

# Solusi UN Paket 14

## MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika

Jenjang : SMA/MA

Program Studi : IPA

## WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013

Jam : 07.30 – 09.30

## PETUNJUK UMUM

- Periksalah Naskah Soal yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
  - Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
  - Kelengkapan dan urutan nomor soal.
  - Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
  - Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
- Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
- Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada koklom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
- Isilah pada LJUN Anda dengan:
  - Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
  - Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
  - Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
- Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
- Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
- Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
- Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
- Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
- Lembar soal boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

## SELAMAT MENGERJAKAN

- Diketahui premis-premis berikut:  
Premis 1: Jika harga BBM naik maka harga sembako naik.  
Premis 2: Jika harga sembako naik maka tarif tol naik.  
Premis 3: Tarif tol tidak naik.

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis di atas adalah....

- A. Jika harga BBM naik maka tarif tol naik.
- B. Jika harga sembako naik maka tarif tol naik.
- C. Harga BBM naik.
- D. Harga BBM tidak naik.
- E. Harga sembako tidak naik.

**Solusi:**

**Kaidah Silogisme:**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

**Kaidah Modus Tollens:**

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Dengan demikian,

$$\begin{array}{lcl} p \rightarrow q & & p \rightarrow r \\ q \rightarrow r & \rightarrow & \sim r \\ \sim r & & \hline \therefore \dots \end{array}$$

Jadi, kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah “Harga BBM tidak naik.”  $\rightarrow$  [D]

2. Pernyataan yang setara dengan pernyataan “Jika kendaraan bermotor menggunakan bahan bakar gas maka tingkat polusi udara dapat diturunkan.” adalah....
- A. Kendaraan bermotor menggunakan bahan bakar gas dan tingkat polusi udara tidak dapat diturunkan.
  - B. Kendaraan bermotor tidak menggunakan bahan bakar gas atau tingkat polusi udara dapat diturunkan.
  - C. Jika tingkat polusi udara dapat diturunkan maka kendaraan bermotor menggunakan bahan bakar gas.
  - D. Kendaraan bermotor tidak menggunakan bahan bakar gas dan tingkat polusi udara dapat diturunkan.
  - E. Jika tingkat polusi udara tidak dapat diturunkan maka kendaraan bermotor menggunakan bahan bakar gas.

**Solusi:**

Konsep:  $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$

Jadi, pernyataan tersebut ekuivalen dengan pernyataan “Kendaraan bermotor tidak menggunakan bahan bakar gas atau tingkat polusi udara dapat diturunkan.”  $\rightarrow$  [B]

3. Bentuk sederhana dari  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{4\sqrt{3} - 3\sqrt{5}} = \dots$

- A.  $\frac{12 + 4\sqrt{15}}{3}$
- B.  $\frac{15 + 4\sqrt{15}}{3}$
- C.  $\frac{27 + 7\sqrt{15}}{3}$
- D.  $\frac{29 + 9\sqrt{15}}{3}$
- E.  $\frac{33 + 11\sqrt{15}}{3}$

**Solusi:**

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{4\sqrt{3}-3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{4\sqrt{3}-3\sqrt{5}} \times \frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{4\sqrt{3}+3\sqrt{5}} = \frac{12+3\sqrt{15}+4\sqrt{15}+15}{48-45} = \frac{27+7\sqrt{15}}{3} \rightarrow [C]$$

4. Diketahui  ${}^5\log 3 = a$  dan  ${}^3\log 2 = b$ . Nilai  ${}^6\log 10$  adalah....

- A.  $\frac{a+b}{ab+1}$
- B.  $\frac{a+1}{ab+1}$
- C.  $\frac{ab+1}{ab+a}$
- D.  $\frac{ab+1}{ab+b}$
- E.  $\frac{b+1}{ab+1}$

**Solusi:**

$${}^6\log 10 = \frac{{}^5\log 10}{{}^5\log 6} = \frac{{}^5\log 2 + {}^5\log 5}{{}^5\log 2 + {}^5\log 3} = \frac{{}^5\log 3 \times {}^3\log 2 + {}^5\log 5}{{}^5\log 3 \times {}^3\log 2 + {}^5\log 3} = \frac{ab+1}{ab+a} \rightarrow [C]$$

5. Akar-akar persamaan  $x^2 + (a+1)x + 2 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$ . Jika  $\alpha = 2\beta$  dan  $a > 0$  maka nilai  $a = \dots$

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 6
- E. 8

**Solusi:**

Akar-akar persamaan  $x^2 + (a+1)x + 2 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -a+1 \dots (1)$$

$$\alpha = 2\beta \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$2\beta + \beta = -a+1$$

$$\beta = \frac{-a+1}{3}$$

$$\alpha = 2\beta = \frac{2(-a+1)}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 2$$

$$\frac{2(-a+1)}{3} \times \frac{-a+1}{3} = 2$$

$$(-a+1) = 9$$

$$-a+1 = \pm 3$$

$$a = -2 \text{ atau } a = 4$$

Karena  $a > 0$ , maka  $a = 4$ .  $\rightarrow [C]$

6. Supaya fungsi kuadrat  $f(x) = px^2 - (2p+3)x + p+6$  selalu bernilai positif, maka nilai  $p$  adalah....

- A.  $p < 0$

- B.  $p > \frac{3}{4}$   
 C.  $p > 3$   
 D.  $p > 4$   
 E.  $0 < p < \frac{3}{4}$

**Solusi:**

Supaya fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  selalu bernilai positif atau  $f(x) > 0$ , maka haruslah  $a > 0$  dan  $D = b^2 - 4ac > 0$ .

$$f(x) = px^2 - (2p+3)x + p+6$$

$$p > 0 \dots (1)$$

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

$$[-(2p+3)]^2 - 4p(p+6) > 0$$

$$4p^2 + 12p + 9 - 4p^2 - 24p > 0$$

$$-12p + 9 > 0$$

$$p < \frac{3}{4} \dots (2)$$

Dari  $(1) \cap (2)$  diperoleh  $0 < p < \frac{3}{4} \rightarrow [E]$

7. Agar persamaan kuadrat  $x^2 + (p-2)x + 4 = 0$  mempunyai akar kembar, maka nilai  $p$  yang memenuhi adalah....
- A.  $p = -6$  atau  $p = 4$   
 B.  $p = -2$  atau  $p = 6$   
 C.  $p = -3$  atau  $p = 4$   
 D.  $p = -3$  atau  $p = -4$   
 E.  $p = 1$  atau  $p = -12$

**Solusi:**

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa jika persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai akar kembar, maka haruslah  $D = b^2 - 4ac = 0$ .

$$x^2 + (p-2)x + 4 = 0$$

$$(p-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$$

$$(p-2)^2 = 16$$

$$p-2 = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

$$p = 4 + 2 = 6 \text{ atau } p = -4 + 2 = -2 \rightarrow [B]$$

8. Utami membeli 2 buku tulis dan 1 pulpen dengan harga Rp4.000,00. Nisa membeli 4 buku tulis dan 3 pulpen yang sama dengan harga Rp9.000,00. Fauzi membeli 1 buku tulis dan 2 pulpen, untuk itu ia harus membayar sebesar....
- A. Rp2.000,00  
 B. Rp2.500,00  
 C. Rp3.000,00  
 D. Rp3.500,00  
 E. Rp4.000,00

**Solusi:**

Ambillah harga sebuah buku dan sebuah pulpen masing-masing  $b$  dan  $p$  rupiah.

$$2b + p = 4.000$$

$$p = 4.000 - 2b \dots (1)$$

$$4b + 3p = 9.000 \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$4b + 3(4.000 - 2b) = 9.000$$

$$4b + 12.000 - 6b = 9.000$$

$$2b = 3.000$$

$$b = 1.500$$

$$p = 4.000 - 2 \times 1.500 = 1.000$$

Fauzi membeli 1 buku tulis dan 2 pulpen, untuk itu ia harus membayar sebesar

$$1 \times \text{Rp}1.500,00 + 2 \times \text{Rp}1.000,00 = \text{Rp}3.500,00 \rightarrow [D]$$

9. Persamaan lingkaran yang berpusat di titik  $(4,0)$  dan berdiameter  $6\sqrt{2}$  adalah....

A.  $x^2 + y^2 - 8x - 2 = 0$

B.  $x^2 + y^2 + 8x - 2 = 0$

C.  $x^2 + y^2 - 8x - 34 = 0$

D.  $x^2 + y^2 - 8y - 34 = 0$

E.  $x^2 + y^2 + 8y - 34 = 0$

**Solusi:**

Diameter lingkaran  $d = 6\sqrt{2}$

Jari-jari lingkaran  $r = \frac{d}{2} = 3\sqrt{2}$

Persamaan lingkaran dengan pusat  $(a,b)$  dan jari-jari  $r$  adalah  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ .

Jadi, persamaan lingkarannya adalah

$$(x-4)^2 + (y-0)^2 = (3\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 16 = 18$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 2 = 0 \rightarrow [A]$$

10. Salah satu faktor dari suku banyak  $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 11x + 6$  yaitu  $(x+2)$ . Faktor linier yang lain adalah....

A.  $2x+1$

B.  $2x+3$

C.  $x-3$

D.  $x-2$

E.  $x-1$

**Solusi:**

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 - 11x + 6$$

$$f(-2) = 2(-2)^3 + a(-2)^2 - 11(-2) + 6 = 0$$

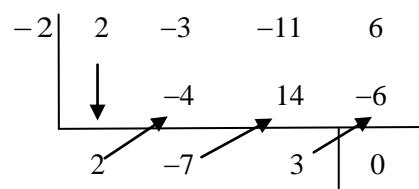
$$-16 + 4a + 22 + 6 = 0$$

$$4a = -12$$

$$a = -3$$

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$$

$$\therefore f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = (x+2)(2x^2 - 7x + 3) = (x+2)(2x-1)(x-2)$$



∴ faktor linear yang lain adalah  $x - 2$ . → [D]

11. Diketahui  $f(x) = x^2 - 4x + 6$  dan  $g(x) = 2x + 3$ . Fungsi komposisi  $(f \circ g)(x) = \dots$

A.  $2x^2 - 8x + 12$

B.  $2x^2 - 8x + 15$

C.  $4x^2 + 4x + 3$

D.  $4x^2 + 4x + 15$

E.  $4x^2 + 4x + 27$

**Solusi:**

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(2x + 3) \\ &= (2x + 3)^2 - 4(2x + 3) + 6 \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - 8x - 12 + 6 \\ &= 4x^2 + 4x + 3 \rightarrow \text{[C]}\end{aligned}$$

12. Diketahui  $g(x) = \frac{x-4}{2x+7}, x \neq -\frac{7}{2}$ . Invers fungsi  $g(x)$  adalah  $g^{-1}(x) = \dots$

A.  $\frac{7x-4}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$

B.  $\frac{x-2}{7-4x}, x \neq \frac{7}{4}$

C.  $\frac{2x-7}{x+4}, x \neq -4$

D.  $\frac{x+4}{2x-7}, x \neq \frac{7}{2}$

E.  $\frac{7x+4}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2}$

**Solusi:**

**Cara 1:**

$$g(x) = \frac{x-4}{2x+7}, x \neq -\frac{7}{2}$$

$$x = \frac{y-4}{2y+7}$$

$$2xy + 7x = y - 4$$

$$(2x-1)y = -7x-4$$

$$y = \frac{-7x-4}{2x-1}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{7x+4}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2} \rightarrow \text{[E]}$$

**Cara 2:**

Kita mengetahui bahwa jika  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ , maka  $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$g(x) = \frac{x-4}{2x+7}, x \neq -\frac{7}{2} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{7x+4}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2} \rightarrow \text{[E]}$$

13. Luas daerah parkir 1.760 m<sup>2</sup>. Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m<sup>2</sup> dan mobil kecil 20 m<sup>2</sup>. Daya tamping maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah....

- A. Rp176.000,00  
B. RP200.000,00  
C. Rp260.000,00  
D. Rp300.000,00  
E. Rp340.000,00

**Solusi:**

Ambillah banyak mobil kecil dan besar adalah  $x$  dan  $y$  buah.

$$\begin{cases} 4x + 20y \leq 1.760 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y \leq 440 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 1000x + 2000y$$

$$x + 5y = 440 \dots (1)$$

$$x + y = 200 \dots (2)$$

Persamaan (1) – persamaan (2) menghasilkan

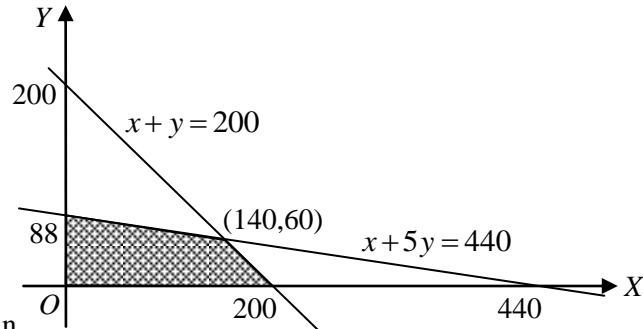
$$4y = 240$$

$$y = 60$$

$$x + 60 = 200$$

$$x = 140$$

Koordinat titik potong garis  $x + 5y = 440$  dan  $x + y = 200$  adalah (140,60)



Titik $(x, y)$	$f(x, y) = 1000x + 2000y$	Keterangan
(0,0)	$1000 \times 0 + 2000 \times 0 = 0$	
(200,0)	$1000 \times 200 + 2000 \times 0 = 200.000$	
(140,60)	$1000 \times 140 + 2000 \times 60 = 260.000$	Maksimum
(0,88)	$1000 \times 0 + 2000 \times 88 = 176.000$	

Jadi, penghasilan maksimum tempat parkir adalah Rp260.000,00. → [C]

14. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & b \end{pmatrix}$ , dan  $C = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$ . Jika  $AB = C$ , nilai dari  $a + b = \dots$

- A. 2  
B. 4  
C. 7  
D. 9  
E. 16

**Solusi:**

$$AB = C$$

$$\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4a & ab \\ \dots & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$$

$$4a = 12$$

$$a = 3$$

$$ab = 3$$

$$3b = 3$$

$$b = 1$$

$$\therefore a + b = 3 + 1 = 4 \rightarrow [\text{B}]$$

15. Diketahui vektor  $\vec{a} = 2i - j$ ,  $\vec{b} = 2i - k$ , dan  $\vec{c} = 3i + j + 2k$ . Hasil  $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$  adalah....

A.  $-i + 2j - 4k$

B.  $5i - 3j$

C.  $i - 2j + 2k$

D.  $i - j + 4k$

E.  $i - 2j + 4k$

**Solusi:**

$$\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4-3 \\ -1+0-1 \\ 0-2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} = 3i - 2j + 4k \rightarrow [\text{E}]$$

16. Diketahui vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Nilai sinus sudut antara vektor  $\vec{a}$  dan  $\vec{b}$  adalah....

A.  $\frac{1}{14}$

B.  $\frac{5}{14}\sqrt{5}$

C.  $\frac{5\sqrt{3}}{14}$

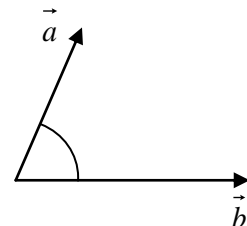
D.  $\frac{5}{11}\sqrt{3}$

E.  $\frac{11}{14}$

**Solusi:**

Jika diberikan vektor  $\vec{a}$  dan  $\vec{b}$ , maka berlaku  $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2} \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{2+6+3}{\sqrt{14}\sqrt{14}} = \frac{11}{14}$$





$$\sin \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \sqrt{1 - \cos^2 \angle(\vec{a}, \vec{b})} = \sqrt{1 - \left(\frac{11}{14}\right)^2} = \sqrt{\frac{196 - 121}{196}} = \sqrt{\frac{75}{196}} = \frac{5\sqrt{3}}{14} \rightarrow [C]$$

17. Diketahui vektor  $\vec{a} = -i - j + 2k$  dan  $\vec{b} = i - j - 2k$ . Proyeksi vektor orthogonal  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$  adalah....

- A.  $-\frac{1}{3}i - \frac{1}{3}j + \frac{2}{3}k$
- B.  $-\frac{1}{3}i + \frac{1}{3}j + \frac{2}{3}k$
- C.  $-\frac{2}{3}i + \frac{2}{3}j - \frac{4}{3}k$
- D.  $-\frac{2}{3}i - \frac{2}{3}j + \frac{4}{3}k$
- E.  $-\frac{2}{3}i + \frac{2}{3}j + \frac{4}{3}k$

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa proyeksi vektor  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$  adalah  $\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

$$\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}}{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2} \vec{b} = \frac{-1 + 1 - 4}{6} \vec{b} = \frac{-4}{6} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = -\frac{2}{3}i + \frac{2}{3}j + \frac{4}{3}k \rightarrow [E]$$

18. Peta titik  $A(5, -2)$  karena pencerminan terhadap sumbu X dilanjutkan rotasi  $90^\circ$  dengan pusat  $O$  adalah....

- A.  $(-2, -5)$
- B.  $(-2, 5)$
- C.  $(2, 5)$
- D.  $(5, 2)$
- E.  $(5, 4)$

**Solusi:**

**Solusi:**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jadi, petanya adalah  $(-2, 5)$ .  $\rightarrow [B]$

19. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  ${}^3\log(x+2) + {}^2\log(x-2) \leq {}^2\log 5$  adalah....

- A.  $\{x \mid x \geq -2\}$
- B.  $\{x \mid x \geq 2\}$
- C.  $\{x \mid x \geq 3\}$
- D.  $\{x \mid 2 < x \leq 3\}$
- E.  $\{x \mid -2 < x < 2\}$

**Solusi:**

$${}^2\log(x+2) + {}^2\log(x-2) \leq {}^2\log 5$$

$$x+2>0$$

$$x>-2 \dots (1)$$

$$x-2>0$$

$$x>2 \dots (2)$$

$${}^2\log(x+2)+{}^2\log(x-2)\leq {}^2\log 5$$

$${}^2\log(x+2)(x-2)\leq {}^2\log 5$$

$$(x-2)(x+2)\leq 5$$

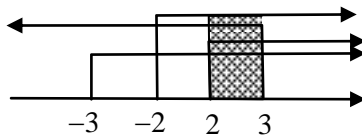
$$x^2-4-5\leq 0$$

$$x^2-9\leq 0$$

$$(x-3)(x+3)\geq 0$$

$$-3\leq x\leq 3 \dots (3)$$

Dari  $(1) \cap (2) \cap (3)$  diperoleh



Jadi, penyelesaiannya adalah  $\{x|2 < x \leq 3\}$ .  $\rightarrow [D]$

20. Persamaan grafik fungsi pada gambar berikut adalah....

A.  $f(x) = 2^x + 1$

B.  $f(x) = 2x + 1$

C.  $f(x) = 3^x - 1$

D.  $f(x) = 3^x + 1$

E.  $f(x) = 3^{x+1}$

**Solusi:**

Ambillah persamaan fungsi eksponen adalah  $f(x) = a^x + k$

$$(0,2) \rightarrow f(x) = a^x + k$$

$$2 = a^0 + k$$

$$2 = 1 + k$$

$$k = 1$$

$$\therefore f(x) = a^x + 1$$

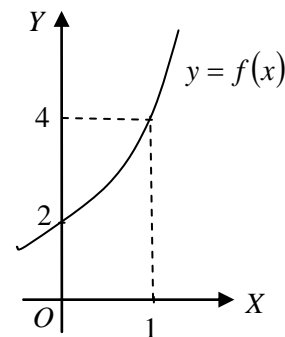
$$(1,4) \rightarrow f(x) = a^x + 1$$

$$4 = a^1 + 1$$

$$4 = a + 1$$

$$a = 3$$

$$\therefore f(x) = 3^x + 1 \rightarrow [D]$$



21. Diketahui deret aritmetika dengan suku ke-3 dan ke-6 berturut-turut adalah 30 dan 51. Jumlah 15 suku pertama barisan tersebut adalah....

A. 625

B. 755

C. 975

D. 1.050

E. 1.150

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa suku ke- $n$  dari barisan aritmetika dirumuskan sebagai  $u_n = a + (n-1)b$ .

$$u_6 - u_3 = 51 - 30$$

$$a + 5b - (a + 2b) = 21$$

$$3b = 21$$

$$b = 7$$

$$b = 7 \rightarrow u_3 = 30$$

$$a + 2b = 30$$

$$a + 2 \times 7 = 30$$

$$a = 30 - 14 = 16$$

Jumlah  $n$  suku pertama dari barisan aritmetika adalah  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2 \times 16 + (15-1)7] = 975$$

Jadi, jumlah 15 suku pertama barisan tersebut adalah 975.  $\rightarrow$  [C]

22. Seutas tali dipotong menjadi 9 bagian. Panjang masing-masing potongan tersebut mengikuti barisan geometri. Potongan tali paling pendek 4 cm dan potongan tali yang paling panjang 1.024 cm. Panjang tali semula adalah....

- A. 512 cm
- B. 1.020 cm
- C. 1.024 cm
- D. 2.032 cm
- E. 2.044 cm

**Solusi:**

Barisan geometri:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_9$ , dengan  $r > 0$

$$u_1 = a = 4$$

$$u_9 = 1.024$$

$$\frac{u_9}{u_1} = \frac{1.024}{4}$$

$$\frac{ar^8}{a} = 256$$

$$r^8 = 256$$

$$r = \sqrt[8]{256} = 2$$

Jumlah  $n$  suku pertama dari barisan geometri adalah  $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_9 = \frac{4(2^9 - 1)}{2 - 1} = 2.044$$

Jadi, panjang tali semula adalah 2.044 cm.  $\rightarrow$  [E]

23. Diketahui kubus ABCD.EFGH memiliki panjang rusuk 4 cm. Jarak titik A ke diagonal FH adalah....

- A.  $2\sqrt{2}$
- B.  $2\sqrt{6}$
- C.  $3\sqrt{6}$
- D.  $2\sqrt{7}$
- E.  $3\sqrt{7}$

**Solusi:**

24. Diketahui kubus  $ABCD.EFGH$  memiliki panjang rusuk 6 cm. Sudut  $\alpha$  adalah sudut antara garis  $CG$  dan bidang  $BDG$ . Nilai  $\cos\alpha$  adalah....

- A.  $\frac{1}{4}\sqrt{3}$   
 B.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$   
 C.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
 D.  $\frac{1}{3}\sqrt{6}$   
 E.  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$

**Solusi:**

Perhatikan  $\triangle BDG$  adalah segitiga sama sisi, dengan  $BD = BG = DG$  adalah diagonal sisi kubus.

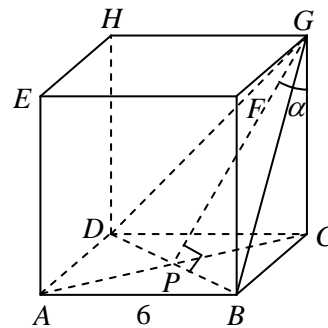
Menurut **Teorema Pythagoras**:

$$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$GP = BG \sin \angle GBP = 6\sqrt{2} \sin 60^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = 3\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\angle(ABCD, DBG) = \alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{CG}{GP} = \frac{6}{3\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{1}{3}\sqrt{6} \rightarrow [D]$$



25. Luas segi-12 beraturan dengan panjang jari-jari lingkara luarnya  $r$  adalah....

- A.  $2r^2$   
 B.  $2r^2\sqrt{3}$   
 C.  $3r^2$   
 D.  $3r^2\sqrt{3}$   
 E.  $6r^2$

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa luas segi- $n$  beratutan adalah  $L = \frac{n}{2}r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$

$$L = \frac{12}{2}r^2 \sin \frac{360^\circ}{12} = 6r^2 \sin 30^\circ = 3r^2 \rightarrow [C]$$

26. Himpunan penyelesaian dari persamaan  $\cos 2x + \cos x = 0$  untuk  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$  adalah....

- A.  $\{30^\circ, 60^\circ, 180^\circ\}$   
 B.  $\{30^\circ, 180^\circ, 300^\circ\}$   
 C.  $\{30^\circ, 90^\circ, 150^\circ\}$   
 D.  $\{60^\circ, 180^\circ, 300^\circ\}$   
 E.  $\{60^\circ, 120^\circ, 270^\circ\}$

**Solusi:**

**Cara 1:**

$$\cos 2x + \cos x = 0$$

$$\cos 2x = -\cos x$$

$$\cos 2x = \cos(180^\circ - x)$$

$$2x = \pm(180^\circ - x) + k \times 360^\circ$$

$$2x = 180^\circ - x + k \times 360^\circ \text{ atau } 2x = -180^\circ + x + k \times 360^\circ$$

$$3x = 180^\circ + k \times 360^\circ \text{ atau } x = -180^\circ + k \times 360^\circ$$

$$x = 60^\circ + k \times 120^\circ \text{ atau } x = -180^\circ + k \times 360^\circ$$

$$\text{Jika } k = 0 \text{ maka } x = 60^\circ \text{ atau } x = -180^\circ$$

$$\text{Jika } k = 1 \text{ maka } x = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ \text{ atau } x = -180^\circ + 360^\circ = 180^\circ$$

$$\text{Jika } k = 2 \text{ maka } x = 60^\circ + 240^\circ = 300^\circ \text{ atau } x = -180^\circ + 720^\circ = 540^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{60^\circ, 180^\circ, 300^\circ\}$ .  $\rightarrow$  [D]

**Cara 2:**

$$\cos 2x + \cos x = 0$$

$$2\cos^2 x - 1 + \cos x = 0$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$(2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \text{ atau } \cos x = -1$$

$$x = 60^\circ \text{ atau } 300^\circ \text{ atau } x = 180^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{60^\circ, 180^\circ, 300^\circ\}$ .  $\rightarrow$  [D]

27. Nilai dari  $\frac{\sin 125^\circ + \sin 35^\circ}{\cos 125^\circ - \cos 35^\circ} = \dots$

A.  $-1$

B.  $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

C.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

D.  $1$

E.  $2$

**Solusi:**

$$\frac{\sin 125^\circ + \sin 35^\circ}{\cos 125^\circ - \cos 35^\circ} = \frac{2\sin 75^\circ \cos 45^\circ}{-2\sin 75^\circ \sin 45^\circ} = -1 \rightarrow \text{[A]}$$

28. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{25x^2 - 9x + 16} - 5x + 3 \right) = \dots$

A.  $-\frac{39}{10}$

B.  $-\frac{9}{10}$

C.  $\frac{21}{10}$

D.  $\frac{39}{10}$

E.  $\infty$

**Solusi:**

**Cara 1: Care**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{25x^2 - 9x + 16} - 5x + 3 \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{\left( 5x - \frac{9}{10} \right)^2} - 5x + 3 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 5x - \frac{9}{10} - 5x + 3 \right) = \frac{21}{10} \rightarrow \text{[C]}$$

**Cara 2:**

Kita mengetahui bahwa jika  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q} \right) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{25x^2 - 9x + 16} - 5x + 3 \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{25x^2 - 9xx + 16} - \sqrt{25x^2 - 30x + 9} \right) = \frac{-9+30}{2\sqrt{25}} = \frac{21}{10} \rightarrow [C]$$

29. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{2x \tan 2x} = \dots$

- A. 2
- B. 4
- C. 6
- D. 10
- E. 14

**Solusi:****Cara 1:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{2x \tan 2x} = \frac{(4x)^2}{2x \cdot 2x} = 4 \rightarrow [B]$$

**Cara 2:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{2x \tan 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{2x \tan 2x} = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \times \frac{\sin 4x}{4x} \times \frac{2x}{\tan 2x} = 4 \times 1 \times 1 \times 1 = 4 \rightarrow [B]$$

30. Dari selembar karton berbentuk persegi yang berukuran sisi 18 cm akan dibuat kotak tanpa tutup, dengan cara menggunting empat buah persegi di setiap pojok karton, seperti gambar berikut. Volume kotak terbesar yang dapat dibuat adalah....

- A. 256 cm<sup>2</sup>
- B. 392 cm<sup>2</sup>
- C. 432 cm<sup>2</sup>
- D. 512 cm<sup>2</sup>
- E. 588 cm<sup>2</sup>

**Solusi:**

Volume kotak adalah

$$V = (18 - 2x)^2 x = (324 - 72x + 4x^2)x = 324x - 72x^2 + 4x^3$$

$$V' = 324 - 144x + 12x^2$$

Nilai stasioner  $V$  dicapai jika  $V' = 0$ , sehingga

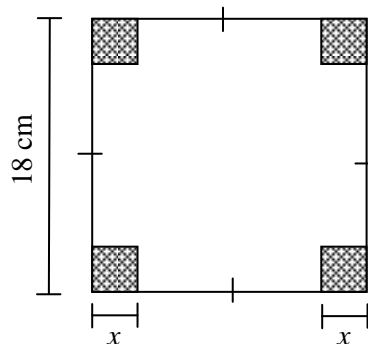
$$324 - 144x + 12x^2 = 0$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$(x - 3)(x - 9) = 0$$

$x = 3$  (diterima) atau  $x = 9$  (ditolak)

$\therefore$  volume kotak terbesar yang dapat dibuat adalah  $V_{\max}(3) = 324 \cdot 3 - 72 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 = 432 \text{ cm}^3 \rightarrow [C]$



31. Hasil dari  $\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \dots$

- A. -58
- B. -56
- C. -28
- D. -16
- E. -14

**Solusi:**

$$\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \int_0^2 (3x^2 - 15x - 18)dx = \left[ x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_0^2 = 2^3 - \frac{15}{2} \times 2^2 - 18 \times 2 - 0 = -58 \rightarrow [A]$$

32. Nilai  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\sin^2 x \cos x) dx = \dots$

- A.  $\frac{2}{3}$
- B.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- C.  $\frac{1}{3}$
- D.  $1 + \sqrt{3}$
- E.  $\sqrt{3} - 1$

**Solusi:**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\sin^2 x \cos x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\sin^2 x) d\sin x = \left[ \frac{2}{3} \sin^3 x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3} \sin^3 \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \sin^3 0 = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3} \rightarrow [A]$$

33. Hasil dari  $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \dots$

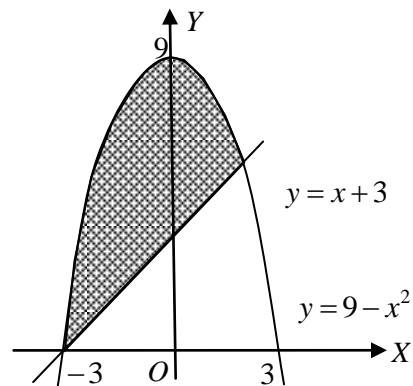
- A.  $\frac{1}{3} \sqrt{x^2+1} + C$
- B.  $\frac{1}{2} \sqrt{x^2+1} + C$
- C.  $2\sqrt{x^2+1} + C$
- D.  $3\sqrt{x^2+1} + C$
- E.  $6\sqrt{x^2+1} + C$

**Solusi:**

$$\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} d(x^2+1) = \frac{1}{-\frac{1}{2}+1} (x^2+1)^{\frac{1}{2}+1} + C = 2\sqrt{x^2+1} + C \rightarrow [C]$$

34. Luas daerah yang diarsir pada gambar dapat dihitung dengan rumus....

- A.  $L = \int_{-2}^3 [(9-x^2) - (x+3)] dx$
- B.  $L = \int_{-2}^3 [(9-x^2) - (x+3)^2] dx$
- C.  $L = \int_{-3}^2 [(9-x^2) - (x+3)] dx$
- D.  $L = \int_{-3}^3 [(x+3) - (9-x^2)] dx$



$$E. L = \int_{-3}^3 [(x-3) - (9-x^2)] dx$$

**Solusi:**

Batas-batas integral dengan kurva  $y = 9 - x^2$  dan  $y = x + 3$

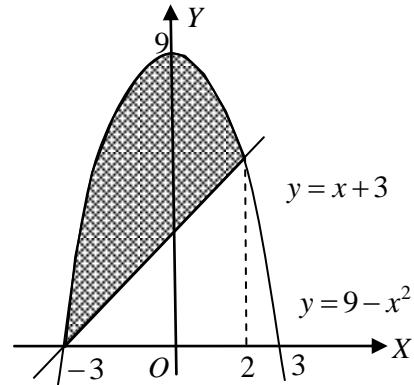
$$x + 3 = 9 - x^2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$$x = -3 \text{ atau } x = 2$$

$$L = \int_{-3}^2 [(9-x^2) - (x+3)] dx \rightarrow [C]$$



35. Daerah yang dibatasi oleh  $y = x^2 + 1$  dan  $y = x + 3$  diputar  $360^\circ$  mengelilingi sumbu X. Volume yang terjadi adalah....

A.  $36\frac{3}{5}\pi$  satuan volume

B.  $36\frac{1}{5}\pi$  satuan volume

C.  $32\frac{3}{5}\pi$  satuan volume

D.  $23\frac{2}{5}\pi$  satuan volume

E.  $23\frac{1}{5}\pi$  satuan volume

**Solusi:**

Fungsi-fungsi integral adalah  $y = x^2 + 1$  dan  $y = x + 3$ .

Batas-batas integral:

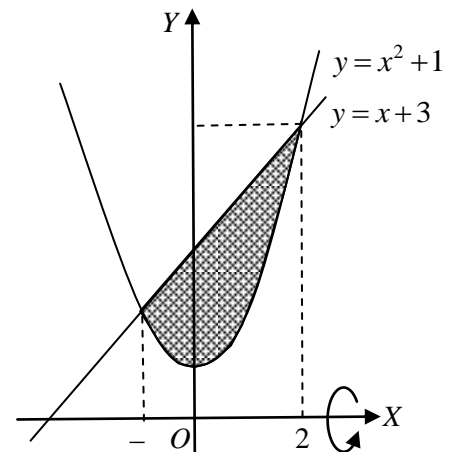
$$x^2 + 1 = x + 3$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$x = 2 \text{ atau } x = -1$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-1}^2 [(x+3)^2 - (x^2+1)^2] dx \\ &= \pi \int_{-1}^2 (x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1) dx \\ &= \pi \int_{-1}^2 (8 + 6x - x^2 - x^4) dx \\ &= \pi \left[ 8x + 3x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 \right]_{-1}^2 \\ &= \pi \left[ 16 + 12 - \frac{8}{3} - \frac{32}{5} - \left( -8 + 3 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \right] = \pi \left( 33 - \frac{9}{3} - \frac{33}{5} \right) = \pi \left( 30 - 6\frac{3}{5} \right) \\ &= 23\frac{2}{5}\pi \text{ satuan volume} \rightarrow [D] \end{aligned}$$





36. Kuartil bawah dari data pada tabel berikut adalah....

48,5

- A. 51,5  
B. 52,5  
C. 54,5  
D. 58,5

Nilai	Frekuensi
31 – 40	3
41 – 50	5
51 – 60	10
61 – 70	11
71 – 80	8
81 – 90	3

**Solusi:**

Kelas kuartil bawah terletak pada data ke  $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$ , yaitu 51 – 60 .

Rumus kuartil atas adalah  $Q_1 = L_1 + \frac{\frac{n}{4} - fk_1}{f_1} \times p$

$$Q_1 = 50,5 + \frac{\frac{40}{4} - 8}{10} \times 10 = 50,5 + \frac{10 - 8}{10} \times 10 = 50,5 + 2 = 52,5 \rightarrow [C]$$

37. Banyak bilangan terdiri dari 3 angka berbeda lebih dari 200 yang dapat disusun dari angka-angka 1, 2, 3, 5, 7, 9 adalah....

- A. 100  
B. 92  
C. 80  
D. 78  
E. 68

**Solusi:**

5	5	4
---	---	---

Banyak bilangan yang dapat dibentuk adalah  $5 \times 5 \times 4 = 100 \rightarrow [A]$

38. Pada musyawarah karang taruna akan dipilih pengurus organisasi yang baru, terdiri dari ketua, sekretaris, bendahara, dan koodinator olahraga. Dari hasil seleksi 6 orang calon pengurus. Banyak susunan pengurus yang dapat dibentuk adalah....

- A. 360  
B. 240  
C. 120  
D. 45  
E. 15

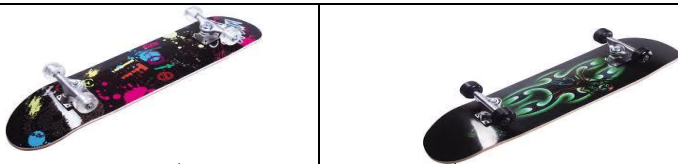




**Solusi:**

Banyak susunan pengurus yang dapat dibentuk adalah  ${}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 240 \rightarrow [B]$

39. Erik suka sekali main skateboard. Dia mengunjungi sebuah toko bersama SKATERS untuk mengetahui beberapa model.

Di toko ini dia dapat membeli skateboard yang lengkap. Atau, ia juga dapat membeli sebuah papan, satu set roda yang terdiri dari 4 roda, satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu, dan satu set perlengkapan kecil untuk dapat merakit skateboard sendiri.

Daftar barang dan model/jenis skateboard di toko ini sebagai berikut:

Barang	Model/Jenis		
Skateboard Lengkap			
Papan			
Dua set roda yang terdiri dari 4 roda			
Satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu			
Dua set perlengkapan kecil (seperti baut, mur, dan karet)			

Toko itu menawarkan tiga macam papan, dua macam set roda, dan dua macam set perlengkapan kecil. Hanya ada satu macam set sumbu.

Berapa banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12
- E. 24

**Solusi:**

Banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik adalah  $2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2! = 24 \rightarrow [E]$

40. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencakup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan “Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga.” Manakah di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?

- A.  $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$ , sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
- B.  $\frac{2}{3}$  lebih besar dari pada  $\frac{1}{2}$ , sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
- C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi.

D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kapan sebuah gempa bumi akan terjadi.

E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang, karena sudah diperkirakan oleh ahli geologi.

**Solusi:**

Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi. → [C]