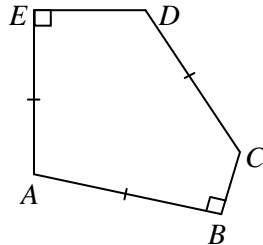


PART 7

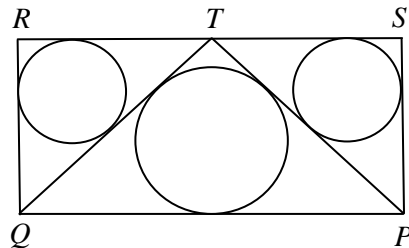
Creative Problem Solving in School Mathematics

Kerjakan soal-soal berikut.

1. Hitunglah luas segi lima $ABCDE$, jika $AB = AE = CD = 1$, $BC + DE = 1$, dan $\angle ABC = \angle AED = 90^\circ$.

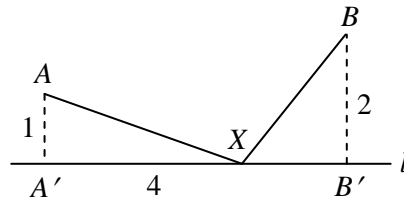


2. Pada diagram $PQRS$ adalah persegi panjang dan T adalah titik tengah RS . Lingkaran dalam $\triangle PTS$ dan $\triangle RTQ$ masing-masing mempunyai jari-jari 3 cm. Lingkaran dalam $\triangle PQT$ mempunyai jari-jari 4 cm. Hitunglah luas persegi panjang $PQRS$.



3. Jika a adalah bilangan bulat positif, maka $a!$ adalah hasil perkalian $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (a-1) \times a$. Sebagai contoh $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$. Jika n adalah bilangan bulat positif, maka jumlah $1 + 1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + n \times n!$ adalah
4. Berapa banyak persegi panjang yang mempunyai sisi bilangan bulat positif yang mempunyai nilai numerik keliling dan luasnya sama?
5. Tentukan akar kuadrat dari $\overbrace{111\dots11}^{2010 \text{ kali}} \underbrace{222\dots2225}_{2011 \text{ kali}}$.
6. Tentukan konstanta a , b , p , dan q dari $(2x-1)^{20} - (ax+b)^{20} = (x^2 + px + q)^{10}$ untuk semua bilangan real x .
7. Jika a dan b adalah akar-akar dari $x^2 + px + 1 = 0$ sedangkan c dan d adalah akar-akar dari $x^2 + qx + 1 = 0$. Nyatakan ekspresi $(a-c)(b-c)(a+d)(b+d)$ dalam p dan q .
8. Didefinisikan fungsi f dengan $f(x) = \frac{4x + \sqrt{4x^2 - 1}}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-1}}$ untuk $x \geq 1$. Hitung jumlah $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(40)$

9. Dua titik A dan B terletak di luar garis l . $f(X)$ untuk titik X sembarang pada l yang menyatakan jumlah jarak dari A ke titik X dan dari B ke titik X . Tentukan jarak terpendek yang mungkin dari $f(X)$, jika jarak dari A ke l adalah 1, dari B ke l adalah 2 dan dari A' ke B' adalah 4.



10. Jika a adalah bilangan dua digit dan \bar{a} adalah bilangan dua digit tetapi susunannya dibalik dari bilangan a . Sebagai contoh $\overline{35} = 53$. Berapa banyak bilangan dua digit yang memenuhi bahwa $a + \bar{a}$ adalah bilangan kuadrat sempurna.
11. Jika a dan b adalah bilangan real, hitunglah jumlah koefisien suku banyak $P(x) = (1 - ax + ax^2)^{237} (1 + bx - bx^2)^{739}$.
12. Tentukan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{10000}}$.
(Petunjuk: Gunakan ketidaksamaan $\sqrt{10001} - \sqrt{2} > 98,5$).
13. Suatu fungsi didefinisikan untuk semua bilangan bulat positif dan $f(1) = 2014$ dan $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) = n^2 f(n)$ untuk semua $n \geq 1$. Hitunglah $f(2008)$.
14. Jika $x + y = 5$ dan $xy = 6$, hitunglah $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.
15. Jika x dan y adalah bilangan real yang memenuhi sistem persamaan
$$\begin{cases} 2^x - 2^y = 1 \\ 4^x - 4^y = \frac{5}{3} \end{cases}$$
16. Diberikan $\triangle ABC$, dengan $BC = 3$. Pilihlah titik D pada BC sedemikian, sehingga $BD = 2$. Tentukan nilai $AB^2 + 2AC^2 - 3AD^2$.
17. Jika x dan y adalah bilangan bulat positif $19x + 97y = 1997$, maka nilai terkecil $x + y$ adalah
18. Jika f adalah fungsi yang memenuhi $f(xy) = \frac{f(x)}{y}$ untuk setiap bilangan real positif x dan y . Jika $f(30) = 20$, maka nilai $f(40)$ adalah
19. Jika $x + y + z = 6$, $xy + xz + yz = 11$, dan $xyz = 6$, maka $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy}$ sama dengan
20. Berapa banyak pasangan bilangan bulat positif (a, b) , dengan $a \leq b$ dan $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{6}$?