

Solusi UN Paket 16

MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika
Jenjang : SMA/MA
Program Studi : IPA

WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013
Jam : 07.30 – 09.30

PETUNJUK UMUM

1. Periksalah Naskah Sola yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
 - a. Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
 - b. Kelengkapan dan urutan nomor soal.
 - c. Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
 - d. Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
2. Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
3. Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada koklom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
4. Isilah pada LJUN Anda dengan:
 - a. Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
 - b. Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
 - c. Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
5. Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
6. Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
7. Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
8. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
9. Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
10. Lembar soal boleh dicorat-corek, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-corek.

SELAMAT MENGERJAKAN

1. Diketahui premis-premis berikut:
Premis 1: Jika hari panen melimpah, maka penghasilan petani meningkat.
Premis 2: Jika petani meningkat, maka mereka makmur.

Premis 3: petani tidak makmur.

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah....

- A. Penghasilan petani tidak meningkat.
- B. Penghasilan petani menurun.
- C. Panen tidak melimpah.
- D. Petani tidak panen.
- E. Petani gagal panen.

Solusi:

Kaidah Silogisme:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Kaidah Modus Tollens:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Dengan demikian,

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \sim r \\ \hline \therefore \dots \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \sim r \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Jadi, kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah “Panen tidak melimpah”. \rightarrow [C]

2. Pernyataan yang setara dengan “Jika persediaan barang banyak, maka harga barang turun” adalah....
 - A. Persediaan barang banyak atau harga barang naik.
 - B. Persediaan barang banyak dan harga barang naik.
 - C. Persediaan tidak barang banyak atau harga barang naik.
 - D. Persediaan tidak barang banyak atau harga barang turun.
 - E. Persediaan tidak barang banyak dan harga barang turun.

Solusi:

Konsep: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$

Jadi, pernyataan tersebut ekuivalen dengan pernyataan “Persediaan tidak barang banyak atau harga barang turun.” \rightarrow [D]

3. Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} = \dots$

- A. $-6 - \sqrt{35}$
- B. $-6 + \sqrt{35}$
- C. $6 - \sqrt{35}$
- D. $12 - 2\sqrt{35}$
- E. $12 + 2\sqrt{35}$

Solusi:

$$\frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} = \frac{5 - 2\sqrt{35} + 7}{5 - 7} = \frac{12 - 2\sqrt{35}}{-2} = -6 + \sqrt{35} \rightarrow [B]$$

4. Diketahui ${}^2\log 3 = a$ dan ${}^2\log 5 = b$. Nilai dari ${}^9\log 150$ dalam a dan b adalah....
 - A. $1 + b$
 - B. $\frac{1 + 2b}{2}$
 - C. $\frac{2a}{1 + 2b}$

D. $\frac{1+a+2b}{2a}$

E. $\frac{1+a+b}{a}$

Solusi:

$${}^9\log 150 = \frac{{}^2\log 150}{{}^2\log 9} = \frac{{}^2\log 2 + {}^2\log 3 + {}^2\log 25}{{}^2\log 3} = \frac{{}^2\log 2 + {}^2\log 3 + 2{}^2\log 5}{{}^2\log 3} = \frac{1+a+2b}{2a} \rightarrow [D]$$

5. Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a = \dots$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

E. 8

Solusi:

Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -a + 1 \dots (1)$$

$$\alpha = 2\beta \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$2\beta + \beta = -a + 1$$

$$\beta = \frac{-a+1}{3}$$

$$\alpha = 2\beta = \frac{2(-a+1)}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 2$$

$$\frac{2(-a+1)}{3} \times \frac{-a+1}{3} = 2$$

$$(-a+1) = 9$$

$$-a+1 = \pm 3$$

$$a = -2 \text{ atau } a = 4$$

Karena $a > 0$, maka $a = 4$. $\rightarrow [C]$

6. Fungsi $f(x) = 2x^2 - ax + 2$ akan menjadi fungsi definit positif bila nilai a berada pada interval....

A. $a > -4$

B. $a > 4$

C. $-4 < a < 4$

D. $4 < a < 6$

E. $-6 < a < 4$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = ax^2 + bx + c$ adalah definit positif, maka haruslah $a > 0$ dan

$$D = b^2 - 4ac < 0.$$

$$f(x) = 2x^2 - ax + 2$$

$$a = 2 > 0 \dots (1)$$

$$D = b^2 - 4ac < 0$$

$$(-a)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 < 0$$

$$a^2 - 16 < 0$$

$$(a+4)(a-4) < 0$$

$$-4 < a < 4 \dots (2)$$

Dari (1) \cap (2) menghasilkan $-4 < a < 4 \rightarrow [C]$

7. Diketahui persamaan kuadrat $x^2 + (a-3)x + 9 = 0$. Nilai a yang menyebabkan persamaan tersebut mempunyai akar-akar kembar adalah....

- A. $a = 6$ atau $a = -6$
- B. $a = 3$ atau $a = -3$
- C. $a = 6$ atau $a = 3$
- D. $a = 9$ atau $a = -3$
- E. $a = 12$ atau $a = -3$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ mempunyai akar kembar, maka haruslah $D = b^2 - 4ac = 0$.

$$x^2 + (a-3)x + 9 = 0$$

$$(a-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$$

$$(a-3)^2 = 36$$

$$a-3 = \pm\sqrt{36} = \pm 6$$

$$a = 6+3 = 9 \text{ atau } a = -6+3 = -3 \rightarrow [D]$$

8. Lima tahun yang akan datang, jumlah umur kakak dan adik adalah 6 kali selisihnya. Sekarang, umur kakak 6 tahun lebih dari umur adik. Umur kakak sekarang adalah....

- A. 21 tahun
- B. 16 tahun
- C. 15 tahun
- D. 10 tahun
- E. 6 tahun

Solusi:

Ambillah umur kakak dan adik adalah k dan a tahun.

$$k + 6 + a + 6 = 6(k + 6 - a - 6)$$

$$k + a + 12 = 6k - 6a$$

$$5k - 7a = 12 \dots (1)$$

$$k = 6 + a$$

$$a = k - 6 \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$5k - 7(k-6) = 12$$

$$5k - 7k + 42 = 12$$

$$2k = 30$$

$$k = 15$$

Jadi, umur kakak sekarang adalah 15 tahun. $\rightarrow [C]$

9. Persamaan lingkaran yang berdiameter 10 dan berpusat di titik $(-5,5)$ adalah...

- A. $x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 = 0$
- B. $x^2 + y^2 - 10x + 10y + 25 = 0$
- C. $x^2 + y^2 - 5x + 5y + 25 = 0$
- D. $x^2 + y^2 + 5x - 10y + 25 = 0$
- E. $x^2 + y^2 - 10x + 10y - 25 = 0$

Solusi:

Diameter lingkaran $d = 10$

$$\text{Jari-jari lingkaran } r = \frac{d}{2} = 5$$

Persamaan lingkaran dengan pusat (a,b) dan jari-jari r adalah $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Jadi, persamaan lingkarannya adalah

$$(x+5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 + 25 = 25$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 = 0 \rightarrow [A]$$

10. Diketahui salah satu factor linear dari suku banyak $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + (p-15)x + 6$ adalah $(2x-1)$. Faktor linear lainnya dari suku banyak tersebut adalah....

- A. $x-5$
- B. $x-2$
- C. $x+1$
- D. $x+2$
- E. $x+3$

Solusi:

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + (p-15)x + 6$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (p-15)\left(\frac{1}{2}\right) + 6 = 0$$

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2}(p-15) + 6 = 0$$

$$1 - 3 + 2(p-15) + 24 = 0$$

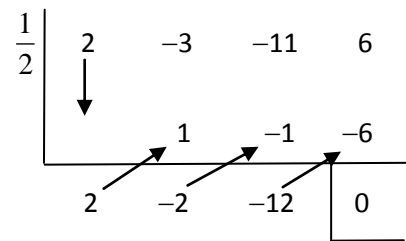
$$2(p-15) = -22$$

$$p-15 = -11$$

$$p = 4$$

$$\therefore f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = (2x-1)(x^2 - x - 6) = (2x-1)(x-3)(x+2)$$

\therefore Faktor linear lainnya dari suku banyak tersebut adalah $x+2$. $\rightarrow [D]$



11. Diketahui $f(x) = x^2 - 4x + 2$ dan $g(x) = 3x + 5$. Fungsi komposisi $(f \circ g)(x)$ adalah....

- A. $3x^2 - 4x + 5$
- B. $3x^2 - 12x + 7$
- C. $3x^2 - 12x + 11$
- D. $9x^2 + 18x + 7$
- E. $9x^2 + 26x + 27$

Solusi:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f(3x+5)$$

$$= (3x+5)^2 - 4(3x+5) + 2$$

$$= 9x^2 + 30x + 25 - 12x - 20 + 2$$

$$= 9x^2 + 18x + 7 \rightarrow [D]$$

12. Diketahui fungsi $g(x) = \frac{x+3}{x-1}$; $x \neq 1$. Invers fungsi g adalah $g^{-1}(x) = \dots$

- A. $\frac{x+3}{x-1}$; $x \neq 1$
- B. $\frac{x+3}{x+1}$; $x \neq -1$
- C. $\frac{x+1}{x-3}$; $x \neq 3$

D. $\frac{x+1}{x+3}; x \neq -3$

E. $\frac{x-1}{x-3}; x \neq 3$

Solusi:

Cara 1:

$$g(x) = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 1$$

$$x = \frac{y+3}{y-1}$$

$$xy - x = y + 3$$

$$(x-1)y = x+3$$

$$y = \frac{x+3}{x-1}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 1 \rightarrow [A]$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$g(x) = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 1 \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-1}, x \neq 1 \rightarrow [A]$$

13. Luas daerah parkir 1.760 m². Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m² dan mobil besar 20 m². Daya tamping maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah

A. Rp176.000,00

B. Rp200.000,00

C. Rp260.000,00

D. Rp300.000,00

E. Rp340.000,00

Solusi:

Ambillah banyak mobil kecil dan besar adalah x dan y buah.

$$\begin{cases} 4x + 20y \leq 1.760 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y \leq 440 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 1000x + 2000y$$

$$x + 5y = 440 \dots (1)$$

$$x + y = 200 \dots (2)$$

Persamaan (1) – persamaan (2) menghasilkan

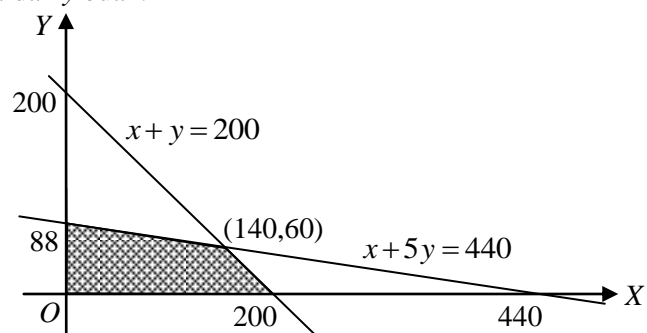
$$4y = 240$$

$$y = 60$$

$$x + 60 = 200$$

$$x = 140$$

Koordinat titik potong garis $x + 5y = 440$ dan $x + y = 200$ adalah (140,60)



Titik (x, y)	$f(x, y) = 1000x + 2000y$	Keterangan
$(0,0)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 0 = 0$	
$(200,0)$	$1000 \times 200 + 2000 \times 0 = 200.000$	
$(140,60)$	$1000 \times 140 + 2000 \times 60 = 260.000$	Maksimum
$(0,88)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 88 = 176.000$	

Jadi, penghasilan maksimum tempat parkir adalah Rp260.000,00. \rightarrow [C]

14. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} a+2 & 1-3b \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2a & b-3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$. Jika $A + B = C$, nilai

$$a + b = \dots$$

- A. -6
- B. -3
- C. -2
- D. 1
- E. 2

Solusi:

$$A + B = C$$

$$\begin{pmatrix} a+2 & 1-3b \\ -1 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a & b-3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$a + 2 + 2a = 5$$

$$3a = 3$$

$$a = 1$$

$$1 - 3b + b - 3 = 6$$

$$2b = -8$$

$$b = -4$$

$$\text{Jadi, nilai } a + b = 1 - 4 = -3 \rightarrow \text{[B]}$$

15. Diketahui vektor-vektor $\vec{a} = 2i + 3j + k$, $\vec{b} = -3i - 2k$, dan $\vec{c} = 2j - 5k$. Vektor $\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$ adalah....

- A. $5i + 5j - 6k$
- B. $8i - 5j - 6k$
- C. $8i - 3j + 12k$
- D. $8i - j + 12k$
- E. $8i - j + 10k$

Solusi:

$$\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+6-0 \\ 3+0-6 \\ 1-4+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ 12 \end{pmatrix} = 8i - 3j + 12k \rightarrow \text{[C]}$$

16. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Nilai sinus sudut antara vektor \vec{a} dan \vec{b} adalah....

- A. $\frac{5}{7}$
- B. $\frac{11}{14}$
- C. $\frac{5\sqrt{3}}{14}$

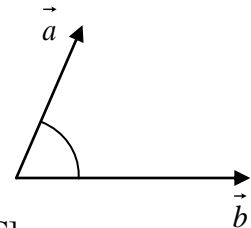
- D. $\frac{5}{11}\sqrt{3}$
 E. $\frac{2\sqrt{6}}{7}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika diberikan vektor \vec{a} dan \vec{b} , maka berlaku $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$

$$\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2} \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{2+6+3}{\sqrt{14}\sqrt{14}} = \frac{11}{14}$$

$$\sin \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \sqrt{1 - \cos^2 \angle(\vec{a}, \vec{b})} = \sqrt{1 - \left(\frac{11}{14}\right)^2} = \sqrt{\frac{196-121}{196}} = \sqrt{\frac{75}{196}} = \frac{5\sqrt{3}}{14} \rightarrow [C]$$



17. Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ dan vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$. Proyeksi vektor \vec{u} pada \vec{v} adalah....

- A. $\frac{4}{5}i - \frac{8}{5}j$
 B. $-\frac{4}{5}i - \frac{8}{5}j$
 C. $\frac{4}{5}i + \frac{8}{5}j$
 D. $\frac{4}{5}i - \frac{8}{5}j + \frac{4}{5}k$
 E. $-\frac{4}{5}i - \frac{8}{5}j + \frac{4}{5}k$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa proyeksi vektor orthogonal \vec{a} pada \vec{b} adalah $\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|^2} \vec{b}$

$$\vec{c} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \vec{v} = \frac{\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}}{(-3)^2 + (-6)^2 + 0^2} \vec{v} = \frac{12-24+0}{45} \vec{v} = \frac{-12}{45} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{4}{5}i + \frac{8}{5}j \rightarrow [C]$$

18. Diketahui M adalah pencerminan terhadap garis $y = -x$ dan T adalah transformasi yang dinyatakan oleh matriks $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Koordinat bayangan titik $A(2, -8)$ jika ditransformasikan oleh M dan dilanjutkan oleh T adalah....
- A. $(-10, 2)$
 B. $(-2, -10)$
 C. $(10, 2)$
 D. $(-10, -2)$
 E. $(2, 10)$

Solusi:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Jadi, koordinat bayangannya adalah (10,2). → [C]

19. Himpunan penyelesaian dari ${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$ adalah

- A. $\{x | 4 < x < 5\}$
- B. $\{x | -1 < x < 4\}$
- C. $\{x | x < -1 \text{ atau } x > 4\}$
- D. $\{x | -1 < x < 5 \text{ atau } -2 < x < 4\}$
- E. $\{x | -2 < x < -1 \text{ atau } 4 < x < 5\}$

Solusi:

$${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$$

$$x-4 > 0$$

$$x > 4 \dots (1)$$

$$x+1 > 0$$

$$x > -1 \dots (2)$$

$${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < \frac{1}{2}$$

$${}^{36}\log(x-4) + {}^{36}\log(x+1) < {}^{36}\log 6$$

$${}^{36}\log(x-4)(x+1) < {}^{36}\log 6$$

$$(x-4)(x+1) < 6$$

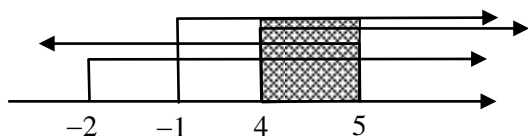
$$x^2 - 3x - 4 < 6$$

$$x^2 - 3x - 10 < 0$$

$$(x+2)(x-5) < 0$$

$$-2 < x < 5 \dots (3)$$

Dari (1) \cap (2) \cap (3) diperoleh



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x | 4 < x < 5\}$. → [A]

20. Persamaan grafik fungsi seperti tampak pada gambar berikut adalah

- A. $y = 2^{2x-3}$
- B. $y = 2^{2x+3}$
- C. $y = 2^{3x-2}$
- D. $y = 2^{3x+2}$
- E. $y = 2^{x-2}$

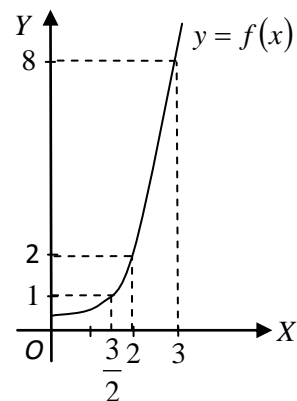
Solusi:

Persamaan grafik fungsi tersebut adalah $y = 2^{ax+b}$

$$(2,2) \rightarrow y = 2^{ax+b}$$

$$2 = 2^{2a+b}$$

$$2a+b=1 \dots (1)$$



$$(3,8) \rightarrow y = 2^{ax+b}$$

$$8 = 2^{3a+b}$$

$$3a + b = 3 \dots (2)$$

Persamaan (2) dikurangi persamaan (1) menghasilkan:

$$a = 2$$

$$2 \times 2 + b = 1$$

$$b = -3$$

\therefore persamaan grafik fungsi tersebut adalah $y = 2^{2x-3} \rightarrow [A]$

21. Diketahui suku ke-4 dan suku ke-9 suatu deret aritmetika berturut-turut adalah 15 dan 30. Jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah

- A. 960
- B. 690
- C. 460
- D. 390
- E. 360

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

$$u_9 - u_4 = 30 - 15$$

$$a + 8b - (a + 3b) = 15$$

$$5b = 15$$

$$b = 3$$

$$b = 3 \rightarrow u_4 = 15$$

$$a + 3b = 15$$

$$a + 3 \times 3 = 15$$

$$a = 15 - 9 = 6$$

Jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 6 + (20-1)3] = 690$$

Jadi, jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah 690. $\rightarrow [B]$

22. Hasil produksi suatu pabrik setiap tahunnya meningkat mengikuti aturan barisan geometri. Produksi pada tahun pertama sebanyak 200 unit dan pada tahun keempat sebanyak 1.600 unit. Hasil produksi selama 6 tahun adalah....

- A. 6.200unit
- B. 6.400unit
- C. 12.400unit
- D. 12.600unit
- E. 12.800unit

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan geometri adalah $u_n = ar^{n-1}$.

Barisan geometri: $a = 200$ dan $u_4 = 1.600$

$$u_4 = 1.600$$

$$ar^3 = 1.600$$

$$200r^3 = 1.600$$

$$r^3 = 8$$

$$r = \sqrt[3]{8} = 2$$

Jumlah n suku pertama dari barisan geometri adalah $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_6 = \frac{200(2^6 - 1)}{2 - 1} = 12.600$$

Jadi, hasil produksi selama enam tahun adalah 12.600 unit. → [D]

23. Diketahui kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 6 cm. Jarak titik G ke diagonal BE adalah....

- A. $3\sqrt{6}$ cm
- B. $6\sqrt{6}$ cm
- C. $9\sqrt{6}$ cm
- D. $3\sqrt{10}$ cm
- E. $9\sqrt{10}$ cm

Solusi:

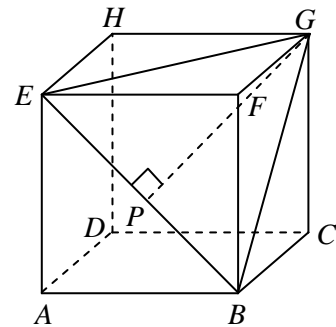
Perhatikan $\triangle BEG$ adalah segitiga sama sisi.

$$BE = EG = BG = 6\sqrt{2}$$

$$\sin \angle GEB = \frac{GP}{EG}$$

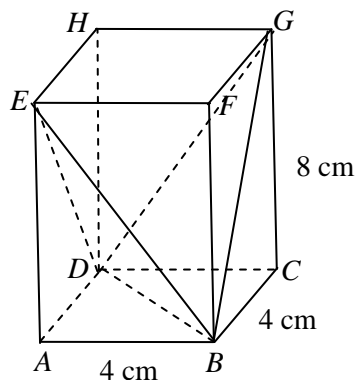
$$GP = EG \sin \angle GEB = 6\sqrt{2} \sin 60^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \sqrt{3} = 3\sqrt{6} \text{ cm}$$

Jadi, jarak titik G ke diagonal BE adalah $3\sqrt{6}$ cm → [A]



24. Nilai kosinus sudut antara bidang BDE dan bidang BDG seperti terlihat pada gambar prisma segi-4 $ABCD.EFGH$ beraturan berikut adalah....

- A. $\frac{2}{6}$
- B. $\frac{3}{6}$
- C. $\frac{4}{6}$
- D. $\frac{7}{9}$
- E. $\frac{8}{9}$



Solusi:

Menurut **Teorema Pythagoras:**

$$EG = \sqrt{EF^2 + FG^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AC = EG = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AP = \frac{1}{2} AC = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$PE = \sqrt{AE^2 + AP^2} = \sqrt{8^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$PG = PE = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

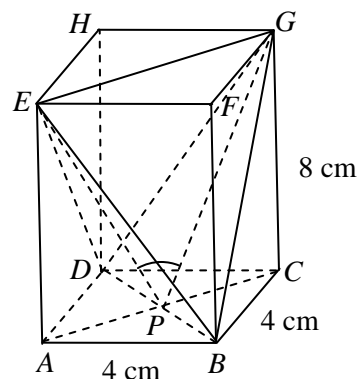
Lambang $[ABC]$ menyatakan luas $\triangle ABC$.

$$[ABC] = \frac{1}{2} AE \times EG = \frac{1}{2} AG \times EP$$

$$EP = \frac{AE \times EG}{AG} = \frac{6 \times 6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

Menurut **Aturan Kosinus:**

$$\cos \angle (BDE, BDG) = \frac{PE^2 + PG^2 - EG^2}{2 \cdot PE \cdot PG} = \frac{(6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2}{2 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}} = \frac{72 + 72 - 32}{144} = \frac{112}{144} = \frac{7}{9} \rightarrow [D]$$



25. Diketahui segi-12 beraturan dengan sisi s dan jari-jari lingkaran luarnya r cm. Keliling segi-12 tersebut adalah

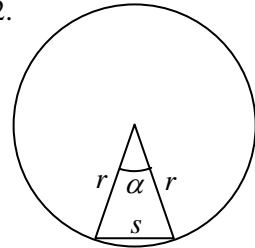
- A. $r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm
- B. $6r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm
- C. $12r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm
- D. $6r\sqrt{2+\sqrt{3}}$ cm
- E. $12r\sqrt{2+\sqrt{3}}$ cm

Solusi:

Ambillah sudut pusat $\alpha = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ dan s adalah panjang sisi segi-12.

Menurut **Aturan Kosinus:**

$$\begin{aligned} s^2 &= r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos \alpha = 2r^2 - 2r^2 \cos 30^\circ = 2r^2 - 2r^2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ &= 2r^2 - r^2 \sqrt{3} \\ s &= \sqrt{2r^2 - r^2 \sqrt{3}} = r\sqrt{2-\sqrt{3}} \end{aligned}$$



\therefore keliling segi-12 beraturan yang jari-jari lingkaran luarnya r cm adalah $12r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm. \rightarrow [C]

26. Nilai x yang memenuhi persamaan $\cos 2x - \sin x = 0$ untuk $0^\circ < x < 360^\circ$ adalah

- A. $\{30^\circ, 150^\circ\}$
- B. $\{30^\circ, 270^\circ\}$
- C. $\{30^\circ, 150^\circ, 180^\circ\}$
- D. $\{60^\circ, 120^\circ, 300^\circ\}$
- E. $\{30^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$

Solusi:

Cara 1:

$$\cos 2x - \sin x = 0$$

$$\cos 2x = \sin x$$

$$\cos 2x = \cos(90^\circ - x)$$

$$2x = \pm(90^\circ - x) + k \times 360^\circ$$

$$2x = 90^\circ - x + k \times 360^\circ \text{ atau } 2x = -90^\circ + x + k \times 360^\circ$$

$$3x = 90^\circ + k \times 360^\circ \text{ atau } x = -90^\circ + k \times 360^\circ$$

$$x = 30^\circ + k \times 120^\circ \text{ atau } x = -90^\circ + k \times 360^\circ$$

$$\text{Jika } k = 0 \text{ maka } x = 30^\circ \text{ atau } x = -90^\circ$$

$$\text{Jika } k = 1 \text{ maka } x = 30^\circ + 120^\circ = 150^\circ \text{ atau } x = -90^\circ + 360^\circ = 270^\circ$$

$$\text{Jika } k = 2 \text{ maka } x = 30^\circ + 240^\circ = 270^\circ \text{ atau } x = -90^\circ + 720^\circ = 630^\circ$$

$$\text{Jika } k = 3 \text{ maka } x = 30^\circ + 360^\circ = 390^\circ \text{ atau } x = -90^\circ + 1080^\circ = 990^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{30^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$. \rightarrow [E]

Cara 2:

$$\cos 2x - \sin x = 0$$

$$1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \text{ atau } \sin x = -1$$

$$x = 30^\circ \text{ atau } 150^\circ \text{ atau } x = 270^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{30^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$. \rightarrow [E]

27. Diketahui $\cos x = \frac{3}{5}$ untuk $0^\circ < x < 90^\circ$. Nilai dari $\sin 3x + \sin x = \dots$

- A. $\frac{72}{125}$
- B. $\frac{96}{125}$
- C. $\frac{108}{125}$
- D. $\frac{124}{125}$
- E. $\frac{144}{125}$

Solusi:

Karena $0^\circ < x < 90^\circ$, maka

$$\sin x = +\sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{25-9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\sin 3x + \sin x = 2 \sin 2x \cos x = 4 \sin x \cos^2 x = 4 \times \frac{4}{5} \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{144}{125} \rightarrow \text{[E]}$$

28. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \sqrt{4x^2 - 6x - 5} \right] = \dots$

- A. 4
- B. 2
- C. 1
- D. $\frac{1}{2}$
- E. $\frac{1}{4}$

Solusi:

Cara 1: Care

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \sqrt{4x^2 - 6x - 5} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \sqrt{\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \left(2x - \frac{3}{2}\right) \right] = \frac{1}{2} \rightarrow \text{[D]}$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q} \right) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[(2x-1) - \sqrt{4x^2 - 6x - 5} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - \sqrt{4x^2 - 6x - 5} \right) = \frac{-4+6}{2\sqrt{4}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{[D]}$$

29. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\sin^2 2x}{x \tan 2x} = \dots$

- A. -8
- B. -4
- C. 0
- D. 4
- E. 8

Solusi:

Cara 1:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\sin^2 2x}{x \tan 2x} = 8 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} \times \frac{\sin 2x}{2x} \times \frac{2x}{\tan 2x} = 8 \times 1 \times 1 \times 1 = 8 \rightarrow \text{[E]}$$

Cara 2:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 2x}{x \tan 2x} = \frac{4(2x)^2}{x \cdot 2x} = 8 \rightarrow [E]$$

30. Dua bilangan m dan n memenuhi hubungan $2m - n = 40$. Nilai minimum dari $p = m^2 + n^2$ adalah....

- A. 320
- B. 295
- C. 280
- D. 260
- E. 200

Solusi:

$$2m - n = 40$$

$$n = 2m - 40$$

$$p = m^2 + n^2 = m^2 + (2m - 40)^2 = m^2 + 4m^2 - 160m + 1600 = 5m^2 - 160m + 1600$$

$$p' = 10m - 160$$

Nilai stasioner p dicapai jika $p' = 0$, sehingga

$$10m - 160 = 0$$

$$m = 16$$

$$p_{\min}(16) = 5 \cdot 16^2 - 160 \cdot 16 + 1600 = 320 \rightarrow [A]$$

31. Hasil dari $\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \dots$

- A. -58
- B. -56
- C. -28
- D. -16
- E. -14

Solusi:

$$\begin{aligned} \int_0^2 3(x+1)(x-6)dx &= \int_0^2 (3x^2 - 15x - 18)dx = \left[x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_0^2 = 2^3 - \frac{15}{2} \times 2^2 - 18 \times 2 - 0 \\ &= 8 - 30 - 36 = -58 \rightarrow [A] \end{aligned}$$

32. Nilai dari $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \dots$

- A. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$
- B. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}$
- C. $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$
- D. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}}$
- E. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

Solusi:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\sin \frac{\pi}{2} - 0 - \frac{1}{2}\sin 0 = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} \rightarrow [B]$$

33. Hasil dari $\int \frac{4x-8}{\sqrt{x^2-4x+5}} dx = \dots$

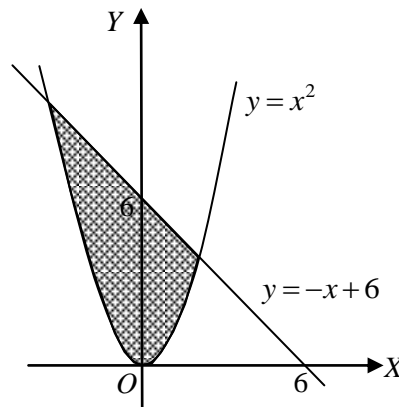
- A. $4\sqrt{x^2-4x+5} + C$
- B. $2\sqrt{x^2-4x+5} + C$
- C. $\frac{3}{2}\sqrt{x^2-4x+5} + C$
- D. $-\frac{3}{2}\sqrt{x^2-4x+5} + C$
- E. $-4\sqrt{x^2-4x+5} + C$

Solusi:

$$\begin{aligned} \int \frac{4x-8}{\sqrt{x^2-4x+5}} dx &= \int \frac{2}{\sqrt{x^2-4x+5}} d(x^2-4x+5) = \frac{2}{-\frac{1}{2}+1} (x^2-4x+5)^{-\frac{1}{2}+1} + C \\ &= 4(x^2-4x+5)^{\frac{1}{2}} + C = 4\sqrt{x^2-4x+5} + C \rightarrow [A] \end{aligned}$$

34. Luas daerah yang diarsir seperti gambar berikut dapat dinyatakan dengan rumus

- A. $L = \int_{-2}^3 (x^2 - x + 6) dx$
- B. $L = \int_{-2}^3 (-x^2 + x + 6) dx$
- C. $L = \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx$
- D. $L = \int_{\frac{2}{3}}^3 (x^2 - x + 6) dx$
- E. $L = \int_{\frac{2}{3}}^3 (x^2 - x - 6) dx$



Solusi:

Batas-batas integral untuk kurva $y = x^2$ dan $y = -x + 6$ adalah

$$x^2 = -x + 6$$

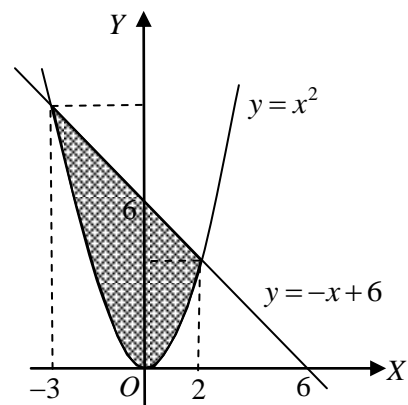
$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$$x = -3 \text{ atau } x = 2$$

$$L = \int_{-3}^2 (-x + 6 - x^2) dx$$

$$L = \int_{-2}^3 (-x^2 + x + 6) dx \rightarrow [B]$$



35. Volume benda putar dari daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 3x$ dan $y = x^2$ yang diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° adalah....

- A. $\frac{62}{5} \pi$ satuan volume
- B. $\frac{63}{3} \pi$ satuan volume

- C. $\frac{162}{5}\pi$ satuan volume
D. $\frac{98}{3}\pi$ satuan volume
E. $\frac{262}{5}\pi$ satuan volume

Solusi:

Batas-batas integral kurva $y = x^2$ dan $y = 3x$

$$x^2 = 3x$$

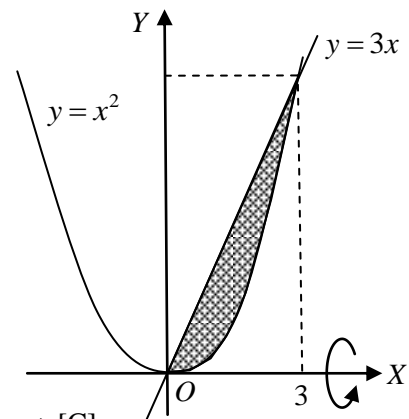
$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 3$$

$$V = \pi \int_0^3 [(3x)^2 - (x^2)^2] dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - x^4) dx$$

$$= \pi \left[3x^3 - \frac{1}{5}x^5 \right]_0^3 = \pi \left(3 \cdot 3^3 - \frac{1}{5} \cdot 3^5 - 0 \right) = \pi \left(81 - \frac{243}{5} \right) = \frac{162}{5}\pi \rightarrow [C]$$



36. Nilai kuartil atas dari data pada tabel berikut adalah....

- A. 71,5
B. 72,0
C. 73,5
D. 75,5
E. 76,5

Nilai	f
40 – 47	
48 – 55	
56 – 63	
64 – 71	
72 – 79	
80 – 87	
88 – 95	

Solusi:

Kelas kuartil atas terletak pada data ke $\frac{3n}{4} = \frac{3 \times 30}{4} = 22,5$, yaitu 72 – 79 .

Rumus kuartil atas adalah $Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3n}{4} - fk_3}{f_3} \times p$

$$Q_3 = 71,5 + \frac{\frac{3 \times 30}{4} - 19}{7} \times 8 = 80,5 + \frac{22,5 - 19}{7} \times 8 = 71,5 + 4 = 75,5 \rightarrow [D]$$

37. Dari angka 3, 5, 6, 7, dan 9 akan dibuat bilangan yang terdiri atas 3 angka yang berbeda. Banyak bilangan yang lebih dari 400 dan kurang dari 800 adalah....
A. 36
B. 20
C. 19
D. 18
E. 17

Solusi:

3	4	3
---	---	---

Banyak bilangan yang dapat dibentuk adalah $3 \times 4 \times 3 = 36 \rightarrow [A]$

38. Empat siswa dan dua siswi akan duduk berdampingan. Apabila siswi selalu duduk paling pinggir, banyak cara mereka duduk

- A. 24
- B. 48
- C. 56
- D. 64
- E. 72

Solusi:






Cara duduk $P_1L_1L_2L_3L_4P_2$ dan $P_2L_1L_2L_3L_4P_1$

Jadi, banyak cara mereka duduk adalah $2 \times 4! = 2 \times 24 = 48 \rightarrow [B]$

39. Erik suka sekali main skateboard. Dia mengunjungi sebuah toko bersama SKATERS untuk mengetahui beberapa model.

Di toko ini dia dapat membeli skateboard yang lengkap. Atau, ia juga dapat membeli sebuah papan, satu set roda yang terdiri dari 4 roda, satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu, dan satu set perlengkapan kecil untuk dapat merakit skateboard sendiri.

Daftar barang dan model/jenis skateboard di toko ini sebagai berikut:

Barang	Model/Jenis	
Skateboard Lengkap		
Papan		
Dua set roda yang terdiri dari 4 roda		
Satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu		
Dua set perlengkapan kecil (seperti baut, mur, dan karet)		

Toko itu menawarkan tiga macam papan, dua macam set roda, dan dua macam set perlengkapan kecil. Hanya ada satu macam set sumbu.

Berapa banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12
- E. 24

Solusi:

Banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik adalah $2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2! = 24 \rightarrow [E]$

40. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencangkup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan “Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga.”

Manakah di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?

- A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$, sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
- B. $\frac{2}{3}$ lebih besar dari pada $\frac{1}{2}$, sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
- C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi.
- D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kapan sebuah gempa bumi akan terjadi.
- E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang, karena sudah diperkirakan oleh ahli geologi.

Solusi:

Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi. → [C]