

Rabu, 15 Juli 2009

Soal 1. Misalkan n suatu bilangan bulat positif dan misalkan a_1, \dots, a_k ($k \geq 2$) bilangan-bilangan bulat berbeda di himpunan $\{1, \dots, n\}$ sehingga n membagi $a_i(a_{i+1} - 1)$ untuk $i = 1, \dots, k-1$. Buktikan bahwa n tidak membagi $a_k(a_1 - 1)$.

Soal 2. Misalkan ABC suatu segitiga dengan titik pusat lingkaran luar O . Titik-titik P dan Q berturut-turut adalah titik-titik dalam pada sisi-sisi CA dan AB . Misalkan K , L dan M berturut-turut adalah titik-titik tengah segmen BP , CQ dan PQ , dan misalkan Γ adalah lingkaran yang melalui K , L dan M . Dimisalkan bahwa garis PQ menyinggung lingkaran Γ . Buktikan bahwa $OP = OQ$.

Soal 3. Dimisalkan bahwa s_1, s_2, s_3, \dots adalah suatu barisan bilangan bulat positif yang naik murni sehingga subbarisan

$$s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \dots \quad \text{dan} \quad s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \dots$$

keduanya merupakan barisan aritmatika. Buktikan bahwa barisan s_1, s_2, s_3, \dots sendiri merupakan barisan aritmatika.

Kamis, 16 Juli 2009

Soal 4. Misalkan ABC suatu segitiga dengan $AB = AC$. Garis-garis bagi sudut $\angle CAB$ dan $\angle ABC$ memotong sisi-sisi BC dan CA berturut-turut di D dan E . Misalkan K adalah titik pusat lingkaran dalam segitiga ADC . Dimisalkan bahwa $\angle BEK = 45^\circ$. Cari semua kemungkinan ukuran $\angle CAB$.

Soal 5. Tentukan semua fungsi f dari himpunan bilangan bulat positif ke himpunan bilangan bulat positif sehingga, untuk semua bilangan bulat positif a dan b , terdapat segitiga *non-degenerate* dengan panjang sisi-sisinya

$$a, f(b) \text{ dan } f(b + f(a) - 1).$$

(Suatu segitiga adalah *non-degenerate* jika titik-titik sudutnya tidak segaris.)

Soal 6. Misalkan a_1, a_2, \dots, a_n adalah bilangan-bilangan bulat positif berbeda dan misalkan M adalah himpunan dari $n - 1$ bilangan bulat positif tidak memuat $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Belalang berlompatan sepanjang garis real, mulai pada titik 0 dan membuat n lompatan ke kanan dengan panjang a_1, a_2, \dots, a_n dalam suatu urutan. Buktikan bahwa urutan dapat dipilih sehingga belalang tidak pernah mendarat pada sebarang titik di M .