

Solusi UN IPS Paket 9

MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika
Jenjang : SMA/MA
Program Studi : IPS

WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013
Jam : 07.30 – 09.30

PETUNJUK UMUM

1. Periksalah Naskah Soal yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
 - a. Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
 - b. Kelengkapan dan urutan nomor soal.
 - c. Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
 - d. Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
2. Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
3. Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada koklom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
4. Isilah pada LJUN Anda dengan:
 - a. Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
 - b. Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
 - c. Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
5. Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
6. Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
7. Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
8. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
9. Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
10. Lembar soal boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

SELAMAT MENGERJAKAN

1. Ingkaran dari pernyataan “Hari hujan dan semua jalan raya banjir” adalah....
 - A. Hari hujan dan semua jalan raya banjir.
 - B. Hari hujan tetapi semua jalan raya banjir.
 - C. Hari tidak hujan atau ada jalan raya yang tidak banjir.
 - D. Hari tidak hujan tetapi ada jalan raya yang banjir.
 - E. Hari tidak hujan dan semua jalan raya tidak banjir

Solusi:

Konsep: $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Jadi, pernyataan tersebut setara dengan pernyataan “Hari tidak hujan atau ada jalan raya yang tidak banjir.” \rightarrow [C].

2. Pernyataan yang setara dengan “Jika harga BBM naik maka harga kebutuhan pokok akan naik” adalah....
 - A. Harga BBM naik dan harga kebutuhan pokok akan naik.
 - B. Harga BBM tidak naik atau harga kebutuhan pokok akan naik.
 - C. Jika harga BBM tidak naik maka harga kebutuhan pokok akan naik.
 - D. Jika harga BBM tidak naik maka harga kebutuhan pokok tidak akan naik.
 - E. Jika harga BBM tidak naik maka harga kebutuhan pokok akan turun.

Solusi:

Konsep: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$

Jadi, pernyataan tersebut setara dengan pernyataan “Harga BBM tidak naik atau harga kebutuhan pokok akan naik.” \rightarrow [B]

3. Diketahui premis-premis berikut:

Premis 1: Jika masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka lingkungan bersih.

Premis 2: Jika lingkungan bersih maka hidup akan nyaman.

Kesimpulan yang sah dari kedua premis tersebut adalah....

- A. Jika masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka hidup akan nyaman.
- B. Masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka hidup akan nyaman.
- C. Jika masyarakat membuang sampah tidak pada tempatnya maka lingkungan tidak akan bersih.
- D. Jika masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka lingkungan tidak bersih.
- E. Masyarakat membuang sampah pada tempatnya tetapi lingkungan tidak bersih.

Solusi:

Kaidah Silogisme:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Jadi, kesimpulan yang sah dari kedua premis tersebut adalah “Jika masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka hidup akan nyaman.” \rightarrow [A]

4. Bentuk sederhana dari $\frac{9k^{12}m^{-2}}{6^2k^{-4}m^8} = \dots$

- A. $\frac{1}{4}k^{10}m^{-3}$
- B. $\frac{1}{4}k^8m^{-10}$
- C. $\frac{1}{4}k^{16}m^{-10}$

D. $\frac{1}{2}k^{10}m^{-3}$

E. $\frac{1}{2}k^{16}m^{-10}$

Solusi:

$$\frac{9k^{12}m^{-2}}{6^2k^{-4}m^8} = \frac{9k^{12+4}m^{-2-8}}{36} = \frac{1}{4}k^{16}m^{-10} \rightarrow [C]$$

5. Bentuk sederhana dari $\sqrt{242} - \sqrt{200} - \sqrt{50} - \sqrt{8} = \dots$

A. $6\sqrt{2}$

B. 6

C. -6

D. $-6\sqrt{2}$

E. 12

Solusi:

$$\sqrt{242} - \sqrt{200} - \sqrt{50} - \sqrt{8} = 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (11 - 10 - 5 - 2)\sqrt{2} = -6\sqrt{2} \rightarrow [D]$$

6. Nilai dari ${}^5\log 25 + {}^5\log 3 - {}^5\log 15 = \dots$

A. 5

B. 3

C. 2

D. 1

E. 0

Solusi:

$${}^5\log 25 + {}^5\log 3 - {}^5\log 15 = {}^5\log \frac{25 \times 3}{15} = {}^5\log 5 = 1 \rightarrow [D]$$

7. Persamaan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu X di titik $(1,0)$ dan $(-2,0)$ serta melalui titik $(0,-6)$ adalah....

A. $y = 3x^2 - 3x - 6$

B. $y = 3x^2 + 3x - 6$

C. $y = 2x^2 + 3x - 6$

D. $y = x^2 - 3x - 6$

E. $y = x^2 + 3x - 6$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik $(x_1,0)$ dan $(x_2,0)$ mempunyai persamaan $y = a(x - x_1)(x - x_2)$.

$$y = a(x - 1)(x + 2)$$

Kurva melalui titik $(0,-6)$, sehingga

$$-6 = a(0 - 1)(0 + 2)$$

$$-6 = -2a$$

$$a = 3$$

$$\text{Jadi, } y = 3(x - 1)(x + 2) = 3x^2 + 3x - 6 \rightarrow [B]$$

8. Diketahui fungsi $f(x) = x^2 + 2x + 3$ dan $g(x) = x + 1$. Fungsi komposisi $(f \circ g)(x) = \dots$

- A. $x^2 + 6x + 6$
- B. $x^2 + 4x + 6$
- C. $x^2 + 2x + 6$
- D. $x^2 - 4x + 6$
- E. $x^2 - 2x + 6$

Solusi:

$$\begin{aligned}
 (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
 &= f(x+1) \\
 &= (x+1)^2 + 2(x+1) + 3 \\
 &= x^2 + 2x + 1 + 2x + 2 + 3 \\
 &= x^2 + 4x + 6 \rightarrow [B]
 \end{aligned}$$

9. Invers fungsi $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$, $x \neq 1$ adalah...

- A. $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-2}, x \neq 2$
- B. $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{x+2}, x \neq -2$
- C. $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{x-2}, x \neq 2$
- D. $f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x+2}, x \neq -2$
- E. $f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x-1}, x \neq 1$

Solusi:

Cara 1:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{2x+3}{x-1}, \quad x \neq 1 \\
 x &= \frac{2y+3}{y-1} \\
 xy - x &= 2y + 3 \\
 (x-2)y &= x + 3 \\
 y &= \frac{x+3}{x-2} \\
 f^{-1}(x) &= \frac{x+3}{x-2}, x \neq 2 \rightarrow [A]
 \end{aligned}$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}, \quad x \neq 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-2}, \quad x \neq 2 \rightarrow [A]$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$f(x) = \frac{2x-3}{3x-1}, \quad x \neq \frac{1}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-3}{3x-2}, \quad x \neq \frac{2}{3} \rightarrow [D]$$

10. Diketahui p dan q adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 5x - 6 = 0$. Nilai dari $p^2 + q^2 - 4pq = \dots$

- A. 66
- B. 61
- C. 49
- D. 37
- E. 19

Solusi:

$$x^2 - 5x - 6 = 0, \text{ akar-akarnya } p \text{ dan } q$$

$$p + q = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$$

$$pq = \frac{c}{a} = \frac{-6}{1} = -6$$

$$p^2 + q^2 - 4pq = (p + q)^2 - 6pq = 5^2 - 6(-6) = 61 \rightarrow [B]$$

11. Penyelesaian dari pertidaksamaan $2x^2 - 9x + 7 < 0$ adalah....

- A. $\left\{x \mid -\frac{7}{2} < x < -1\right\}$
- B. $\left\{x \mid -1 < x < \frac{7}{2}\right\}$
- C. $\left\{x \mid \frac{1}{2} < x < 7\right\}$
- D. $\left\{x \mid 1 < x < \frac{7}{2}\right\}$
- E. $\{x \mid 2 < x < 7\}$

Solusi:

Kita mengetahui jika $a(x - x_1)(x - x_2) \leq 0$ dengan $x_1 \leq x_2$, maka $x_1 \leq x \leq x_2$.

$$2x^2 - 9x + 7 < 0$$

$$(2x - 7)(x - 1) < 0$$

$$1 < x < \frac{7}{2}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\left\{x \mid 1 < x < \frac{7}{2}\right\} \rightarrow [D]$

12. Diketahui m dan n merupakan penyelesaian dari system persamaan $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$. Nilai $m + n = \dots$

- A. 9
- B. 8
- C. 7
- D. 6
- E. 5

Solusi:

$$3x + 2y = 17 \dots (1)$$

$$2x + 3y = 8 \dots (2)$$

Jumlah persamaan (1) dan (2) menghasilkan:

$$5x + 5y = 25$$

$$x + y = 5$$

Jadi, $m + n = 5 \rightarrow [E]$

13. Di arena bermain anak-anak, Rere telah menghabiskan koin Rp15.000,00 untuk digunakan bermain 7 kali permainan A dan 4 kali permainan B. Sementara Hanif membeli koin Rp14.000,00 yang digunakan untuk bermain 4 kali permainan A dan 5 kali permainan B. Fira telah bermain 8 kali permainan A dan 5 kali permainan B. Besar uang yang digunakan Fira adalah....

- A. Rp9.000,00
- B. Rp13.000,00
- C. Rp16.000,00
- D. Rp18.000,00
- E. Rp22.000,00

L

Solusi:

Ambillah harga permainan A dan B masing-masing adalah a dan b rupiah.

$$7a + 4b = 15.000 \dots (1)$$

$$4a + 5b = 14.000 \dots (2)$$

$5 \times$ Persamaan (1) $- 4 \times$ persamaan (2) menghasilkan

$$19a = 19.000$$

$$a = 1.000$$

$$7 \times 1.000 + 4b = 15.000$$

$$4b = 8.000$$

$$b = 2.000$$

Fira telah bermain 8 kali permainan A dan 5 kali permainan B. Besar uang yang digunakan Fira adalah $8 \times \text{Rp}1.000,00 + 5 \times \text{Rp}2.000,00 = \text{Rp}18.000,00$. $\rightarrow [D]$

14. Nilai minimum fungsi objektif $f(x, y) = 6x + 5y$ yang memenuhi pertidaksamaan $2x + y \geq 8$, $2x + 3y \geq 12$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x, y \in \mathbb{R}$ adalah....

- A. 40
- B. 36
- C. 28
- D. 24
- E. 20

Solusi:

$$2x + y = 8 \dots (1)$$

$$2x + 3y = 12 \dots (2)$$

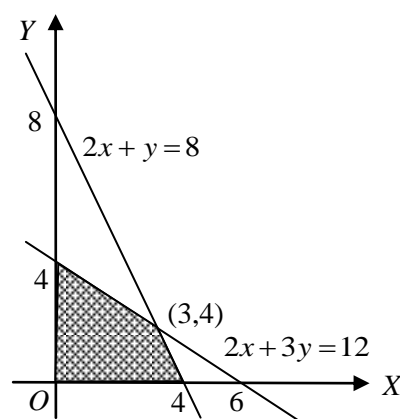
Persamaan (2) $-$ persamaan (1) menghasilkan:

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

$$2x + 2 = 8$$

$$x = 3$$



Titik (x, y)	$f(x, y) = 6x + 5y$	Keterangan
$(0,0)$	$6 \times 0 + 5 \times 0 = 0$	
$(4,0)$	$6 \times 4 + 5 \times 0 = 24$	
$(3,4)$	$6 \times 3 + 5 \times 4 = 48$	
$(0,4)$	$6 \times 0 + 5 \times 4 = 20$	Minimum

Koordinat titik potong garis $2x + y = 8$ dan $2x + 3y = 12$ adalah $(3,4)$

Nilai minimumnya adalah $20 \rightarrow [E]$

15. Seorang pemilik toko sandal memiliki modal Rp4.000.000,00. Ia membeli setiap pasang sandal A Rp10.000,00, dan sandal B Rp8.000,00. Setiap pasang sandal A dan sandal B masing-masing memberi keuntungan Rp5.000,00 dan Rp4.000,00. Kapasitas tempat penjualan yang tersedia tidak lebih dari 450 pasang. Keuntungan maksimum yang diperoleh pemilik toko tersebut jika semua sandal habis terjual adalah....
- A. Rp1.800.000,00
 B. Rp1.900.000,00
 C. Rp2.000.000,00
 D. Rp2.050.000,00
 E. Rp2.250.000,00

Solusi:

Ambillah banyak pasangan sandal A dan B masing-masing adalah x dan y pasang.

$$\begin{cases} 10.000x + 8.000y \leq 4.000.000 \\ x + y \leq 450 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 4y \leq 2.000 \\ x + y \leq 450 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 5.000x + 4.000y$$

$$5x + 4y = 2.000 \dots (1)$$

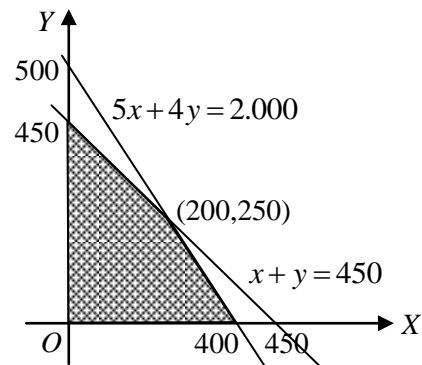
$$x + y = 450 \dots (2)$$

Persamaan (1) $- 4 \times$ persamaan (2) menghasilkan

$$x = 200$$

$$200 + y = 450$$

$$y = 250$$



Koordinat titik potong garis $5x + 4y = 2.000$ dan $x + y = 450$ adalah $(200,250)$

Titik (x, y)	$f(x, y) = 5.000x + 4.000y$	Keterangan
$(0,0)$	$5.000 \times 0 + 4.000 \times 0 = 0$	
$(400,0)$	$5.000 \times 400 + 4.000 \times 0 = 2.000.000$	Maksimum
$(200,250)$	$5.000 \times 200 + 4.000 \times 250 = 2.000.000$	Maksimum
$(0,450)$	$5.000 \times 0 + 4.000 \times 450 = 1.800.000$	

Jadi, keuntungan maksimum yang diperoleh pemilik toko tersebut jika semua sandal habis terjual adalah Rp2.000.000,00. $\rightarrow [C]$

16. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 15 & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 7 \\ x+1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ y & 5 \end{pmatrix}$ dan $A + B = C$. Nilai $2x + y = \dots$
- A. -11

- B. -5
- C. -2
- D. 5
- E. 11

Solusi:

$$A+B=C$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 15 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 7 \\ x+1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ y & 5 \end{pmatrix}$$

$$2+x=6$$

$$x=4$$

$$15+x+1=y$$

$$15+4+1=y$$

$$y=20$$

Jadi, nilai $2x+y=2 \times 4+20=28 \rightarrow$ [B]

17. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$, dan $2A - B = C$. Nilai determinan matriks C

adalah....

- A. 20
- B. 10
- C. 4
- D. -4
- E. -10

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $\det A = |A| = ad - bc$.

$$C = A - B$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 6 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -2 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$|C| = 11 \times 9 - (-2)(-4) = 99 - 8 = 91 \rightarrow$$
 [D]

18. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, dan $X = A + B$. Invers matriks X adalah....

- A. $-\frac{1}{29} \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$
- B. $-\frac{1}{29} \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$
- C. $-\frac{1}{29} \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$
- D. $\frac{1}{29} \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$
- E. $\frac{1}{29} \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & -1 \end{pmatrix}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

$$X = A + B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{6-35} \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{29} \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow [B]$$

19. Jika suku ke-8 = 23 dan suku ke-20 = 59 dari suatu barisan aritmetika. Suku ke-10 adalah....

- A. 17
- B. 25
- C. 27
- D. 29
- E. 31

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

$$u_{20} - u_8 = 59 - 23$$

$$a + 19b - (a + 7b) = 36$$

$$12b = 36$$

$$b = 3$$

$$b = 3 \rightarrow u_8 = 23$$

$$a + 7b = 23$$

$$a + 7 \times 3 = 23$$

$$a = 23 - 21 = 2$$

$$\therefore u_{10} = a + 9b = 2 + 9 \times 3 = 2 + 27 = 29 \rightarrow [D]$$

20. Dari suatu deret aritmetika diketahui suku keenam adalah 17 dan suku kesepuluh 33. Jumlah tiga puluh suku pertama adalah

- A. 1.650
- B. 1.710
- C. 3.300
- D. 4.280
- E. 5.300

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

Deret aritmetika $u_6 = 17$ dan $u_{11} = 33$

$$u_{10} - u_6 = 33 - 17$$

$$a + 9b - (a + 5b) = 16$$

$$4b = 16$$

$$b = 4$$

$$b = 4 \rightarrow u_6 = 17$$

$$a + 5b = 17$$

$$a + 5 \times 4 = 17$$

$$a = 17 - 20 = -3$$

Jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2(-3) + (30-1)4] = 1.650$$

Jadi, jumlah Jumlah tiga puluh suku pertama adalah 1.650. \rightarrow [A]

21. Suku pertama suatu barisan geometri adalah 3 dan suku ke-5 adalah 48. Nilai suku ke-8 adalah....

- A. 96
- B. 156
- C. 192
- D. 384
- E. 768

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan geometri adalah $u_n = ar^{n-1}$.

Deret geometri: $a = 3$ dan $u_5 = 48$

$$u_5 = 48$$

$$ar^4 = 48$$

$$3r^4 = 48$$

$$r = \pm 2$$

Suku ke- n dari barisan geometri adalah $u_n = ar^{n-1}$

$$u_8 = ar^7 = 3(\pm 2)^7 = \pm 384$$

Jadi, nilai suku ke-8 adalah 384. \rightarrow [D]

22. Suku ke-2 dan suku ke-5 suatu deret geometri berturut-turut adalah 8 dan 1. Jumlah lima suku pertama adalah....

- A. 28
- B. 30
- C. 31
- D. $31\frac{1}{2}$
- E. $31\frac{3}{4}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan geometri adalah $u_n = ar^{n-1}$.

Deret geometri $u_2 = 8$ dan $u_5 = 1$

$$\frac{u_5}{u_2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{ar^4}{ar} = \frac{1}{8}$$

$$r^3 = \frac{1}{8}$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{1}{2} \rightarrow u_2 = 8$$

$$ar = 8$$

$$a\left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

$$a = 16$$

Jumlah n suku pertama dari barisan geometri adalah $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_5 = \frac{16\left[\left(\frac{1}{2}\right)^5 - 1\right]}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1}{2} - 16}{-\frac{1}{2}} = 31$$

Jadi, jumlah 5 suku pertama adalah 31. \rightarrow [B]

23. Jumlah deret tak hingga dari $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ adalah....

- A. 2
- B. $\frac{31}{16}$
- C. $\frac{30}{16}$
- D. $\frac{31}{32}$
- E. $\frac{30}{32}$

Solusi:

Kita mengetahui jumlah deret geometri tak terhingga (deret geometri konvergen) dengan $|r| < 1$ adalah

$$S = \frac{a}{1 - r}.$$

$$a = 1 \text{ dan } r = \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \rightarrow \text{[A]}$$

24. Sebuah tali dibagi menjadi 20 bagian dengan panjang membentuk deret aritmetika. Tali yang terpendek 10 cm dan tali yang terpanjang adalah 200 cm. Panjang tali seluruhnya adalah....

- A. 1.500 cm
- B. 1.800 cm
- C. 2.000 cm
- D. 2.100 cm
- E. 2.200 cm

Solusi:

$$u_1 = a = 20 \text{ dan } u_{20} = 200$$

$$u_{20} = 200$$

$$a + 19b = 200$$

$$20 + 19b = 200$$

$$19b = 380$$

$$b = 20$$

Jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2}(a + u_n)$

$$S_{20} = \frac{20}{2}(20 + 200) = 2.200$$

Jadi, panjang tali seluruhnya adalah 2.200 cm. \rightarrow [E]

25. Nilai $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = \dots$

- A. -5
 - B. -4
 - C. -3
 - D. 0
 - E. 5
- L

Solusi:

Cara 1: Metode Faktorisasi

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-4) = 1-4 = -3 \rightarrow [C]$$

Cara 2: Teorema L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 5}{1} = 2 \cdot 1 - 5 = -3 \rightarrow [C]$$

26. Turunan pertama dari $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 3$ adalah....

- A. $f'(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$
- B. $f'(x) = 9x^2 - 12x + 3$
- C. $f'(x) = 9x^2 - 12x$
- D. $f'(x) = 9x^2 + 12x$
- E. $f'(x) = 9x^2 - 12$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = ax^n$, maka $f'(x) = anx^{n-1}$ dan jika $f(x) = c$, dengan c adalah konstanta, maka $f'(x) = 0$.

$$f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 3$$

$$f'(x) = 9x^2 - 12x \rightarrow [C]$$

27. Diketahui fungsi $f(x) = \frac{2x-1}{3x-1}$. Turunan pertama dari $f(x)$ adalah $f'(x)$. Nilai dari $f'(1) = \dots$

- A. -3
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{2}{3}$

E. $\frac{5}{2}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{u}{v}$, maka $f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.

$$f(x) = \frac{2x-1}{3x-1}$$

$$f'(x) = \frac{2(3x-1) - 3(2x-1)}{(3x-1)^2}$$

$$\therefore f'(1) = \frac{2(3 \cdot 1 - 1) - 3(2 \cdot 1 - 1)}{(3 \cdot 1 - 1)^2} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow [B]$$

28. Untuk memproduksi x unit barang diperlukan biaya $\left(\frac{1}{3}x^3 - 500x^2 + 6.000.000\right)$ rupiah. Jumlah barang yang diproduksi agar biaya produksi minimum adalah....

- A. 4.000 unit
- B. 3.000 unit
- C. 2.000 unit
- D. 1.500 unit
- E. 1.000 unit

Solusi:

$$\text{Biaya produksi } b(x) = \frac{1}{3}x^3 - 500x^2 + 6.000.000$$

$$b'(x) = x^2 - 1.000x$$

Nilai stasioner b dicapai jika $b'(x) = 0$, sehingga

$$x^2 - 1.000x = 0$$

$$x(x - 1.000) = 0$$

$$x = 0 \text{ (ditolak) atau } x = 1.000$$

$$b(40) = 160 \times 40 - 800 - 2 \times 40^2 = 2.400 \text{ puluhan ribu rupiah}$$

Jadi, jumlah barang yang diproduksi agar biaya produksi minimum adalah 1.000 unit $\rightarrow [E]$

29. Hasil dari $\int (5 - 4x + 9x^2 + 4x^3) dx = \dots$

- A. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 5x + C$
- B. $x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x + C$
- C. $x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5 + C$
- D. $12x^4 + 18x^3 - 3x^2 + 5 + C$
- E. $12x^4 + 18x^3 + 3x^2 + 5 + C$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$, dengan $n \neq -1$.

$$\int (5 - 4x + 9x^2 + 4x^3) dx = 5x - 2x^2 + 3x^3 + x^4 + C = x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x + C \rightarrow [B]$$

30. Nilai dari $\int_1^2 (3x^2 - 4x + 5) dx = \dots$

- A. 6

- B. 5
- C. 4
- D. 3
- E. 2

Solusi:

Kita mengetahui bahwa $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$.

$$\int_1^2 (3x^2 - 4x + 5)dx = \left[x^3 - 2x^2 + 5x \right]_1^2 = 8 - 8 + 10 - (1 - 2 + 5) = 10 - 4 = 6 \rightarrow [A]$$

31. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 3x^2 - 1$, sumbu X, garis $x = 1$, dan garis $x = 2$ adalah....

- A. 41 satuan luas
- B. 20 satuan luas
- C. 8 satuan luas
- D. 7 satuan luas
- E. 6 satuan luas

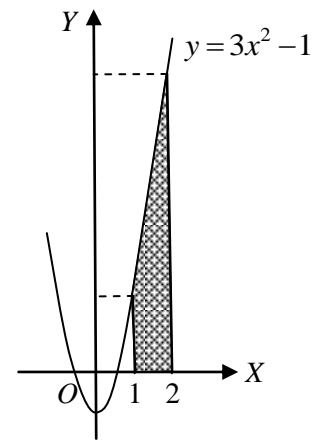
Solusi:

Kita mengetahui bahwa luas daerah adalah $L = \int_a^b f(x)dx$

$$L = \int_1^2 (3x^2 - 1)dx$$

$$= \left[x^3 - x \right]_1^2$$

$$= 8 - 2 - (1 - 1) = 6 \text{ satuan luas} \rightarrow [E]$$



32. Banyak bilangan ratusan dengan angka berbeda yang dapat disusun dari angka 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan nilainya lebih besar dari 400 adalah....

- A. 216
- B. 120
- C. 90
- D. 75
- E. 60

Solusi:

3	5	4
---	---	---

Banyak bilangan tersebut adalah $3 \times 5 \times 4 = 60 \rightarrow [E]$

33. Dari 10 finalis pemain tenis meja, akan dipilih juara I, II, dan III. Banyak cara yang dapat menjadi juara adalah....

- A. 56
- B. 72
- C. 120
- D. 360
- E. 720

Solusi:

Kita mengetahui bahwa rumus permutasi adalah ${}_nP_k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Banyak susunan juara yang mungkin terjadi adalah ${}_{10}P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 720 \rightarrow [E]$

34. Disebuah warung penjual martabak manis, kamu dapat memesan martabak biasa dengan 2\dua macam isi: mentega dan gula. Kamu juga dapat memesan martabak manis dengan isi tambahan. Kamu dapat memilih empat macam isi berikut keju, coklat, pisang, dan kacang. Pipit ingin memesan martabak manis dengan dua macam isi tambahan. Berapakah banyaknya jenis martabak berbeda yang dapat dipilih oleh Pipit?

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 12
- E. 24

Solusi:

Kita mengetahui rumus kombinasi ${}_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Banyaknya jenis martabak berbeda yang dapat dipilih oleh Pipit adalah $2! \times {}_2C_4 = 2 \times 6 = 12 \rightarrow [D]$

35. Dalam suatu kotak terdapat 3 bola hijau, 5 bola merah, dan 4 bola biru. Jika dari kotak tersebut diambil 2 bola sekaligus secara acak, peluang terambil 2 bola merah atau 2 bola biru adalah....

- A. $\frac{10}{11}$
- B. $\frac{2}{22}$
- C. $\frac{2}{55}$
- D. $\frac{3}{55}$
- E. $\frac{16}{66}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa

1. Kombinasi ${}_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

2. Peluang $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

3. Peluang $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Peluang terambil 2 bola merah atau 2 bola biru adalah

$$\frac{{}_5C_2 + {}_4C_2}{{}_{12}C_2} = \frac{10 + 6}{66} = \frac{16}{66} \rightarrow [E]$$

Kotak
3 H
5 M
4 B

36. Dua buah dadu dilempar undi bersama-sama sebanyak 216 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah 5 adalah....

- A. 24
- B. 30
- C. 36

D. 144

E. 180

Solusi:

Ruang sampel adalah $S = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,5), (6,6)\} \rightarrow n(S) = 36$

$A =$ mata dadu berjumlah 5 $= \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\} \rightarrow n(A) = 4$

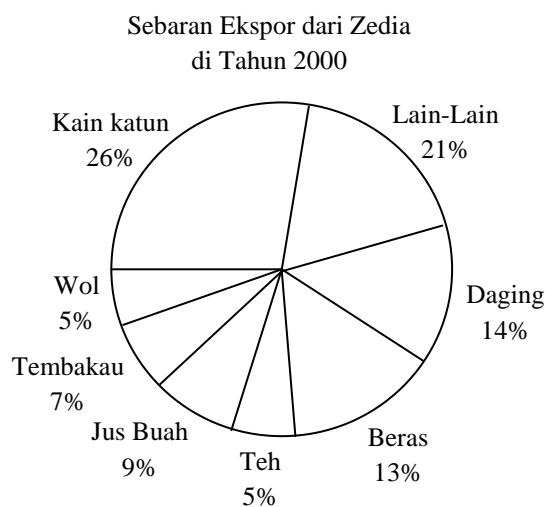
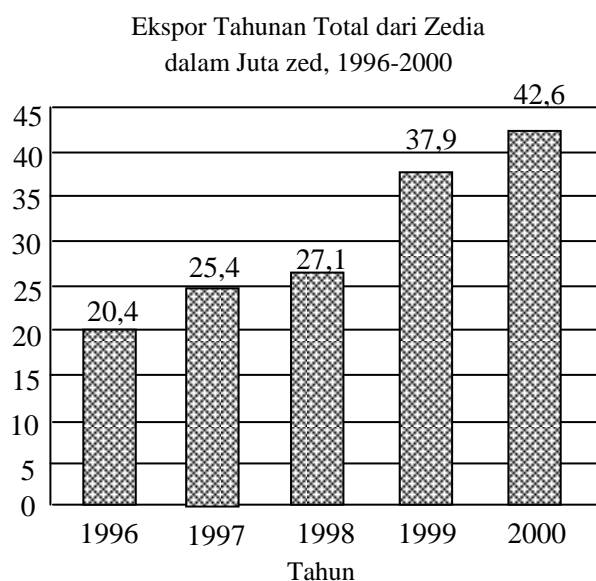
Dadu 1/ Dadu 2	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Kita mengetahui bahwa frekuensi harapan dirumuskan sebagai $f_h = P(A) \times N$.

Jadi, frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah 5 adalah $\frac{1}{9} \times 216 = 24 \rightarrow [A]$

37. Grafik dibawah ini memberikan informasi tentang ekspor dari Zedia, sebuah Negara yang menggunakan satuan mata uang Zed.



Berapakah harga jus buah yang diekspor dari Zedia tahun 2000?

A. 1,8 juta zed

B. 2,3 juta zed

C. 2,4 juta zed

D. 3,4 juta zed

E. 3,8 juta zed

Solusi:

Harga jus buah yang diekspor dari Zedia tahun 2000 adalah $9\% \times 42,6 = 3,834 \approx 3,8$ juta zed $\rightarrow [E]$

38. Modus dari data tabel distribusi frekuensi berikut adalah....

- A. 35
- B. 39
- C. 40
- D. 46
- E. 49

Nilai	Frekuensi
33 – 37	6
38 – 42	9
43 – 47	2
48 – 52	4
53 – 57	4
58 – 62	5

Solusi:

Kita mengetahui bahwa modus untuk data berkelompok dirumuskan sebagai $Mo = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times p$

dengan: Mo = modus

L = Tepi bawah kelas modus (yang memiliki frekuensi tertinggi)

d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya.

d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya.

p = panjang kelas atau interval kelas.

Kelas modus terletak pada interval kelas 38 – 42.

$$Mo = 37,5 + \frac{3}{3+7} \times 5 = 37,5 + 1,5 = 39 \rightarrow [B]$$

39. Simpangan rata-rata dari data 4, 7, 5, 6, 8, 6 adalah....

- A. 0,2
- B. 0,8
- C. 1,0
- D. 1,2
- E. 1,4

Solusi:

Kita mengetahui bahwa simpangan rata-rata dari kumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dirumuskan sebagai

$$SR = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|$$

dengan: SR = simpangan rata-rata

$$\bar{x} = \text{rata-rata hitung} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

x_i = nilai datum yang ke- i

f_i = frekuensi dari datum ke- i

n = banyak datum

$$\bar{x} = \frac{4+7+5+6+8+6}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

$$SR = \frac{1}{6} [6-4 + |6-5| + 2|6-6| + |6-7| + |6-8|] = \frac{1}{6} (2+1+0+1+2) = 1,0 \rightarrow [C]$$

40. Varians (ragam) dari data 8, 5, 6, 9, 8, 6 adalah....

- A. 1,6
- B. 2
- C. 3,8
- D. 4
- E. 5,6

Solusi:

Kita mengetahui bahwa simpangan rata-rata dari kumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dirumuskan sebagai

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$$

dengan: S^2 = ragam (varians)

$$\bar{x} = \text{rata-rata hitung} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

f_i = frekuensi dari datum ke- i

x_i = nilai datum yang ke- i

n = banyak datum

$$\bar{x} = \frac{8+5+6+9+8+6}{6} = \frac{42}{6} = 7$$

$$S^2 = \frac{1}{6} [(5-7)^2 + 2(6-7)^2 + 2(8-7)^2 + (9-7)^2] = \frac{1}{6} (4+2+2+4) = \frac{12}{6} = 2 \rightarrow [B]$$