

# SOLUSI

## SOAL-SOAL LATIHAN 7

### UJIAN SEKOLAH DAN UJIAN NASIONAL

### MATEMATIKA SMA IPA TAHUN 2014

1. Diberikan premis-premis berikut!

1. Mathman belajar tidak serius atau ia dapat mengerjakan semua soal Ujian Nasional dengan benar.
  2. Jika ia dapat mengerjakan semua soal Ujian Nasional dengan benar, maka Mathman lulus Ujian Nasional.
  3. Mathman tidak lulus Ujian Nasional.
- Penarikan kesimpulan yang sah pada premis-premis tersebut adalah ....
- A. Mathman lulus Ujian Nasional.
  - B. Mathman belajar dengan serius atau ia lulus Ujian Nasional.
  - C. Mathman tidak dapat mengerjakan semua soal Ujian Nasional dengan benar.
  - D. Mathman belajar dengan serius.
  - E. Mathman belajar dengan serius dan lulus Ujian Nasional.

**Solusi:**

Kaidah yang digunakan adalah Kaidah Siligisme dan Modus Tollens

$$\sim p \vee q \equiv p \rightarrow q$$

$\frac{\sim p \vee q}{q \rightarrow r}$	$\Leftrightarrow$	$\frac{p \rightarrow q}{q \rightarrow r}$
$\dots$		$\therefore p \rightarrow r$
		$\frac{\sim r}{\therefore \sim p}$

$\therefore$  Mathman tidak belajar dengan serius.  $\rightarrow [A]$

2. Ingkaran dari pernyataan “Jika air sungai meluap, maka kota banjir dan semua warga kota hidup menderita” adalah....
- A. Air sungai tidak meluap dan kota tidak banjir dan ada warga kota tidak hidup menderita.
  - B. Air sungai tidak meluap dan kota tidak banjir atau beberapa warga kota tidak hidup menderita.
  - C. Air sungai meluap dan kota tidak banjir atau beberapa warga kota tidak hidup menderita.
  - D. Jika air tidak sungai meluap maka kota tidak banjir dan semua warga kota tidak hidup menderita.
  - E. Jika air sungai tidak meluap maka kota tidak banjir atau ada warga kota tidak hidup menderita.

**Solusi:**

Sifat:

1.  $\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
2.  $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Jadi, ingkaran dari pernyataan adalah “Air sungai meluap dan kota tidak banjir atau beberapa warga kota tidak hidup menderita.”  $\rightarrow [C]$

3. Ingkaran dari pernyataan “Pada saat ujian nasional (UN) sedang berlangsung semua siswa tidak diperkenankan membawa kalkulator atau hand phone (HP).” adalah ....

- A. Pada saat ujian nasional (UN) sedang berlangsung ada siswa diperkenankan membawa kalkulator atau hand phone (HP).
- B. Pada saat ujian nasional (UN) sedang berlangsung semua siswa diperkenankan membawa kalkulator dan hand phone (HP).
- C. Pada saat ujian nasional (UN) sedang berlangsung semua siswa diperkenankan membawa kalkulator atau hand phone (HP).
- D. Pada saat ujian nasional (UN) sedang berlangsung ada siswa yang diperkenankan membawa kalkulator dan hand phone (HP).
- E. Pada saat ujian nasional (UN) sedang berlangsung beberapa siswa tidak diperkenankan membawa kalkulator dan hand phone (HP).

**Solusi :**

Sifat:  $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Jadi, ingkaran dari pernyataan adalah “Pada saat ujian nasional (UN) sedang berlangsung ada siswa yang diperkenankan membawa kalkulator dan hand phone (HP).”  $\rightarrow$  [D]

4. Bentuk sederhana dari  $\frac{3\sqrt{54}-\sqrt{150}}{8+\sqrt{96}}$  adalah....

- A.  $3-2\sqrt{6}$
- B.  $2\sqrt{6}-3$
- C.  $\sqrt{6}-3$
- D.  $2-\sqrt{6}$
- E.  $3-\sqrt{6}$

**Solusi:**

$$\frac{3\sqrt{54}-\sqrt{150}}{8+\sqrt{96}} = \frac{9\sqrt{6}-5\sqrt{6}}{8+4\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{8+4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}} \times \frac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}-6}{4-6} = 3-\sqrt{6} \rightarrow [E]$$

5. Diberikan  $\log 12 = a$  dan  $\log 18 = b$ . Nilai dari  $\log 8 = \dots$

- A.  $2a+b$
- B.  $a-2b$
- C.  $2a-b$
- D.  $\frac{2a-b}{3}$
- E.  $\frac{3a-b}{2}$

**Solusi:**

$$\log 12 = a \Leftrightarrow \log 3 + \log 4 = a \Leftrightarrow \log 3 + 2\log 2 = a \Leftrightarrow \log 3 = a - 2\log 2 \dots (1)$$

$$\log 18 = b \Leftrightarrow \log 9 + \log 2 = b \Leftrightarrow 2\log 3 + \log 2 = b \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$2(a - 2\log 2) + \log 2 = b$$

$$2a - 4\log 2 + \log 2 = b$$

$$3\log 2 = 2a - b$$

$$\log 2^3 = 2a - b$$

$$\log 8 = 2a - b \rightarrow [C]$$

6. Jika  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah akar-akar persamaan kuadrat  $2x^2 + 4x - 3 = 0$  sedangkan  $\alpha^2$  dan  $\beta^2$  adalah akar-akar persamaan  $x^2 + px + q = 0$ , maka nilai  $p$  adalah ....

- A. -9  
B. -7  
C. -2  
D. 1  
E. 3

**Solusi:**

$2x^2 + 4x - 3 = 0$ , akar-akarnya adalah  $\alpha$  dan  $\beta$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2}$$

$x^2 + px + q = 0$ , akar-akarnya  $\alpha^2$  dan  $\beta^2$

$$\alpha^2 + \beta^2 = p$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = p$$

$$(-2)^2 - 2\left(\frac{-3}{2}\right) = p$$

$$p = -7$$

Jadi, nilai  $p = -7$ .  $\rightarrow [B]$

7. Jika persamaan kuadrat  $4x^2 + (4 - 8k)x + 2k - k^2 = 0$  mempunyai dua akar yang positif, maka nilai  $k$  adalah ....

- A.  $k \leq \frac{1}{5}$  atau  $k > 0$   
B.  $\frac{1}{5} \geq k > 0$   
C.  $k < 0$  atau  $k > 2$   
D.  $0 < k < 2$   
E.  $1 \leq k < 2$

**Solusi:**

Persamaan kuadrat  $4x^2 + (4 - 8k)x + 2k - k^2 = 0$  akar-akarnya  $x_1$  dan  $x_2$ .

$$D \geq 0$$

$$(4 - 8k)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2k - k^2) \geq 0$$

$$16 - 64k + 64k^2 - 32k + 16k^2 \geq 0$$

$$80k^2 - 96k + 16 \geq 0$$

$$5k^2 - 6k + 1 \geq 0$$

$$(5k - 1)(k - 1) \geq 0$$

$$\frac{1}{5} \leq x \leq 1 \dots (1)$$

$$x_1 + x_2 > 0$$

$$\frac{-(4 - 8k)}{4} > 0$$

$$-1 + 2k > 0$$

$$k > \frac{1}{2} \dots (2)$$

$$x_1 x_2 > 0$$

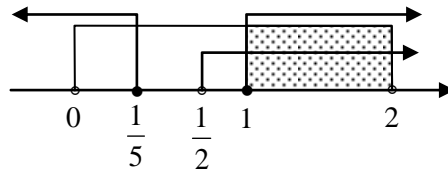
$$\frac{2k - k^2}{4} > 0$$

$$k(2 - k) > 0$$

$$2 > k > 0 \dots (3)$$

Dari  $(1) \cap (2) \cap (3)$  menghasilkan:

$$1 \leq k < 2 \rightarrow [E]$$



8. Batas-batas nilai  $p$  yang memenuhi, jika grafik fungsi kuadrat  $f(x) = 4x^2 + (4 - 8k)x + 2k - k^2$  selalu berada di atas sumbu X adalah ....

A.  $-\frac{1}{5} < k < 1$

B.  $\frac{1}{5} < k < 1$

C.  $-\frac{1}{5} < k < 1$

D.  $k < -1$  atau  $k > \frac{1}{5}$

E.  $k < \frac{1}{5}$  atau  $k > 1$

**Solusi:**

Syarat grafik fungsi kuadrat  $f(x) = 4x^2 + (4 - 8k)x + 2k - k^2$  selalu berada di atas sumbu X adalah  $a > 0$  dan  $D < 0$ .

$$a = 4 > 0$$

$$(4 - 8k)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2k - k^2) < 0$$

$$16 - 64k + 64k^2 - 32k + 16k^2 < 0$$

$$80k^2 - 96k + 16 < 0$$

$$5k^2 - 6k + 1 < 0$$

$$(5k - 1)(k - 1) < 0$$

$$\frac{1}{5} < k < 1 \rightarrow [B]$$

9. Di toko MURAH, Dinda, Annisa, Laras, dan Afifah membeli berbagai buku dan alat tulis. Dinda membeli 2 buku tulis, 3 pulpen, dan 2 pensil seharga Rp 16.500,00; Annisa membeli 4 buku tulis dan 2 pulpen seharga Rp 15.000,00; sedangkan Laras membeli 3 pulpen dan 4 pensil seharga Rp 15.500,00. Jika Afifah membayar dengan uang Rp 50.000,00 untuk membeli 1 buku tulis, 1 pulpen, dan 3 pensil, maka besar uang kembalian yang diterimanya adalah ....

A. Rp 40.000,00

B. Rp 39.000,00

C. Rp 38.000,00

D. Rp 35.000,00

E. Rp 30.000,00

**Solusi:**

Ambillah harga sebuah buku, pulpen, dan pensil, masing-masing adalah  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  rupiah.

$$2x + 3y + 2z = 16.500 \dots (1)$$

$$4x + 2y = 15.000$$

$$2x + y = 7.500 \dots (2)$$

$$3y + 4z = 15.500 \dots (3)$$

Persamaan (1) – Persamaan (2) menghasilkan:

$$2y + 2z = 9.000 \dots (4)$$

$2 \times$  Persamaan (4) – Persamaan (3) menghasilkan:

$$y = 2.500$$

$$y = 2.500 \rightarrow 2x + y = 7.500$$

$$2x + 2.500 = 7.500$$

$$x = 2.500$$

$$y = 2.500 \rightarrow 3y + 4z = 15.500$$

$$3 \times 2.500 + 4z = 15.500$$

$$4z = 8.000$$

$$z = 2.000$$

Uang yang harus dibayarkan untuk membeli 1 buku tulis, 1 pulpen, dan 3 pensil adalah Rp 2.500,00 + Rp 2.500,00 +  $3 \times$  Rp 2.000,00 = Rp 11.000,00.

Jadi, besar uang kembaliannya Rp 50.000,00 – Rp 11.000,00 = Rp 39.000,00.  $\rightarrow$  [C]

10. Salah satu garis singgung pada lingkaran  $x^2 + y^2 - 10x - 6y - 25 = 0$  yang tegak lurus pada garis  $4x - 3y - 12 = 0$  adalah ....

A.  $3x + 4y + 42 = 0$

B.  $3x + 4y - 32 = 0$

C.  $3x + 4y - 52 = 0$

D.  $3x + 4y - 37 = 0$

E.  $3x + 4y - 12 = 0$

**Solusi:**

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y - 25 = 0$$

$$(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

Pusat dan jari-jari lingkaran adalah (5,3) dan 3.

Gradien garis  $4x - 3y - 12 = 0$  adalah  $m_1 = \frac{4}{3}$ .

Syarat dua garis berpotongan saling tegak lurus adalah  $m_1 \times m_2 = -1$ .

$$\frac{4}{3} \times m_2 = -1$$

$$m_2 = -\frac{3}{4}$$

Persamaan garis singgung adalah

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

$$y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 5) \pm 3 \times \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 1}$$

$$y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 5) \pm 3 \times \frac{5}{4}$$

$$4y - 12 = -3(x - 5) \pm 15$$

$$4y - 12 = -3x + 15 + 15 \text{ dan } 4y - 12 = -3x + 15 - 15$$

$$3x + 4y - 42 = 0 \text{ dan } 3x + 4y - 12 = 0$$

Jadi, persamaan garis singgung yang diminta adalah  $3x + 4y - 12 = 0$ .  $\rightarrow$  [E]

11. Hasil bagi suku banyak  $x^5 + x^3 - ax + b$  yang habis dibagi oleh  $x^2 - 3x + 2$  adalah ....

- A.  $x^3 + 3x^2 + 8x + 18$
- B.  $x^3 + 3x^2 - 8x + 18$
- C.  $x^3 - 3x^2 + 8x + 18$
- D.  $x^3 + 8x^2 + 3x + 18$
- E.  $x^3 + 3x^2 + 18x + 8$

**Solusi:**

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$

$$x=1 \rightarrow x^5 + x^3 - ax + b$$

$$1^5 + 1^3 - a \cdot 1 + b = 0$$

$$a - b = 2 \dots (1)$$

$$x=2 \rightarrow x^5 + x^3 - ax + b$$

$$2^5 + 2^3 - a \cdot 2 + b = 0$$

$$2a - b = 40 \dots (2)$$

Persamaan (2) - persamaan (1) menghasilkan:  $a = 38$

Selanjutnya  $b = 36$

Sehingga suku banyak itu adalah  $x^5 + x^3 - 38x + 36$ .

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 8x + 18 \\ x^2 - 3x + 2 \overline{) x^5 + x^3 - 38x + 36} \\ \underline{x^5 - 3x^4 + 2x^3} \phantom{+ 36} \\ 3x^4 - x^3 - 38x + 36 \\ \underline{3x^4 - 9x^3 + 6x^2} \phantom{+ 36} \\ 8x^3 - 6x^2 - 38x + 36 \\ \underline{8x^3 - 24x^2 + 16x} \phantom{+ 36} \\ 18x^2 + 54x + 36 \\ \underline{18x^2 + 54x + 36} \\ 0 \end{array}$$

Jadi, hasil baginya adalah  $x^3 + 3x^2 + 8x + 18 \rightarrow$  [A]

12. Suku banyak  $x^3 + 2x^2 - mx + n$ , jika dibagi  $(2x - 4)$  bersisa 16 dan jika dibagi  $(x + 2)$  bersisa 20. Jika suku banyak tersebut dibagi  $(2x^2 - 8)$ , maka sisanya adalah ....

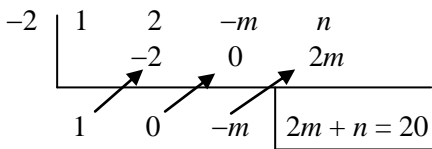
- A.  $2x + 12$
- B.  $x + 22$
- C.  $-2x + 20$
- D.  $-x + 18$
- E.  $-x + 16$

**Solusi:**

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1 \quad 2 \quad -m \quad n} \\ \underline{2 \quad 8 \quad -2m + 16} \\ 1 \quad 4 \quad -m + 8 \quad \boxed{-2m + n + 16 = 16} \end{array}$$

$$-2m + n + 16 = 16$$

$$n = 2m$$



$$2m + n = 20$$

$$2m + 2m = 20$$

$$m = 5$$

$$n = 2m = 2 \times 5 = 10$$

∴ suku banyak itu adalah  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 10$

Ambillah sisa pembagian adalah  $ax + b$ .

$$P(x) = (4x^2 - 8)h(x) + ax + b$$

$$P(2) = (4 \cdot 2^2 - 8)h(2) + a \cdot 2 + b = 16 \rightarrow 2a + b = 16 \dots (1)$$

$$P(-2) = [4(-2)^2 - 8]h(-2) + a(-2) + b = 20 \rightarrow -2a + b = 20 \dots (2)$$

Persamaan (1) + persamaan (2) menghasilkan:

$$2b = 36$$

$$b = 18$$

$$2a + 18 = 16$$

$$2a = -2$$

$$a = -1$$

Jadi, sisanya adalah  $-x + 18 \rightarrow [D]$

13. Jika fungsi  $f$  didefinisikan sebagai  $f(x) = x + 1$  dan fungsi yang lain didefinisikan sebagai

$(g \circ f)(x) = x^2 + 2x + 5$ , maka fungsi  $g(x)$  adalah ....

A.  $x^2 + 24$

B.  $x^2 - 2x + 4$

C.  $x^2 - 4$

D.  $x^2 + 4x$

E.  $x^2 + 4$

**Solusi:**

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 2x + 5$$

$$g(f(x)) = x^2 + 2x + 5$$

$$g(x+1) = x^2 + 2x + 5$$

$$t = x + 1 \Leftrightarrow x = t - 1$$

$$g(t) = (t-1)^2 + 2(t-1) + 5$$

$$g(t) = t^2 - 2t + 1 + 2t - 2 + 5$$

$$g(t) = t^2 + 4$$

$$g(x) = x^2 + 4 \rightarrow [E]$$

14. Jika fungsi  $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$ , dengan  $x \neq -4$  dan fungsi  $g(x) = x + 2$ , maka fungsi invers  $(f \circ g)^{-1}(x) = \dots$

- A.  $\frac{6x-1}{x-1}, x \neq 1$   
 B.  $\frac{6x+1}{1-x}, x \neq 1$   
 C.  $\frac{6x-1}{x+1}, x \neq -1$   
 D.  $\frac{-x-6}{x-1}, x \neq 1$   
 E.  $\frac{x-1}{-6x-1}, x \neq -\frac{1}{6}$

**Solusi:**

**Alternatif 1:**

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+2) = \frac{x+2-3}{x+2+4} = \frac{x-1}{x+6}$$

$$x = \frac{y-1}{y+6}$$

$$xy + 6x = y - 1$$

$$(x-1)y = -6x-1$$

$$(x-1)y = -6x-1$$

$$y = \frac{-6x-1}{x-1}$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{-6x-1}{x-1}$$

**Alternatif 2: Care**

$$\text{Rumus: } f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{x-1}{x+6} \rightarrow (f \circ g)^{-1}(x) = \frac{-6x-1}{x-1} = \frac{6x+1}{1-x}, x \neq 1 \rightarrow [B]$$

15. Sebuah perusahaan memproduksi 2 jenis pencukur. Sebuah pencukur tanpa kabel listrik membutuhkan waktu 4 jam untuk membuatnya dan dijual seharga \$40. Pencukur yang lainnya dengan kabel listrik membutuhkan waktu 2 jam untuk membuatnya dan dijual seharga \$30. Perusahaan itu hanya mempunyai waktu kerja 800 jam untuk digunakan memproduksi pencukur per harinya dan departemen pengiriman dapat membungkus 300 pencukur per hari. Jika kedua produk tersebut terjual habis, maka perusahaan memperoleh pendapatan maksimum sebesar ....

- A. \$7,000  
 B. \$8,000  
 C. \$9,000  
 D. \$10,000  
 E. \$11,000

**Solusi:**

Ambillah banyak pencukur tanpa kabel listrik =  $x$  buah dan banyak pencukur dengan kabel listrik =  $y$  buah.

$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 800 \\ x + y \leq 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Fungsi objektif  $f(x) = 40x + 30y$

$$4x + 2y = 800$$

$$2x + y = 400 \dots (1)$$

$$x + y = 300 \dots (2)$$

Selisih persamaan (1) dan (2) menghasilkan:

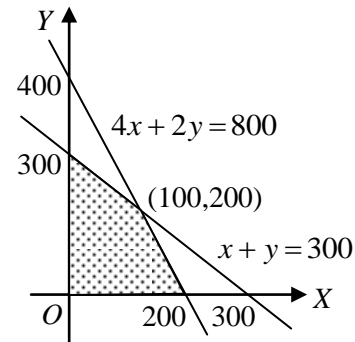
$$x = 100$$

$$x = 100 \rightarrow x + y = 300$$

$$100 + y = 300$$

$$y = 200$$

Koordinat titik potongnya adalah (100,200)



Titik	$f(x) = 40x + 30y$
(0,0)	$40 \times 0 + 30 \times 0 = 0$
(200,0)	$40 \times 200 + 30 \times 0 = 8.000$
(100,200)	$40 \times 100 + 30 \times 200 = 10.000$ (maksimum)
(0,300)	$40 \times 0 + 30 \times 300 = 9000$

Jadi, perusahaan memperoleh pendapatan maksimum sebesar \$10,000.  $\rightarrow$  [D]

16. Diberikan matriks  $A = \begin{pmatrix} 12 & 27 \\ 26 & 10 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3b & -1 \\ 2a+1 & b+7 \end{pmatrix}$ , dan  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ . Jika  $A^T = BC$ ,

dengan  $A^T$  adalah transpos matriks A, maka nilai  $a+b = \dots$

- A. 15
- B. 10
- C. 5
- D. -5
- E. -15

**Solusi:**

$$A^T = BC$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 27 \\ 26 & 10 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 3b & -1 \\ 2a+1 & b+7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12 & 26 \\ 27 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3b-3 & 6b-4 \\ 2a+3b+22 & 4a+4b+30 \end{pmatrix}$$

$$3b-3=12$$

$$3b=15$$

$$b=5$$

$$b=5 \rightarrow 2a+3b+22=27$$

$$2a+3 \times 5+22=27$$

$$2a=27-37$$

$$a=-10$$

Jadi, nilai  $a+b = -10+5 = -5 \rightarrow$  [C]

17. Diberikan vektor  $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ , dan  $\vec{c} = -4\vec{j} + x\vec{k}$ . Jika vektor  $\vec{a}$  dan  $(\vec{b} + \vec{c})$  saling tegak lurus, nilai dari  $(\vec{a} + \vec{c}) \cdot \vec{b} = \dots$

- A. 10
- B. 9

- C. 4  
D. -4  
E. -6

**Solusi:**

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 0$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+0 \\ -2-4 \\ 1+x \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 1+x \end{pmatrix} = 0$$

$$-1 - 6 - 1 - x = 0$$

$$-8 - x = 0$$

$$x = -8$$

$$\therefore \text{nilai } (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{pmatrix} -1+0 \\ 1-4 \\ -1-8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = -1 + 6 - 9 = -4 \rightarrow [A]$$

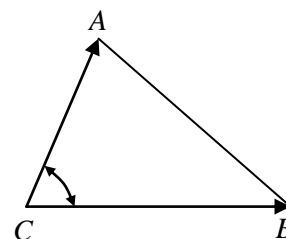
18. Diberikan koordinat titik sudut  $\triangle ABC$  dalam ruang dengan  $A(-1,1,2)$ ,  $B(-2,-1,1)$ , dan  $C(0,0,0)$ . Besar  $\angle ACB$  adalah ....

- A.  $120^\circ$   
B.  $90^\circ$   
C.  $60^\circ$   
D.  $45^\circ$   
E.  $30^\circ$

**Solusi:**

$$\vec{CA} = \begin{pmatrix} -1-0 \\ 1-0 \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{CB} = \begin{pmatrix} -2-0 \\ -1-0 \\ 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$\cos \angle ABC = \frac{\vec{CA} \cdot \vec{CB}}{\|\vec{CA}\| \|\vec{CB}\|} = \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2} \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{2 - 1 + 2}{\sqrt{1+1+4} \sqrt{4+1+1}} = \frac{1}{2}$$

$$\angle ACB = 60^\circ \rightarrow [C]$$

19. Diberikan vektor-vektor  $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j} + p\vec{k}$  dengan  $p$  adalah bilangan bulat dan  $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ . Jika proyeksi ortogonal dari vektor  $\vec{u}$  pada vektor  $\vec{v}$  panjangnya adalah 2, maka nilai  $p$  adalah....

- A. 7  
B. 5  
C. 4  
D. 3  
E. 2

**Solusi:**

$$|\vec{w}| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

$$2 = \frac{\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 16 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + p^2} \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}}$$

$$2 = \frac{-2 + 16 + 2p}{\sqrt{5 + p^2} \sqrt{9}}$$

$$6\sqrt{5 + p^2} = 14 + 2p$$

$$3\sqrt{5 + p^2} = 7 + p$$

$$45 + 9p^2 = 49 + 14p + p^2$$

$$8p^2 - 14p - 4 = 0$$

$$4p^2 - 7p - 2 = 0$$

$$(p - 2)(4p + 1) = 0$$

$$p = 2 \text{ atau } p = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{nilai } p = 2. \rightarrow [E]$$

20. Bayangan kurva  $2x - 5y + 10 = 0$  oleh rotasi dengan pusat  $O(0,0)$  sebesar  $90^\circ$  searah dengan arah jarum jam dilanjutkan dengan refleksi terhadap garis  $x + y = 0$  adalah ....

A.  $-2x + 5y + 10 = 0$

B.  $2x + 5y - 10 = 0$

C.  $2x + 5y + 10 = 0$

D.  $5x - 2y + 10 = 0$

E.  $5x + 2y + 10 = 0$

**Solusi:**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

$$x = x' \text{ dan } y = -y'$$

$$2x' - 5(-y') + 10 = 0$$

$$2x + 5y + 10 = 0$$

$$\text{Jadi, bayangannya adalah } 2x + 5y + 10 = 0 \rightarrow [C]$$

21. Nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $\left(\frac{1}{9}\right)^x - \frac{10}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 > 0$ , dengan  $x \in R$  adalah ....

A.  $x > 1$  atau  $x < -1$

B.  $x > 3$  atau  $x < -3$

C.  $x > -1$  atau  $x < 1$

D.  $-1 < x < 1$

E.  $-1 < x < 3$

**Solusi:**

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x - \frac{10}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 > 0$$

$$3\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} - 10\left(\frac{1}{3}\right)^x + 3 > 0$$

Ambillah  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = a$ , maka

$$a^2 - 30a + 3 > 0$$

$$(a-3)(3a-1) > 0$$

$$a < \frac{1}{3} \text{ atau } a > 3$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x < \frac{1}{3} \text{ atau } \left(\frac{1}{3}\right)^x > 3$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^1 \text{ atau } \left(\frac{1}{3}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$x > 1 \text{ atau } x < -1. \rightarrow [A]$$

22. Persamaan fungsi logaritma  $f(x) = {}^2\log(a-x) + b$  yang ditunjukkan pada gambar berikut ini dapat dinyatakan sebagai ....

A.  $f(x) = {}^2\log(8+2x)$

B.  $f(x) = {}^2\log(8-x)$

C.  $f(x) = {}^2\log\left(8 - \frac{x}{2}\right)$

D.  $f(x) = {}^2\log(8+x)$

E.  $f(x) = {}^2\log(8-2x)$

**Solusi:**

$$(0,3) \rightarrow f(x) = {}^2\log(a-x) + b$$

$$3 = {}^2\log(a-0) + b$$

$$3 = {}^2\log a + b \dots (1)$$

$$(-12,5) \rightarrow f(x) = {}^2\log(a-x) + b$$

$$5 = {}^2\log(a+12) + b \dots (2)$$

Selisih persamaan (2) dan (1) menghasilkan:

$$2 = {}^2\log(a+12) - {}^2\log a$$

$${}^2\log \frac{a+12}{a} = 2$$

$$\frac{a+12}{a} = 4$$

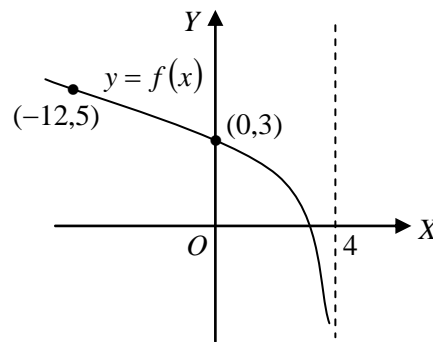
$$4a = a + 12$$

$$3a = 12$$

$$a = 4$$

$$a = 4 \rightarrow 3 = {}^2\log a + b$$

$$3 = {}^2\log 4 + b$$



$$3 = 2 + b$$

$$b = 1$$

Jadi, persamaan fungsi logaritma adalah  $f(x) = {}^2\log(4-x) + 1$  atau dapat dinyatakan sebagai  $f(x) = {}^2\log(8-2x)$ .  $\rightarrow$  [E]

23. Adiska menabung di suatu bank dengan selisih kenaikan tabungan antar bulan tetap. Pada bulan pertama sebesar Rp 50.000,00. Setelah 2 tahun uangnya berjumlah Rp2.580.000,00. Besar tabungan Adiska pada pada bulan ke-20 adalah ....

- A. Rp135.0000,00
- B. Rp140.000,00
- C. Rp145.000,00
- D. Rp150,000,00
- E. Rp155.000,00

**Solusi:**

Deret aritmetika:

$$a = 50.000$$

$$n = 12 \text{ tahun} = 24 \text{ bulan}$$

$$S_{24} = 2.580.000$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$$

$$S_{24} = \frac{24}{2} [2 \times 50.000 + (24-1)b] = 2.580.000$$

$$1.200.000 + 276b = 2.580.000$$

$$276b = 1.380.000$$

$$b = \frac{1.380.000}{276} = 5.000$$

$$u_{20} = a + 19b = 50.000 + 19 \times 5.000 = 145.000$$

Jadi, besar tabungan Adiska pada pada bulan ke-20 adalah Rp 145.000,00  $\rightarrow$  [D]

24. Diketahui deret geometri dengan rasio positif, suku pertama 6, dan jumlah tiga suku pertama deret tersebut adalah 42. Suku ke-6 deret geometri tersebut adalah ....

- A. 512
- B. 384
- C. 256
- D. 192
- E. 128

**Solusi:**

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_4 = \frac{6(r^3 - 1)}{r - 1} = 42$$

$$\frac{6(r-1)(r^2 + r + 1)}{r - 1} = 42$$

$$r^2 + r + 1 = 7$$

$$r^2 + r - 6 = 0$$

$$(r+3)(r-2) = 0$$

$$r = -3 \text{ (ditolak) atau } r = 2 \text{ (diterima)}$$

$$u_6 = ar^5 = 6 \times 2^5 = 192 \rightarrow [D]$$

25. Diberikan kubus  $ABCD.EFGH$ , dengan panjang rusuk 6 cm. Titik  $P$  dan  $Q$  berturut-turut terletak pada pertengahan  $AB$  dan  $BC$ . Jarak titik  $D$  ke bidang irisan kubus dengan bidang  $HPQ$  adalah ....

- A.  $\frac{8}{17}\sqrt{17}$  cm  
 B.  $\frac{18}{17}\sqrt{17}$  cm  
 C.  $\sqrt{17}$  cm  
 D.  $7\sqrt{17}$  cm  
 E.  $18\sqrt{17}$  cm

**Solusi:**

Perhatikan

$$\triangle BSQ \sim \triangle BMC$$

$$\frac{BS}{BQ} = \frac{BM}{BC}$$

$$\frac{BS}{\frac{1}{2}BC} = \frac{\frac{1}{2}BD}{BC}$$

$$BS = \frac{1}{4}BD$$

$$BS = \frac{1}{4}\sqrt{6^2 + 6^2} = \frac{3}{2}\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$DS = BD - BS = 6\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} = \frac{9}{2}\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$HS = \sqrt{DH^2 + DS^2} = \sqrt{6^2 + \left(\frac{9}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{36 + \frac{81}{2}} = 3\sqrt{4 + \frac{9}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{34} \text{ cm}$$

$$\text{Luas } \triangle HDS = \frac{1}{2} \times HD \times DS = \frac{1}{2} \times HS \times DR$$

$$\frac{HD \times DS}{HS} = DR$$

$$\frac{6 \times \frac{9}{2}\sqrt{2}}{\frac{3}{2}\sqrt{34}} = DR$$

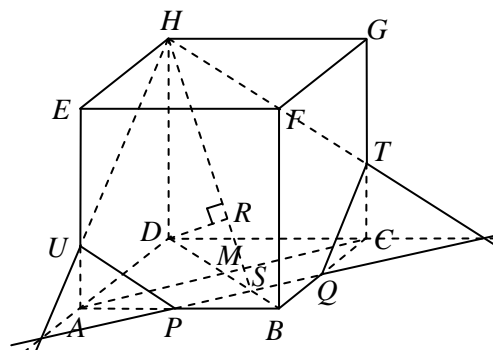
$$\frac{18}{\sqrt{17}} = DR$$

$$DR = \frac{18}{17}\sqrt{17} \text{ cm}$$

Jadi, jarak titik  $D$  ke bidang irisan kubus dengan bidang  $HPQ$  adalah  $\frac{18}{17}\sqrt{17}$  cm.

26. Diberikan bidang empat  $D.ABC$  beraturan, dengan panjang rusuk-rusuknya 9 cm. Nilai sinus sudut antara garis  $DA$  dan bidang alas adalah ....

- A.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$



- B.  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$
- C.  $\frac{1}{9}\sqrt{3}$
- D.  $\frac{1}{3}\sqrt{6}$
- E.  $\frac{1}{3}\sqrt{2}$

**Solusi:**

$DP$  adalah jarak titik puncak  $P$  dengan bidang alas  $ABC$ .

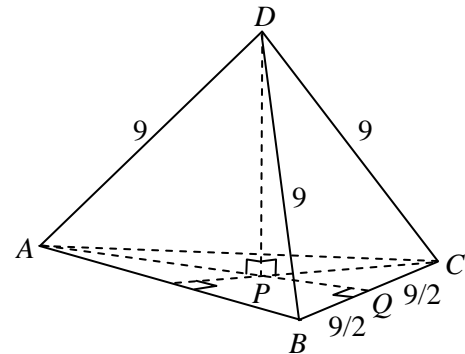
Menurut Pythagoras:

$$AQ = \sqrt{AB^2 - BQ^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{9}{2}\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AP = \frac{2}{3}AQ = \frac{2}{3} \times \frac{9}{2}\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$PD = \sqrt{AD^2 - AP^2} = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\sin \angle(DA, ABC) = \frac{PD}{AD} = \frac{3\sqrt{6}}{9} = \frac{1}{3}\sqrt{6} \rightarrow [D]$$



27. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan  $AC = 150(\sqrt{3} + 1)$  cm, sudut  $ACB = 45^\circ$ , dan sudut  $BAC = 60^\circ$ . maka  $AB$  = ....

- A. 150 cm
- B. 200 cm
- C. 250 cm
- D. 300 cm
- E. 450 cm

**Solusi:**

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C$$

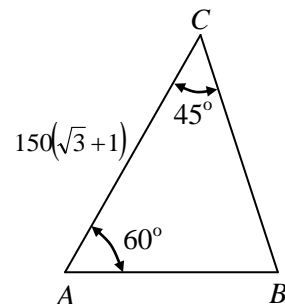
$$\angle B = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$$

Menurut Kaidah Sinus:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$$

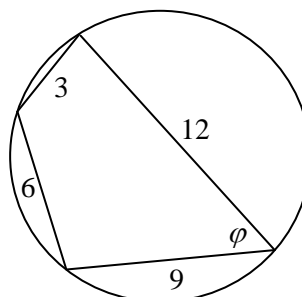
$$AB = \frac{AC}{\sin B} \times \sin C = \frac{150(\sqrt{3} + 1)}{\sin 75^\circ} \times \sin 45^\circ = \frac{150(\sqrt{3} + 1)}{\sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ} \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{150(\sqrt{3} + 1)}{\frac{1}{2}\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \times \frac{1}{2}} \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{75(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{\frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})} = 300 \text{ cm} \rightarrow [D]$$



28. Nilai  $\cos \theta$  pada gambar adalah....

- A. 1
- B.  $\frac{5}{7}$
- C.  $\frac{2}{3}$
- D.  $\frac{3}{7}$



E.  $\frac{2}{7}$

**Solusi:**

Menurut Aturan Kosinus:

$$h^2 = 12^2 + 9^2 - 2 \cdot 12 \cdot 9 \cdot \cos \varphi$$

$$h^2 = 225 - 216 \cos \varphi \dots (1)$$

$$h^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos(180^\circ - \varphi)$$

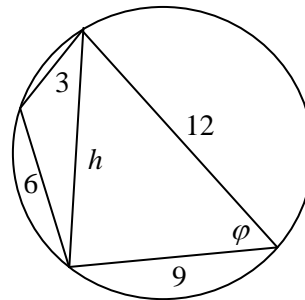
$$h^2 = 45 + 36 \cos \varphi \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) kita memperoleh:

$$225 - 216 \cos \varphi = 45 + 36 \cos \varphi$$

$$252 \cos \varphi = 180$$

$$\cos \varphi = \frac{180}{252} = \frac{5}{7} \rightarrow [B]$$



29. Jumlah akar-akar persamaan  $\cos 2x + 3 \sin x + 1 = 0$ , untuk  $0 < x < 2\pi$  adalah....

A.  $\frac{18\pi}{6}$

B.  $\frac{17\pi}{6}$

C.  $\frac{16\pi}{6}$

D.  $\frac{15\pi}{6}$

E.  $\frac{8\pi}{6}$

**Solusi:**

$$\cos 2x + 3 \sin x + 1 = 0$$

$$1 - 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0$$

$$(2 \sin x + 1)(\sin x - 2) = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \text{ (diterima) atau } \sin x = 2 \text{ (ditolak)}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} = \sin \frac{7\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ atau } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \text{ dengan } k \text{ adalah bilangan bulat.}$$

$$\text{Untuk } k = 0, \text{ maka } x = \frac{7\pi}{6} \text{ (diterima) atau } x = -\frac{\pi}{6} \text{ (ditolak)}$$

$$\text{Untuk } k = 1, \text{ maka } x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi = \frac{19\pi}{6} \text{ (ditolak) atau } x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6} \text{ (diterima)}$$

$$\text{Jadi, jumlah akar-akar dari persamaan tersebut adalah } \frac{18\pi}{6} \rightarrow [A]$$

30. Diketahui  $\cos x = \frac{12}{13}$  dan  $\sin y = \frac{4}{5}$ , dengan sudut-sudut  $x$  dan  $y$  keduanya lancip. Nilai  $\cos(x + y) = \dots$

A.  $\frac{56}{65}$



- B.  $\frac{33}{65}$   
 C.  $\frac{16}{65}$   
 D.  $-\frac{33}{65}$   
 E.  $-\frac{56}{65}$

**Solusi:**

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$

$$\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y = \frac{12}{13} \times \frac{3}{5} - \frac{5}{13} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{65} \rightarrow [C]$$

31. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} - 3}{x - 8} = \dots$

- A.  $\frac{1}{72}$   
 B.  $\frac{1}{64}$   
 C.  $\frac{1}{36}$   
 D.  $\frac{1}{8}$   
 E.  $\frac{1}{2}$

**Solusi:**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} - 3}{x - 8} &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} - 3}{x - 8} \times \frac{\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} + 3}{\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} + 3} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{7 + \sqrt[3]{x} - 9}{(x - 8)(\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{(x - 8)(\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{(\sqrt[3]{x} - 2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)(\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)(\sqrt{7 + \sqrt[3]{x}} + 3)} = \frac{1}{(\sqrt[3]{8^2} + 2\sqrt[3]{8} + 4)(\sqrt{7 + \sqrt[3]{8}} + 3)} \\ &= \frac{1}{(4 + 4 + 4)(\sqrt{7 + 2} + 3)} = \frac{1}{(12)(3 + 3)} = \frac{1}{72} \rightarrow [A] \end{aligned}$$

32. Jika  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - a x \cos x + b - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ , maka nilai  $a^3 - b^3 = \dots$

- A. 0  
 B. 1  
 C. 2

D. 3

E. 4

**Solusi:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - ax \cos x + b - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} x=0 &\rightarrow x - ax \cos x + b - \cos x = 0 \\ 0 - a \cdot 0 \cdot \cos 0 + b - \cos 0 &= 0 \\ 0 - 0 + b - 1 &= 0 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - ax \cos x + 1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

Menurut Teorema Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - a \cos x + ax \sin x + \sin x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - a \cos 0 + a \cdot 0 \cdot \sin 0 + \sin 0}{2 \cdot 0} = \frac{1}{2}$$

$$1 - a = 0$$

$$a = 1$$

Jadi, nilai  $a^3 - b^3 = 1^3 - 1^3 = 0 \rightarrow [A]$

**Pemeriksaan:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos x + 1 - \cos x}{x^2}$$

Menurut Teorema Hospital:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos x + 1 - \cos x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + x \sin x + \sin x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x + \sin x + x \cos x + \cos x}{2} \\ &= \frac{-\sin 0 + \sin 0 + 0 \cdot \cos 0 + \cos 0}{2} = \frac{1}{2} \text{ (OK)} \end{aligned}$$

33. Sebuah kotak dari logam tanpa tutup mempunyai volume 288 liter. Jika panjang alas kotak dua kali lebarnya, maka luas permukaan kotak minimum adalah ....

A.  $106 \text{ dm}^2$

B.  $108 \text{ dm}^2$

C.  $118 \text{ dm}^2$

D.  $216 \text{ dm}^2$

E.  $256 \text{ dm}^2$

**Solusi:**

$$\text{Volume kotak} = 288$$

$$2x \cdot x \cdot h = 288$$

$$h = \frac{144}{x^2}$$

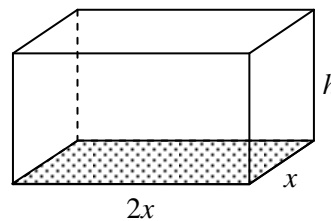
Luas permukaan kotak:

$$L = 2x \cdot x + 2 \cdot x \cdot h + 2 \cdot 2x \cdot h$$

$$L = 2x^2 + 6xh$$

$$L = 2x^2 + 6x \times \frac{144}{x^2}$$

$$L = 2x^2 + \frac{864}{x}$$



$$L' = 4x - \frac{864}{x^2}$$

$$L'' = 4 + \frac{1728}{x^3}$$

Nilai stasioner (titik kritis) dicapai jika  $L' = 0$ , sehingga

$$4x - \frac{864}{x^2} = 0$$

$$x^3 - 216 = 0$$

$$x = \sqrt[3]{216} = 16$$

Karena untuk  $x = 6$ , maka  $L'' = 4 + \frac{1728}{6^3} = 12 > 0$ , maka fungsi  $L$  mencapai nilai minimum pada  $x = 6$ .

$$L_{\min} = 2(6)^2 + \frac{864}{6} = 216$$

Jadi, luas permukaan kotak minimum adalah  $216 \text{ dm}^2$ .  $\rightarrow$  [D]

34. Hasil dari  $\int \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} dx = \dots$

A.  $x^2 + \frac{x}{x+1} + C$

B.  $x + \frac{x}{x+1} + C$

C.  $x + \frac{x^2}{x+1} + C$

D.  $\frac{x^2}{x+1} + C$

E.  $\frac{x}{x+1} + 1 + C$

**Solusi:**

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} dx &= \int \frac{x^2 + 2x + 1 - 1}{(x+1)^2} dx = \int \left[ 1 - \frac{1}{(x+1)^2} \right] dx = x + \frac{1}{x+1} + C = \frac{x^2 + x + 1}{x+1} + C = \frac{x^2}{x+1} + 1 + C \\ &= \frac{x^2}{x+1} + C \rightarrow \text{[D]} \end{aligned}$$

35. Hasil dari  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 x dx$  adalah ....

A.  $\frac{1}{4}(\pi - 2)$

B.  $4(\pi - 2)$

C.  $\frac{1}{2}(\pi - 2)$

D.  $\frac{1}{4}(2\pi - 1)$

E.  $\frac{1}{4}(4\pi - 2)$

**Solusi:**

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2x) dx = \left[ x - \frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(\pi - 2) \rightarrow [A]$$

36. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva  $y = 4x^2$ ,  $y = 7x + 2$ , dan sumbu X adalah ....

- A.  $17\frac{2}{3}$  satuan luas
- B.  $17\frac{1}{3}$  satuan luas
- C. 17 satuan luas
- D.  $16\frac{5}{6}$  satuan luas
- E.  $7\frac{1}{3}$  satuan luas

**Solusi:**

Batas-batas integral:

$y = 4x^2$ ,  $y = 7x + 2$ , dan sumbu X

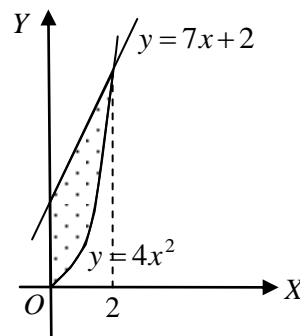
$$4x^2 - 7x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(4x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ atau } x = -\frac{1}{4}$$

$$L = \int_0^2 (7x + 2 - 4x^2) dx = \left[ \frac{7}{2}x^2 + 2x - \frac{4}{3}x^3 \right]_0^2$$

$$= 14 + 4 - \frac{32}{3} - 0 = 18 - 10\frac{2}{3} = 7\frac{1}{3} \rightarrow [E]$$



37. Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh kurva  $y = 2x - x^2$ , garis  $y = -2x + 4$ , dan sumbu Y yang diputar mengelilingi sumbu X sejauh  $360^\circ$  adalah ....

- A.  $\frac{48}{5}\pi$
- B.  $\frac{38}{5}\pi$
- C.  $\frac{18}{5}\pi$
- D.  $4\pi$
- E.  $8\pi$

**Solusi:**

Batas-batas integral:

Kurva  $y = 2x - x^2$  dan garis  $y = -2x + 4$

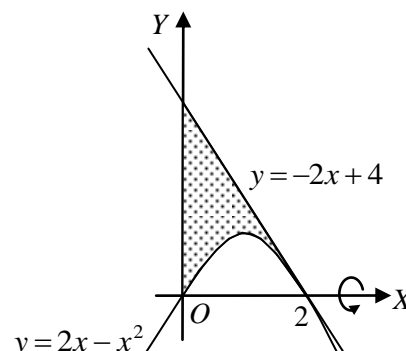
$$-2x + 4 = 2x - x^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

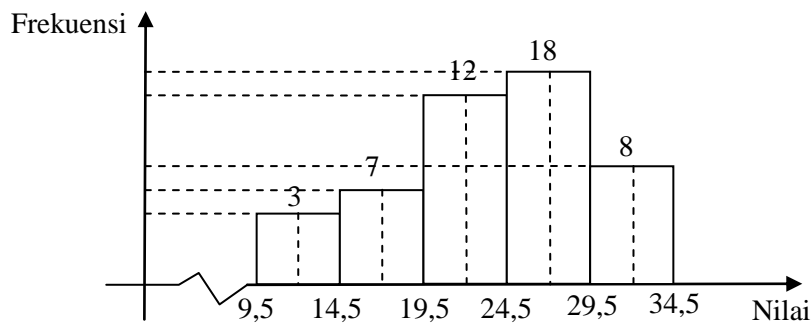
$$V = \pi \int_a^b \{f^2(x) - g^2(x)\} dx, f(x) > g(x)$$



$$V = \pi \int_0^2 \left\{ (-2x+4)^2 - (2x-x^2)^2 \right\} dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 16x + 16 - 4x^2 + 4x^3 - x^4) dx$$

$$= \pi \int_0^2 (-16x + 16 + 4x^3 - x^4) dx = \pi \left[ -8x^2 + 16x + x^4 - \frac{x^5}{5} \right]_0^2 = \pi \left( -32 + 32 + 16 - \frac{32}{5} \right) = \frac{48}{5} \pi \rightarrow [A]$$

38. Perhatikan data yang disajikan pada histogram berikut ini.



Rata-rata dari data tersebut adalah ....

- A. 25,1
- B. 24,5
- C. 24,1
- D. 23,5
- E. 23,1

**Solusi:**

Titik Tengah ( $x_i$ )	Frekuensi ( $f_i$ )	$f_i x_i$
12	3	36
17	7	119
22	14	308
27	18	486
32	8	256
	$\sum f_i = 50$	$\sum f_i x_i = 1205$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{1205}{50} = 24,1 \rightarrow [C]$$

39. Bilangan yang terdiri dari tiga angka disusun dari angka-angka 2, 3, 5, 6, 7, 8, dan 9 . Banyak bilangan dengan angka-angka yang berlainan dan kurang dari 600 adalah ....

- A. 180
- B. 120
- C. 90
- D. 72
- E. 60

**Solusi:**

Posisi angka pada bilangan tiga angka kurang dari 600.

2		
---	--	--

3		
---	--	--

5		
---	--	--

Bilangan yang terdiri dari tiga angka yang kurang dari 600, angka pertamanya 2, 3, dan 5. Dua angka yang dibelakangnya dipilih dengan menggunakan permutasi.

Jadi, bilangan tiga angka yang diminta adalah

$${}_6P_2 + {}_6P_2 + {}_6P_2 = 3 \times {}_6P_2 = 3 \times \frac{6!}{(6-2)!} = 3 \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = 90 \rightarrow [C]$$

40. Jika sebuah dadu dilempar dua kali, maka peluang untuk memperoleh jumlah angka kurang dari 7 adalah ....

- A.  $\frac{1}{36}$
- B.  $\frac{1}{9}$
- C.  $\frac{7}{12}$
- D.  $\frac{5}{12}$
- E.  $\frac{1}{2}$

**Solusi:**

Dadu	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Jumlah titik sampel adalah  $n(S) = 36$

Angka kurang dari 7 adalah  $A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (4,1), (4,2), (5,1)\}$ , sehingga  $n(A) = 15$ .

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \rightarrow [D]$$