak nyata, maka nilai p yang memenuhi adalah….

A. $-1<p<7$
B. $-7<p<1$
C. $1<p<7$
D. $p<-1 \text{ atau } p>7$
E. $p<1 \text{ atau } p>7$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika persamaan kuadrat $ax^2+bx+c=0$ mempunyai dua akar tidak nyata, maka haruslah $D=b^2-4ac<0$.

$4x^2-(p-3)x+1=0$
$[-(p-3)]^2-4\cdot 4\cdot 1<0$
$(p-3)^2-16<0$
$(p-3+4)(p-3-4)<0$
$(p+1)(p-7)<0$
$-1<p<7 \to$ [A]

3. Persamaan lingkaran dengan pusat $(5,2)$ dan berdiameter $2\sqrt{13}$ adalah…

A. $x^2+y^2+10x+4y+34=0$
B. $x^2+y^2+4x+10y+16=0$
C. $x^2+y^2-4x-10y+16=0$
D. $x^2+y^2-10x-4y+16=0$
E. $x^2+y^2-10x-4y+34=0$

Solusi:

Diameter lingkaran $d = 2\sqrt{13}$

Jari-jari lingkaran $r = \frac{d}{2} = \sqrt{13}$

Persamaan lingkaran dengan pusat (a,b) dan jari-jari r adalah $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Jadi, persamaan lingkarannya adalah

$(x-5)^2 + (y-2)^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2$

$x^2 + y^2 - 10x - 4y + 25 + 4 = 13$

$x^2 + y^2 - 10x - 4y + 16 = 0 \to$ [D]

4. Amir, Budi, dan Citra membeli buku dan pulpen yang sama di sebuah toko. Amir membeli 3 buku dan 4 pulpen seharga Rp30.500,00. Budi membeli 5 buku dan 2 pulpen seharga Rp27.500,00. Citra membeli 4 buku dan 1 pulpen, untuk itu ia harus membayar seharga….

A. Rp14.500,00
B. Rp18.000,00
C. Rp19.000,00
D. Rp19.500,00
E. Rp23.500,00

Solusi:

Ambillah harga sebuah buku dan sebuah pulpen adalah *b* dan *p* rupiah.

$3b + 4p = 30.500$ .... (1)

$5b + 2p = 27.500$ .... (2)

2 × persamaan (2) – persamaan (1) diperoleh

$7b = 24.500$

$b = 3.500$

$5b + 2p = 27.500$

$5 \times 3.500 + 2p = 27.500$

$2p = 10.000$

$p = 5.000$

Jadi, Citra membeli 4 buku dan 1 pulpen, untuk itu ia harus membayar seharga

$4 \times \text{Rp}3.500{,}00 + 1 \times \text{Rp}5.000{,}00 = \text{Rp}19.000{,}00 \to$ [C]

5. Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β. Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a = \ldots$.

A. 2
B. 3
C. 4
D. 6
E. 8

Solusi:

Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -a + 1$ .... (1)

$\alpha = 2\beta$ .... (2)

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$2\beta + \beta = -a + 1$

$\beta = \frac{-a+1}{3}$

$\alpha = 2\beta = \frac{2(-a+1)}{3}$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 2$

$$\frac{2(-a+1)}{3}\times\frac{-a+1}{3}=2$$
$(-a+1)=9$

$-a+1=\pm 3$

$a=-2$ atau $a=4$

Karena $a>0$, maka $a=4$. $\rightarrow$ [C]

6. Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}=....$

A. $-6-\sqrt{35}$

B. $-6+\sqrt{35}$

C. $6-\sqrt{35}$

D. $12-2\sqrt{35}$

E. $12+2\sqrt{35}$

Solusi:

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}=\frac{5-2\sqrt{35}+7}{5-7}=\frac{12-2\sqrt{35}}{-2}=-6+\sqrt{35}\rightarrow\text{[B]}$$

7. Bentuk sederhana dari $\frac{{}^2\log^2 a-{}^2\log^2 b}{{}^2\log ab}$ adalah….

A. ${}^2\log\left(\frac{a}{b}\right)$

B. ${}^2\log(ab)$

C. ${}^2\log(a-b)$

D. ${}^2\log(a+b)$

E. ${}^2\log(a+b)^2$

Solusi:

$$\frac{\log^2 a-\log^2 b}{\log ab}=\frac{(\log a-\log b)(\log a+\log b)}{\log a+\log b}=\log a-\log b=\log\left(\frac{a}{b}\right)\rightarrow\text{[A]}$$

8. Diketahui premis-premis berikut:

Premis 1: Jika panen melimpah, maka penghasilan petani meningkat.

Premis 2: Jika penghasilan petani meningkat, maka mereka makmur.

Premis 3: Petani tidak makmur.

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah….

A. Penghasilan petani tidak meningkat.

B. Penghasilan petani menurun.

C. Panen tidak melimpah.

D. Petani tidak panen.

E. Petani gagal panen.

Solusi:

Kaidah Silogisme:

$p\rightarrow q$

$q\rightarrow r$

$\overline{\therefore p\rightarrow r}$

Kaidah Modus Tollens:

$p\rightarrow q$

$\sim q$

$\overline{\therefore \sim p}$

Dengan demikian,

$$\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ \sim r \\ \hline \therefore \ldots. \end{array} \quad \to \quad \begin{array}{l} p \to r \\ \sim r \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Jadi, kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah "Panen tidak melimpah." $\to$ [C]

9. Pernyataan setara dengan "Jika Budin sarapan pagi, maka ia tidak mengantuk di kelas" adalah….
   A. Jika Budin sarapan pagi maka ia mengantuk di kelas.
   B. Jika Budin mengantuk di kelas maka ia sarapan pagi.
   C. Jika Budin mengantuk di kelas maka ia tidak sarapan pagi.
   D. Jika Budin tidak sarapan pagi maka ia mengantuk di kelas.
   E. Jika Budin tidak sarapan pagi maka ia tidak mengantuk di kelas.

   Solusi:

   Konsep: $p \to q \equiv \sim q \to \sim p \equiv \sim p \vee q$

   Jadi, pernyataan tersebut setara dengan pernyataan "Jika Budin mengantuk di kelas maka ia tidak sarapan pagi." $\to$ [C]

10. Diketahui vektor-vektor $\vec{a} = 2i + 3j + k$, $\vec{b} = 3i - 2k$, dan $\vec{c} = 2j - 5k$. Vektor $\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} = \ldots.$
   A. $5i + 5j - 6k$
   B. $8i - 5j - 6k$
   C. $8i - 3j + 12k$
   D. $8i - j + 12k$
   E. $8i - j + 10k$

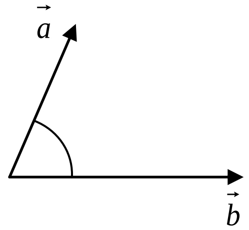
   Solusi:

$$\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+6-0 \\ 3+0-6 \\ 1-4+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ 12 \end{pmatrix} = 8i - 3j + 12k \to \text{[C]}$$

11. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Nilai sinus sudut antara vektor $\vec{a}$ dan $\vec{b}$ adalah....
   A. $\frac{5}{7}$
   B. $\frac{11}{14}$
   C. $\frac{5\sqrt{3}}{14}$
   D. $\frac{5}{11}\sqrt{3}$
   E. $\frac{3\sqrt{5}}{14}$

   Solusi:

   Jika diberikan vektor $\vec{a}$ dan $\vec{b}$, maka berlaku $\cos\angle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}$



$$\cos\angle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2}\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{2+6+3}{\sqrt{14}\sqrt{14}} = \frac{11}{14}$$

$$\sin\angle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\sqrt{1-\cos^2\angle\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\sqrt{1-\left(\frac{11}{14}\right)^2}=\sqrt{\frac{196-121}{196}}=\sqrt{\frac{75}{196}}=\frac{5\sqrt{3}}{14}\to [\mathrm{C}]$$

12. Diketahui vektor $\vec{u}=\begin{pmatrix}-4\\4\\3\end{pmatrix}$ dan $\vec{v}=\begin{pmatrix}-3\\-6\\0\end{pmatrix}$. Proyeksi $\vec{u}$ pada $\vec{v}$ adalah….

A. $\frac{4}{5}i-\frac{8}{5}j$

B. $-\frac{4}{5}i-\frac{8}{5}j$

C. $\frac{4}{5}i+\frac{8}{5}j$

D. $\frac{4}{5}i-\frac{8}{5}j+\frac{4}{5}k$

E. $-\frac{4}{5}i-\frac{8}{5}j+\frac{4}{5}k$

Solusi:

Proyeksi vektor orthogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $\vec{c}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^2}\vec{b}$

$$\vec{c}=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\left|\vec{v}\right|^2}\vec{v}=\frac{\begin{pmatrix}-4\\4\\3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\-6\\0\end{pmatrix}}{(-3)^2+(-6)^2+0^2}\vec{v}=\frac{12-24+0}{9+36}\vec{v}=-\frac{4}{15}\begin{pmatrix}-3\\-6\\0\end{pmatrix}=\frac{4}{5}i+\frac{8}{5}j\to [\mathrm{C}]$$

13. Luas daerah parkir 1.760 m^2. Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m^2 dan mobil besar 20 m^2. Daya tamping maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan dating, penghasilan maksimum tempat parkir adalah ....

A. Rp176.000,00

B. Rp200.000,00

C. Rp260.000,00

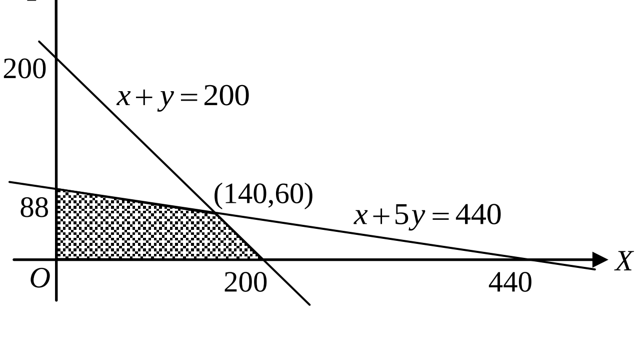
D. Rp300.000,00

E. Rp340.000,00

Solusi:

Ambillah banyak mobil kecil dan besar adalah x dan y buah.

$$\begin{cases}4x+20y\le 1.760\\ x+y\le 200\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+5y\le 440\\ x+y\le 200\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}$$



$f(x,y)=1000x+2000y$

$x+5y=440$ .... (1)

$x+y=200$ .... (2)

Persamaan (1) − persamaan (2) menghasilkan

$4y=240$

$y=60$

$x+60=200$

$x=140$

Koordinat titik potong garis $x+5y=440$ dan $x+y=200$ adalah $(140,60)$

Titik (x,y)	$f(x,y)=1000x+2000y$	Keterangan
$(0,0)$	$1000\times 0+2000\times 0=0$	
$(200,0)$	$1000\times 200+2000\times 0=200.000$	
$(140,60)$	$1000\times 140+2000\times 60=260.000$	Maksimum
$(0,88)$	$1000\times 0+2000\times 88=176.000$	

Jadi, penghasilan maksimum tempat parkir adalah Rp260.000,00. $\to$ [C]

14. Diketahui $(x+2)$ adalah faktor suku banyak $f(x)=2x^3-3x^2-11x+p$. Salah satu faktor linear lainnya dari suku banyak tersebut adalah….
A. $(2x+1)$
B. $(2x-3)$
C. $(2x+3)$
D. $(x+3)$
E. $(x-3)$

Solusi:

$f(x)=2x^3-3x^2-11x+p$

$f(-2)=2(-2)^3-3(-2)^2-11(-2)+p=0$

$-16-12+22+p=0$

$p=6$

$f(x)=2x^3-3x^2-11x+6$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & -3 & -11 & 6 \\ & \downarrow & -4 & 14 & -6 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore\ f(x)=2x^3-3x^2-11x+6=(x-2)(2x^2-7x+3)=(x+1)(2x-1)(x-3)$

Jadi, salah satu faktor linear lainnya dari suku banyak tersebut adalah $(x-3)$. $\to$ [E]

15. Diketahui $f(x)=x+3$ dan $g(x)=x^2-5x+1$. Fungsi komposisi $(g \circ f)(x)=....$
A. x^2+x-5
B. x^2+x+10
C. x^2+x+13
D. $x^2-5x+13$
E. x^2-5x+4

Solusi:

$(g \circ f)(x)=g(f(x))$

$=g(x+3)$

$=(x+3)^2-5(x+3)+1$

$=x^2+6x+9-5x-15+1$

$=x^2+x-5$ $\to$ [A]

16. Diketahui fungsi $f(x)=\dfrac{5x+2}{3x-1}$; $x\neq\dfrac{1}{3}$. Invers fungsi $f(x)$ adalah $f^{-1}(x)=....$
A. $\dfrac{2-5x}{3x+1}; x\neq-\dfrac{1}{3}$
B. $\dfrac{3x-1}{5x+2}; x\neq-\dfrac{2}{5}$
C. $\dfrac{x+2}{3x-5}; x\neq\dfrac{5}{3}$

D. $\frac{2-x}{3x+1}; x \neq -\frac{1}{3}$

E. $\frac{x-2}{3x+5}; x \neq -\frac{5}{3}$

Solusi:

Cara 1:

$f(x) = \frac{5x+2}{3x-1}\ ;\ x \neq \frac{1}{3}$

$x = \frac{5y+2}{3y-1}$

$3xy - x = 5y + 2$

$(3x-5)y = x + 2$

$y = \frac{x+2}{3x-5}$

$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3x-5},\ x \neq \frac{5}{3} \rightarrow$ [C]

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$f(x) = \frac{5x+2}{3x-1}\ ;\ x \neq \frac{1}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3x-5},\ x \neq \frac{5}{3} \rightarrow$ [C]

17. Diketahui suku ke-3 dan suku ke-6 suatu barisan aritmetika berturut turut adalah 8 dan 17. Jumlah 21 suku pertama deret tersebut adalah ….

A. 630

B. 651

C. 665

D. 670

E. 672

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke-*n* dari barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

$u_6 - u_3 = 17 - 8$

$a + 5b - (a + 2b) = 9$

$3b = 9$

$b = 3$

$b = 3 \rightarrow u_3 = 8$

$a + 2b = 8$

$a + 2 \times 3 = 8$

$a = 8 - 6 = 2$

Jumlah *n* suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)b]$

$S_{21} = \frac{21}{2}[2 \times 2 + (21-1)3] = 672$

Jadi, jumlah 21 suku pertama deret tersebut adalah 672. $\rightarrow$ [E]

18. Seutas tali dipotong menjadi 8 bagian. Panjang masing-masing potongan tersebut mengikuti barisan geometri. Potongan tali yang paling pendek 4 cm dan potongan yang paling panjang 512 cm. Panjang tali semula adalah….

A. 508cm

B. 1.020cm

C. 1.024cm

D. 2.032cm

E. 2.048cm

Solusi:

Barisan geometri: $u_1, u_2, u_3, ..., u_8$

$u_1 = a = 4$

$u_8 = 512$

$\frac{u_8}{u_1} = \frac{512}{4}$

$\frac{u_1 r^7}{u_1} = 128$

$r^7 = 128$

$r = \sqrt[7]{128} = 2$

Jumlah *n* suku pertama dari barisan geometri adalah $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$S_8 = \frac{4(2^8 - 1)}{2 - 1} = 1.020$

Jadi, panjang tali semula adalah 1.020 cm. $\rightarrow$ [B]

19. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & b \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 7 & c \end{pmatrix}$. Jika $AB = C$, maka $a + b + c = ...$

A. 3
B. 5
C. 7
D. 9
E. 11

Solusi:

$AB = C$

$\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & b \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 7 & c \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 3-a & b+a \\ 7 & 2b-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 7 & c \end{pmatrix}$

$3 - a = 1$

$a = 2$

$b + a = 4$

$b + 2 = 4$

$b = 2$

$2b - 1 = c$

$2 \times 2 - 1 = c$

$3 = c$

$\therefore a + b + c = 2 + 2 + 3 = 7 \rightarrow$ [C]

20. Koordinat bayangan titik $A(-1,3)$ jika dicerminkan terhadap garis $x = 4$ dan dilanjutkan pencerminan terhadap sumbu Y adalah….

A. $(9,-3)$
B. $(-9,3)$
C. $(9,3)$
D. $(-9,-3)$
E. $(-3,-9)$

Solusi:

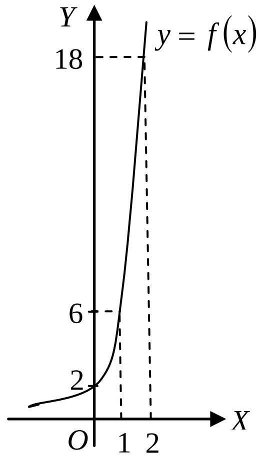
Kita mengetahui bahwa bayangan titik $P(x, y)$ oleh pencerminan terhadap garis $x = a$ adalah $P'(2a - x, y)$. Bayangan titik $P(x, y)$ oleh pencerminan terhadap garis $y = b$ adalah $P'(x, 2b - y)$.

Bayangan titik $P(x, y)$ yang dicerminkan terhadap sumbu adalah $P'(-x, y)$

Bayangan titik $A(-1,3)$ jika dicerminkan terhadap garis $x = 4$ adalah $A'(2 \cdot 4 + 1, 3) = A'(9,3)$

Bayangan titik $A'(9,3)$ yang dicerminkan terhadap sumbu Y adalah $A''(-9,3)$. $\rightarrow$ [B]

21. Persamaan grafik fungsi pada gambar adalah ....



A. $y = 2 \cdot 2^x$

B. $y = (-2) \cdot 3^x$

C. $y = 2 \cdot 3^x$

D. $y = 3 \cdot 2^x$

E. $y = (-3) \cdot 2^x$

Solusi:

Persamaan grafik fungsi tersebut adalah $y = k \cdot 3^{ax}$

$(0,2) \rightarrow y = k \cdot 3^{ax}$

$2 = k \cdot 3^0$

$2 = k$

$\therefore y = 2 \cdot 3^{ax}$

$(1,6) \rightarrow y = 2 \cdot 3^{ax}$

$6 = 2 \cdot 3^a$

$3^a = 3$

$a = 1$

$\therefore$ persamaan grafik fungsi tersebut adalah $y = 2 \cdot 3^x \rightarrow$ [C]

22. Himpunan penyelesaian dari ${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$ adalah ....

A. $\{x | 4 < x < 5\}$

B. $\{x | -1 < x < 4\}$

C. $\{x | x < -1 \text{ atau } x > 4\}$

D. $\{x | -1 < x < 5 \text{ atau} -2 < x < 4\}$

E. $\{x | -2 < x < -1 \text{ atau } 4 < x < 5\}$

Solusi:

${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$

$x - 4 > 0$

$x > 4$ .... (1)

$x + 1 > 0$

$x > -1$ .... (2)

${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$

${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < {}^{36}\log 6$

${}^{36}\log(x-4)(x+1) < {}^{36}\log 6$

$(x-4)(x+1) < 6$

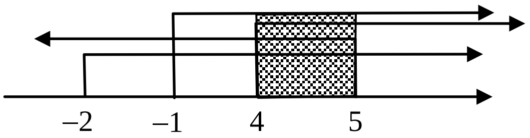
$x^2 - 3x - 4 < 6$

$x^2 - 3x - 10 < 0$

$(x+2)(x-5) < 0$

$-2 < x < 5$ .... (3)

Dari (1) $\cap$ (2) $\cap$ (3) diperoleh



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x | 4 < x < 5\}$. $\to$ [A]

23. Diketahui jari-jari lingkaran luar segi-12 beraturan adalah r cm. Panjang sisi segi-12 beraturan tersebut adalah ....

A. $r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm

B. $2r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm

C. $r\sqrt{1+\sqrt{3}}$ cm

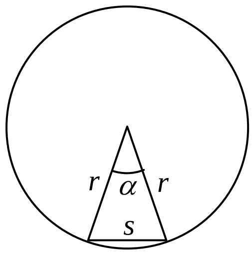
D. $r\sqrt{2+\sqrt{3}}$ cm

E. $2r\sqrt{1+\sqrt{3}}$ cm

Solusi:

Ambillah sudut pusat $\alpha = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ dan s adalah panjang sisi segi-12.

Menurut **Aturan Kosinus:**



$s^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos\alpha = 2r^2 - 2r^2 \cos 30^\circ = 2r^2 - 2r^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$= 2r^2 - r^2\sqrt{3}$

$s = \sqrt{2r^2 - r^2\sqrt{3}} = r\sqrt{2-\sqrt{3}}$

$\therefore$ panjang sisi segi-12 beraturan tersebut adalah $r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm. $\to$ [A]

24. Himpunan penyelesaian persamaan $\cos 2x + 3\cos x + 2 = 0$ untuk $0^\circ \le x \le 360^\circ$....

A. $\{60^\circ, 120^\circ, 270^\circ\}$

B. $\{120^\circ, 240^\circ, 270^\circ\}$

C. $\{90^\circ, 240^\circ, 270^\circ\}$

D. $\{120^\circ, 180^\circ, 240^\circ\}$

E. $\{120^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$

Solusi:

$\cos 2x + 3\cos x + 2 = 0$

$2\cos^2 x - 1 + 3\cos x + 2 = 0$

$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$

$(2\cos x + 1)(\cos x + 1) = 0$

$\cos x = -\frac{1}{2}$ atau $\cos x = -1$

$x = 120^\circ$ atau 240° atau $x = 180^\circ$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{120^\circ, 180^\circ, 240^\circ\}$. $\to$ [D]

25. Diketahui $\sin(x - 60^\circ) + \sin(x + 60^\circ) = p$. Hasil dari $\sin 2x = ...$

A. $-2p\sqrt{1-p^2}$

B. $p\sqrt{1-p^2}$

C. $2p\sqrt{1-p^2}$

D. $2p^2 - 2p$

E. $-2p^2 + 2p$

Solusi:

$\sin(x-60°)+\sin(x+60°)=p$

$2\sin x\cos(-60°)=p$

$2\sin x\left(\frac{1}{2}\right)=p$

$\sin x = p$

$\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x} = \sqrt{1-p^2}$

$\therefore \sin 2x = 2\sin x\cos x = 2p\sqrt{1-p^2} \rightarrow$ [C]

26. Diketahui limas beraturan $T.ABCD$ dengan $ABCD$ adalah persegi yang memiliki panjang $AB=4\text{cm}$ dan $TA=6\text{cm}$. Jarak titik C ke garis $AT=\ldots.$

A. $\frac{1}{4}\sqrt{14}\text{ cm}$

B. $\frac{2}{3}\sqrt{14}\text{ cm}$

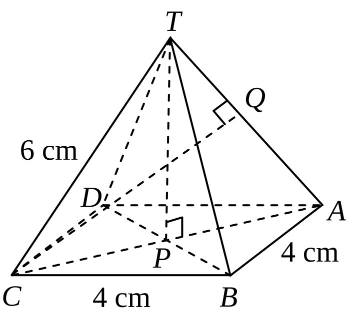
C. $\frac{3}{4}\sqrt{14}\text{ cm}$

D. $\frac{4}{3}\sqrt{14}\text{ cm}$

E. $\frac{3}{2}\sqrt{14}\text{ cm}$

Solusi:

Menurut **Teorema Pythagoras:**



$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}\text{ cm}$

$AP=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\text{ cm}$

$TP=\sqrt{TA^2-AP^2}=\sqrt{6^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}=2\sqrt{7}\text{ cm}$

$[ATC]=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 2\sqrt{7}=\frac{1}{2}\times 6\times CQ$

$CQ=\frac{4\sqrt{2}\times 2\sqrt{7}}{6}=\frac{4}{3}\sqrt{14}\text{ cm}$

Jadi, jarak titik C ke AT adalah $\frac{4}{3}\sqrt{14}\text{ cm}$. $\rightarrow$ [D]

27. Kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk a cm. Nilai kosinus sudut antara bidang $ABCD$ dengan bidang DBG adalah….

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

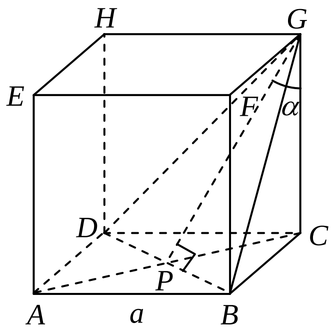
C. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

D. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$

E. $\frac{1}{2}\sqrt{6}$

Solusi:

Perhatikan ΔBDG adalah segitiga sama sisi,
dengan $BD = BG = DG$ adalah diagonal sisi kubus.
Menurut **Teorema Pythagoras**:



$$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$GP = BG \sin\angle GBP = a\sqrt{2}\sin 60^\circ = a\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{a}{2}\sqrt{6}\text{ cm}$$

$$\cos\angle\left(ABCD, DBG\right) = \frac{CG}{GP} = \frac{a}{\frac{a}{2}\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{1}{3}\sqrt{6} \rightarrow \text{[D]}$$

28. Dua bilangan bulat m dan n memenuhi hubungan $2m + n = -40$. Nilai minimum dari $p = m^2 + n^2$ adalah….
A. 405
B. 395
C. 320
D. 260
E. 200

Solusi:

$2m + n = -40$

$n = -40 - 2m$

$p = m^2 + n^2 = m^2 + \left(-40 - 2m\right)^2 = m^2 + 1600 + 160m + 4m^2 = 5m^2 + 160m + 1600$

$p' = 10m + 160$

Nilai stasioner p dicapai jika $p' = 0$, sehingga

$10m + 160 = 0$

$m = -16$

$p_{\min}(-16) = 5(-16)^2 + 160(-16) + 1600 = 320 \rightarrow$ [C]

29. Nilai dari $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2 - 8x + 6} - \sqrt{4x^2 + 16x - 3}\right) = ...$
A. -6
B. -4
C. 4
D. 6
E. 10

Solusi:

Cara 1: Care

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2 - 8x + 6} - \sqrt{4x^2 + 16x - 3}\right) = \lim_{x\to\infty}\left[\sqrt{(2x-2)^2} - \sqrt{(2x+4)^2}\right] = \lim_{x\to\infty}\left(2x - 2 - 2x - 4\right) = -6 \rightarrow \text{[A]}$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q}\right) = \dfrac{b - p}{2\sqrt{a}}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{4x^2 - 8x + 6} - \sqrt{4x^2 + 16x - 3}\right) = \frac{-8 - 16}{2\sqrt{4}} = \frac{-24}{4} = -6 \rightarrow \text{[A]}$$

30. Nilai dari $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4\sin^2 2x}{x\tan 2x} = ...$
A. -8
B. -4
C. 0
D. 4
E. 8

Solusi:

Cara 1:

$$\lim_{x\to 0}\frac{4\sin^2 2x}{x\tan 2x}=8\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}\times\frac{\sin 2x}{2x}\times\frac{2x}{\tan 2x}=8\times 1\times 1\times 1=8\rightarrow \text{[E]}$$

Cara 2:

$$\lim_{x\to 0}\frac{4\sin^2 2x}{x\tan 2x}=\frac{4(2x)^2}{x\cdot 2x}=8\rightarrow \text{[E]}$$

31. Hasil dari $\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx=....$

A. -58
B. -56
C. -28
D. -16
E. -14

Solusi:

$$\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx=\int_0^2 (3x^2-15x-18)dx=\left[x^3-\frac{15}{2}x^2-18x\right]_0^2=2^3-\frac{15}{2}\times 2^2-18\times 2-0=8-30-36$$

$$=-58\rightarrow \text{[A]}$$

32. Hasil dari $\int\frac{4x-8}{\sqrt{x^2-4x+5}}dx=....$

A. $4\sqrt{x^2-4x+5}+C$
B. $2\sqrt{x^2-4x+5}+C$
C. $\frac{3}{2}\sqrt{x^2-4x+5}+C$
D. $-\frac{3}{2}\sqrt{x^2-4x+5}+C$
E. $-4\sqrt{x^2-4x+5}+C$

Solusi:

$$\int\frac{4x-8}{\sqrt{x^2-4x+5}}dx=\int\frac{2}{\sqrt{x^2-4x+5}}d(x^2-4x+5)=\frac{2}{-\frac{1}{2}+1}(x^2-4x+5)^{-\frac{1}{2}+1}+C=4(x^2-4x+5)^{\frac{1}{2}}+C$$

$$=4\sqrt{x^2-4x+5}+C\rightarrow \text{[A]}$$

33. Nilai $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x dx=....$

A. π
B. $\frac{3\pi}{2}$
C. $\frac{\pi}{2}$
D. $\frac{3\pi}{4}$
E. $\frac{\pi}{4}$

Solusi:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2x}{2}dx=\left[\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\sin\pi-0-\frac{1}{2}\sin 0=\frac{\pi}{4}\rightarrow \text{[E]}$$

34. Volume benda putar dari daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 3x$ dan $y = x^2$ yang diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° adalah….

A. $\frac{62}{5}\pi$ satuan volume

B. $\frac{63}{3}\pi$ satuan volume

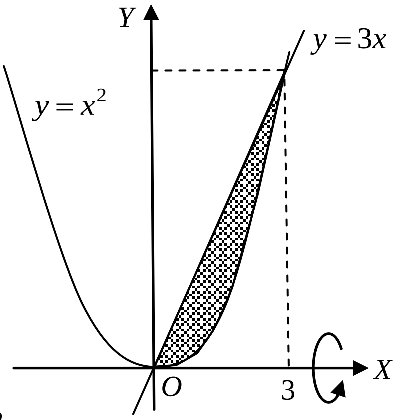
C. $\frac{162}{5}\pi$ satuan volume

D. $\frac{98}{3}\pi$ satuan volume

E. $\frac{262}{5}\pi$ satuan volume

Solusi:

Batas-batas integral kurva $y = x^2$ dan $y = 3x$



$x^2 = 3x$

$x^2 - 3x = 0$

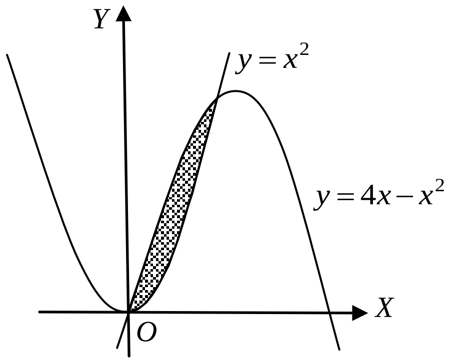
$x(x-3) = 0$

$x = 0$ atau $x = 3$

$$V = \pi\int_0^3 \left[(3x)^2 - (x^2)^2\right]dx = \pi\int_0^3 (9x^2 - x^4)dx$$

$$= \pi\left[3x^3 - \frac{1}{5}x^5\right]_0^3 = \pi\left(3\cdot 3^3 - \frac{1}{5}\cdot 3^5 - 0\right) = \pi\left(81 - \frac{243}{5}\right) = \frac{162}{5}\pi \to \text{[C]}$$

35. Luas daerah yang diarsir pada gambar berikut dapat dinyatakan dengan rumus….



A. $L = \int_0^2 \left[(4x - x^2) - x^2\right]dx$

B. $L = \int_0^2 \left[(4 - x^2) - x^2\right]dx$

C. $L = \int_0^2 \left[x^2 - (4x - x^2)\right]dx$

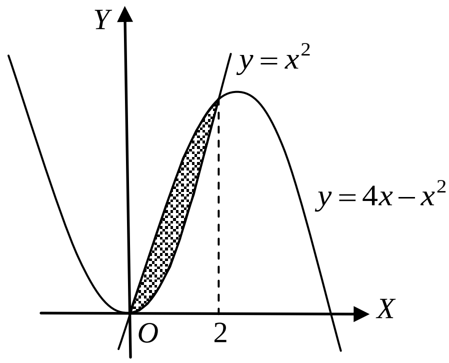
D. $L = \int_0^2 \left[x^2 + (4x - x^2)\right]dx$

E. $L = \int_0^2 \left[(x^2 - 4x) + x^2\right]dx$

Solusi:

Fungsi-fungsi integral adalah $y = x^2$ dan $y = 4x - x^2$.

Batas-batas integral:



$x^2 = 4x - x^2$

$2x^2 - 4x = 0$

$2x(x-2) = 0$

$x = 0$ atau $x = 2$

$$V = \int_0^2 \left[(4x - x^2) - x^2\right]dx \to \text{[A]}$$

36. Dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 akan disusun bilangan 3 angka yang berbeda. Banyak bilangan lebih dari 400 yang dapat disusun adalah….

A. 48
B. 60
C. 72
D. 108
E. 120

Solusi:

3	5	4

Banyak bilangan yang dapat dibentuk adalah $3 \times 5 \times 4 = 60 \to$ [B]

37. Dua keluarga yang masing-masing terdiri dari 2 orang dan 3 orang ingin foto bersama. Banyak posisi foto yang berbeda dengan anggota keluarga yang sama selalu berdampingan adalah….
A. 24
B. 36
C. 48
D. 72
E. 96

Solusi:
Banyak posisi foto yang berbeda dengan anggota keluarga yang sama selalu berdampingan adalah
$2 \times 2! \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24 \to$ [A]

38. Kuartil bawah pada data tabel berikut ini adalah….
A. 59,5
B. 60,7
C. 62,5
D. 63,0
E. 64,5

Upah Harian (Rp)	Banyak Karyawan
50 – 54	3
55 – 59	5
60 – 64	10
65 – 69	16
70 – 74	14
75 – 79	8
80 – 84	4

Solusi:

Kelas kuartil bawah terletak pada data ke $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$, yaitu 60 – 64 .

Rumus kuartil atas adalah $Q_1 = L_1 + \frac{\frac{n}{4} - fk_1}{f_1} \times p$

$Q_1 = 59{,}5 + \frac{\frac{60}{4} - 8}{10} \times 5 = 59{,}5 + 3{,}5 = 63{,}0 \to$ [D]

39. Erik suka sekali main skateboard. Dia mengunjungi sebuah toko bersama SKATERS untuk mengetahui beberapa model.
Di toko ini dia dapat membeli skateboard yang lengkap. Atau, ia juga dapat membeli sebuah papan, satu set roda yang terdiri dari 4 roda, satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu, dan satu set perlengkapan kecil untuk dapat merakit skateboard sendiri.
Daftar barang dan model/jenis skateboard di toko ini sebagai berikut:

Barang	Model/Jenis	
Skateboard Lengkap		

Papan			
Dua set roda yang terdiri dari 4 roda			
Satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu			
Dua set perlengkapan kecil (seperti baut, mur, dan karet)			

Toko itu menawarkan tiga macam papan, dua macam set roda, dan dua macam set perlengkapan kecil. Hanya ada satu macam set sumbu.

Berapa banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik?

A. 6
B. 8
C. 10
D. 12
E. 24

Solusi:

Banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik adalah $2! \times 3! \times 2! \times 1! \times 2! = 24 \rightarrow$ [E]

40. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencangkup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan "Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga."

Manakah di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?

A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13{,}3$, sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
B. $\frac{2}{3}$ lebih besar dari pada $\frac{1}{2}$, sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi.
D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kappan sebuah gempa bumi akan terjadi.
E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang, karena sudah diperkiarakan oleh ahli geologi.

Solusi:

Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi. $\rightarrow$ [C]