

Solusi UN Paket 15

MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika
Jenjang : SMA/MA
Program Studi : IPA

WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013
Jam : 07.30 – 09.30

PETUNJUK UMUM

1. Periksalah Naskah Soal yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
 - a. Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
 - b. Kelengkapan dan urutan nomor soal.
 - c. Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
 - d. Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
2. Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
3. Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada koklom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
4. Isilah pada LJUN Anda dengan:
 - a. Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
 - b. Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
 - c. Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
5. Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
6. Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
7. Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
8. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
9. Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
10. Lembar soal boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

SELAMAT MENGERJAKAN

1. Diketahui premis-premis berikut:

Premis 1: Jika Budi ulang tahun maka semua kawan datang.

Premis 2: Jika semua kawan datang maka ia mendapatkan kado.

Premis 3: Budi tidak mendapatkan kado.

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah....

- A. Budi ulang tahun.
- B. Semua kawan datang.
- C. Budi tidak ulang tahun.
- D. Semua kawan tidak datang.
- E. Ia mendapat kado.

Solusi:

Kaidah Silogisme:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Kaidah Modus Tollens:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Dengan demikian,

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \sim r \quad \therefore \\ \hline \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \sim r \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

....

Jadi, kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah “Budi tidak ulang tahun.” \rightarrow [C]

2. Pernyataan “Jika hari hujan, maka upacara bendera dibatalkan” ekuivalen dengan pernyataan....

- A. Hari tidak hujan atau upacara bendera tidak dibatalkan.
- B. Jika hari tidak hujan maka upacara bendera dibatalkan.
- C. Jika upacara bendera dibatalkan maka hari hujan.
- D. Hari hujan atau upacara bendera tidak dibatalkan.
- E. Hari tidak hujan atau upacara bendera dibatalkan.

Solusi:

Konsep: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$

\therefore pernyataan itu setara dengan pernyataan “Hari tidak hujan atau upacara bendera dibatalkan.” \rightarrow [E]

3. Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \dots$

- A. $-6-\sqrt{35}$
- B. $-6+\sqrt{35}$
- C. $6-\sqrt{35}$
- D. $12-2\sqrt{35}$
- E. $12+2\sqrt{35}$

Solusi:

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} = \frac{5-2\sqrt{35}+7}{5-7} = \frac{12-2\sqrt{35}}{-2} = -6+\sqrt{35} \rightarrow [B]$$

4. Diketahui ${}^3\log 5 = a$ dan ${}^2\log 3 = b$. Nilai ${}^6\log 10$ adalah....

- A. $\frac{ab+1}{ab}$

- B. $\frac{a+1}{b+1}$
 C. $\frac{b+1}{a+1}$
 D. $\frac{ab+1}{b+1}$
 E. $\frac{b+1}{ab+1}$

Solusi:

$${}^6\log 10 = \frac{{}^2\log 10}{{}^2\log 6} = \frac{{}^2\log 5 + {}^2\log 2}{{}^2\log 3 + {}^2\log 2} = \frac{{}^2\log 3 \times {}^3\log 5 + {}^2\log 2}{{}^2\log 3 + {}^2\log 2} = \frac{ab+1}{b+1} \rightarrow [D]$$

5. Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a = \dots$
 A. 2
 B. 3
 C. 4
 D. 6
 E. 8

Solusi:

Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -a + 1 \dots (1)$$

$$\alpha = 2\beta \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$2\beta + \beta = -a + 1$$

$$\beta = \frac{-a+1}{3}$$

$$\alpha = 2\beta = \frac{2(-a+1)}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 2$$

$$\frac{2(-a+1)}{3} \times \frac{-a+1}{3} = 2$$

$$(-a+1) = 9$$

$$-a+1 = \pm 3$$

$$a = -2 \text{ atau } a = 4$$

Karena $a > 0$, maka $a = 4$. $\rightarrow [C]$

6. Grafik fungsi $f(x) = mx^2 + (2m-3)x + m+3$ berada di atas sumbu X. Batas-batas nilai m yang memenuhi adalah....
 A. $m > 0$
 B. $m > \frac{3}{8}$
 C. $m < 0$
 D. $0 < m < \frac{3}{8}$
 E. $-\frac{3}{8} < m < 0$

Solusi:

Syarat grafik fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$ berada di atas sumbu X adalah $a > 0$ dan $D = b^2 - 4ac > 0$

$$f(x) = mx^2 + (2m-3)x + m+3$$

$$m > 0 \dots (1)$$

$$(2m-3)^2 - 4 \cdot m \cdot (m+3) > 0$$

$$4m^2 - 12m + 9 - 4m^2 - 12m > 0$$

$$-24m + 9 > 0$$

$$m < \frac{3}{8} \dots (2)$$

Dari $(1) \cap (2)$ diperoleh $0 < m < \frac{3}{8} \rightarrow [D]$

7. Agar persamaan kuadrat $4x^2 - (p-3)x + 1 = 0$ mempunyai dua akar tidak nyata, maka nilai p yang memenuhi adalah....

A. $-1 < p < 7$

B. $-7 < p < 1$

C. $1 < p < 7$

D. $p < -1$ atau $p > 7$

E. $p < 1$ atau $p > 7$

Solusi:

Syarat persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai akar-akar tidak real (dua akar tidak nyata) adalah $a \neq 0$ dan $D < 0$.

$$4x^2 - (p-3)x + 1 = 0$$

$$a = 4 \neq 0 \dots (1)$$

$$[-(p-3)]^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 < 0$$

$$(p-3)^2 - 16 < 0$$

$$(p-3+4)(p-3-4) < 0$$

$$(p+1)(p-7) < 0$$

$$-1 < p < 7 \dots (2)$$

Dari $(1) \cap (2)$ diperoleh $-1 < p < 7 \rightarrow [A]$

8. Lima tahun yang akan datang, jumlah umur kakak dan adik adalah 6 kali selisihnya. Sekarang, umur kakak 6 tahun lebih dari umur adik. Umur kakak sekarang adalah....

A. 21 tahun

B. 16 tahun

C. 15 tahun

D. 10 tahun

E. 6 tahun

Solusi:

Ambillah umur kakak dan adik adalah k dan a tahun.

$$k + 6 + a + 6 = 6(k + 6 - a - 6)$$

$$k + a + 12 = 6k - 6a$$

$$5k - 7a = 12 \dots (1)$$

$$k = 6 + a$$

$$a = k - 6 \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$5k - 7(k - 6) = 12$$

$$5k - 7k + 42 = 12$$

$$2k = 30$$

$$k = 15$$

Jadi, umur kakak sekarang adalah 15 tahun. $\rightarrow [C]$

9. Persamaan lingkaran yang berpusat pada titik $(4, -3)$ dan berdiameter 8cm adalah...

- A. $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$
- B. $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0$
- C. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$
- D. $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 9 = 0$
- E. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 9 = 0$

Solusi:

Diameter lingkaran $d = 8$

Jari-jari lingkaran $r = \frac{d}{2} = 4$

Persamaan lingkaran dengan pusat (a, b) dan jari-jari r adalah $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Jadi, persamaan lingkarannya adalah

$$(x-4)^2 + (y+3)^2 = 4^2$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 + 9 = 16$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 9 = 0 \rightarrow [E]$$

10. Salah satu faktor dari suku banyak $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + px + 3$ adalah $(x+1)$. Faktor linear lainnya dari suku banyak tersebut adalah....

- A. $x-1$
- B. $x-2$
- C. $x+2$
- D. $2x-1$
- E. $2x+1$

Solusi:

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + px + 3$$

$$P(-1) = 2(-1)^3 - 5(-1)^2 + p(-1) + 3 = 0$$

$$-2 - 5 - p + 3 = 0$$

$$p = -4$$

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$$

$$\therefore P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = (x+1)(2x^2 - 7x + 3) = (x+1)(2x-1)(x-3)$$

\therefore Faktor linear lainnya dari suku banyak tersebut adalah $2x-1$. $\rightarrow [D]$

11. Diketahui $f(x) = x+3$ dan $g(x) = x^2 - 5x + 1$. Fungsi komposisi $(g \circ f)(x) = \dots$

- A. $x^2 + x - 5$
- B. $x^2 + x + 10$
- C. $x^2 + x + 13$
- D. $x^2 - 5x + 13$
- E. $x^2 - 5x + 4$

Solusi:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

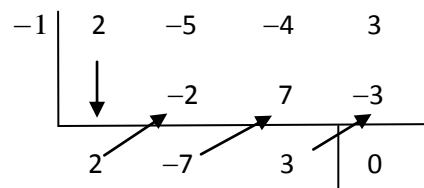
$$= g(x+3)$$

$$= (x+3)^2 - 5(x+3) + 1$$

$$= x^2 + 6x + 9 - 5x - 15 + 1$$

$$= x^2 + x - 5 \rightarrow [A]$$

12. Diketahui fungsi $g(x) = \frac{x+3}{x-1}$; $x \neq 1$. Invers fungsi g adalah $g^{-1}(x) = \dots$



- A. $\frac{x+3}{x-1}; x \neq 1$
 B. $\frac{x+3}{x+1}; x \neq -1$
 C. $\frac{x+1}{x-3}; x \neq 3$
 D. $\frac{x+1}{x+3}; x \neq -3$
 E. $\frac{x-1}{x-3}; x \neq 3$

Solusi:

Cara 1:

$$g(x) = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 1$$

$$x = \frac{y+3}{y-1}$$

$$xy - x = y + 3$$

$$(x-1)y = x+3$$

$$y = \frac{x+3}{x-1}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 1 \rightarrow [A]$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$g(x) = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 1 \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 1 \rightarrow [A]$$

13. Luas daerah parkir 1.760 m². Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m² dan mobil besar 20 m². Daya tamping maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah
- A. Rp176.000,00
 B. Rp200.000,00
 C. Rp260.000,00
 D. Rp300.000,00
 E. Rp340.000,00

Solusi:

Ambillah banyak mobil kecil dan besar adalah x dan y buah.

$$\begin{cases} 4x + 20y \leq 1.760 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y \leq 440 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

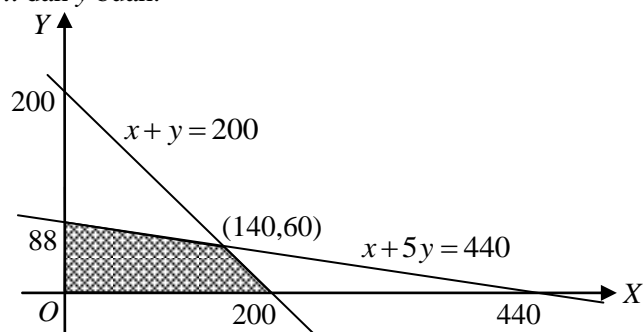
$$f(x, y) = 1000x + 2000y$$

$$x + 5y = 440 \dots (1)$$

$$x + y = 200 \dots (2)$$

Persamaan (1) – persamaan (2) menghasilkan

$$4y = 240$$



$$y = 60$$

$$x + 60 = 200$$

$$x = 140$$

Koordinat titik potong garis $x + 5y = 440$ dan $x + y = 200$ adalah $(140, 60)$

Titik (x, y)	$f(x, y) = 1000x + 2000y$	Keterangan
$(0, 0)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 0 = 0$	
$(200, 0)$	$1000 \times 200 + 2000 \times 0 = 200.000$	
$(140, 60)$	$1000 \times 140 + 2000 \times 60 = 260.000$	Maksimum
$(0, 88)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 88 = 176.000$	

Jadi, penghasilan maksimum tempat parkir adalah Rp260.000,00. \rightarrow [C]

14. Diketahui persamaan matriks $\begin{pmatrix} x & 4 \\ 2 & y \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} x+5 & 2 \\ 3 & 9-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 8 \\ 8 & 20 \end{pmatrix}$. Nilai dari $x + y = \dots$

- A. 4
- B. 2
- C. 0
- D. -1
- E. -3

Solusi:

$$\begin{pmatrix} x & 4 \\ 2 & y \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} x+5 & 2 \\ 3 & 9-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 8 \\ 8 & 20 \end{pmatrix}$$

$$x + 2x + 10 = 13$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

$$y + 18 - 2y = 20$$

$$y = -2$$

$$\therefore \text{nilai dari } x + y = 1 - 2 = -1 \rightarrow \text{[D]}$$

15. Diketahui vektor-vektor $\vec{a} = 2i + 3j + k$, $\vec{b} = 3i - 2k$, dan $\vec{c} = 2j - 5k$. Vektor $\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} = \dots$

- A. $5i + 5j - 6k$
- B. $8i - 5j - 6k$
- C. $8i - 3j + 12k$
- D. $8i - j + 12k$
- E. $8i - j + 10k$

Solusi:

$$\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+6-0 \\ 3+0-6 \\ 1-4+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ 12 \end{pmatrix} = 8i - 3j + 12k \rightarrow \text{[C]}$$

16. Diketahui vektor-vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Nilai sinus sudut antara vektor \vec{u} dan \vec{v} adalah....

- A. $-\frac{1}{2}$
- B. 0
- C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

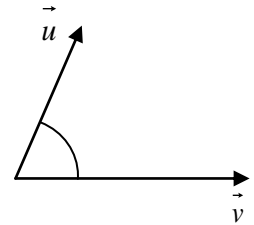
E. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika diberikan vektor \vec{a} dan \vec{b} , maka berlaku $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

$$\cos \angle(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{1+0+0}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \angle(\vec{u}, \vec{v}) = \sqrt{1 - \cos^2 \angle(\vec{u}, \vec{v})} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4-1}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \rightarrow [E]$$



17. Diketahui vektor $\vec{a} = 3i - 2j + 4k$ dan $\vec{b} = -i + j + 2k$. Proyeksi vektor orthogonal \vec{a} pada \vec{b} adalah....

A. $\frac{1}{6}(-i + j + 2k)$

B. $\frac{1}{3}(-i + j + 2k)$

C. $\frac{1}{2}(-i + j + 2k)$

D. $-i + j + 2k$

E. $-2i + 2j + 4k$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa proyeksi vektor \vec{a} pada \vec{b} adalah $\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

$$\vec{c} = \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}}{(-1)^2 + 1^2 + 2^2} \vec{b} = \frac{-3 - 2 + 8}{6} \vec{b} = \frac{3}{6} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(-i + j + 2k) \rightarrow [C]$$

18. Koordinat bayangan titik $P(1,4)$ oleh pencerminan terhadap garis $x=3$ dilanjutkan pencerminan terhadap garis $y=1$ adalah....

A. $(-1, -2)$

B. $(-1, 7)$

C. $(5, -2)$

D. $(5, 7)$

E. $(-5, -2)$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa bayangan titik $P(x, y)$ oleh pencerminan terhadap garis $x=a$ adalah

$P'(2a - x, y)$. Bayangan titik $P(x, y)$ oleh pencerminan terhadap garis $y=b$ adalah $P'(x, 2b - y)$.

Bayangan titik $P(1,4)$ oleh pencerminan terhadap garis $x=3$ adalah $P'(2 \cdot 3 - 1, 4) = P'(5, 4)$

Bayangan titik $P'(5, 4)$ oleh pencerminan terhadap garis $y=1$ adalah $P''(5, 2 \cdot 1 - 4) = P''(5, -2) \rightarrow [C]$

19. Himpunan penyelesaian dari ${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$ adalah

- A. $\{x|4 < x < 5\}$
- B. $\{x|-1 < x < 4\}$
- C. $\{x|x < -1 \text{ atau } x > 4\}$
- D. $\{x|-1 < x < 5 \text{ atau } -2 < x < 4\}$
- E. $\{x|-2 < x < -1 \text{ atau } 4 < x < 5\}$

Solusi:

$${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$$

$$x-4 > 0$$

$$x > 4 \dots (1)$$

$$x+1 > 0$$

$$x > -1 \dots (2)$$

$${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$$

$${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < {}^{36}\log 6$$

$${}^{36}\log(x-4)(x+1) < {}^{36}\log 6$$

$$(x-4)(x+1) < 6$$

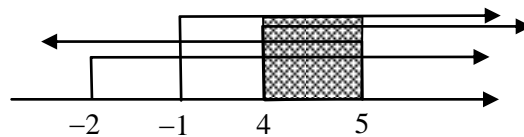
$$x^2 - 3x - 4 < 6$$

$$x^2 - 3x - 10 < 0$$

$$(x+2)(x-5) < 0$$

$$-2 < x < 5 \dots (3)$$

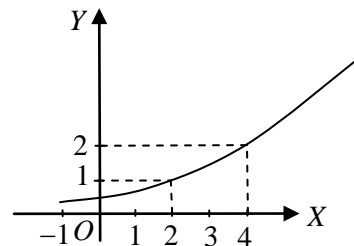
Dari $(1) \cap (2) \cap (3)$ diperoleh



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x|4 < x < 5\}$. → [D]

20. Persamaan grafik fungsi pada gambar adalah

- A. $y = 2^{\frac{1}{2}x-1}$
- B. $y = 2^{-\frac{1}{2}x-1}$
- C. $y = 2^{x-2}$
- D. $y = 2^{x+2}$
- E. $y = 2^{2x-1}$



Solusi:

Ambillah persamaan fungsi eksponen adalah $y = 2^{ax+b}$

$$(2,1) \rightarrow y = 2^{ax+b}$$

$$1 = 2^{2a+b}$$

$$2a+b=0 \dots (1)$$

$$(4,2) \rightarrow y = 2^{ax+b}$$

$$2 = 2^{4a+b}$$

$$4a+b=1 \dots (2)$$

Persamaan (2) dikurangi persamaan (1) menghasilkan

$$2a = 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2} \rightarrow 2a + b = 0$$

$$2 \times \frac{1}{2} + b = 0$$

$$b = -1$$

$$\therefore y = 2^{\frac{1}{2}x-1} \rightarrow [A]$$

21. Diketahui suku ke-3 dan suku ke-8 suatu barisan aritmetika berturut turut adalah 2 dan -13. Jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah

- A. -580
- B. -490
- C. -440
- D. -410
- E. -380

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

$$u_8 - u_3 = -13 - 2$$

$$a + 7b - (a + 2b) = -15$$

$$5b = -15$$

$$b = -3$$

$$b = -3 \rightarrow u_3 = 2$$

$$a + 2b = 2$$

$$a + 2(-3) = 2$$

$$a = 2 + 6 = 8$$

Jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)b]$

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 8 + (20-1)(-3)] = -410$$

Jadi, jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah -410. $\rightarrow [D]$

22. Sebuah bola dijatuhkan ke lantai dari ketinggian 4 m dan memantul kembali $\frac{3}{4}$ dari ketinggian semula.

Panjang lintasan bola tersebut sampai berhenti adalah....

- A. 12m
- B. 16m
- C. 24m
- D. 28m
- E. 32m

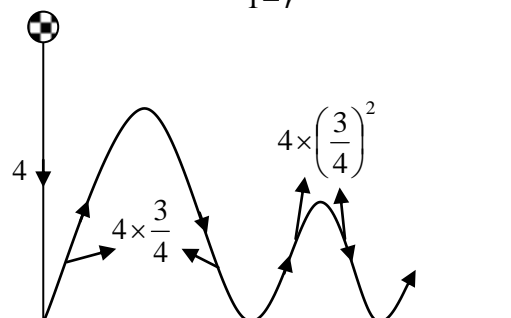
Solusi:

Jumlah tak terhingga dari deret geometri konvergen dengan $|r| < 1$ adalah $S = \frac{a}{1-r}$

Cara 1:

$$S_{\text{turun}} = 4 + 4 \times \frac{3}{4} + 4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots = \frac{4}{1 - \frac{3}{4}} = 16$$

$$S_{\text{naik}} = 4 \times \frac{3}{4} + 4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots = \frac{4 \times \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = 12$$



∴ panjang lintasan seluruhnya sampai bola berhenti adalah $(16+12)\text{m} = 28\text{m} \rightarrow [\text{D}]$

Cara 2:

$S = \frac{y+x}{y-x} \times h$, dengan $h = 4\text{ m}$ = tinggi bola dan $r = \frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ adalah rasio

$$S = \frac{4+3}{4-3} \times 4 = 28\text{m}$$

∴ panjang lintasan seluruhnya sampai bola berhenti adalah $(16+12)\text{m} = 28\text{m} \rightarrow [\text{D}]$

23. Diketahui limas beraturan $TABCD$ dengan $ABCD$ adalah persegi yang memiliki panjang $AB = 4\text{ cm}$ dan $TA = 6\text{ cm}$. Jarak titik C ke garis $AT = \dots$

- A. $\frac{1}{4}\sqrt{14}\text{ cm}$
- B. $\frac{2}{3}\sqrt{14}\text{ cm}$
- C. $\frac{3}{4}\sqrt{14}\text{ cm}$
- D. $\frac{4}{3}\sqrt{14}\text{ cm}$
- E. $\frac{3}{2}\sqrt{14}\text{ cm}$

Solusi:

Menurut **Teorema Pythagoras:**

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

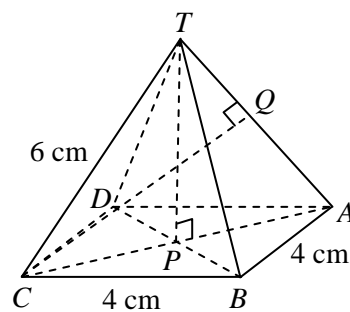
$$AP = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$TP = \sqrt{TA^2 - AP^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$[ATC] = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{7} = \frac{1}{2} \times 6 \times AQ$$

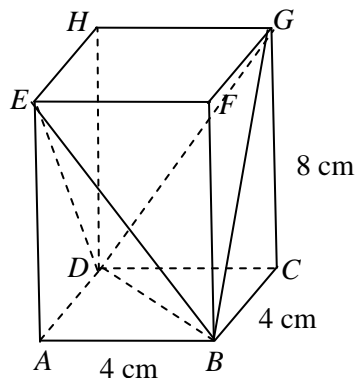
$$AQ = \frac{4\sqrt{2} \times 2\sqrt{7}}{6} = \frac{4}{3}\sqrt{14}$$

Jadi, jarak titik A ke TC adalah $\frac{4}{3}\sqrt{14}\text{ cm}$. $\rightarrow [\text{D}]$



24. Nilai kosinus sudut antara bidang BDE dan bidang BDG seperti terlihat pada gambar prisma segi-4 $ABCD.EFGH$ beraturan berikut adalah....

- A. $\frac{2}{6}$
- B. $\frac{3}{6}$
- C. $\frac{4}{6}$
- D. $\frac{7}{9}$
- E. $\frac{8}{9}$



Solusi:

Menurut **Teorema Pythagoras:**

$$EG = \sqrt{EF^2 + FG^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$AC = EG = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AP = \frac{1}{2} AC = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$PE = \sqrt{AE^2 + AP^2} = \sqrt{8^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$PG = PE = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

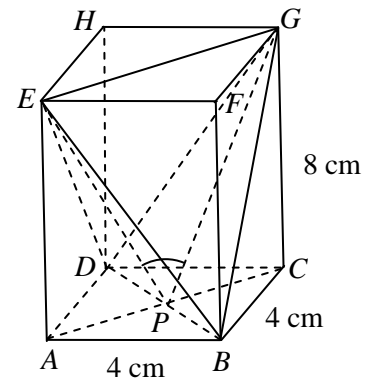
Lambang $[ABC]$ menyatakan luas $\triangle ABC$.

$$[ABC] = \frac{1}{2} AE \times EG = \frac{1}{2} AG \times EP$$

$$EP = \frac{AE \times EG}{AG} = \frac{6 \times 6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

Menurut **Aturan Kosinus**:

$$\begin{aligned} \cos \angle(BDE, BDG) &= \frac{PE^2 + PG^2 - EG^2}{2 \cdot PE \cdot PG} \\ &= \frac{(6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2}{2 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}} = \frac{72 + 72 - 32}{144} = \frac{112}{144} = \frac{7}{9} \rightarrow [D] \end{aligned}$$



25. Diketahui segi-8 beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran luar r cm. Panjang sisi segi-8 tersebut adalah

- A. $r\sqrt{2-\sqrt{2}}$ cm
- B. $r\sqrt{2+\sqrt{2}}$ cm
- C. $2r\sqrt{2-\sqrt{2}}$ cm
- D. $2r\sqrt{1+\sqrt{2}}$ cm
- E. $2r\sqrt{2+\sqrt{2}}$ cm

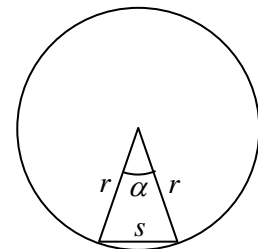
Solusi:

Ambillah sudut pusat $\alpha = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ dan s adalah panjang sisi segi-8.

Menurut **Aturan Kosinus**:

$$\begin{aligned} s^2 &= r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos \alpha = 2r^2 - 2r^2 \cos 45^\circ = 2r^2 - 2r^2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2} \\ &= 2r^2 - r^2 \sqrt{2} \\ s &= \sqrt{2r^2 - r^2 \sqrt{2}} = r\sqrt{2-\sqrt{2}} \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi, panjang sisi segi-8 beraturan tersebut adalah $r\sqrt{2-\sqrt{2}}$ cm. $\rightarrow [A]$



26. Himpunan penyelesaian persamaan $\cos 2x + 3\sin x + 1 = 0$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ adalah

- A. $\{30^\circ, 150^\circ\}$
- B. $\{60^\circ, 120^\circ\}$
- C. $\{120^\circ, 240^\circ\}$
- D. $\{210^\circ, 330^\circ\}$
- E. $\{240^\circ, 300^\circ\}$

Solusi:

$$\cos 2x + 3\sin x + 1 = 0$$

$$1 - 2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$$

$$2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$$

$$(2\sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ (diterima) atau } \sin x = 2 \text{ (ditolak)}$$

$$x = 210^\circ \text{ atau } 330^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{210^\circ, 330^\circ\}$. \rightarrow [D]

27. Diketahui $\sin(x - 60^\circ) + \sin(x + 60^\circ) = p$. Hasil dari $\sin 2x = \dots$

A. $-2p\sqrt{1-p^2}$

B. $p\sqrt{1-p^2}$

C. $2p\sqrt{1-p^2}$

D. $2p^2 - 2p$

E. $-2p^2 + 2p$

Solusi:

$$\sin(x - 60^\circ) + \sin(x + 60^\circ) = p$$

$$2\sin x \cos(-60^\circ) = p$$

$$2\sin x \left(\frac{1}{2}\right) = p$$

$$\sin x = p$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - p^2}$$

$$\therefore \sin 2x = 2\sin x \cos x = 2p\sqrt{1-p^2} \rightarrow \text{[C]}$$

28. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \sqrt{4x^2 - 6x - 5} \right] = \dots$

A. 4

B. 2

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

E. $\frac{1}{4}$

Solusi:

Cara 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \sqrt{4x^2 - 6x - 5} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \sqrt{\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \left(2x - \frac{3}{2}\right) \right] = \frac{1}{2} \rightarrow \text{[D]}$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q} \right) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \sqrt{4x^2 - 6x - 5} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - \sqrt{4x^2 - 6x - 5} \right) = \frac{-4+6}{2\sqrt{4}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{[D]}$$

29. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+1)\tan(x-2)}{x^2-4} = \dots$

A. 5

B. 2,5

C. 2

D. 1,5

E. 1,25

Solusi:

Cara 1:

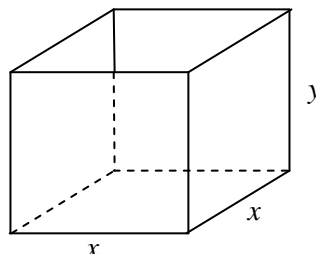
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+1)\tan(x-2)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x+2} \times \frac{\tan(x-2)}{(x-2)} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2+2} \times 1 = \frac{5}{4} = 1,25 \rightarrow [E]$$

Cara 2:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+1)\tan(x-2)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2+2} = \frac{5}{4} = 1,25 \rightarrow [E]$$

30. Sebuah kotak tanpa tutup tampak seperti pada gambar mempunyai volume 108 cm^3 . Agar luas permukaan kotak maksimum, maka nilai x adalah

- A. 3cm
B. 4cm
C. 6cm
D. 9cm
E. 12cm

**Solusi:**

Volume kotak adalah

$$V = x^2 y$$

$$108 = x^2 y$$

$$y = \frac{108}{x^2} \dots (1)$$

Luas permukaan kotak adalah

$$L = x^2 + 4xy = x^2 + 4x \cdot \frac{108}{x^2} = x^2 + \frac{432}{x}$$

$$L' = 2x - \frac{432}{x^2}$$

Nilai stasioner L dicapai jika $L' = 0$, sehingga

$$2x - \frac{432}{x^2} = 0$$

$$2x^3 - 432 = 0$$

$$x^3 = 216$$

$$x = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ cm} \rightarrow [C]$$

31. Hasil dari $\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \dots$

- A. -58
B. -56
C. -28
D. -16
E. -14

Solusi:

$$\begin{aligned} \int_0^2 3(x+1)(x-6)dx &= \int_0^2 (3x^2 - 15x - 18)dx = \left[x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_0^2 \\ &= 8 - 30 - 36 = -58 \rightarrow [A] \end{aligned}$$

32. Nilai $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx = \dots$

- A. $-\frac{1}{3}$

- B. $-\frac{1}{2}$
 C. 0
 D. $\frac{1}{3}$
 E. $\frac{2}{3}$

Solusi:

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2 x) \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos^2 x \sin x) dx = \left[-\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= -\cos \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3} \cos^3 \frac{\pi}{2} - \left(-\cos 0 + \frac{1}{3} \cos^3 0 \right) = -0 - 0 - \left(-1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3} \rightarrow [E]\end{aligned}$$

33. Hasil dari $\int 2x(4x^2 + 3)^{\frac{3}{2}} dx = \dots$

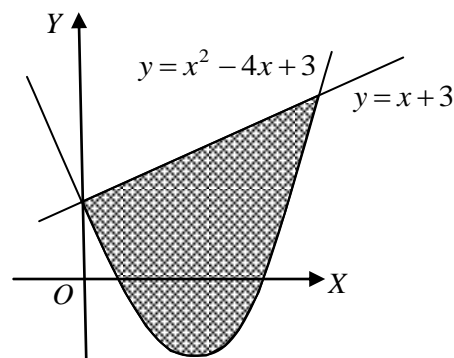
- A. $\frac{3}{10} (4x^2 + 3)^2 \sqrt{4x^2 + 3} + C$
 B. $\frac{2}{10} (4x^2 + 3)^2 \sqrt{4x^2 + 3} + C$
 C. $\frac{1}{10} (4x^2 + 3)^2 \sqrt{4x^2 + 3} + C$
 D. $\frac{1}{4} (4x^2 + 3) \sqrt{4x^2 + 3} + C$
 E. $\frac{2}{3} (4x^2 + 3) \sqrt{4x^2 + 3} + C$

Solusi:

$$\int 2x(4x^2 + 3)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{1}{4} \int (4x^2 + 3)^{\frac{3}{2}} d(4x^2 + 3) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{\frac{3}{2} + 1} (4x^2 + 3)^{\frac{3}{2} + 1} + C = \frac{1}{10} (4x^2 + 3)^2 \sqrt{4x^2 + 3} + C \rightarrow [C]$$

34. Luas daerah yang diarsir pada gambar dapat dinyatakan dengan rumus....

- A. $L = \int_1^3 (x^2 - 5x) dx$
 B. $L = \int_0^5 (x^2 + 5x) dx$
 C. $L = \int_0^5 (x^2 - 5x) dx$
 D. $L = \int_0^5 -(x^2 - 5x) dx$
 E. $L = \int_1^3 -(x^2 - 5x) dx$



Solusi:

Batas-batas integral dengan kurva $y = x^2 - 4x + 3$ dan $y = x + 3$

$$x^2 - 4x + 3 = x + 3$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x=0 \text{ atau } x=5$$

$$L = \int_0^5 (x+3-x^2+4x-3)dx = \int_0^5 (-x^2+5x)dx = \int_0^5 -(x^2-5x)dx \rightarrow [D]$$

35. Volume benda putar dari daerah yang dibatasi oleh kurva $y=3x$ dan $y=x^2$ yang diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° adalah....

- A. $\frac{62}{5}\pi$ satuan volume
 B. $\frac{63}{3}\pi$ satuan volume
 C. $\frac{162}{5}\pi$ satuan volume
 D. $\frac{98}{3}\pi$ satuan volume
 E. $\frac{262}{5}\pi$ satuan volume

Solusi:

Fungsi-fungsi integral adalah $y=x^2$ dan $y=3x$

Batas-batas integral:

$$x^2 = 3x$$

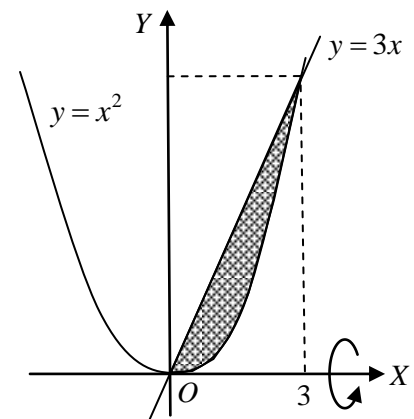
$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x=0 \text{ atau } x=3$$

$$V = \pi \int_0^3 [(3x)^2 - (x^2)^2] dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - x^4) dx$$

$$= \pi \left[3x^3 - \frac{1}{5}x^5 \right]_0^3 = \pi \left(3 \cdot 3^3 - \frac{1}{5} \cdot 3^5 - 0 \right) = \pi \left(81 - \frac{243}{5} \right) = \frac{162}{5}\pi \rightarrow [C]$$



36. Tabel berikut adalah hasil pengukuran tinggi badan sekelompok siswa.

Tinggi Badan (cm)	f
150 – 154	4
155 – 159	10
160 – 164	6
165 – 169	8
170 – 174	4
175 – 179	8

Kuartil bawah dari data pada tabel tersebut adalah....

- A. 155,5cm
 B. 156,5cm
 C. 157,5cm
 D. 158,5cm
 E. 159,5cm

Solusi:

Kelas kuartil bawah terletak pada data ke $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$, yaitu 155 – 159 .

Rumus kuartil atas adalah $Q_1 = L_1 + \frac{\frac{n}{4} - f_{k_1}}{f_1} \times p$

$$Q_1 = 154,5 + \frac{\frac{40}{4} - 4}{10} \times 5 = 154,5 + 3 = 157,5 \rightarrow [C]$$

37. Dari angka-angka 1, 2, 3, dan 4 akan dibentuk bilangan genap yang terdiri dari tiga angka berbeda. Banyak bilangan genap yang terbentuk adalah....
- 18
 - 16
 - 12
 - 8
 - 6

Solusi:

3	2	2
---	---	---

Banyak bilangan genap yang terbentuk adalah $3 \times 2 \times 2 = 12 \rightarrow [C]$

38. Dari 5 calon pengurus OSIS akan dipilih ketua, wakil ketua, dan sekretaris. Banyak cara pemilihan tersebut adalah....
- 10
 - 15
 - 45
 - 60
 - 120






Solusi:

Banyak cara pemilihan tersebut adalah ${}_5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60 \rightarrow [D]$

39. Erik suka sekali main skateboard. Dia mengunjungi sebuah toko bersama SKATERS untuk mengetahui beberapa model.

Di toko ini dia dapat membeli skateboard yang lengkap. Atau, ia juga dapat membeli sebuah papan, satu set roda yang terdiri dari 4 roda, satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu, dan satu set perlengkapan kecil untuk dapat merakit skateboard sendiri.

Daftar barang dan model/jenis skateboard di toko ini sebagai berikut:

Barang	Model/Jenis		
Skateboard Lengkap			
Papan			
Dua set roda yang terdiri dari 4 roda			

Satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu		
Dua set perlengkapan kecil (seperti baut, mur, dan karet)		

Toko itu menawarkan tiga macam papan, dua macam set roda, dan dua macam set perlengkapan kecil. Hanya ada satu macam set sumbu.

Berapa banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12
- E. 24

Solusi:

Banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik adalah $2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2! = 24 \rightarrow [E]$

40. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencangkup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan “Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga.”

Manakah di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?

- A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$, sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
- B. $\frac{2}{3}$ lebih besar dari pada $\frac{1}{2}$, sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
- C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi.
- D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kapan sebuah gempa bumi akan terjadi.
- E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang, karena sudah diperkirakan oleh ahli geologi.

Solusi:

Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi. $\rightarrow [C]$