

Solusi UN Paket 17

MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika
Jenjang : SMA/MA
Program Studi : IPA

WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013
Jam : 07.30 – 09.30

PETUNJUK UMUM

1. Periksa Naskah Soal yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
 - a. Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
 - b. Kelengkapan dan urutan nomor soal.
 - c. Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
 - d. Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
2. Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
3. Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada koklom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
4. Isilah pada LJUN Anda dengan:
 - a. Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
 - b. Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
 - c. Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
5. Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
6. Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
7. Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
8. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
9. Periksa pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
10. Lembar soal boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

SELAMAT MENGERJAKAN

1. Nilai m yang menyebabkan fungsi kuadrat $f(x) = (m+1)x^2 - 2mx + (m-3)$ definit negatif adalah....
- $m < -\frac{3}{2}$
 - $m < -1$
 - $m > \frac{3}{2}$
 - $m > 1$
 - $1 < m < \frac{3}{2}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = ax^2 + bx + c$ adalah definit negatif, maka haruslah $a < 0$ dan $D = b^2 - 4ac < 0$.

$$f(x) = (m+1)x^2 - 2mx + (m-3)$$

$$m+1 < 0$$

$$m < -1 \dots (1)$$

$$D = b^2 - 4ac < 0$$

$$(-2m)^2 - 4(m+1)(m-3) < 0$$

$$4m^2 - 4m^2 + 8m + 12 < 0$$

$$8m + 12 < 0$$

$$m < -\frac{3}{2} \dots (2)$$

Dari $(1) \cap (2)$ menghasilkan $m < -\frac{3}{2} \rightarrow [A]$

2. Persamaan kuadrat $x^2 + (m-2)x + 9 = 0$ memiliki akar-akar kembar. Salah satu nilai m yang memenuhi adalah....
- 2
 - 4
 - 6
 - 8
 - 10

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai akar kembar, maka haruslah $D = b^2 - 4ac = 0$.

$$x^2 + (m-2)x + 9 = 0$$

$$(m-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$$

$$(m-2)^2 = 36$$

$$m-2 = \pm 6$$

$$m = 6+2 = 8 \text{ atau } m = -6+2 = -4$$

Jadi, salah satu nilai m yang memenuhi adalah 8. $\rightarrow [D]$

3. Persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(-1,3)$ dan berdiameter $\sqrt{40}$ adalah...
- $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$
 - $x^2 + y^2 + 2x + 6y = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$
 - $x^2 + y^2 + 2x - 6y = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$

Solusi:

Diameter lingkaran $d = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

Jari-jari lingkaran $r = \frac{d}{2} = \sqrt{10}$

Persamaan lingkaran dengan pusat (a, b) dan jari-jari r adalah $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Jadi, persamaan lingkarannya adalah

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{10})^2$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 1 + 9 = 10$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y = 0 \rightarrow [D]$$

4. Sebuah toko menjual 2 buku gambar dan 8 buku tulis seharga Rp48.000,00, sedangkan untuk 3 buku gambar dan 5 buku tulis seharga Rp37.000,00. Jika Ani membeli 1 buku gambar dan 2 buku tulis di toko itu, ia harus membayar sebesar....
- Rp24.000,00
 - Rp20.000,00
 - Rp17.000,00
 - Rp14.000,00
 - Rp13.000,00

Solusi:

Ambillah harga sebuah buku gambar dan sebuah buku tulis adalah x dan y rupiah.

$$2x + 8y = 48.000$$

$$x = 24.000 - 4y \dots (1)$$

$$3x + 5y = 37.000 \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$3(24.000 - 4y) + 5y = 37.000$$

$$72.000 - 12y + 5y = 37.000$$

$$7y = 35.000$$

$$y = 5.000$$

$$x = 24.000 - 4 \times 5.000 = 4.000$$

Jadi, jika Ani membeli 1 buku gambar dan 2 buku tulis di toko itu, ia harus membayar sebesar

$$1 \times \text{Rp}4.000,00 + 2 \times \text{Rp}5.000,00 = \text{Rp}14.000,00 \rightarrow [D]$$

5. Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a = \dots$
- 2
 - 3
 - 4
 - 6
 - 8

Solusi:

Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -a + 1 \dots (1)$$

$$\alpha = 2\beta \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$2\beta + \beta = -a + 1$$

$$\beta = \frac{-a+1}{3}$$

$$\alpha = 2\beta = \frac{2(-a+1)}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 2$$

$$\frac{2(-a+1)}{3} \times \frac{-a+1}{3} = 2$$

$$(-a+1) = 9$$

$$-a+1 = \pm 3$$

$$a = -2 \text{ atau } a = 4$$

Karena $a > 0$, maka $a = 4$. \rightarrow [C]

6. Bentuk sederhana dari $\frac{2+\sqrt{3}}{7-3\sqrt{3}} = \dots$

A. $\frac{1}{40}(5+13\sqrt{3})$

B. $\frac{1}{40}(23+13\sqrt{3})$

C. $\frac{1}{22}(5+13\sqrt{3})$

D. $\frac{1}{22}(23+5\sqrt{3})$

E. $\frac{1}{22}(23+13\sqrt{3})$

Solusi:

$$\frac{2+\sqrt{3}}{7-3\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{7-3\sqrt{3}} \times \frac{7+3\sqrt{3}}{7+3\sqrt{3}} = \frac{14+6\sqrt{3}+7\sqrt{3}+9}{49-27} = \frac{1}{22}(23+13\sqrt{3}) \rightarrow \text{[E]}$$

7. Diketahui ${}^2\log 5 = p$ dan ${}^5\log 3 = q$. Bentuk ${}^3\log 10$ dinyatakan dalam p dan q adalah....

A. $\frac{p+1}{q}$

B. $\frac{p+1}{pq}$

C. $\frac{q+1}{p}$

D. $\frac{q+1}{pq}$

E. $\frac{pq+1}{q}$

Solusi:

$${}^3\log 10 = \frac{{}^2\log 10}{{}^2\log 3} = \frac{{}^2\log 5 + {}^2\log 2}{{}^2\log 5 \times {}^5\log 3} = \frac{p+1}{pq} \rightarrow \text{[B]}$$

8. Diketahui premis-premis berikut:

Premis 1: Jika mobil listrik diproduksi massal maka mobil listrik menjadi angkutan umum.

Premis 2: Jika mobil listrik menjadi angkutan umum maka harga BBM turun.

Premis 3: Harga BBM tidak turun.

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah....

A. Mobil listrik diproduksi massal.

B. Mobil listrik tidak diproduksi massal.

C. Mobil listrik menjadi angkutan umum.

D. Mobil listrik tidak menjadi angkutan umum.

E. Mobil listrik menjadi angkutan umum tetapi tidak diproduksi massal.

Solusi:

Kaidah Silogisme:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Kaidah Modus Tollens:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Dengan demikian,

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \sim r \\ \hline \therefore \dots \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \sim r \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Jadi, kesimpulan yang sah dari ketiga premis itu adalah “Mobil listrik tidak diproduksi massal.” \rightarrow [B]

9. Pernyataan “Jika Bagus mendapat hadiah maka ia senang” setara dengan pernyataan....

- A. Jika Bagus tidak senang maka ia tidak mendapat hadiah.
- B. Bagus mendapat hadiah tetapi ia tidak senang.
- C. Bagus mendapat hadiah dan ia senang.
- D. Bagus tidak mendapat hadiah atau ia tidak senang.
- E. Bagus tidak senang dan ia tidak mendapat hadiah.

Solusi:

Konsep: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$

Jadi, pernyataan tersebut setara dengan pernyataan “Jika Bagus tidak senang maka ia tidak mendapat hadiah.” \rightarrow [A]

10. Diketahui vektor-vektor $\vec{a} = 2i + 3j - 4k$, $\vec{b} = 4i - 6j + 5k$, dan $\vec{c} = 2i - 4j + 6k$. Vektor

$$2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = \dots$$

- A. $i - 7j - 15k$
- B. $i + 20j - 17k$
- C. $i - 7j - 17k$
- D. $-6i + 20j - 17k$
- E. $-6i - 7j - 15k$

Solusi:

$$2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 12 + 2 \\ 6 + 18 - 4 \\ -8 - 15 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 20 \\ -17 \end{pmatrix} = -6i + 20j - 17k \rightarrow [E]$$

11. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Nilai sinus sudut antara \vec{a} dan \vec{b} adalah....

- A. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- B. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- C. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- D. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

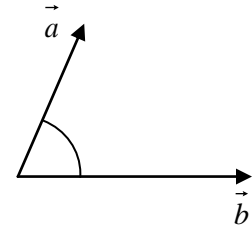
E. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika diberikan vektor \vec{a} dan \vec{b} , maka berlaku $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

$$\begin{aligned} \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) &= \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} \\ &= \frac{3 - 8 - 10}{\sqrt{50} \sqrt{9}} = \frac{-15}{15\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\sin \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \sqrt{1 - \cos^2 \angle(\vec{a}, \vec{b})} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{2-1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow [\text{D}]$$



12. Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Proyeksi vektor orthogonal \vec{u} pada \vec{v} adalah....

A. $-\frac{2}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

B. $-\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

C. $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

D. $\frac{2}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa proyeksi vektor orthogonal \vec{a} pada \vec{b} adalah $\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

$$\vec{c} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \vec{v} = \frac{\begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}}{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2} \vec{v} = \frac{-14 + 4 + 0}{5} \vec{v} = \frac{-10}{5} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow [\text{E}]$$

13. Luas daerah parkir 1.760 m². Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m² dan mobil besar 20 m². Daya tamping maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar

Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah

- A. Rp176.000,00
- B. Rp200.000,00
- C. Rp260.000,00
- D. Rp300.000,00
- E. Rp340.000,00

Solusi:

Ambillah banyak mobil kecil dan besar adalah x dan y buah.

$$\begin{cases} 4x + 20y \leq 1.760 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y \leq 440 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 1000x + 2000y$$

$$x + 5y = 440 \dots (1)$$

$$x + y = 200 \dots (2)$$

Persamaan (1) – persamaan (2) menghasilkan

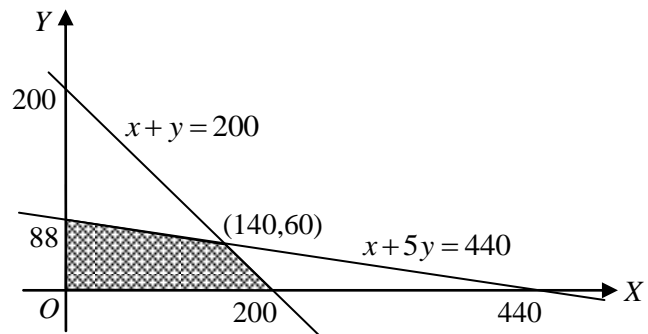
$$4y = 240$$

$$y = 60$$

$$x + 60 = 200$$

$$x = 140$$

Koordinat titik potong garis $x + 5y = 440$ dan $x + y = 200$ adalah $(140, 60)$



Titik (x, y)	$f(x, y) = 1000x + 2000y$	Keterangan
$(0, 0)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 0 = 0$	
$(200, 0)$	$1000 \times 200 + 2000 \times 0 = 200.000$	
$(140, 60)$	$1000 \times 140 + 2000 \times 60 = 260.000$	Maksimum
$(0, 88)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 88 = 176.000$	

Jadi, penghasilan maksimum tempat parkir adalah Rp260.000,00. \rightarrow [C]

14. Bila $(2x - 1)$ adalah faktor dari $f(x) = 4x^3 + px^2 - x + 3$, salah satu faktor linear yang lain adalah....

- A. $x + 1$
- B. $x - 1$
- C. $x + 3$
- D. $-2x + 1$
- E. $x - 3$

Solusi:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + p\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) + 3 = 0$$

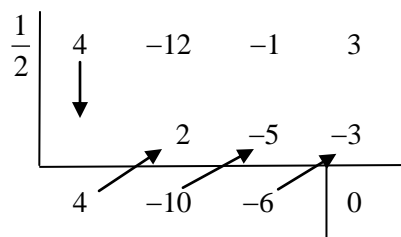
$$\frac{1}{2} + \frac{p}{4} - \frac{1}{2} + 3 = 0$$

$$2 + p - 2 + 12 = 0$$

$$p = -12$$

$$\therefore f(x) = 4x^3 - 12x^2 - x + 3$$

$$f(x) = (2x - 1)(2x^2 - 5x - 3)$$



$$f(x) = (2x-1)(2x+1)(x-3)$$

∴ salah satu faktor linear yang lain adalah $x-3$. → [E]

15. Diketahui $f(x) = x^2 - 5x + 2$ dan $g(x) = 2x - 3$. Fungsi komposisi $(f \circ g)(x) = \dots$

- A. $4x^2 + 22x + 26$
- B. $4x^2 - 22x + 26$
- C. $4x^2 - 2x + 26$
- D. $2x^2 - 10x + 1$
- E. $2x^2 + 10x - 7$

Solusi:

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(2x-3) \\ &= (2x-3)^2 - 5(2x-3) + 2 \\ &= 4x^2 - 12x + 9 - 10x + 15 + 2 \\ &= 4x^2 - 22x + 26 \rightarrow [B]\end{aligned}$$

16. Diketahui fungsi $g(x) = \frac{3x+2}{4x-1}$; $x \neq \frac{1}{4}$. Invers fungsi $g(x)$ adalah $g^{-1}(x) = \dots$

- A. $\frac{x+2}{4x-3}$; $x \neq \frac{3}{4}$
- B. $\frac{4x-1}{3x+2}$; $x \neq -\frac{2}{3}$
- C. $\frac{3x+4}{2x-1}$; $x \neq \frac{1}{2}$
- D. $\frac{3x-4}{2x+1}$; $x \neq -\frac{1}{2}$
- E. $\frac{4x-3}{x+2}$; $x \neq -2$

Solusi:

Cara 1:

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{3x+2}{4x-1}; x \neq \frac{1}{4} \\ x &= \frac{3y+2}{4y-1} \\ 4xy - x &= 3y + 2 \\ (4x-3)y &= x + 2 \\ y &= \frac{x+2}{4x-3} \\ g^{-1}(x) &= \frac{x+2}{4x-3}, x \neq \frac{3}{4} \rightarrow [C]\end{aligned}$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$g(x) = \frac{3x+2}{4x-1}; x \neq \frac{1}{4} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+2}{4x-3}, x \neq \frac{3}{4} \rightarrow [A]$$

17. Diketahui barisan aritmetika dengan suku ke-3 adalah 11 dan suku ke-8 adalah 31. Jumlah 20 suku pertama barisan tersebut adalah

- A. 800

- B. 820
- C. 840
- D. 860
- E. 870

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

$$u_8 - u_3 = 31 - 11$$

$$a + 7b - (a + 2b) = 20$$

$$5b = 20$$

$$b = 4$$

$$b = 4 \rightarrow u_3 = 11$$

$$a + 2b = 11$$

$$a + 2 \times 4 = 11$$

$$a = 11 - 8 = 3$$

Jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)b]$

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 3 + (20-1)4] = 820$$

Jadi, jumlah 20 suku pertama barisan tersebut adalah 820. \rightarrow [B]

18. Sebuah bola tennis dijatuhkan dari ketinggian 2 m memantul kembali $\frac{4}{5}$ dari tinggi sebelumnya.

Panjang lintasan bola tersebut sampai berhenti adalah....

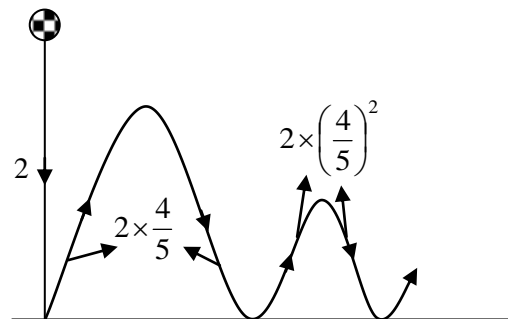
- A. 8m
- B. 16m
- C. 18m
- D. 24m
- E. 32m

Solusi:

Cara 1:

$$S_{\text{turun}} = 2 + 2 \times \frac{4}{5} + 2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots = \frac{2}{1 - \frac{4}{5}} = 10$$

$$S_{\text{naik}} = 2 \times \frac{4}{5} + 2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \dots = \frac{2 \times \frac{4}{5}}{1 - \frac{4}{5}} = 8$$



\therefore Panjang lintasan bola tennis tersebut sampai berhenti adalah $(10+8)\text{m} = 18\text{m} \rightarrow$ [C]

Cara 2:

$S = \frac{y+x}{y-x} \times h$, dengan $h = 2\text{ m}$ = tinggi bola dan $r = \frac{x}{y} = \frac{4}{5}$ adalah rasio

$$S = \frac{5+4}{5-4} \times 2 = 18\text{m}$$

\therefore Panjang lintasan bola tennis tersebut sampai berhenti adalah 18m \rightarrow [C]

19. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ c & -7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 4 & b \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$. Jika $A = B + C$, maka

$$a + b + c = \dots$$

- A. -2
- B. -3
- C. -8

D. -10

E. -12

Solusi:

$$A = B + C$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ c & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & b \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$$

$$2 = a + 4$$

$$a = -2$$

$$-4 = 1 + b$$

$$b = -5$$

$$c = -3 - 2$$

$$c = -5$$

$$\therefore a + b + c = -2 - 5 - 5 = -12 \rightarrow [E]$$

20. Diketahui titik $A(3, -2)$ dipetakan oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, kemudian dilanjutkan oleh rotasi dengan pusat $O(0,0)$ sejauh 90° . Koordinat titik hasil peta A adalah....

A. $(4, 4)$

B. $(-4, 4)$

C. $(4, -4)$

D. $(0, -3)$

E. $(-3, 0)$

Solusi:

Titik $A(3, -2)$ dipetakan oleh translasi $T = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$A(3, -2) \xrightarrow{T = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}} P''(3+1, -2-2) = A'(4, -4)$$

$A'(4, -4)$ dipetakan oleh rotasi dengan pusat O sejauh 90°

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

\therefore petanya adalah $A''(4, 4) \rightarrow [A]$

21. Persamaan grafik fungsi seperti tampak pada gambar adalah

A. $y = 2^{x-2}$

B. $y = 2^x - 2$

C. $y = 2^x - 1$

D. $y = {}^2\log(x-1)$

E. $y = {}^2\log(x+1)$

Solusi:

Ambillah persamaan fungsi eksponen adalah $y = a^x + k$

$$(0, -1) \rightarrow y = a^x + k$$

$$-1 = a^0 + k$$

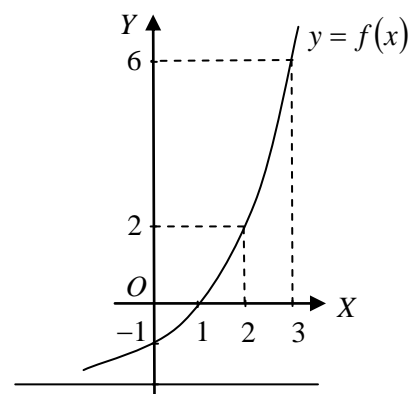
$$-1 = 1 + k$$

$$k = -2$$

$$\therefore y = a^x - 2$$

$$(1, 0) \rightarrow 0 = a^1 - 2$$

$$a = 2$$



$$\therefore y = 2^x - 2 \rightarrow [B]$$

22. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan ${}^5\log(x-3) + {}^5\log(x+1) \leq 1$ adalah

- A. $\{x | -2 \leq x \leq 4, x \in R\}$
- B. $\{x | 3 < x \leq 4, x \in R\}$
- C. $\{x | -1 \leq x \leq 4, x \in R\}$
- D. $\{x | x \leq -2 \text{ atau } x \geq 4, x \in R\}$
- E. $\{x | x \leq -3 \text{ atau } x \geq 4, x \in R\}$

Solusi:

$${}^5\log(x-3) + {}^5\log(x+1) \leq 1$$

$$x-3 > 0$$

$$x > 3 \dots (1)$$

$$x+1 > 0$$

$$x > -1 \dots (2)$$

$${}^5\log(x-3) + {}^5\log(x+1) \leq 1$$

$${}^5\log(x-3) + {}^5\log(x+1) \leq {}^5\log 5$$

$${}^5\log(x-3)(x+1) \leq {}^5\log 5$$

$$(x-3)(x+1) \leq 5$$

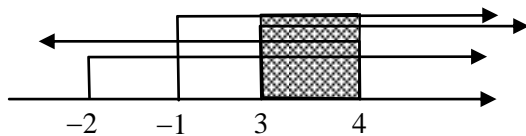
$$x^2 - 2x - 3 \leq 5$$

$$x^2 - 2x - 8 \leq 0$$

$$(x+2)(x-4) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 4 \dots (3)$$

Dari (1) \cap (2) \cap (3) diperoleh



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x | 3 < x \leq 4, x \in R\}$. $\rightarrow [B]$

23. Diketahui jari-jari lingkaran luar suatu segi-8 beraturan adalah r . Luas segi-8 yang dapat dibuat adalah

- A. $\frac{1}{4}r^2\sqrt{2}$
- B. $\frac{1}{2}r^2\sqrt{2}$
- C. $\frac{3}{4}r^2\sqrt{2}$
- D. $r^2\sqrt{2}$
- E. $2r^2\sqrt{2}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa luas segi- n beraturan adalah $L = \frac{n}{2}r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$

$$L = \frac{8}{2}r^2 \sin \frac{360^\circ}{8} = 4r^2 \sin 45^\circ = 2r^2\sqrt{2} \rightarrow [E]$$

24. Himpunan penyelesaian persamaan trigonometri $\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0$ untuk $0^\circ < x < 360^\circ$ adalah....

- A. $\{60^\circ, 120^\circ\}$

- B. $\{150^\circ, 210^\circ\}$
 C. $\{30^\circ, 330^\circ\}$
 D. $\{120^\circ, 240^\circ\}$
 E. $\{60^\circ, 300^\circ\}$

Solusi:

$$\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0$$

$$2\cos^2 x - 1 - 3\cos x + 2 = 0$$

$$2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$$

$$(2\cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \text{ (diteima) atau } \cos x = 1 \text{ (ditolak)}$$

$$x = 60^\circ \text{ atau } 300^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{60^\circ, 300^\circ\}$. \rightarrow [E]

25. Nilai dari $\frac{\sin 105^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 105^\circ - \cos 15^\circ} = \dots$

- A. $\sqrt{3}$
 B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
 C. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
 D. -1
 E. $-\sqrt{3}$

Solusi:

$$\frac{\sin 105^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 105^\circ - \cos 15^\circ} = \frac{2\cos 60^\circ \sin 45^\circ}{-2\sin 60^\circ \sin 45^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \rightarrow \text{[B]}$$

26. Diketahui sebuah kubus $ABCD.EFGH$ memiliki panjang rusuk 4 cm. Jarak titik C ke bidang AFH adalah....

- A. $\frac{3}{8}\sqrt{3}$ cm
 B. $\frac{6}{8}\sqrt{2}$ cm
 C. $\frac{8}{6}\sqrt{3}$ cm
 D. $\frac{6}{8}\sqrt{3}$ cm
 E. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ cm

Solusi:

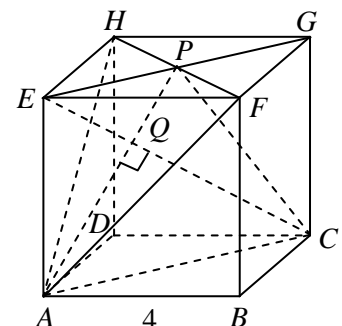
Cara 1:

$$CE = \sqrt{AB^2 + BC^2 + AE^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

Jarak titik C ke bidang AFH adalah $CQ = \frac{2}{3} \times$ panjang diagonal ruang

$$= \frac{2}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ cm}$$

Cara 2:



Menurut **Teorema Pythagoras**:

$$FH = \sqrt{FG^2 + GH^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

Karena $FH = AF = AH = 4\sqrt{2}$, maka $\triangle AFH$ adalah segitiga sama sisi.

$$AP = AF \sin \angle AFP = 4\sqrt{2} \sin 60^\circ = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$AP = CP = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

Lambang $[ABC]$ menyatakan luas $\triangle ABC$

$$[ACP] = [ACGE] - 2[APE] = AE \times AC - 2 \times \frac{1}{2} \times AE \times EP = 4 \times 4\sqrt{2} - 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

$$[ACP] = \frac{1}{2} AP \times t$$

$$8\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times t$$

$$t = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{8}{3}\sqrt{3}$$

Jadi, jarak titik C ke bidang AFH adalah $\frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ cm} \rightarrow [E]$

27. Diketahui limas segiempat beraturan $T.ABCD$ seperti pada gambar. Sudut α adalah sudut antara bidang TAD dengan bidang TBC . Nilai $\cos \alpha = \dots$

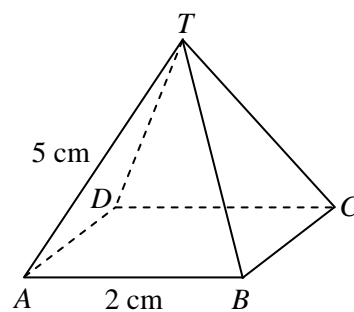
A. $\frac{10}{11}$

B. $\frac{10}{12}$

C. $\frac{11}{12}$

D. $\frac{11}{13}$

E. $\frac{12}{13}$



Solusi:

$$PQ = AB = 2 \text{ cm}$$

$$BP = CP = 1 \text{ cm}$$

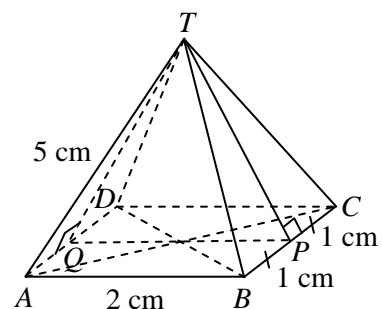
Menurut **Teorema Pythagoras**:

$$TP = \sqrt{TB^2 - BP^2} = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$TQ = TP = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

Menurut **Aturan Kosinus**:

$$\begin{aligned} \cos \angle(TAD, TBC) &= \cos \alpha = \frac{TP^2 + TQ^2 - PQ^2}{2 \cdot TP \cdot TQ} \\ &= \frac{(2\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{6})^2 - 2^2}{2(2\sqrt{6})(2\sqrt{6})} \\ &= \frac{24 + 24 - 4}{48} = \frac{44}{48} = \frac{11}{12} \rightarrow [C] \end{aligned}$$



28. Dari selembar karton berbentuk persegi yang berukuran sisi 30 cm akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara menggantung empat persegi di setiap pojok karton, seperti ada gambar. Volume kotak terbesar yang dapat dibuat adalah....

- A. 2.000cm^3
- B. 3.000cm^3
- C. 4.000cm^3
- D. 5.000cm^3
- E. 6.000cm^3

Solusi:

Volume kotak adalah

$$V = (30 - 2x)^2 x = (900 - 120x + 4x^2)x = 900x - 120x^2 + 4x^3$$

$$V' = 900 - 240x + 12x^2$$

Nilai stasioner V dicapai jika $V' = 0$, sehingga

$$900 - 240x + 12x^2 = 0$$

$$x^2 - 20x + 75 = 0$$

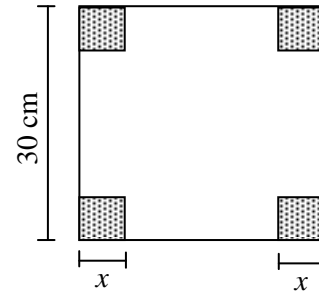
$$(x - 5)(x - 15) = 0$$

$x = 5$ (diterima) atau $x = 15$ (ditolak)

∴ volume kotak terbesar yang dapat dibuat adalah

$$V_{\max}(5) = 900 \cdot 5 - 120 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 = 2.000\text{cm}^3 \rightarrow$$

[A]



29. Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 4} - 2x + 1) = \dots$

- A. $-\frac{7}{4}$
- B. 0
- C. $\frac{3}{4}$
- D. $\frac{7}{4}$
- E. ∞

Solusi:

Cara 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 4} - 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{\left(2x + \frac{3}{4}\right)^2} - 2x + 1 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(2x + \frac{3}{4}\right) - 2x + 1 \right] = \frac{7}{4} \rightarrow [\text{D}]$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q}) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 4} - 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 4} - \sqrt{4x^2 - 4x + 1}) = \frac{3+4}{2\sqrt{4}} = \frac{7}{4} \rightarrow [\text{D}]$$

30. Nilai $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} x}{x \tan x} = \dots$

- A. -2
- B. -1
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. 1

Solusi:

Cara 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} x}{x \tan x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \times \frac{\sin \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \times \frac{x}{\tan x} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 1 = \frac{1}{2} \rightarrow [D]$$

Cara 2:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} x}{x \tan x} = \frac{\left(\frac{1}{2} x\right)^2}{x \cdot x} = \frac{1}{2} \rightarrow [D]$$

31. Hasil dari $\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \dots$

- A. -58
- B. -56
- C. -28
- D. -16
- E. -14

Solusi:

$$\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \int_0^2 (3x^2 - 15x - 18)dx = \left[x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_0^2 = 2^3 - \frac{15}{2} \times 2^2 - 18 \times 2 - 0 = 8 - 30 - 36 = -58 \rightarrow [A]$$

32. Hasil dari $\int (3x-2)\sqrt{3x^2-4x}dx = \dots$

- A. $3(3x^2-4x)\sqrt{3x^2-4x} + C$
- B. $\frac{1}{3}(3x^2-4x)\sqrt{3x^2-4x} + C$
- C. $3(3x-2)\sqrt{3x^2-4x} + C$
- D. $\frac{1}{3}(3x-2)\sqrt{3x^2-4x} + C$
- E. $-\frac{1}{3}(3x^2-4x)\sqrt{3x^2-4x} + C$

Solusi:

$$\int (3x-2)\sqrt{3x^2-4x}dx = \int \sqrt{3x^2-4x}d(3x^2-4x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{2}+1} (3x^2-4x)^{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{1}{3}(3x^2-4x)\sqrt{3x^2-4x} + 5 \rightarrow [B]$$

33. Nilai $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 5x - \sin x)dx = \dots$

- A. $-\frac{4}{5}$
- B. $-\frac{1}{5}$
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. 1

E. $\frac{4}{5}$

Solusi:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 5x - \sin x) dx = \left[-\frac{1}{5} \cos 5x + \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{5} \cos \frac{5\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{1}{5} \cos 0 + \cos 0 \right) = \frac{1}{5} - 1 = -\frac{4}{5} \rightarrow [A]$$

34. Suatu yang dibatasi kurva $y = x^2$ dan $y = -x^2 + 2$ diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° . Volume benda putar yang terjadi adalah....

- A. $\frac{8}{3} \pi$ satuan volume
 B. $\frac{16}{3} \pi$ satuan volume
 C. $\frac{20}{3} \pi$ satuan volume
 D. $\frac{24}{3} \pi$ satuan volume
 E. $\frac{32}{3} \pi$ satuan volume

Solusi:

Fungsi-fungsi integral adalah $y = x^2 + 1$ dan $y = x + 3$.

Batas-batas integral:

$$x^2 + 1 = x + 3$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

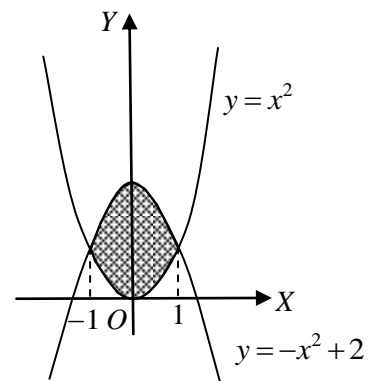
$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ atau } x = -1$$

$$V = \pi \int_{-1}^1 \left[(-x^2 + 2)^2 - (x^2)^2 \right] dx = \pi \int_{-1}^1 (x^4 - 4x^2 + 4 - x^4) dx$$

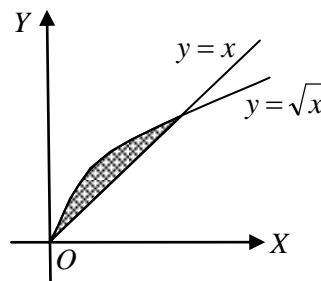
$$= \pi \int_{-1}^1 (-4x^2 + 4) dx = \pi \left[-\frac{4}{3} x^3 + 4x \right]_{-1}^1$$

$$= \pi \left[-\frac{4}{3} + 4 - \left(-\frac{4}{3} - 4 \right) \right] = \pi \left(8 - \frac{8}{3} \right) = \frac{16}{3} \pi \text{ satuan volume} \rightarrow [B]$$



35. Integral yang menyatakan luas daerah yang diarsir pada gambar adalah....

- A. $-\int_0^2 (\sqrt{x} - x) dx$
 B. $-\int_0^2 (x - \sqrt{x}) dx$
 C. $-\int_0^1 (\sqrt{x} + x) dx$
 D. $\int_0^1 (\sqrt{x} - x) dx$
 E. $\int_0^2 (\sqrt{x} - x) dx$



Solusi:

Batas-batas integral:

$$x = \sqrt{x}$$

$$x^2 = x$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 1$$

$$L = \int_0^1 (\sqrt{x} - x) dx \rightarrow [D]$$

36. Banyak bilangan terdiri angka-angka berlainan antara 100 dan 400 yang dapat disusun dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5 adalah....

- A. 36
- B. 48
- C. 52
- D. 60
- E. 68

Solusi:

3	4	5
---	---	---

Banyak bilangan yang dapat dibentuk adalah $3 \times 4 \times 5 = 60 \rightarrow [D]$

37. Tujuh orang anak akan duduk pada tiga kursi A, B, dan C secara berdampingan. Banyak kemungkinan mereka duduk adalah....

- A. 35
- B. 60
- C. 120
- D. 180
- E. 210

Solusi:

Banyaknya kemungkinan mereka duduk adalah ${}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 210 \rightarrow [E]$

38. Tabel berikut menyajikan data berat badan sekelompok siswa.

Berat Badan (kg)	Frekuensi
45 – 49	3
50 – 54	6
55 – 59	10
60 – 64	12
65 – 69	15
70 – 74	6
75 – 79	4

Kuartil atas data dalam tabel tersebut adalah....

- A. $66\frac{5}{6}$
- B. $67\frac{1}{6}$
- C. $67\frac{5}{6}$

D. $68\frac{1}{6}$

E. $68\frac{4}{6}$

Solusi:

Kelas kuartil atas terletak pada data ke $\frac{3n}{4} = \frac{3 \times 56}{4} = 42$, yaitu 65 – 69 .




Rumus kuartil atas adalah $Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3n}{4} - f_{k_3}}{f_3} \times p$

$$Q_3 = 64,5 + \frac{\frac{3 \times 56}{4} - 31}{15} \times 5 = 64,5 + \frac{42 - 31}{15} \times 5 = 64,5 + \frac{11}{3} = 67 = 68\frac{1}{6} \rightarrow [D]$$

39. Erik suka sekali main skateboard. Dia mengunjungi sebuah toko bersama SKATERS untuk mengetahui beberapa model.

Di toko ini dia dapat membeli skateboard yang lengkap. Atau, ia juga dapat membeli sebuah papan, satu set roda yang terdiri dari 4 roda, satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu, dan satu set perlengkapan kecil untuk dapat merakit skateboard sendiri.

Daftar barang dan model/jenis skateboard di toko ini sebagai berikut:

Barang	Model/Jenis	
Skateboard Lengkap		
Papan		
Dua set roda yang terdiri dari 4 roda		
Satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu		
Dua set perlengkapan kecil (seperti baut, mur, dan karet)		

Toko itu menawarkan tiga macam papan, dua macam set roda, dan dua macam set perlengkapan kecil. Hanya ada satu macam set sumbu.

Berapa banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik?

- A. 6
B. 8

- C. 10
- D. 12
- E. 24

Solusi:

Banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik adalah $2! \times 3! \times 2! \times 1! \times 2! = 24 \rightarrow [E]$

40. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencakup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan “Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga.”

Manakah di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?

- A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$, sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
- B. $\frac{2}{3}$ lebih besar dari pada $\frac{1}{2}$, sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
- C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi.
- D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kapan sebuah gempa bumi akan terjadi.
- E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang, karena sudah diperkirakan oleh ahli geologi.

Solusi:

Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi. $\rightarrow [C]$