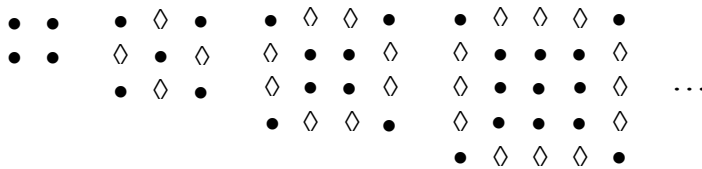


# PERSIAPAN OLIMPIADE MATEMATIKA

## SOAL-SOAL LATIHAN 5

Oleh Husein Tampomas

1. Berapakah banyak bilangan prima yang terdapat pada  $\left(\frac{72^9 \times 45^5 \times 220^{12}}{80^3 \times 54^6}\right)^{2007}$  ?
2. Sebuah barisan  $a_1, a_2, a_3, \dots$  didefinisikan oleh  $a_1 = 4$ ,  $a_{n+1} = 3 - \frac{3}{a_n}$  untuk  $n \geq 1$ . Carilah nilai dari  $a_{2007}$ .
3. Perhatikan gambar berikut.

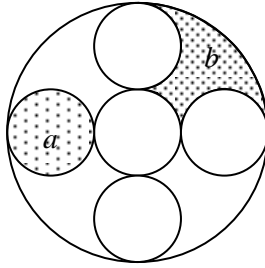


Banyaknya bulatan hitam pada gambar ke sepuluh adalah....

(OSK Matematika SMP, Isian Singkat, 23 Juni 2003)

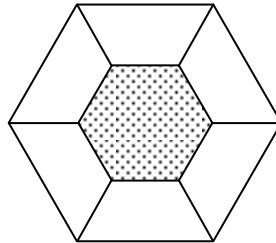
4. Jika  $a + b = 1$  dan  $a^2 + b^2 = 5$ , carilah nilai dari
 

a. $(a - b)^2$	d. $a^5 + b^5$	g. $a^8 + b^8$
b. $a^3 + b^3$	e. $a^6 + b^6$	h. $a^9 + b^9$
c. $a^4 + b^4$	f. $a^7 + b^7$	i. $a^{10} + b^{10}$
5. Tentukan  $n$  sehingga  $n$  dan  $\frac{n+4}{n-2}$  keduanya merupakan bilangan bulat.
6. Diketahui suatu barisan  $u(n) = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + \dots$ , sehingga beberapa suku awal dari suatu barisan tersebut adalah sebagai berikut.  
 $u(1) = 6$ ,  $u(2) = 18$ ,  $u(3) = 38$ ,  $u(4) = 68$ ,  $u(5) = 110$ . Carilah nilai  $u(100)$ . Hitunglah jumlah 100 suku pertama. (OSP Matematika SMP, Uraian, 7 Juli 2003).
7. Diketahui  $x_0 = 2$  dan  $x_1 = 3$ . Sedangkan untuk  $n \geq 2$  didefinisikan  $x_n = \frac{x_{n-1} + 2x_{n-2}}{2x_{n-1} + x_{n-2}}$ , maka  $x_2 + 2x_3 = \dots$ . (OSP Matematika SMP, Uraian, 7 Juli 2003)
8. Dalam suatu kelas,  $\frac{3}{5}$  bagian siswanya adalah wanita. Ke dalam kelas tersebut di tambahkan 5 siswa pria dan 5 siswa wanita. Sekarang,  $\frac{3}{7}$  bagiannya adalah pria. Berapa banyakkah siswa dalam kelas mula-mula? (OSP Matematika SMP, Uraian, 7 Juli 2003)
9. Jika  $\frac{1}{1^2 + 1} + \frac{1}{2^2 + 2} + \frac{1}{3^2 + 3} + \frac{1}{4^2 + 4} + \dots + \frac{1}{2006^2 + 2006} = \frac{a}{b}$ , hitunglah nilai  $a + b$ .
10. Tentukan semua pasangan bilangan bulat  $(x, y)$  yang memenuhi persamaan:  
 $(x^2 + y^2 + 4y - 13)^3 + 8(x^2 + y^2 + 2y + 3)^3 = (3x^2 + 3y^2 + 8y - 7)^3$ . (Universitas Indonesia Soal Penyisihan Mathematics Individual Competition (MIC) Logika 2006 Daerah Depok, 8 Januari 2007)
11. Misalkan  $a$  dan  $b$  menyatakan luas daerah yang diarsir pada gambar di bawah. Kelima lingkaran kecil berjari-jari  $r$ . Titik-titik pusat empat lingkaran kecil yang menyinggung lingkaran besar merupakan titik-titik sudut persegi. Jika  $a$  sama dengan  $10 \text{ cm}^2$ , maka  $b = \dots$

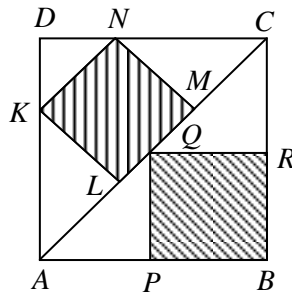


(OSK Matematika SMP, Isian Singkat, 20 Juni 2005)

12. Pada sekeliling segi-6 beraturan kecil (daerah yang diarsir) dengan panjang sisinya 6 cm dibuat 6 buah trapesium sama kaki yang kongruen (sama dan sebangun). Jika panjang kaki-kaki trapesium sama dengan panjang sisi segi-6 beraturan itu, hitunglah luas daerah yang tidak diarsir.



13. Diberikan sebuah persegi  $ABCD$ , dengan  $AC = 8\sqrt{2}$  cm. Di dalam  $\triangle ABC$  dibuat persegi  $BPQR$  dan di dalam  $\triangle ADC$  dibuat persegi  $KLMN$ . Hitunglah luas persegi  $BPQR$  dan persegi  $KLMN$  kemudian tentukan rasio luas persegi  $APQR$  dan luas persegi  $KLMN$ .



14. Diketahui segi empat  $ABCD$ , dengan  $AD = 12$  cm,  $CD = 4\sqrt{3}$  cm,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle BCD = 150^\circ$ , dan  $\angle ADC = 90^\circ$ . Hitunglah panjang  $AB + BC$  dan luas segi empat  $ABCD$ .
15. Dari selembar seng berbentuk persegi yang luasnya  $6400 \text{ cm}^2$  akan dibuat dua buah lingkaran yang mempunyai jari-jari sama. Tentukan jari-jari lingkaran terbesar yang dapat dibuat.