

Hari Pertama

25 Juli 2007

Versi Bahasa Indonesia

Soal 1. Diberikan bilangan-bilangan real a_1, a_2, \dots, a_n . Untuk setiap i ($1 \leq i \leq n$) definisikan

$$d_i = \max\{a_j \mid 1 \leq j \leq i\} - \min\{a_j \mid i \leq j \leq n\}$$

dan

$$d = \max\{d_i \mid 1 \leq i \leq n\}.$$

(a) Buktikan bahwa, untuk sebarang bilangan-bilangan real $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$,

$$\max\{|x_i - a_i| \mid 1 \leq i \leq n\} \geq \frac{d}{2}. \quad (*)$$

(b) Tunjukkan bahwa terdapat bilangan-bilangan real $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ sehingga kesamaan berlaku pada (*).

Soal 2. Diberikan lima titik A, B, C, D , dan E sehingga $ABCD$ suatu jajaran genjang dan $BCED$ suatu segiempat talibusur. Misalkan ℓ suatu garis yang melalui A , memotong bagian dalam segmen DC di F dan memotong garis BC di G . Jika $EF = EG = EC$, buktikan bahwa ℓ adalah garis bagi sudut DAB .

Soal 3. Pada suatu kompetisi matematika, sejumlah peserta berkawan. Perkawanan selalu timbal-balik (dua arah). Sembarang kelompok peserta disebut *klik* jika setiap dua orang di antara mereka berkawan. (Khususnya, setiap kelompok beranggotakan kurang dari dua peserta adalah klik). Banyaknya anggota klik disebut *ukuran* klik.

Diketahui bahwa, pada kompetisi ini, ukuran terbesar klik adalah bilangan genap. Buktikan bahwa semua peserta dapat ditempatkan dalam dua ruangan sehingga ukuran terbesar klik yang ada di salah satu ruangan sama dengan ukuran terbesar klik yang ada di ruangan lainnya.

Waktu tersedia: 4 jam 30 menit

Setiap soal bernilai 7 angka

Hari Kedua

26 Juli 2007

Versi Bahasa Indonesia

Soal 4. Pada segitiga ABC , garis bagi sudut BCA memotong lingkaran luar sekali lagi di R , median BC di P , dan median AC di Q . Titik tengah BC adalah K dan titik tengah AC adalah L . Buktikan bahwa kedua segitiga RPK dan RQL sama luasnya.

Soal 5. Misalkan a dan b bilangan-bilangan asli. Buktikan bahwa jika $4ab - 1$ membagi $(4a^2 - 1)^2$, maka $a = b$.

Soal 6. Misalkan n suatu bilangan asli. Pandang

$$S = \{ (x, y, z) \mid x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, x + y + z > 0 \}$$

sebagai himpunan $(n + 1)^3 - 1$ titik di ruang dimensi-tiga. Tentukan banyak minimal bidang yang gabungannya memuat S , tetapi tidak memuat $(0,0,0)$.

Waktu tersedia: 4 jam 30 menit

Setiap soal bernilai 7 angka