SOLUSI
SOAL-SOAL LATIHAN 4
UJIAN SEKOLAH DAN UJIAN NASIONAL
MATEMATIKA SMA IPA TAHUN 2014

Pilihlah jawaban yang paling tepat!

1. Diberikan premis-premis berikut!

   Premis 1: Jika vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ saling tegak lurus, maka besar sudut antara vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah 90^o.

   Premis 2: Jika besar sudut antara vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah 90^o, maka perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah nol.

   Ingkaran dari penarikan kesimpulan premis-premis yang sah tersebut adalah …..

   A. Jika vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ saling tegak lurus, maka perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah nol.

   B. Jika vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ saling tegak lurus, maka perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah tidak nol.

   C. Vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ saling tegak lurus dan perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah tidak nol.

   D. Vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ saling tegak lurus atau perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah tidak nol.

   E. Vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ tidak saling tegak lurus dan perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah tidak nol.

   Solusi:

   $p \to q$

   $q \to r$

   $\therefore p \to r$

   $\sim(p \to q) \equiv p \wedge \sim q$

   Jika vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ saling tegak lurus, maka besar sudut antara vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah 90^o.

   Jika besar sudut antara vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah 90^o, maka perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah nol.

   $\therefore$ Jika vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ saling tegak lurus, maka perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah nol.

   Ingkaran dari pernyataan "Vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ saling tegak lurus dan perkalian titik (dot product) vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ adalah tidak nol.". $\to [C]$

2. Jika $a = 2^{-\frac{1}{2}}$ dan $b = 2^{-\frac{1}{3}}$, maka nilai $\left[\dfrac{b\left(ab^{-2}\right)\left(a^{-\frac{2}{3}}\right)^{-1}}{a\sqrt{a}}\right]^6$ adalah ….

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. 4

E. 1

Solusi:

$$\left[\frac{b\left(ab^{-2}\right)\left(a^{-\frac{2}{3}}\right)^{-1}}{a\sqrt{a}}\right]^6 = \left(\frac{bab^{-2}a^{\frac{2}{3}}}{aa^{\frac{1}{2}}}\right)^6 = \left(\frac{a^{\frac{2}{3}+1-1-\frac{1}{2}}}{b^{2-1}}\right)^6 = \left(\frac{a^{\frac{1}{6}}}{b}\right)^6 = \frac{a}{b^6} = \frac{2^{-\frac{1}{2}}}{\left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^6} = \frac{2^{-\frac{1}{2}}}{2^{-2}} = \frac{2^2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= 2\sqrt{2} \to [C]$$

3. Bentuk sederhana dari $\dfrac{2}{\sqrt{10}+5} + \dfrac{5}{\sqrt{10}-2} - \dfrac{7}{\sqrt{10}}$ adalah ….

A. $\sqrt{10}$

B. $\dfrac{1}{3}\sqrt{10}$

C. $\dfrac{7}{3}\sqrt{10}$

D. $\dfrac{7}{3}$

E. 7

Solusi:

$$\frac{2}{\sqrt{10}+5} + \frac{5}{\sqrt{10}-2} - \frac{7}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}-4+5\sqrt{10}+25}{10+3\sqrt{10}-10} - \frac{7}{\sqrt{10}} = \frac{21+7\sqrt{10}}{3\sqrt{10}} - \frac{7}{\sqrt{10}} = \frac{21+7\sqrt{10}-21}{3\sqrt{10}}$$

$$= \frac{7\sqrt{10}}{3\sqrt{10}} = \frac{7}{3} \to [D]$$

4. Diberikan persamaan ${}^{8x^2}\log\dfrac{1}{64} - {}^{\frac{512}{x}}\log\dfrac{1}{8} = \dfrac{3}{5}$ yang akar-akarnya x_1 dan x_2. Jika ${}^{9\sqrt{3}}\log x_1x_2 = m$ dan ${}^{4}\log 49 = n$, maka nilai ${}^{6}\log 42$ adalah ….

A. $\dfrac{mn+m-1}{m-1}$

B. $\dfrac{mn-m-1}{m-1}$

D. $\dfrac{mn+m-1}{n-1}$

E. $\dfrac{mn+m-1}{m+1}$

C. $\dfrac{mn+n-1}{m-1}$

Solusi:

$${}^{8x^2}\log\frac{1}{64}-{}^{\frac{512}{x}}\log\frac{1}{8}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{{}^{8}\log\frac{1}{64}}{{}^{8}\log 8x^2}-\frac{{}^{8}\log\frac{1}{8}}{{}^{8}\log\frac{512}{x}}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{-2}{{}^{8}\log 8+{}^{8}\log x^2}-\frac{-1}{{}^{8}\log 512-{}^{8}\log x}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{-2}{1+2\,{}^{8}\log x}+\frac{1}{3-{}^{8}\log x}=\frac{3}{5}$$

Ambillah $a={}^{8}\log x$, sehingga

$$\frac{-2}{1+2a}+\frac{1}{3-a}=\frac{3}{5}$$

$$\frac{-6+2a+1+2a}{3+5a-2a^2}=\frac{3}{5}$$

$$-25+20a=9+15a-6a^2$$

$$6a^2+5a-34=0$$

Alternatif 1:

$$a_1+a_2=-\frac{5}{6}$$

$${}^{8}\log x_1+{}^{8}\log x_2=-\frac{5}{6}$$

$${}^{8}\log x_1x_2=-\frac{5}{6}$$

$$x_1x_2=8^{-\frac{5}{6}}=2^{-\frac{5}{2}}=\frac{1}{2^{\frac{5}{2}}}=\frac{1}{4\sqrt{2}}=\frac{1}{8}\sqrt{2}$$

Alternatif 2:

$$6a^2+5a-34=0$$

$$(6a+17)(a-2)=0$$

$$a=-\frac{17}{6}\text{ atau } a=2$$

$$^{8}\log x = -\frac{17}{6} \text{ atau } ^{8}\log x = 2$$

$$x = 8^{-\frac{17}{6}} \text{ atau } x = 8^2$$

$$x = 8^{-\frac{17}{6}} = 2^{-\frac{17}{2}} = \frac{1}{2^{\frac{17}{2}}} = \frac{1}{2^8 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{526\sqrt{2}} \text{ atau } x = 8^2 = 64$$

$$x_1 x_2 = \frac{1}{526\sqrt{2}} \times 64 = \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{8}\sqrt{2} = 3^{-\frac{5}{2}}$$

$$^{9\sqrt{3}}\log x_1 x_2 = m \Leftrightarrow {}^{3^{\frac{5}{2}}}\log 2^{-\frac{5}{2}} = m \Leftrightarrow {}^{3}\log 2 = -m$$

$$^{4}\log 49 = n \Leftrightarrow {}^{2}\log 7 = n$$

$$^{6}\log 42 = \frac{^{2}\log 42}{^{2}\log 6} = \frac{^{2}\log 2 + {}^{2}\log 3 + {}^{2}\log 7}{^{2}\log 2 + {}^{2}\log 3} = \frac{1 - \frac{1}{m} + n}{1 - \frac{1}{m}} = \frac{mn + m - 1}{m - 1} \to \text{[A]}$$

5. Diberikan garis g: $x - 2y = 4$ dan parabola $y = x^2 + 2$. P adalah titik singgung dari persamaan garis singgung pada parabola itu yang sejajar dengan garis g. Hasil kali absis dan ordinat titik P adalah ….

A. $3:16$ D. $4:33$

B. $4:31$ E. $1:32$

C. $16:33$

Solusi:

Gradien garis g: $x - 2y = 4$ adalah $m_g = \frac{1}{2}$

Ambillah persamaan garis singgungnya adalah $y = mx + n$, dengan $m = m_g = \frac{1}{2}$, sehingga $y = \frac{1}{2}x + n$.

$$y = \frac{1}{2}x + n \to y = x^2 + 2$$

$$x^2 + 2 = \frac{1}{2}x + n$$

$$2x^2 - x + 4 - 2n = 0$$

Syarat yang harus dipenuhi agar garis menyinggung parabola adalah $D = 0$, sehingga

$$(-1)^2 - 4 \times 2 \times (4 - 2n) = 0$$

$$1 - 32 + 16n = 0$$

$$n = \frac{31}{16}$$

$n=\frac{31}{16}\to 2x^2-x+4-2n=0$

$$2x^2-x+4-2\times\frac{31}{16}=0$$

$$16x^2-8x+32-31=0$$

$$16x^2-8x+1=0$$

$$(4x-1)^2=0$$

$$x=\frac{1}{4}\to\ y=x^2+2=\left(\frac{1}{4}\right)^2+2=2\frac{1}{16}$$

Koordinat titik singgungnya $P\left(\frac{1}{4},2\frac{1}{16}\right)$.

Rasio absis dan ordinat titik P adalah $\frac{1}{4}:2\frac{1}{16}=4:33\to$ [D]

6. Diberikan persamaan kuadrat $x^2+kx+k^2-7=0$, $k\in R$, yang akar-akarnya a dan b. Jumlah pangkat 4 akar-akarnya adalah 17. Jika banyak akar-akarnya p, maka nilai $pk^2=\ldots.$

A. 4 D. 36

B. 9 E. 64

C. 27

Solusi:

$x^2+kx+k^2-7=0$ akar-akarnya adalah a dan b.

$a+b=-k$ …. (1)

$ab=k^2-7$ …. (2)

$$a^4+b^4=17$$

$$\left(a^2+b^2\right)^2-2a^2b^2=17$$

$$\left[(a+b)^2-2ab\right]^2-2(ab)^2=17$$

$$\left[(-k)^2-2\left(k^2-7\right)\right]^2-2\left(k^2-7\right)^2=17$$

$$\left(-k^2+14\right)^2-2\left(k^2-7\right)^2=17$$

$$k^4-28k^2+196-2k^4+28k^2-98=17$$

$$k^4-81=0$$

$$\left(k^2+9\right)(k+3)(k-3)=0$$

$k^2=-9$ atau $k=-3$ atau $k=3$

$k=3 \rightarrow x^2+kx+k^2-7=0$

$x^2+3x+3^2-7=0$

$x^2+3x+2=0$

$(x+2)(x+1)=0$

$x=-2$ atau $x=-1$

$k=3 \rightarrow x^2+kx+k^2-7=0$

$x^2-3x+(-3)^2-7=0$

$x^2-3x+2=0$

$(x-2)(x-1)=0$

$x=2$ atau $x=1$

Banyak akar-akarnya $p=4$

Jadi, nilai $pk^2=4\times 9=36 \rightarrow$ [D]

7. Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan ${}^2\log^2(x-1)-2\,{}^2\log(x-1)\le 8$ adalah ….

A. $1<x\le 17$

B. $\frac{5}{4}\le x\le 17$

C. $1\le x\le \frac{5}{4}$

D. $x<1$ atau $x\ge 17$

E. $x\le \frac{5}{4}$ atau $x\ge 17$

Solusi:

${}^2\log^2(x-1)-2\,{}^2\log(x-1)\le 8$

Ambillah ${}^2\log(x-1)=y$, sehingga

$y^2-2y-8\le 0$

$(y+2)(y-4)\le 0$

$-2\le y\le 4$

${}^2\log 2^{-2}\le {}^2\log(x-1)\le {}^2\log 2^4$

$\frac{1}{4}\le x-1\le 16$

$\frac{5}{4}\le x\le 17$ …. (1)

$x-1>0$

$x>1$ …. (2)

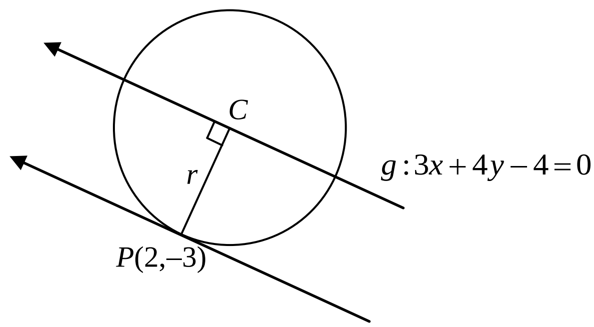
Dari (1) $\cap$ (2) menghasilkan $1 < x \le 17 \to$ [A]

8. Lingkaran L yang berpusat pada garis g: $3x + 4y - 4 = 0$ melalui titik $P(2,-3)$. Persamaan garis singgung di titik P sejajar dengan garis g adalah ….

A. $3x + 4y - 16 = 0$
D. $4x + 3y + 16 = 0$
B. $3x + 4y + 24 = 0$
E. $3x - 4y - 16 = 0$
C. $3x + 4y + 16 = 0$

Solusi:

Karena titik pusat C terletak pada garis g, maka $CP = r$, sehingga $PC \perp g$.



$$r = \left|\frac{3x + 4y - 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}}\right|$$

$$r = \left|\frac{3 \cdot 2 + 4 \cdot (-3) - 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}}\right| = \left|\frac{-10}{5}\right| = 2$$

Gradien garis g: $3x + 4y - 4 = 0$ adalah $m_g = -\frac{3}{4}$.

Gradien garis PC adalah m_{PC} .

Karena $PC \perp g$, maka haruslah $m_g \times m_{PC} = -1$, sehingga

$$-\frac{3}{4} \times m_{PC} = -1$$

$$m_{PC} = \frac{4}{3}$$

Persamaan garis PC adalah

$$y - b = m_{PC}(x - a)$$

$$y + 3 = \frac{4}{3}(x - 2)$$

$$y = \frac{4}{3}(x - 2) - 3$$

Menentukan koordinat titik C:

$$y = \frac{4}{3}(x - 2) - 3 \to 3x + 4y - 4 = 0$$

$$3x + 4\left\{\frac{4}{3}(x - 2) - 3\right\} - 4 = 0$$

$$9x + 16x - 32 - 36 - 12 = 0$$

$$25x = 80$$

$$x=\frac{16}{5}$$

$$x=\frac{16}{5}\rightarrow\ y=\frac{4}{3}(x-2)-3=\frac{4}{3}\left(\frac{16}{5}-2\right)-3=\frac{4}{3}\left(\frac{6}{5}\right)-3=\frac{8}{5}-3=-\frac{7}{5}$$

Koordinat titik $C\left(\frac{16}{5},-\frac{7}{5}\right)$.

Persamaan lingkarannya adalah

$$\left(x-\frac{16}{5}\right)^2+\left(y+\frac{7}{5}\right)^2=2^2=4$$

Persamaan garis singgungnya:

$$y-b=m(x-a)\pm r\sqrt{m^2+1}$$

$$y+\frac{7}{5}=-\frac{3}{4}\left(x-\frac{16}{5}\right)\pm 2\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2+1}$$

$$y+\frac{7}{5}=-\frac{3}{4}\left(x-\frac{16}{5}\right)\pm 2\times\frac{5}{2}$$

$$20y+28=-15x+48\pm 100$$

$$15x+20y=20\pm 100$$

$15x+20y=20+100$ dan $15x+20y=20-100$

$3x+4y-24=0$ dan $3x+4y+16=0$

Jadi, salah satu garis singgungnya adalah $3x+4y+16=0\rightarrow[D]$

9. Jika fungsi *f* didefinisikan sebagai $f(x)=x+2$. Jika $(f\circ g)(2x-5)=x^2-2x+3$, maka $g(2)=....$

   A. 12 D. 5

   B. 8 E. 4

   C. 6

   Solusi:

   $$(fog)(2x-5)=x^2-2x+3$$

   $$f(g(2x-5))=x^2-2x+3$$

   $$g(2x-5)+2=x^2-2x+3$$

   $$g(2x-5)=x^2-2x+1$$

   Ambillah $2x-4=t\Leftrightarrow x=\frac{t}{2}+2$

$$g(t)=\left(\frac{t}{2}+2\right)^2-2\left(\frac{t}{2}+2\right)+1$$

$$g(x)=\left(\frac{x}{2}+2\right)^2-2\left(\frac{x}{2}+2\right)+1$$

$$g(2)=\left(\frac{2}{2}+2\right)^2-2\left(\frac{2}{2}+2\right)+1=9-6+1=4\rightarrow \text{[E]}$$

10. Sebuah fungsi didefinisikan sebagai $f(x-1)=\frac{x}{x-2}$, $x\neq 2$ dan f^{-1} adalah invers dari fungsi *f*. Jika $(f\circ f)(2)=3f^{-1}(k)$, maka $f^{-1}(k)=\ldots.$

A. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

Solusi:

Ambillah $t=x-1 \Leftrightarrow x=t+1$

$$f(x-1)=\frac{x}{x-2}$$

$$f(t)=\frac{t+1}{t+1-2}=\frac{t+1}{t-1}$$

$$f(x)=\frac{x+1}{x-1}$$

Menentukan invers fungsi *f*:

Alternatif 1:

$$x=\frac{y+1}{y-1}$$

$$xy-x=y+1$$

$$y(x-1)=x+1$$

$$y=\frac{x+1}{x-1},\ x\neq 1$$

$$f^{-1}(x)=\frac{x+1}{x-1},\ x\neq 1$$

$$(f\circ f)(2)=3f^{-1}(k)$$

$$f(f(2))=3f^{-1}(k)$$

Alternatif 2:

$$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}\rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f(x)=\frac{x+1}{x-1}\rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+1}{x-1},\ x\neq 1$$

$f\left(\frac{2+1}{2-1}\right)=3\left(\frac{k+1}{k-1}\right)$

$f(3)=3\left(\frac{k+1}{k-1}\right)$

$\frac{3+1}{3-1}=3\left(\frac{k+1}{k-1}\right)$

$2k-2=3k+3$

$k=-5$

$f^{-1}(k)=f^{-1}(-5)=\frac{-5+1}{-5-1}=\frac{2}{3}\rightarrow$[B]

11. Suku banyak berderajat tiga $P(x)=x^3+x^2-ax+b$ dibagi dengan x^2+5x-1 mempunyai sisa $16x-1$. Nilai $a+b$ adalah ….

A. 4 D. 7

B. 5 E. 8

C. 6

Solusi:

$x^3+x^2-ax+b \equiv (x^2+5x-1)(x+c)+16x-1$

$\equiv x^3+cx^2+5x^2+5cx-x-c+16x-1$

$\equiv x^3+(c+5)x^2+(5c+15)x-(c+1)$

$c+5=1$

$c=-4$

$-a=5c+15$

$-a=5(-4)+15$

$a=5$

$b=-(c+1)=-(-4+1)=3$

Jadi, nilai $a+b=5+3=8\rightarrow$ [E]

12. Diberikan sebuah segitiga yang panjang sisi-sisinya adalah 13 cm, 14 cm, dan 15 cm. Dengan menggunakan titik-titik sudutnya sebagai pusat dibuat lingkaran, sehingga lingkaran-lingkaran itu saling bersinggungan. Rasio jari-jari lingkaran yang terkecil dan terbesar adalah ….

A. $3:4$ D. $6:7$

B. $3:7$ E. $2:3$

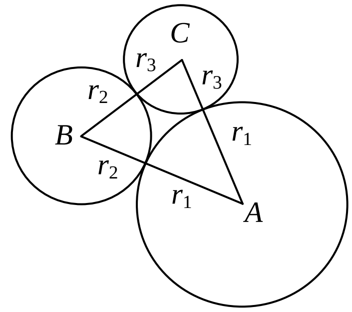
C. $7:8$

Solusi:

$r_1 + r_2 = 15$ ….. (1)

$r_1 + r_3 = 14$ …. (2)

$r_2 + r_3 = 13$ …. (3)



Jumlah persamaan (1), (2), dan (3) menghasilkan:

$2(r_1 + r_2 + r_3) = 15 + 14 + 13$

$r_1 + r_2 + r_3 = 21$ …. (4)

Dari persamaan (1) dan (4) diperoleh:

$15 + r_3 = 21$

$r_3 = 6$

Dari persamaan (2) dan (4) diperoleh:

$14 + r_2 = 21$

$r_2 = 7$

Dari persamaan (3) dan (4) diperoleh:

$13 + r_1 = 21$

$r_1 = 8$

Jadi, rasio jari-jari lingkaran yang terkecil dan terbesar adalah 6 : 8 = 3 : 4. $\rightarrow$ [A]

13. Sebuah pabrik memproduksi dua jenis barang yang harus diproses melalui bagian perakitan dan bagian finishing (penyempurnaan). Bagian perakitan menyediakan waktu 90 jam dan bagian finishing menyediakan waktu 72 jam. Pembuatan barang jenis I memerlukan waktu 6 jam pada bagian perakitan dan 3 jam pada bagian finishing. Sedangkan pembuatan barang jenis II memerlukan waktu 3 jam pada bagian perakitan dan 6 jam pada bagian finishing. Jika laba yang diberikan barang jenis I dan II berturut-turut Rp 80.000,00 dan Rp 60.000,00. Pendapatan maksimum yang diperoleh pabrik tersebut adalah ….

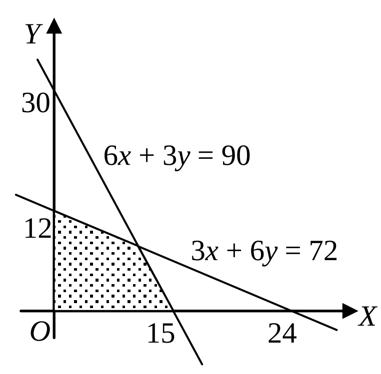
A. Rp 1.000.000,00 D. Rp 1.320.000,00

B. Rp 1.020.000,00 E. Rp 1.500.000,00

C. Rp 1.300.000,00

Solusi:

Ambillah barang jenis I dan II masing-masing adalah x dan y.



$$\begin{cases} 6x + 3y \geq 90 \\ 3x + 6y \geq 72 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$f(x, y) = 80.000x + 60.000y$

$6x + 3y = 90$ …. (1)

$3x+6y=72 \ldots.\ (2)$

Persamaan (1) – 2 × Persamaan (2) menghasilkan:

$-9y=-54$

$y=6$

$y=6 \rightarrow\ 6x+3y=90$

$6x+3\times 6=90$

$x=12$

Koordinat titik potongnya adalah (12,6).

Titik	$f(x,y)=80.000x+60.000y$
(0,0)	$80.000\times 0+60.000\times 0=0$
(15,0)	$80.000\times 15+60.000\times 0=1.200.000$
(12,6)	$80.000\times 12+60.000\times 6=1.320.000$ (maksimum)
(0,12)	$80.000\times 0+60.000\times 12=720.000$

Jadi, Pendapatan maksimum yang diperoleh pabrik tersebut adalah Rp 1.320.000,00. → [D]

14. Diberikan matriks $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b & -7 \\ a & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 6 & 3c \end{pmatrix}$. Nilai $a+b+c=\ldots.$

A. 5 D. -1

B. 3 E. -3

C. 1

Solusi:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b & -7 \\ a & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 6 & 3c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b & -7 \\ a & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 3c-1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b & a \\ -7 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 3c-1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b & -7 \\ a & 0 \end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 3c-1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b & -7 \\ a & 0 \end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -6 & -3c+1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b & -7 \\ a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & \dfrac{-3c+1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$a = 1$

$b = -3$

$\dfrac{-3c+1}{2} = -7$

$c = 5$

Jadi, nilai $a + b + c = 1 - 3 + 5 = 3. \to$ [A]

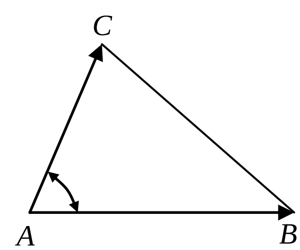
15. Sebuah segitiga ABC dalam ruang dengan koordinat-koordinat titik $A(4,5,2)$, $B(1,7,3)$, dan $C(2,4,5)$. Besar $\angle BAC$ adalah ….

A. $30°$ D. $90°$

B. $45°$ E. $120°$

C. $60°$

Solusi:



$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 1-4 \\ 7-5 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{pmatrix} 2-4 \\ 4-5 \\ 5-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Rumus: $\cos\alpha = \dfrac{\overline{a} \bullet \overline{b}}{|\overline{a}||\overline{b}|}$

$$\cos\angle BAC = \frac{\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-3)^2 + 2^2 + 1^2}\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 3^2}} = \frac{6-2+3}{\sqrt{9+4+1}\sqrt{4+1+9}} = \frac{7}{\sqrt{14}\sqrt{14}} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$\angle BAC = 60°$

Jadi, besar $\angle BAC$ adalah $60° \to$ [C]

16. Diberikan vektor-vektor $\overline{a} = \overline{i} - \overline{j} + 2\overline{k}$ dan $\overline{b} = \overline{i} + \overline{k}$. Panjang proyeksi vektor $(\overline{u} + \overline{v})$ pada $(10\overline{u} - 15\overline{v})$ adalah ….

A. $5\sqrt{6}$ D. $\dfrac{1}{2}\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{6}$ E. $\dfrac{1}{2}\sqrt{15}$

C. $\frac{1}{2}\sqrt{6}$

Solusi:

$$\bar{u}+\bar{v}=\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$$

$$10\bar{u}-15\bar{v}=10\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}-15\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\-10\\5\end{pmatrix}$$

Rumus: Panjang proyeksi vektor $\vec{a}$ pada $\vec{b}$ adalah $\left|\bar{c}\right|=\frac{\bar{a}\bullet\bar{b}}{\left|\bar{b}\right|}$

$$\left|\bar{c}\right|=\frac{\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}\bullet\begin{pmatrix}-5\\-10\\5\end{pmatrix}}{\sqrt{(-5)^2+(-10)^2+5^2}}=\frac{-10+10+15}{\sqrt{25+100+25}}=\frac{15}{\sqrt{150}}=\frac{15}{5\sqrt{6}}=\frac{1}{2}\sqrt{6}$$

Jadi, panjang proyeksi vektor $\left(\bar{u}+\bar{v}\right)$ pada $\left(10\bar{u}-15\bar{v}\right)$ adalah $\frac{1}{2}\sqrt{6}$. $\rightarrow$ [C]

17. Peta kurva $12x+3y-5=0$ jika dirotasi terhadap pusat O sebesar 90° searah putaran jarum jam dilanjutkan dengan reflesi terhadap garis $y=-x$ adalah ….

A. $12x+3y+5=0$ D. $3x-12y-5=0$

B. $12x+3y-5=0$ E. $3x+12y-5=0$

C. $12x-3y-5=0$

Solusi:

Alternatif 1:

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\frac{1}{1\times(-1)-0\times0}\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}-x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x'\\-y'\end{pmatrix}$$

$x=x'$ dan $y=-y'$

Alternatif 2:

$$\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\-y\end{pmatrix}$$

$x'=x$ dan $y'=-y \Leftrightarrow -y'=y$

$12x + 3y - 5 = 0$

$12x' + 3(-y') - 5 = 0$

$12x - 3y - 5 = 0$

Jadi, peta kurva tersebut adalah $12x - 3y - 5 = 0$. $\to$ [C]

18. Diberikan fungsi logaritma $f(x) = \log \frac{1}{x+a} + b$ yang ditunjukkan pada gambar berikut ini. Jika $f^{-1}(x)$ adalah invers dari fungsi logaritma f, maka $f^{-1}(x-1) = \ldots.$

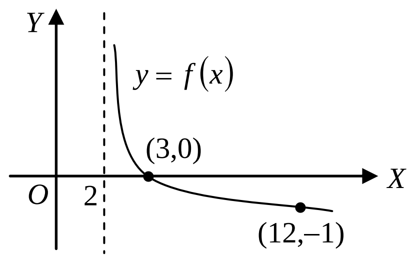
A. $10^{-x} + 2$

B. $10^{-x} - 2$

C. $10^{x} + 2$

D. $-10^{-x} + 2$

E. $10^{x} + 2$



Solusi:

$f(x) = \log \frac{1}{x+a} + b \Leftrightarrow f(x) = -\log(x+a) + b$

$(3,0) \to f(x) = -\log(x+a) + b$

$0 = -\log(3+a) + b \ldots.\ (1)$

$(12,-1) \to f(x) = -\log(x+a) + b$

$0 = -\log(12+a) + b \ldots.\ (2)$

Selisih persamaan (1) dan (2) menghasilkan:

$1 = -\log(3+a) + \log(12+a)$

$1 = \log \frac{12+a}{3+a}$

$\frac{12+a}{3+a} = 10$

$12 + a = 30 + 10a$

$9a = -18$

$a = -2$

$a = -2 \to 0 = -\log(3+a) + b$

$0 = -\log(3-2) + b$

$0 = -\log 1 + b$

$0 = 0 + b$

$b = 0$

Persamaan fungsi logaritma adalah $f(x) = -\log(x-2)$

$f(x) = -\log(x-2)$

$x = -\log(y-2)$

$-x = \log(y-2)$

$10^{-x} = y - 2$

$y = 10^{-x} + 2$

Jadi, fungsi inversnya adalah $f^{-1}(x) = 10^{-x} + 2 \rightarrow$ [A]

19. Diberikan deret aritmetika naik. Jumlah 8 suku pertama adalah 164 dan jumlah 6 suku berikutnya adalah 333. Jumlah 10 suku pertama deret aritmetika tersebut adalah….

A. 270 D. 255

B. 265 E. 250

C. 260

Solusi:

$S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)b\right]$

$S_8 = \frac{8}{2}\left[2a + (8-1)b\right] = 164$

$4(2a + 7b) = 164$

$2a + 7b = 41$…. (1)

Jumlah 8 suku pertama adalah 164 dan jumlah 6 suku berikutnya adalah 333 berarti jumlah 14 suku pertamanya adalah 164 + 333 = 497

$S_{14} = \frac{14}{2}\{2a + (14-1)b\} = 497$

$7(2a + 13b) = 497$

$2a + 13b = 71$…. (2)

Selisih persamaan (2) dan (1) adalah

$6b = 30$

$b = 5$

$b = 5 \rightarrow 2a + 7b = 41$

$2a + 7(5) = 41$

$2a = 6$

$a = 3$

$$S_{10}=\frac{10}{2}\left[2\times 3+(10-1)5\right]=255$$

Jadi, jumlah 10 suku pertama deret aritmetika tersebut adalah 255. $\to$ [D]

20. Di antara 1 dan 5 disisipkan k buah bilangan, sehingga terjadi sebuah deret aritmetika. u_1, u_3, dan u_7 membentuk sebuah deret geometri. Jumlah k suku pertama deret geometri adalah ….

A. 256 D. 127

B. 144 E. 107

C. 128

Solusi:

Beda lama = b = 5 – 1 = 4

Beda baru = b'

Banyak suku yang disisipkan = k

$$b'=\frac{b}{k+1}=\frac{4}{k+1}$$

Deret geometri: $u_1+u_3+u_7$

$$\frac{u_3}{u_1}=\frac{u_7}{u_3}$$

$$\frac{u_1+2b'}{u_1}=\frac{u_1+6b'}{u_1+2b'}$$

$$\frac{1+2b'}{1}=\frac{1+6b'}{1+2b'}$$

$$1+4b'+4(b')^2=1+6b'$$

$$4(b')^2-2b'+1=0$$

$$(2b'-1)=0$$

$$b'=\frac{1}{2}$$

$$b'=\frac{1}{2}\to b'=\frac{4}{k+1}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{4}{k+1}$$

$$k+1=8$$

$$k=7$$

$$r=\frac{u_3}{u_1}=\frac{u_1+2b'}{u_1}\ \frac{1+2\times\frac{1}{2}}{1}=2$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_7 = \frac{1(2^7 - 1)}{2 - 1} = 127$$

Jadi, jumlah deret geoemtri tersebut adalah 127. → [D]

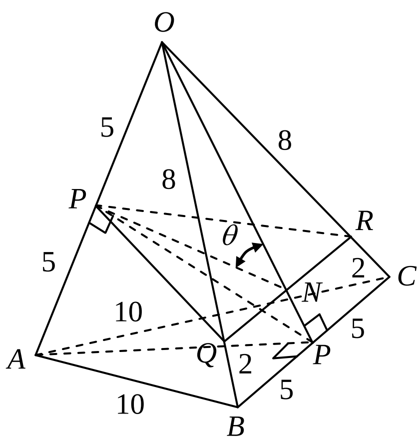
21. Diberikan limas segitiga beraturan (tetrahedron beraturan atau bidang empat beraturan) *OABC* yang panjang semua rusuknya masing-masing adalah 10 cm. Tetrahedron ini dipotong oleh bidang *PQR* sedemikian sehingga *OP* = 5 cm pada sisi *OA*; *OQ* = 8 cm pada sisi *OB*; dan *OR* = 8 cm. Besar sudut antara bidang *PQR* dan bidang *OBC* adalah θ. Jika $\sin\theta = \frac{a}{b}\sqrt{c}$, dengan a, b, c adalah bilangan asli dan bilangan c dalam bentuk sederhana (tidak dapat ditarik akarnya lagi), maka nilai $a + b + c = \ldots.$

A. 72 D. 50

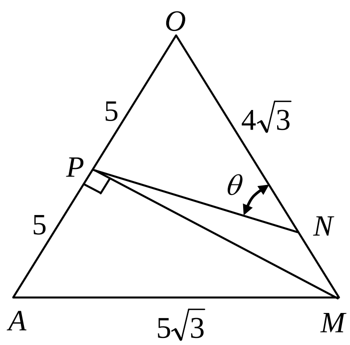
B. 60 E. 45

C. 55

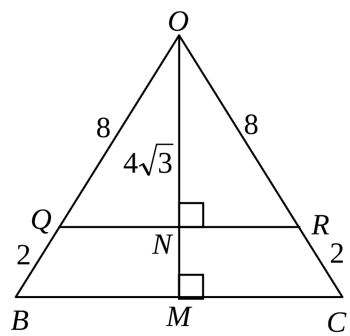
Solusi:



(1)



(2)



(3)

Dari gambar (3): $\frac{ON}{OM} = \frac{OQ}{OB} = \frac{8}{10}$

$OM = 10\sin 60° = 10 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ cm

Sehingga $ON = \frac{8}{10} \times 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ cm

Karena tetrahedron beraturan, maka $AM = OM = 5\sqrt{3}$ cm

ΔOAM adalah sama kaki dan *P* adalah titik tengah *OA*.

Sehingga $\angle OPM = 90°$ dan $\cos\angle POM = \frac{OP}{OM} = \frac{5}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Menurut aturan Kosinus dalam ΔPON:

$$PN^2 = OP^2 + ON^2 - 2 \times OP \times ON \times \cos\angle PON$$

$$PN^2 = 5^2 + \left(4\sqrt{3}\right)^2 - 2 \times 5 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 25 + 48 - 40 = 33$$

$$\sin\angle PON = \sqrt{1 - \cos^2\angle POM} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Menurut aturan Sinus dalam ΔPON:

$$\frac{OP}{\sin\angle PNO} = \frac{PN}{\sin\angle PON}$$

$$\sin\theta = \frac{OP \times \sin\angle PON}{PN} = \frac{5 \times \sqrt{\frac{2}{3}}}{\sqrt{33}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{99}} = \frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{11}} = \frac{5}{33}\sqrt{22}$$

Sehingga $a = 5$, $b = 33$, dan $c = 22$

Jadi, nilai $a + b + c = 5 + 33 + 22 = 60$. $\rightarrow$ [C]

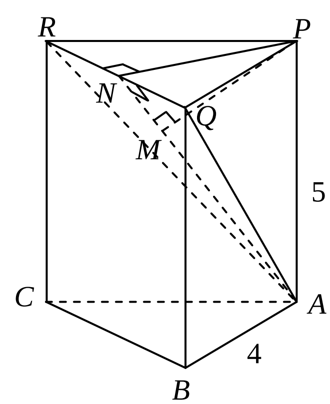
22. Dari prisma segitiga beraturan $ABC.PQR$, dengan AB = 4 cm dan AP = 5 cm. Jika jarak titik P ke bidang AQR hasilnya dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}\sqrt{c}$, dengan a, b, c adalah bilangan asli dan bilangan c dalam bentuk sederhana (tidak dapat ditarik akarnya lagi), maka nilai $a + b + c = \ldots$

A. 158 D. 48

B. 150 E. 47

C. 111

Solusi:



$$AQ = \sqrt{AB^2 + BQ^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \text{ cm}$$

$$AR = AQ = \sqrt{41} \text{ cm}$$

Menurut aturan Kosinus dalam ΔAQR:

$$\cos\angle QAR = \frac{AQ^2 + AR^2 - QR^2}{2 \cdot AQ \cdot AR} = \frac{\left(\sqrt{41}\right)^2 + \left(\sqrt{41}\right)^2 - 4^2}{2 \cdot \sqrt{41} \cdot \sqrt{41}} = \frac{41 + 41 - 16}{2 \cdot 41} = \frac{33}{41}$$

$$\sin\angle QAR = \sqrt{1 - \cos^2\angle QAR} = \sqrt{1 - \left(\frac{33}{41}\right)^2} = \sqrt{\frac{41^2 - 33^2}{41^2}} = \frac{4}{41}\sqrt{37}$$

Luas $\Delta BCD = \frac{1}{2} \times QR \times AN = \frac{1}{2} \times AQ \times AR \times \sin\angle QAR$

$$AN = \frac{AQ \times AR \times \sin\angle QAR}{QR} = \frac{\sqrt{41} \times \sqrt{41} \times \frac{4}{41}\sqrt{37}}{4} = \sqrt{37} \text{ cm}$$

$PN = 4\sin 60° = 4\times\frac{1}{2}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ cm

Luas $\Delta BCD = \frac{1}{2}\times AP\times PN = \frac{1}{2}\times AN\times PM$

$PM = \frac{AP\times PN}{AN} = \frac{5\times 2\sqrt{3}}{\sqrt{37}} = \frac{10}{37}\sqrt{111}$

Jadi, nilai $a+b+c = 10+37+111 = 158$. $\to$ [A]

23. Jika keliling segi-8 beraturan adalah 32 cm, maka rasio luas segi-8 beraturan tersebut dan luas lingkaran luarnya ….

A. $2:\pi\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2}:2\pi$

C. $\sqrt{2}:\pi$

D. $2:\pi$

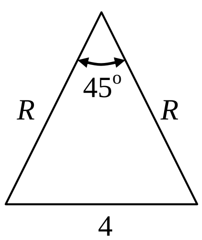
E. $2\sqrt{2}:\pi$

Solusi:

Keliling segi-8 beraturan = 32 cm

$8p = 32$

$p = \frac{32}{8} = 4$ cm



Panjang sisi segi-8 adalah 4 cm.

Sudut pusat segi-8 beraturan $= \frac{360°}{8} = 45°$

Menurut aturan Kosinus:

$4^2 = R^2 + R^2 - 2\times R\times R\times\cos 45°$

$16 = 2R^2 - 2R^2\times\frac{1}{2}\sqrt{2}$

$16 = R^2\left(2-\sqrt{2}\right)$

$R^2 = \frac{16}{2-\sqrt{2}} = \frac{16}{2-\sqrt{2}}\times\frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = 8\left(2+\sqrt{2}\right)$

Luas lingkaran luar segi-8 beraturan $= \pi R^2 = 8\pi\left(2+\sqrt{2}\right)$ cm^2.

Luas segi-n beraturan $= n\times\frac{1}{2}\times R^2\times\sin\frac{360°}{n}$

Luas segi-8 beraturan $= 8\times\frac{1}{2}\times R^2\times\sin\frac{360°}{8}$

Luas segi-8 beraturan $= 4\times 8\left(2+\sqrt{2}\right)\times\sin 45° = 32\left(2+\sqrt{2}\right)\times\frac{1}{2}\sqrt{2} = 16\left(2\sqrt{2}+2\right) = 32\left(\sqrt{2}+1\right)$ cm^2

Jadi, rasio luas segi-8 beraturan tersebut dan luas lingkaran luarnya $=\dfrac{32\left(\sqrt{2}+1\right)}{8\pi\left(2+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{32\left(\sqrt{2}+1\right)}{8\pi\left(2+\sqrt{2}\right)}\times\dfrac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

$=\dfrac{32\left(2\sqrt{2}-2+2-\sqrt{2}\right)}{8\pi(4-2)}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\pi}$ atau $2\sqrt{2}:\pi \rightarrow [E]$

24. Diberikan prisma segitiga tegak beraturan *CMN.PRQ*. Segitiga *CMN* sama sisi terletak pada persegi *ABCD* yang panjang sisinya $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$ dm, dengan *M* terletak pada *AB* dan *N* pada *AD*. Titik *T* terletak pada titik berat segitiga *PQR*, sehingga *TC* = 4 dm. Volume limas *T.CMN* adalah ….

A. $\dfrac{16}{3}\sqrt{2}$ liter

B. $8\sqrt{2}$ liter

C. $16\sqrt{2}$ liter

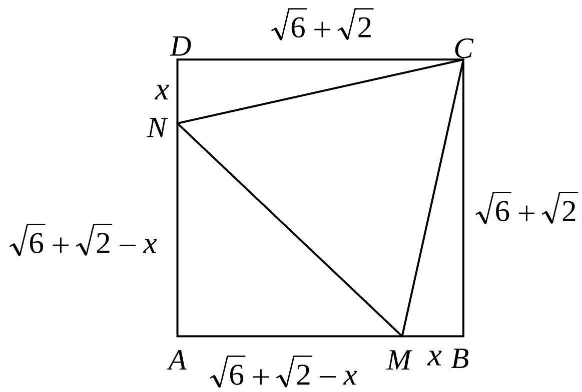
D. $\dfrac{16}{3}\sqrt{3}$ liter

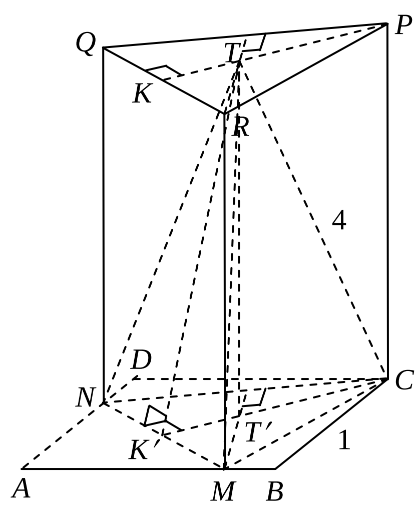
E. $\dfrac{16}{3}\sqrt{3}$ liter

Solusi:

Panjang sisi persegi *ABCD* = $\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$ dm.

Ambillah $BN = DM = x$, maka $AM = AN = \sqrt{6}+\sqrt{2}-x$.





Menurut Pythagoras:

$$CM = CN = \sqrt{x^2+\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{x^2+8+4\sqrt{3}}$$

$$MN = \sqrt{\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}-x\right)^2+\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}-x\right)^2} = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}-x\right)\sqrt{2}$$

Karena ΔCMN adalah sama sisi, maka $CM = CN = MN$.

$$\sqrt{x^2+8+4\sqrt{3}} = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}-x\right)\sqrt{2}$$

$$x^2+8+4\sqrt{3} = 12+4+2x^2+8\sqrt{3}-4x\sqrt{6}-4x\sqrt{2}$$

$$x^2-\left(4\sqrt{6}+4\sqrt{2}\right)x+\left(8+4\sqrt{3}\right)=0$$

$$x=\frac{4\sqrt{6}+4\sqrt{2}\pm\sqrt{128+64\sqrt{3}-32-16\sqrt{3}}}{2}=\frac{4\sqrt{6}+4\sqrt{2}\pm\sqrt{96+48\sqrt{3}}}{2}=\frac{4\sqrt{6}+4\sqrt{2}\pm4\sqrt{6+3\sqrt{3}}}{2}$$

$= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} \pm 2\left(\frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{6}\right) = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} \pm \left(3\sqrt{2} + \sqrt{6}\right)$

$x = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} + \left(3\sqrt{2} + \sqrt{6}\right) = 3\sqrt{6} + 5\sqrt{2}$ (ditolak) atau $x = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} - \left(3\sqrt{2} + \sqrt{6}\right) = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ (diterima)

$MN = CM = CN = \sqrt{\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right)^2 + 8 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{8 - 4\sqrt{3} + 8 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{16} = 4$ dm

Lihat $\Delta CMK'$ siku-siku di K':

$K'C = CM \sin 60° = 4 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ dm

Lihat $\Delta TK'M$ siku-siku di K':

$K'M = K'N = \frac{4}{2} = 2$ dm

$K'T = \sqrt{TM^2 - K'M^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ dm

Lihat $\Delta TK'C$:

$\cos\angle TCK' = \frac{K'C^2 + TC^2 - K'T^2}{2 \cdot K'C \cdot TC} = \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 4^2 - \left(2\sqrt{3}\right)^2}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4} = \frac{4^2}{2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sin\angle TCK' = \sqrt{1 - \cos^2\angle TCK'} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$

Luas $\Delta TCK' = \frac{1}{2} \times TC \times K'T \times \sin\angle TCK' = \frac{1}{2} \times K'C \times TT'$

$TT' = \frac{TC \times K'T \times \sin\angle TCK'}{K'C} = \frac{4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{3}\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{6}$ dm

Luas $\Delta CMN = \frac{1}{2} \times CM \times CN \times \sin\angle MCN = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60° = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ dm^2.

Jadi, volume limas $T.CMN = \frac{1}{3} \times$ Luas $\Delta CMN \times TT' = \frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} \times \frac{4}{3}\sqrt{6} = \frac{16}{3}\sqrt{2}$ liter $\rightarrow [A]$

25. Kosinus dari jumlah semua penyelesaian persamaan $4\sin x\cos x + 3 = \tan x + \cot x$, dengan $0 \le x \le 360°$ adalah ….

A. -1 D. 0

B. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ E. 1

C. $-\frac{1}{2}$

Solusi:

$4\sin x\cos x + 3 = \tan x + \cot x$

$$4\sin x\cos x+3=\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}$$

$$4\sin x\cos x+3=\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x\cos x}$$

$$4(\sin x\cos x)^2+3(\sin x\cos x)=1$$

$$4\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)^2+3\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)-1=0$$

$$\sin^2 2x+\frac{3}{2}\sin 2x-1=0$$

$$2\sin^2 2x+3\sin 2x-2=0$$

$$(2\sin 2x-1)(\sin 2x+2)=0$$

$\sin 2x=\frac{1}{2}$ (diterima) atau $\sin 2x=-2$ (ditolak)

$$\sin 2x=\frac{1}{2}=\sin 30^\circ$$

$2x=30^\circ+k\times 360^\circ$ atau $2x=180^\circ-30^\circ+k\times 360^\circ$, dengan $k\in B$

$x=15^\circ+k\times 180^\circ$ atau $x=75^\circ+k\times 180^\circ$, dengan $k\in B$

$k=0\Rightarrow x=15^\circ$ atau $x=75^\circ$

$k=1\Rightarrow x=15^\circ+180^\circ=195^\circ$ atau $x=75^\circ+180^\circ=255^\circ$

Jadi, $\cos(15^\circ+75^\circ+195^\circ+255^\circ)=\cos 540^\circ=\cos(180^\circ+360^\circ)=\cos 180^\circ=-1\rightarrow$ [A]

26. Dalam ΔABC dengan $BC=a$, $AC=b$, dan $AB=c$ diketahui $\angle ACB=120^\circ$ dan $a:b=(\sqrt{3}-1):2$. Nilai dari $(\sin A\cos B-\cos A\sin B)^2+(\cos A\cos B-\sin A\sin B)^2=\ldots.$

A. 0

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{2}$

E. $\frac{5}{2}$

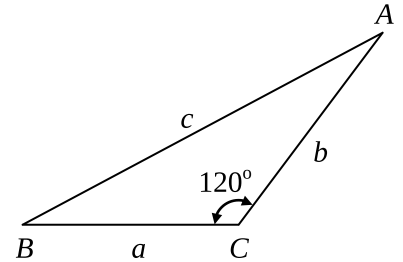
Solusi:

$a:b=(\sqrt{3}-1):2$

$a=(\sqrt{3}-1)k$ dan $b=2k$

Menurut aturan Kosinus dalam ΔABC :

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$



$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos 120°$

$c^2 = a^2 + b^2 + ab$

$c^2 = \left[\left(\sqrt{3}-1\right)k\right]^2 + (2k)^2 + \left(\sqrt{3}-1\right)k \times 2k$

$c^2 = 3k^2 - 2k^2\sqrt{3} + k^2 + 4k^2 + 2k^2\sqrt{3} - 2k^2$

$c^2 = 6k^2$

$c = k\sqrt{6}$

Menurut aturan Sinus dalam ΔABC :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{2k}{\sin B} = \frac{k\sqrt{6}}{\sin 120°}$$

$$\sin B = \frac{2k \times \sin 120°}{k\sqrt{6}} \quad \sin B = \frac{2k \times \frac{1}{2}\sqrt{3}}{k\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$B = 45°$

Alternatif 1: Menentukan besar sudut *A*

$A = 180° - (B + C) = 180° - (45° + 120°) = 15°$

Alternatif 2: Menentukan besar sudut *A*

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)k}{\sin A} = \frac{k\sqrt{6}}{\sin 120°}$$

$$\sin A = \frac{\left(\sqrt{3}-1\right)k\sin 120°}{k\sqrt{6}} = \frac{\left(\sqrt{3}-1\right)k \times \frac{1}{2}\sqrt{3}}{k\sqrt{6}} = \frac{\left(\sqrt{3}-1\right)}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{4}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$$

$A = 15°$

Jadi, $(\sin A\cos B - \cos A\sin B)^2 + (\cos A\cos B - \sin A\sin B)^2 = \sin^2(A-B) + \cos^2(A+B)$

$= \sin^2(15° - 45°) + \cos^2(15° + 45°) = \sin^2(-30°) + \cos^2 60° = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.→ [C]

27. Jika $\tan(\alpha + \beta) = 1$ dan $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{7}$, maka $\tan\alpha : \tan\beta$ adalah ….

A. 13:10 D. 6:5

B. $3:5$ E. $3:10$

C. $5:13$

Solusi:

$$\tan\{(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)\}=\frac{\tan(\alpha+\beta)+\tan(\alpha-\beta)}{1-\tan(\alpha+\beta)\tan(\alpha-\beta)}$$

$$\tan 2\alpha=\frac{1+\frac{1}{7}}{1-1\times\frac{1}{7}}=\frac{7+1}{7-1}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

$$\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{4}{3}$$

$$3\tan\alpha=2-2\tan^2\alpha$$

$$2\tan^2\alpha+3\tan\alpha-2=0$$

$$(2\tan\alpha-1)(\tan\alpha+2)=0$$

$$\tan\alpha=\frac{1}{2}\text{ atau }\tan\alpha=-2$$

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{1}{7}$$

$$\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{1}{7}$$

$$7\tan\alpha-7\tan\beta=1-\tan\alpha\tan\beta$$

$$\tan\alpha\tan\beta-7\tan\beta=1-7\tan\alpha$$

$$\tan\beta=\frac{1-7\tan\alpha}{\tan\alpha-7}$$

$$\tan\alpha=\frac{1}{2}\to\ \tan\beta=\frac{1-7\tan\alpha}{\tan\alpha-7}=\frac{1-7\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)-7}=\frac{2-7}{1-14}=\frac{5}{13}$$

$$\tan\alpha=-2\to\ \tan\beta=\frac{1-7\tan\alpha}{\tan\alpha-7}=\frac{1-7(-2)}{-2-7}=\frac{15}{-9}=-\frac{5}{3}$$

Karena $\tan\alpha>0$ dan $\tan\beta>0$, maka $\tan\alpha=\frac{1}{2}$ dan $\tan\beta=\frac{5}{13}$.

Jadi, $\tan\alpha:\tan\beta=\frac{1}{2}:\frac{5}{13}=13:10$. $\to$ [A]

28. Nilai $\lim\limits_{x\to-2}\left(\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x^2-2x+4}-\frac{24}{x^3+8}\right)$ adalah ….

A. $-\frac{11}{4}$ D. $\frac{11}{12}$

B. $-\frac{1}{12}$ E. $\frac{11}{4}$

C. $-\frac{11}{12}$

Solusi:

Alternatif 1: Uraian

$$\lim_{x\to -2}\left(\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x^2-2x+4}-\frac{24}{x^3+8}\right)=\lim_{x\to -2}\left(\frac{2x^2-4x+8+x+2}{x^3+8}-\frac{24}{x^3+8}\right)=\lim_{x\to -2}\left(\frac{2x^2-3x+10}{x^3+8}-\frac{24}{x^3+8}\right)$$

$$=\lim_{x\to -2}\frac{2x^2-3x+10-24}{x^3+8}=\lim_{x\to -2}\frac{2x^2-3x-14}{x^3+8}$$

$$=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(2x-7)}{(x-2)(x^2-2x+4)}=\lim_{x\to -2}\frac{2x-7}{x^2-2x+4}=\frac{2(-2)-7}{(-2)^2-2(-2)+4}$$

$$=-\frac{11}{12}\to [\text{C}]$$

Alternatif 2: Teorema Hospital

$$\lim_{x\to -2}\left(\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x^2-2x+4}-\frac{24}{x^3+8}\right)=\lim_{x\to -2}\left(\frac{2x^2-4x+8+x+2}{x^3+8}-\frac{24}{x^3+8}\right)=\lim_{x\to -2}\left(\frac{2x^2-3x+10}{x^3+8}-\frac{24}{x^3+8}\right)$$

$$=\lim_{x\to -2}\frac{2x^2-3x+10-24}{x^3+8}=\lim_{x\to -2}\frac{4x-3}{3x^2}=\frac{4(-2)-3}{3(-2)^2}=-\frac{11}{12}\to [\text{C}]$$

29. Nilai $\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sin x+\sqrt{\sin^2 x+\cos x}}=....$

A. 2 D. -2

B. 1 E. -4

C. -1

Solusi:

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sin x+\sqrt{\sin^2 x+\cos x}}=\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sin x+\sqrt{\sin^2 x+\cos x}}\times\frac{\sin x-\sqrt{\sin^2 x+\cos x}}{\sin x-\sqrt{\sin^2 x+\cos x}}$$

$$=\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos x\left(\sin x-\sqrt{\sin^2 x+\cos x}\right)}{\sin^2 x-\left(\sin^2 x+\cos x\right)}=\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos x\left(\sin x-\sqrt{\sin^2 x+\cos x}\right)}{-\cos x}$$

$$=\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}-\left(\sin x-\sqrt{\sin^2 x+\cos x}\right)=\sin\frac{3\pi}{2}-\sqrt{\sin^2\frac{3\pi}{2}+\cos\frac{3\pi}{2}}$$

$$= -1 - \sqrt{(-1)^2 + 0} = -1 - 1 = -2 \rightarrow [D]$$

30. Diberikan kurva fungsi $f(x) = ax^3 + bx$, dengan a dan b adalah konstanta mempunyai nilai stasioner $(1,2)$.

Batas-batas fungsi *f* naik adalah ….

A. $1 > x > -1$

B. $x < -1$ atau $x > 1$

C. $3 > x > -1$

D. $1 > x > -3$

E. $x < -3$ atau $x > 3$

Solusi:

$(1,2) \rightarrow f(x) = ax^3 + bx$

$2 = a(1)^3 + b(1)$

$a + b = 2$ …. (1)

$f'(x) = 3ax^2 + b$

Nilai stasioner dicapai jika $f'(x) = 0$, sehingga

$3ax^2 + b = 0$

$x = 1 \rightarrow 3ax^2 + b = 0$

$3a(1)^2 + b = 0$

$3a + b = 0$ …. (2)

Selisih persamaan (2) dan (1) menghasilkan:

$2a = -2$

$a = -1$

$a = -1 \rightarrow a + b = 2$

$-1 + b = 2$

$b = 3$

Fungsi *f* adalah $f(x) = -x^3 + 3x$

$f'(x) = -3x^2 + 3$

Fungsi *f* naik dicapai jika $f'(x) > 0$, sehingga

$-3x^2 + 3 > 0$

$x^2 - 1 < 0$

$(x+1)(x-1) < 0$

$1 > x > -1$

Jadi, batas-batas fungsi *f* naik adalah $1 > x > -1$. $\rightarrow$ [A]

31. Sebuah kotak dari logam tanpa tutup mempunyai volume 288 liter. Jika panjang alas kotak dua kali lebarnya, maka luas permukaan kotak minimum adalah ….

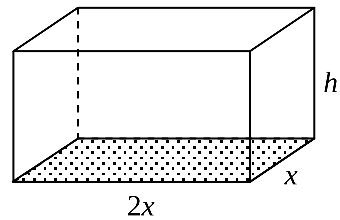
A. 106 dm^2 D. 216 dm^2

B. 108 dm^2 E. 256 dm^2

C. 118 dm^2

Solusi:

Volume kotak = 288



$2x \cdot x \cdot h = 288$

$h = \dfrac{144}{x^2}$

Luas permukaan kotak:

$L = 2x \cdot x + 2 \cdot x \cdot h + 2 \cdot 2x \cdot h$

$L = 2x^2 + 6xh$

$L = 2x^2 + 6x \times \dfrac{144}{x^2}$

$L = 2x^2 + \dfrac{864}{x}$

$L' = 4x - \dfrac{864}{x^2}$

$L'' = 4 + \dfrac{1728}{x^3}$

Nilai stasioner (titik kritis) dicapai jika $L' = 0$, sehingga

$4x - \dfrac{864}{x^2} = 0$

$x^3 - 216 = 0$

$x = \sqrt[3]{216} = 16$

Karena untuk $x = 6$, maka $L'' = 4 + \dfrac{1728}{6^3} = 12 > 0$, maka fungsi L mencapai nilai minimum pada $x = 6$.

$L_{\min} = 2(6)^2 + \dfrac{864}{6} = 216$

Jadi, luas permukaan kotak minimum adalah 216 dm^2. $\rightarrow$ [D]

32. Jika $\int_1^a \sqrt{3x+1}\,dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 13\sqrt{2} \sin \frac{1}{2} x\,dx$, maka nilai a adalah ….

A. 9 D. 4

B. 8 E. 2

C. 6

Solusi:

$$\int_1^a \sqrt{3x+1}dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 13\sqrt{2}\sin\frac{1}{2}xdx$$

$$\int_1^a \sqrt{3x+1}d(3x+1) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 13\sqrt{2}\sin\frac{1}{2}xdx$$

$$\left[\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{3}{2}}\right]_1^a = \left[-26\sqrt{2}\cos\frac{1}{2}x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$\frac{2}{9}(3a+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{16}{9} = -26\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{2} + 26\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{2}{9}(3a+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{16}{9} = 0 + 26\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\frac{2}{9}(3a+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{16}{9} = 26$$

$$(3a+1)^{\frac{3}{2}} - 8 = 117$$

$$(3a+1)^{\frac{3}{2}} = 125$$

$$3a+1 = 125^{\frac{2}{3}}$$

$$3a+1 = 25$$

$$3a = 24$$

$$a = 8$$

Jadi, nilai a adalah 8. $\to$ [D]

33. Hasil dari $\int \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}dx = \ldots.$

A. $x^2 + \frac{x}{x+1} + C$

B. $x + \frac{x}{x+1} + C$

C. $x + \frac{x^2}{x+1} + C$

D. $\frac{x^2}{x+1} + C$

E. $\frac{x}{x+1} + 1 + C$

Solusi:

$$\int \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}dx = \int \frac{x^2+2x+1-1}{(x+1)^2}dx = \int\left[1-\frac{1}{(x+1)^2}\right]dx = x+\frac{1}{x+1}+C = \frac{x^2+x+1}{x+1}+C = \frac{x^2}{x+1}+1+C$$

$$= \frac{x^2}{x+1}+C \to \text{[D]}$$

34. Hasil dari $\int x\sin^2 x dx$ adalah ….

A. $2x^2-2x\sin 2x-\cos 2x$

B. $\frac{1}{8}\left(2x^2-x\sin 4x\right)+C$

C. $\frac{1}{8}\left(x^2-x\sin 2x+\cos 2x\right)+C$

D. $\frac{1}{4}\left(2x^2+2x\sin 2x-\cos 2x\right)+C$

E. $\frac{1}{8}\left(2x^2-2x\sin 2x-\cos 2x\right)+C$

Solusi:

Ambillah $u=x \Leftrightarrow du=dx$

$$dv=\sin^2 xdx=\frac{1-\cos 2x}{2}dx \Leftrightarrow v=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int x\sin^2 xdx = x\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x\right)-\int\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x\right)dx = \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x\sin 2x-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{8}\cos 2x+C$$

$$=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{4}x\sin 2x-\frac{1}{8}\cos 2x+C = \frac{1}{8}\left(2x^2-2x\sin 2x-\cos 2x\right)+C$$

35. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva fungsi $y=x^3-2x^2+5$ dan $y=x+3$ adalah ….

A. 5

B. $3\frac{7}{12}$

C. $3\frac{1}{3}$

D. $3\frac{1}{12}$

E. $3\frac{1}{24}$

Solusi:

Batas-batas integral:

$y=x^3-2x^2+5$ dan $y=x+3$

$x^3-2x^2+5=x+3$

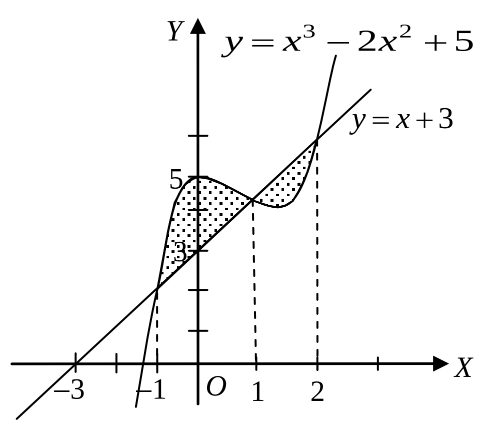
$x^3-2x^2-x+2=0$

$(x-1)(x^2-x-2)=0$

$(x-1)(x+1)(x-2)=0$

$x=1$ atau $x=-1$ atau $x=2$

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -2 & -1 & 2 \\ & & 1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$



Rumus: $L=\int_a^b f(x)dx$

Luas daerah yang diarsir adalah

$$L=\int_{-1}^{1}\{(x^3-2x^2+5)-(x+3)\}dx+\int_{1}^{2}\{(x+3)-(x^3-2x^2+5)\}dx$$

$$=\int_{-1}^{1}(x^3-2x^2-x+2)dx+\int_{1}^{2}(-x^3+2x^2+x-2)dx$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{1}+\left[-\frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right]_{1}^{2}$$

$$=\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+2\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-2\right)+\left(-\frac{16}{4}+\frac{16}{3}+\frac{4}{2}-4\right)-\left(-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-2\right)$$

$$=\left(\frac{3-8-6+24}{12}\right)-\left(\frac{3+8-6-24}{12}\right)+\left(\frac{-48+64+24-48}{12}\right)-\left(\frac{-3+8+6-24}{12}\right)$$

$$=\left(\frac{13}{12}\right)-\left(-\frac{19}{12}\right)+\left(\frac{-8}{12}\right)-\left(\frac{-13}{12}\right)=\frac{13+19-8+13}{12}=\frac{37}{12}=3\frac{1}{12}\rightarrow \text{[D]}$$

36. Volume benda putar yang terjadi jika daerah yang dibatasi oleh kurva $y=2x-x^2$, garis $y=-2x+4$, dan sumbu Y yang diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° adalah ….

A. $\frac{48}{5}\pi$ D. 4π

B. $\frac{38}{5}\pi$ E. 8π

C. $\frac{18}{5}\pi$

Solusi:

Batas-batas integral:

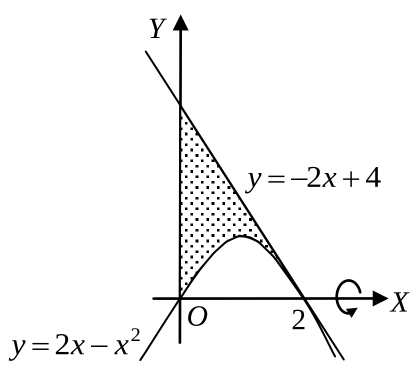
Kurva $y=2x-x^2$ dan garis $y=-2x+4$

$-2x+4=2x-x^2$

$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$



$V=\pi\int_a^b\{f^2(x)-g^2(x)\}dx,\ f(x)>g(x)$

$$V=\pi\int_0^2\left\{(-2x+4)^2-(2x-x^2)^2\right\}dx=\pi\int_0^2\left(4x^2-16x+16-4x^2+4x^3-x^4\right)dx$$

$$=\pi\int_0^2\left(-16x+16+4x^3-x^4\right)dx\quad=\pi\left[-8x^2+16x+x^4-\frac{x^5}{5}\right]_0^2=\pi\left(-32+32+16-\frac{32}{5}\right)=\frac{48}{5}\pi\ \rightarrow \text{[A]}$$

37. Data yang disajikan pada tabel berikut adalah berat badan 60 orang siswa .

Berat Badan (kg)	Frekuensi
36 – 39	*a*
40– 45	12
46 – 51	*b*
52 – 57	16
58 – 61	5

Jika modus pada tabel tersebut adalah 49,5 maka nilai *b* adalah ….

A. 12 D. 6

B. 8 E. 5

C. 7

Solusi:

$a+12+b+16+5=60$

$a+b=27$

$$Mo=L+\left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right)p$$

dengan: Mo = modus

L = tepi bawah kelas modus (yang memiliki frekuensi tertinggi)

p = panjang kelas atau interval kelas

d_1 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya

d_2 = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya

Nilai **modus** pada tabel tersebut adalah 49,5 menunjukkan bahwa kelas modus terletak pada interval kelas 46 – 51 dengan frekuensi *b*.

Mo = 49,5; L = 45,5; p = 6; $d_1=b-12$; dan $d_2=b-16$

$$49{,}5=45{,}5+\left(\frac{b-12}{b-12+b-16}\right)6$$

$$4=\frac{6b-72}{2b-28}$$

$8b-112=6b-72$

$$2b = 40$$

$$b = 40:2 = 20$$

$$b = 20 \rightarrow \; a + b = 27$$

$$a + 20 = 27$$

$$a = 7$$

Jadi, nilai *a* dalah 7. $\rightarrow$ [C]

38. Banyaknya bilangan 4 angka yang semua angkanya genap dan bukan merupakan kelipatan 2003 adalah ….

A. 499 D. 625

B. 500 E. Tidak satupun di antaranya

C. 624

Solusi:

Bilangan genap terdiri dari angka-angka 0, 2, 4, 6, dan 8.

4	5	5	5

Banyak bilangan 4 angka yang semua angkanya genap = $4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$

Bilangan kelipatan 2003 yang terdiri dari 4 angka adalah 2003, 4006, 6009,8012. Di sini terlihat, bahwa bilangan yang semua angkanya merupakan bilangan genap adalah hanya 4006.

Jadi, banyaknya bilangan 4 angka yang semua angkanya genap dan bukan merupakan kelipatan 2003 adalah 500 – 1 = 499. $\rightarrow$ [A]

39. Delegasi Indonesia ke suatu pertemuan pemuda Internasional terdiri dari 5 orang. Ada 7 orang pria dan 5 orang wanita yang mencalonkan diri untuk menjadi anggota delegasi. Jika dipersyaratkan bahwa paling sedikit seorang anggota itu harus wanita, maka banyaknya cara memilih anggota delegasi adalah ….

A. 871 D. 717

B. 821 E. 177

C. 771

Solusi:

Ada 7 orang pria dan 5 orang wanita.

Delegasi beranggotakan 5 orang, dengan paling sedikit ada 1 orang wanita.

Kemungkinannya adalah (4*P*, 1*W*), (3*P*, 2*W*), (2*P*, 3*W*), (1*P*, 4*W*), (0*P*, 5*W*)

Jadi, banyaknya cara memilih anggota delegasi tersebut adalah

$$= {}_7C_4 \times {}_5C_1 + {}_7C_3 \times {}_5C_2 + {}_7C_2 \times {}_5C_3 + {}_7C_1 \times {}_5C_4 + {}_7C_0 \times {}_5C_5$$

$$= \frac{7!}{4!3!} \times \frac{5!}{1!4!} + \frac{7!}{3!4!} \times \frac{5!}{2!3!} + \frac{7!}{2!5!} \times \frac{5!}{3!2!} + \frac{7!}{1!6!} \times \frac{5!}{4!1!} + \frac{7!}{0!7!} \times \frac{5!}{5!0!}$$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4!}{1 \times 4!} + \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} \times \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} + \frac{7 \times 6 \times 5!}{2 \times 1 \times 5!} \times \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} + \frac{7 \times 6!}{1 \times 6!} \times \frac{5 \times 4!}{4! \times 1} + \frac{7!}{1 \times 7!} \times \frac{5!}{5! \times 1}$$

$=35\times5+35\times10+21\times10+7\times5+1\times1$

$=175+350+210+35+1$

$=771\to$ [C]

40. Dari antara 9 buah kartu bernomor 1 sampai 9 diambil 2 kartu secara acak. Peluang terambilnya dua kartu yang jumlah nomornya 9 adalah ….

A. $\frac{1}{72}$ D. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{36}$ E. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{18}$

Solusi:

Banyak pasangan kartu yang jumlah nomornya 9 ada 4 buah, yaitu (1,8); (2,7); (3,6); (4,5).

Jadi, peluang terambilnya 2 kartu yang jumlah nomornya 9 $=\frac{4}{{}_9C_2}=\frac{4}{\frac{9!}{2!7!}}=\frac{4}{\frac{9\times8\times7!}{2\times1\times7!}}=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}\to$ [D]