

Solusi UN IPS Paket 2

MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika

Jenjang : SMA/MA

Program Studi : IPS

WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013

Jam : 07.30 – 09.30

PETUNJUK UMUM

1. Periksa Naskah Soal yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
 - a. Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
 - b. Kelengkapan dan urutan nomor soal.
 - c. Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
 - d. Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
2. Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
3. Tuliskan Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada kolom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
4. Isilah pada LJUN Anda dengan:
 - a. Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
 - b. Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
 - c. Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
5. Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
6. Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
7. Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
8. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
9. Periksa pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
10. Lembar soal boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

SELAMAT MENGERJAKAN

1. Ingkaran dari pernyataan “Semua Makhluk hidup memerlukan air dan oksigen” adalah....
 - A. Semua makhluk hidup tidak memerlukan air ataupun oksigen .
 - B. Ada makhluk hidup memerlukan air dan oksigen.
 - C. Ada makhluk hidup tidak memerlukan air atau tidak perlu oksigen.
 - D. Semua makhluk hidup memerlukan air dan oksigen.
 - E. Ada makhluk hidup memerlukan air tetapi tidak perlu oksigen.

Solusi:

Konsep: $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Jadi, pernyataan tersebut setara dengan pernyataan “Ada makhluk hidup tidak memerlukan air atau tidak perlu oksigen.” \rightarrow [C]

2. Pernyataan yang setara dengan “Jika aspirasi rakyat di dengar maka demonstrasi massa ttidak terjadi” adalah....
 - A. Jika aspirasi rakyat tidak didengar maka demonstrasi massa terjadi.
 - B. Jika aspirasi rakyat didengar maka demonstrasi massa terjadi.
 - C. aspirasi rakyat didengar tetapi demonstrasi massa tidak terjadi.
 - D. Jika demonstrasi massa terjadi maka aspirasi rakyat tidak didengar.
 - E. Jika demonstrasi massa tidak terjadi maka aspirasi rakyat didengar.

Solusi:

Konsep: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$

Jadi, pernyataan tersebut setara dengan pernyataan “Jika demonstrasi massa terjadi maka aspirasi rakyat tidak didengar.” \rightarrow [D]

3. Diketahui premis-premis berikut:

Premis 1: Jika masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka lingkungan bersih.

Premis 2: Jika lingkungan bersih maka hidup akan nyaman.

Kesimpulan yang sah dari kedua premis tersebut adalah....

- A. Jika masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka hidup akan nyaman.
- B. Masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka hidup akan nyaman.
- C. Jika masyarakat membuang sampah tidak pada tempatnya maka lingkungan tidak akan bersih.
- D. Jika masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka lingkungan tidak bersih.
- E. Masyarakat membuang sampah pada tempatnya tetapi lingkungan tidak bersih.

Solusi:

Kaidah Silogisme:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Jadi, kesimpulan yang sah dari kedua premis tersebut adalah “Jika masyarakat membuang sampah pada tempatnya maka hidup akan nyaman.” \rightarrow [A]

4. Bentuk sederhana dari $\frac{16a^9b^2c^4}{8a^2b^6c^5} = \dots$

- A. $2(ac)^5$
- B. $\frac{2b^4c}{a^7}$
- C. $\frac{2a^4}{b^7c}$

D. $\frac{2a^7}{b^4}$

E. $\frac{2a^7}{b^4 c}$

Solusi:

$$\frac{16a^9 b^2 c^4}{8a^2 b^6 c^5} = \frac{2a^{9-2}}{b^{6-2} c^{5-4}} = \frac{2a^7}{b^4 c} \rightarrow [E]$$

5. Bentuk sederhana dari $4\sqrt{200} - 2\sqrt{242} - 5\sqrt{50} + 10\sqrt{2} = \dots$

A. $2\sqrt{2}$

B. $3\sqrt{2}$

C. $4\sqrt{2}$

D. $5\sqrt{2}$

E. $6\sqrt{2}$

Solusi:

$$4\sqrt{200} - 2\sqrt{242} - 5\sqrt{50} + 10\sqrt{2} = 40\sqrt{2} - 22\sqrt{2} - 25\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = (40 - 22 - 25 + 10)\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \rightarrow [B]$$

6. Nilai dari $3^2 \log y - 2^2 \log y^2 + 2 \log \frac{1}{y} = \dots$

A. 1

B. 0

C. y

D. -1

E. -y

Solusi:

$$3^2 \log y - 2^2 \log y^2 + 2 \log \frac{1}{y} = 3^2 \log y - 2^2 \log y^2 - 2 \log y = 0 \rightarrow [B]$$

7. Persamaan fungsi kuadrat yang grafiknya memotong sumbu X di titik $(1,0)$ dan $(-2,0)$ serta melalui titik $(0,-6)$ adalah....

A. $y = 3x^2 - 3x - 6$

B. $y = 3x^2 + 3x - 6$

C. $y = 2x^2 + 3x - 6$

D. $y = x^2 - 3x - 6$

E. $y = x^2 + 3x - 6$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik $(x_1,0)$ dan $(x_2,0)$ mempunyai persamaan $y = a(x - x_1)(x - x_2)$.

$$y = a(x - 1)(x + 2)$$

Kurva melalui titik $(0,-6)$, sehingga

$$-6 = a(0 - 1)(0 + 2)$$

$$-6 = -2a$$

$$a = 3$$

Jadi, $y = 3(x-1)(x+2) = 3x^2 + 3x - 6 \rightarrow [B]$

8. Diketahui fungsi $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ dan $g(x) = x + 3$. Fungsi komposisi $(f \circ g)(x) = \dots$

- A. $3x^2 + 16x - 22$
- B. $3x^2 + 16x + 22$
- C. $3x^2 + 18x + 27$
- D. $3x^2 - 18x + 22$
- E. $3x^2 - 18x - 22$

Solusi:

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(x+3) \\ &= 3(x+3)^2 - 2(x+3) + 1 \\ &= 3x^2 + 18x + 27 - 2x - 6 + 1 \\ &= 3x^2 + 16x + 22 \rightarrow [B]\end{aligned}$$

9. Fungsi $f: R \rightarrow R$ didefinisikan dengan $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$, $x \neq -\frac{1}{2}$. Invers fungsi $f(x)$ adalah

$$f^{-1}(x) = \dots$$

- A. $\frac{-x+3}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$
- B. $\frac{-x-3}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$
- C. $\frac{-x-3}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$
- D. $\frac{-x+3}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$
- E. $\frac{x+3}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$

Solusi:

Cara 1:

$$f(x) = \frac{x+3}{2x+1}, \quad x \neq -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{y+3}{2y+1}$$

$$2xy + x = y + 3$$

$$(2x-1)y = -x+3$$

$$y = \frac{-x+3}{2x-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+3}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2} \rightarrow [A]$$

Cara 2:

$$\text{Kita mengetahui bahwa jika } f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}, \text{ maka } f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f(x) = \frac{x+3}{2x+1}, \quad x \neq -\frac{1}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x+3}{2x-1}, \quad x \neq \frac{1}{2} \rightarrow [A]$$

10. Akar-akar persamaan $x^2 + 6x + 2 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Nilai $x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$ adalah....

- A. 16
- B. 17
- C. 20
- D. 24
- E. 26

Solusi:

$$x^2 + 6x + 2 = 0, \text{ akar-akarnya } x_1 \text{ dan } x_2$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{6}{1} = -6$$

$$x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2$$

$$x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 = (-6)^2 - 8(2) = 20 \rightarrow [C]$$

11. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $3x^2 - 10x - 8 \leq 0$ adalah....

- A. $\left\{x \mid x \leq -\frac{2}{3} \text{ atau } x \geq 4\right\}$
- B. $\left\{x \mid x \leq \frac{4}{3} \text{ atau } x \geq 2\right\}$
- C. $\left\{x \mid \frac{4}{3} \leq x \leq 2\right\}$
- D. $\left\{x \mid \frac{2}{3} \leq x \leq 4\right\}$
- E. $\left\{x \mid -\frac{2}{3} \leq x \leq 4\right\}$

Solusi:

Kita mengetahui jika $a(x - x_1)(x - x_2) \leq 0$ dengan $x_1 \leq x_2$, maka $x_1 \leq x \leq x_2$.

$$3x^2 - 10x - 8 \leq 0$$

$$(3x + 2)(x - 4) \leq 0$$

$$-\frac{2}{3} \leq x \leq 4$$

$$\text{Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah } \left\{x \mid -\frac{2}{3} \leq x \leq 4\right\} \rightarrow [E]$$

12. Diketahui m dan n merupakan penyelesaian dari system persamaan $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$. Nilai $m + n = \dots$

- A. 9
- B. 8
- C. 7
- D. 6
- E. 5

Solusi:

$$3x + 2y = 17 \dots (1)$$

$$2x + 3y = 8 \dots (2)$$

Jumlah persamaan (1) dan (2) menghasilkan:

$$5x + 5y = 25$$

$$x + y = 5$$

Jadi, $m + n = 5 \rightarrow [E]$

13. Susi membeli 3 buah apel dan 2 buah jeruk dengan harga Rp4.500,00 dan Yuli membeli 2 buah apel dan 2 buah jeruk dengan harga Rp3.500,00. Bila Wati membeli 4 buah apel dan 5 buah jeruk, berapa rupiah yang harus Wati bayar?

- A. Rp8.750,00
- B. Rp8.000,00
- C. Rp7.750,00
- D. Rp7.500,00
- E. Rp6.750,00

Solusi:

Ambillah harga 1 buah apel dan 1 buah jeruk masing-masing adalah a dan j rupiah.

$$3a + 2j = 4.500 \dots (1)$$

$$2a + 2j = 3.500 \dots (2)$$

Persamaan (1) dikurangi persamaan (2) menghasilkan:

$$a = 1.000$$

$$3 \cdot 1.000 + 2j = 4.500$$

$$2j = 1.500$$

$$j = 750$$

Jadi, Wati harus membayar untuk 4 buah apel dan 5 buah jeruk sebesar $4 \times \text{Rp}1.000,00 + 5 \times \text{Rp}750,00 = \text{Rp}7.750,00 \rightarrow [C]$

14. Nilai minimum dari $f(x, y) = 4x + 5y$ yang memenuhi pertidaksamaan $2x + y \geq 7$, $x + y \geq 5$, $x \geq 0$, dan $y \geq 0$ adalah....

- A. 14
- B. 20
- C. 23
- D. 25
- E. 35

Solusi:

$$2x + y = 7 \dots (1)$$

$$x + y = 5 \dots (2)$$

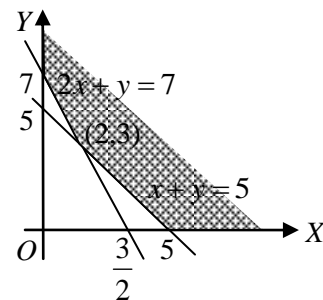
Persamaan (1) – persamaan (2) menghasilkan:

$$x = 2$$

$$2 + y = 5$$

$$y = 3$$

Koordinat titik potong garis $2x + y = 7$ dan $x + y = 5$ adalah $(2, 3)$



Titik (x, y)	$f(x, y) = 4x + 5y$	Keterangan
$(5, 0)$	$4 \times 5 + 5 \times 0 = 20$	Minimum
$(2, 3)$	$4 \times 2 + 5 \times 3 = 23$	
$(0, 7)$	$4 \times 0 + 5 \times 7 = 35$	

Jadi, nilai minimumnya adalah 20. → [B]

15. Sebuah pesawat dengan rute Jakarta – Surabaya dalam satu kali pemberangkatan dapat mengangkut penumpang paling banyak 90 penumpang yang terdiri dari kelas bisnis dan kelas ekonomi. Penumpang kelas bisnis boleh membawa bagasi 12 kg dan kelas ekonomi 10 kg, daya angkut bagasi 1.000 kg. Harga tiket kelas bisnis Rp800.000,00 dan kelas ekonomi Rp700.000,00. Pendapatan maksimal maskapai tersebut adalah....

- A. Rp45.000.000,00
B. Rp57.000.000,00
C. Rp68.000.000,00
D. Rp72.000.000,00
E. Rp80.000.000,00

Solusi:

Ambillah banyak penumpang kelas bisnis dan ekonomi masing-masing adalah x dan y orang.

$$\begin{cases} x + y \leq 90 \\ 12x + 10y \leq 1000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 90 \\ 6x + 5y \leq 500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 800.000x + 700.000y$$

$$x + y = 90 \dots (1)$$

$$6x + 5y = 500 \dots (2)$$

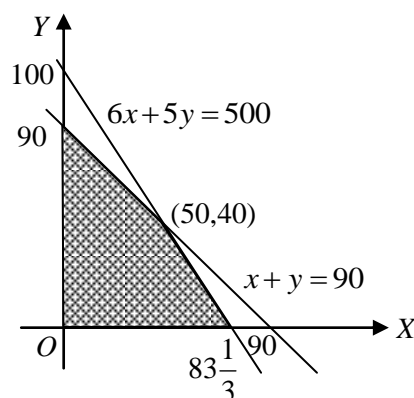
$6 \times$ Persamaan (1) – persamaan (2) menghasilkan

$$y = 40$$

$$x + 40 = 90$$

$$x = 50$$

Koordinat titik potong garis $x + y = 90$ dan $6x + 5y = 500$ adalah $(50, 40)$



Titik (x, y)	$f(x, y) = 800.000x + 700.000y$	Keterangan
$(0, 0)$	$800.000 \times 0 + 700.000 \times 0 = 0$	
$(83, 0)$	$800.000 \times 83 + 700.000 \times 0 = 66.400.000$	
$(50, 40)$	$800.000 \times 50 + 700.000 \times 40 = 68.000.000$	Maksimum
$(0, 90)$	$800.000 \times 0 + 700.000 \times 90 = 63.000.000$	

Jadi, pendapatan maksimal maskapai tersebut adalah Rp68.000.000,00. → [C]

16. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 15 & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 7 \\ x+1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ y & 5 \end{pmatrix}$, dan $A + B = C$. Nilai $2x + y = \dots$

- A. 44
B. 28
C. 24
D. 12
E. -12

Solusi:

$$A + B = C$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 15 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 7 \\ x+1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ y & 5 \end{pmatrix}$$

$$2+x=6$$

$$x=4$$

$$15+x+1=y$$

$$15+4+1=y$$

$$y=20$$

Jadi, nilai $2x+y = 2 \times 4 + 20 = 28 \rightarrow [B]$

17. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, dan $C = A + B$. Nilai determinan matriks C adalah....

- A. -49
- B. -10
- C. 49
- D. 77
- E. 105

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $\det A = |A| = ad - bc$.

$$C = A + B$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\det C = \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 7 & 11 \end{vmatrix} = 77 - 28 = 49 \rightarrow [C]$$

18. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ dan $X = A + B$, Invers matriks X adalah....

- A. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- B. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- C. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
- D. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
- E. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

$$X = A + B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{0+2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow [A]$$

19. Jika suku ke-8 = 23 dan suku ke-20 = 59 dari suatu barisan aritmetika. Suku ke-10 adalah....

A. 17
B. 25
C. 27
D. 29
E. 31

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

$$u_{20} = 59 \text{ dan } u_8 = 23$$

$$u_{20} - u_8 = 59 - 23$$

$$a + 19b - (a + 7b) = 36$$

$$12b = 36$$

$$b = 3$$

$$b = 3 \rightarrow u_8 = 23$$

$$a + 7b = 23$$

$$a + 7 \times 3 = 23$$

$$a = 23 - 21 = 2$$

$$\therefore u_{10} = a + 9b = 2 + 9 \times 3 = 2 + 27 = 29 \rightarrow [D]$$

20. Dari suatu deret aritmetika diketahui suku keenam adalah 17 dan suku kesepuluh 33. Jumlah tiga puluh suku pertama adalah

A. 1.650
B. 1.710
C. 3.300
D. 4.280
E. 5.300

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

$$u_{10} = 33 \text{ dan } u_6 = 17$$

$$u_{10} - u_6 = 33 - 17$$

$$a + 9b - (a + 5b) = 16$$

$$4b = 16$$

$$b = 4$$

$$b = 4 \rightarrow u_6 = 17$$

$$a + 5b = 17$$

$$a + 5 \times 4 = 17$$

$$a = 17 - 20 = -3$$

Jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2(-3) + (30-1)4] = 1.650$$

Jadi, jumlah Jumlah tiga puluh suku pertama adalah 1.650. $\rightarrow [A]$

21. Diketahui barisan geometri dengan suku ke-1 = 80 dan suku ke-5 = 5. Suku ke-3 adalah....

A. 6

- B. 9
- C. 15
- D. 20
- E. 27

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan geometri adalah $u_n = ar^{n-1}$.

Barisan geometri: $u_1 = 80$ dan $u_5 = 5$

$$\frac{u_5}{u_1} = \frac{5}{80}$$

$$\frac{ar^4}{a} = \frac{1}{16}$$

$$r^4 = \frac{1}{16}$$

$$r = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\therefore u_3 = ar^2 = 80 \left(\pm \frac{1}{2} \right)^2 = 20 \rightarrow [D]$$

22. Diketahui suku barisan geometri suku ke-1 $= \frac{2}{3}$ dan suku ke-3 $= \frac{2}{27}$. Jumlah empat suku pertama (S_4) adalah....

- A. $\frac{81}{82}$
- B. $\frac{80}{81}$
- C. $\frac{60}{81}$
- D. $\frac{20}{81}$
- E. $\frac{4}{81}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan geometri adalah $u_n = ar^{n-1}$.

Deret geometri: $u_1 = a = \frac{2}{3}$ dan $u_3 = \frac{2}{27}$

$$u_3 = \frac{2}{27}$$

$$ar^2 = \frac{2}{27}$$

$$\frac{2}{3} r^2 = \frac{2}{27}$$

$$r^2 = \frac{1}{9}$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$$

$$r = \pm 2 \rightarrow u_2 = 6$$

Jumlah n suku pertama dari barisan geometri adalah $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_4 = \frac{\frac{2}{3} \left[\left(\frac{1}{3} \right)^4 - 1 \right]}{\frac{1}{3} - 1} = - \left(\frac{1}{81} - 1 \right) = \frac{80}{81} \text{ atau } S_4 = \frac{\frac{2}{3} \left[\left(-\frac{1}{3} \right)^4 - 1 \right]}{-\frac{1}{3} - 1} = - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{81} - 1 \right) = \frac{40}{81}$$

Jadi, jumlah empat suku pertama (S_4) adalah $\frac{80}{81} \rightarrow [B]$

23. Jumlah deret tak hingga dari $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ adalah....

- A. 2
- B. $\frac{31}{16}$
- C. $\frac{30}{16}$
- D. $\frac{31}{32}$
- E. $\frac{30}{32}$

Solusi:

Kita mengetahui jumlah deret geometri tak terhingga (deret geometri konvergen) dengan $|r| < 1$ adalah

$$S = \frac{a}{1 - r}$$

$$a = 1 \text{ dan } r = \frac{1}{2}$$

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \rightarrow [A]$$

24. Seorang karyawan mempunyai gaji pertama Rp500.000,00 dan setiap bulan naik sebesar Rp25.000,00. Jika gaji tersebut tidak pernah diambil, jumlah uang gaji yang terkumpul selama 24 bulan adalah....

- A. Rp18.900.000,00
- B. Rp15.750.000,00
- C. Rp14.500.000,00
- D. Rp12.000.000,00
- E. Rp11.100.000,00

Solusi:

Soal ini berkaitan dengan masalah deret aritmetika, dengan $u_1 = a = 500.000$ dan $b = 25.000$

Jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)b]$

$$S_{24} = \frac{24}{2} [2 \times 500.000 + (24 - 1)25.000] = 18.900.000$$

Jadi, jumlah uang gaji yang terkumpul selama 24 bulan adalah Rp18.900.000,00 $\rightarrow [A]$

25. Nilai $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = \dots$

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0
- E. -1

Solusi:

Cara 1: Metode Pemfaktoran

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-1) = 3-1 = 2 \rightarrow [B]$$

Cara 2: Teorema L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 4}{1} = 2 \times 3 - 4 = 2 \rightarrow [B]$$

26. Turunan pertama fungsi $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x + 7$ adalah $f'(x) = \dots$

- A. $4x^3 + 2x + 3$
- B. $4x^3 - 2x + 3$
- C. $12x^2 - 2x + 3$
- D. $12x^2 - 4x + 7$
- E. $12x^2 - 4x + 3$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = ax^n$, maka $f'(x) = anx^{n-1}$ dan jika $f(x) = c$, dengan c adalah konstanta, maka $f'(x) = 0$.

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x + 7$$

$$f'(x) = 12x^2 - 4x + 3 \rightarrow [E]$$

27. Diketahui fungsi $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$, $x \neq -3$. Turunan pertama fungsi $f(x)$ adalah $f'(x)$. Nilai dari $f'(2) = \dots$

- A. -5
- B. -1
- C. $-\frac{1}{5}$
- D. $\frac{7}{25}$
- E. $\frac{25}{7}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{u}{v}$, maka $f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+3} \Rightarrow f'(x) = \frac{2(x+3) - 1(2x-1)}{(x+3)^2}$$

$$\therefore f'(2) = \frac{2(2+3) - 1(2 \cdot 2 - 1)}{(2+3)^2} = \frac{10-3}{25} = \frac{7}{25} \rightarrow [D]$$

28. Untuk memproduksi x unit barang diperlukan biaya $\left(\frac{1}{3}x^3 - 500x^2 + 6.000.000\right)$ rupiah. Jumlah barang yang diproduksi agar biaya produksi minimum adalah....

- A. 4.000 unit
- B. 3.000 unit
- C. 2.000 unit
- D. 1.500 unit
- E. 1.000 unit

Solusi:

$$\text{Biaya produksi } b(x) = \frac{1}{3}x^3 - 500x^2 + 6.000.000$$

$$b'(x) = x^2 - 1.000x$$

Nilai stasioner b dicapai jika $b'(x) = 0$, sehingga

$$x^2 - 1.000x = 0$$

$$x(x - 1.000) = 0$$

$$x = 0 \text{ (ditolak) atau } x = 1.000$$

$$b(40) = 160 \times 40 - 800 - 2 \times 40^2 = 2.400 \text{ puluhan ribu rupiah}$$

Jadi, jumlah barang yang diproduksi agar biaya produksi minimum adalah 1.000 unit $\rightarrow [E]$

29. Hasil dari $\int (8x^3 - 3x^2 - 4x + 7) dx = \dots$

- A. $2x^4 - x^3 - 2x^2 + 7x + C$
- B. $4x^4 - x^3 - 2x^2 + 7x + C$
- C. $2x^4 - x^3 - 2x^2 + C$
- D. $2x^4 + x^3 - 2x^2 + 7x + C$
- E. $2x^4 + x^3 - 2x^2 + C$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$, dengan $n \neq -1$.

$$\int (8x^3 - 3x^2 - 4x + 7) dx = 2x^4 - x^3 - 2x^2 + 7x + C \rightarrow [A]$$

30. Nilai dari $\int_1^3 (6x^2 - 2x + 7) dx = \dots$

- A. 58
- B. 56
- C. 54
- D. 48
- E. 36

Solusi:

$$\text{Kita mengetahui bahwa } \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a).$$

$$\int_1^3 (6x^2 - 2x + 7) dx = \left[2x^3 - x^2 + 7x \right]_1^3 = 54 - 9 + 21 - (2 - 1 + 7) = 58 \rightarrow [A]$$

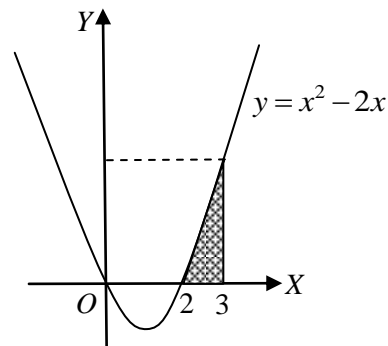
31. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu X, garis $x = 2$, dan garis $x = 3$ adalah....

- A. $\frac{1}{6}$ satuan luas
- B. $\frac{1}{3}$ satuan luas
- C. $\frac{2}{3}$ satuan luas
- D. $\frac{4}{3}$ satuan luas
- E. $\frac{3}{2}$ satuan luas

Solusi:

Luas daerah adalah $L = \int_a^b f(x) dx$

$$\begin{aligned} L &= \int_2^3 (x^2 - 2x) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\ &= 9 - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) = \frac{4}{3} \text{ satuan luas} \rightarrow [D] \end{aligned}$$



32. Banyak bilangan ratusan dengan angka berbeda yang dapat disusun dari angka 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan nilainya lebih besar dari 400 adalah....

- A. 216
- B. 120
- C. 90
- D. 75
- E. 60

Solusi:

3	5	4
---	---	---

Banyak bilangan tersebut adalah $3 \times 5 \times 4 = 60 \rightarrow [E]$

33. Dalam suatu kejuaraan bulu tangkis tingkat nasional terdapat 10 orang finalis yang akan memperebutkan juara I, II, dan III. Banyak susunan juara yang mungkin terjadi adalah....

- A. 30
- B. 60
- C. 120
- D. 270
- E. 720

Solusi:

Kita mengetahui bahwa rumus permutasi adalah ${}_nP_k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Banyak susunan juara yang mungkin terjadi adalah ${}_{10}P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 720 \rightarrow [D]$

34. Disebuah warung penjual martabak manis, kamu dapat memesan martabak biasa dengan 2 dua macam isi: mentega dan gula. Kamu juga dapat memesan martabak manis dengan isi **tambahan**. Kamu dapat memilih empat macam isi berikut keju, coklat, pisang, dan kacang. Pipit ingin memesan martabak manis dengan dua macam isi **tambahan**. Berapakah banyaknya jenis martabak berbeda yang dapat dipilih oleh Pipit?

A. 4
B. 6
C. 8
D. 12
E. 24

Solusi:

Banyaknya jenis martabak berbeda yang dapat dipilih oleh Pipit adalah $2 \times {}_2C_4 = 2 \times 6 = 12 \rightarrow [D]$

35. Dalam suatu kotak terdapat 3 bola hijau, 5 bola merah, dan 4 bola biru. Jika dari kotak tersebut diambil 2 bola sekaligus secara acak, peluang terambil 2 bola merah atau 2 bola biru adalah....

A. $\frac{10}{11}$
B. $\frac{2}{22}$
C. $\frac{2}{55}$
D. $\frac{3}{55}$
E. $\frac{16}{66}$

Solusi:

1. Kombinasi ${}_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

2. Peluang $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

3. Peluang $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Peluang terambil 2 bola merah atau 2 bola biru adalah

$$\frac{{}_5C_2 + {}_4C_2}{{}_{12}C_2} = \frac{10+6}{66} = \frac{16}{66} \rightarrow [E]$$

Kotak
3 H
5 M
4 B

36. Dua buah dadu dilempar undi bersama-sama sebanyak 216 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah 5 adalah....

A. 24
B. 30
C. 36
D. 144
E. 180

Solusi:

Ruang sampel adalah $S = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,5), (6,6)\} \rightarrow n(S) = 36$

$A = \text{mata dadu berjumlah 5} = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\} \rightarrow n(A) = 4$

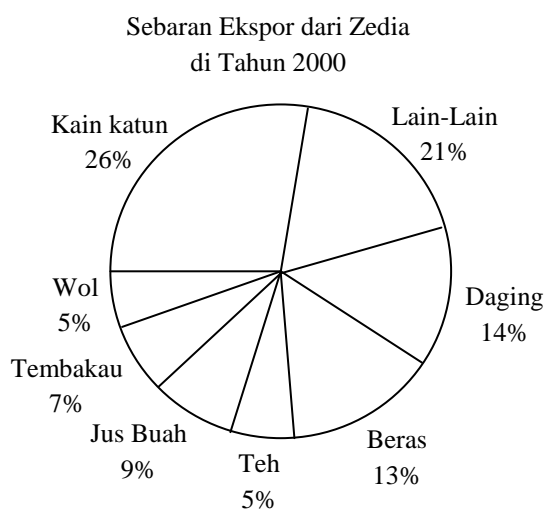
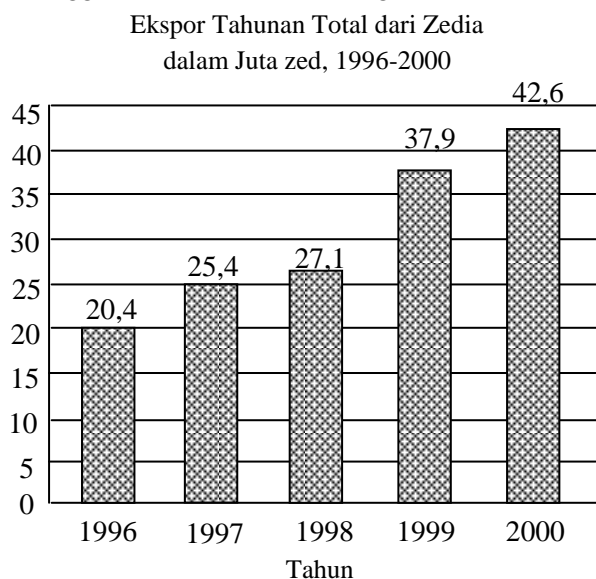
Dadu 1/ Dadu 2	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Kita mengetahui bahwa frekuensi harapan dirumuskan sebagai $f_h = P(A) \times N$.

Jadi, frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah 5 adalah $\frac{1}{9} \times 216 = 24 \rightarrow [A]$

37. Grafik dibawah ini memberikan informasi tentang ekspor dari Zedia, sebuah Negara yang menggunakan satuan mata uang Zed.



Berapakah harga jus buah yang diekspor dari Zedia tahun 2000?

- A. 1,8 juta zed
- B. 2,3 juta zed
- C. 2,4 juta zed
- D. 3,4 juta zed
- E. 3,8 juta zed

Solusi:

Harga jus buah yang diekspor dari Zedia tahun 2000 adalah $9\% \times 42,6 = 3,834 \approx 3,8$ juta zed $\rightarrow [E]$

38. Tabel di samping adalah hasil pengukuran tinggi badan sekelompok siswa.
Modus dari hasil pengukuran tinggi badan tersebut adalah....

- A. 155,83 cm
- B. 157,17 cm
- C. 158,00 cm
- D. 159,17 cm
- E. 159,50 cm

Tinggi Badan (cm)	<i>f</i>
146 – 150	2
151 – 155	5
156 – 160	16
161 – 165	12
166 – 170	7
171 – 175	3

Solusi:

Kita mengetahui bahwa modus untuk data berkelompok dirumuskan sebagai $Mo = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times p$

dengan: Mo = modus

L = Tepi bawah kelas modus (yang memiliki frekuensi tertinggi)

d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya.

d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya.

p = panjang kelas atau interval kelas.

Kelas modus terletak pada interval kelas 156 – 160.

$$Mo = 155,5 + \frac{11}{11+4} \times 5 = 24,5 + 3,67 = 159,17 \rightarrow [D]$$

39. Simpangan rata-rata dari data 4, 7, 5, 6, 8, 6 adalah....

A. 0,2

B. 0,8

C. 1,0

D. 1,2

E. 1,4

Solusi:

Kita mengetahui bahwa simpangan rata-rata dari kumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dirumuskan sebagai

$$SR = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|$$

dengan: SR = simpangan rata-rata

$$\bar{x} = \text{rata-rata hitung} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

x_i = nilai datum yang ke- i

f_i = frekuensi dari datum ke- i

n = banyak datum

$$\bar{x} = \frac{4+7+5+6+8+6}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

$$SR = \frac{1}{6} [|6-4| + |6-5| + 2|6-6| + |6-7| + |6-8|] = \frac{1}{6} (2+1+0+1+2) = 1,0 \rightarrow [C]$$

40. Varians (ragam) dari 8, 8, 6, 6, 8, 12 adalah....

A. 8

B. 6

C. $2\sqrt{6}$

D. 4

E. 2

Solusi:

Kita mengetahui bahwa simpangan rata-rata dari kumpulan data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dirumuskan sebagai

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$$

dengan: S^2 = ragam (varians)

$$\bar{x} = \text{rata-rata hitung} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

f_i = frekuensi dari datum ke- i

x_i = nilai datum yang ke- i

$n = \text{banyak datum}$

$$\bar{x} = \frac{8+8+6+6+8+12}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

$$s^2 = \frac{1}{6} [2(6-8)^2 + 3(8-8)^2 + (8-12)^2] = \frac{1}{6} (8+0+16) = \frac{24}{6} = 4 \rightarrow [D]$$