

# SOLUSI

## SOAL-SOAL LATIHAN 5

### UJIAN SEKOLAH DAN UJIAN NASIONAL

### MATEMATIKA SMA IPA TAHUN 2014

1. Diberikan premis-premis berikut!

1. Jika Aida belajar dengan serius maka ia dapat mengerjakan semua soal ujian nasional.

2. Aida tidak dapat mengerjakan semua soal ujian nasional atau ia lulus ujian nasional.

Penarikan kesimpulan yang sah pada premis-premis tersebut adalah ....

A. Aida tidak belajar dengan serius atau ia lulus ujian nasional.

B. Jika Aida tidak belajar dengan serius maka ia lulus ujian nasional.

C. Aida belajar dengan serius dan ia tidak lulus ujian nasional.

D. Jika Aida belajar dengan serius maka ia tidak lulus ujian nasional.

E. Aida belajar dengan serius atau ia tidak lulus ujian nasional.

**Solusi:**

$$\sim p \vee q \equiv p \rightarrow q$$

Kidah Silogisme:

$$\begin{array}{ccc} p \rightarrow q & & p \rightarrow q \\ \sim q \vee r & \Leftrightarrow & q \rightarrow r \\ \hline \dots & & \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Jika Aida belajar dengan serius maka ia dapat mengerjakan semua soal ujian nasional.

Jika Aida dapat mengerjakan semua soal ujian nasional, maka ia lulus ujian nasional.

$\therefore$  Jika Aida belajar dengan serius maka ia lulus ujian nasional.

Pernyataan “Aida belajar dengan serius maka ia lulus ujian nasional” ekuivalen atau setara dengan pernyataan “Aida tidak belajar dengan serius atau ia lulus ujian nasional”  $\rightarrow [A]$

2. Bentuk sederhana dari  $\frac{81^{2n+1} \times 12^{2n-3}}{9^{5n-2} \times 108 \times 32^{n-2}}$  adalah ....

A.  $\frac{36}{2^n}$

D.  $\frac{2^n}{36}$

B.  $9 \times 2^n$

E.  $72^n$

C.  $36 \times 2^n$

**Solusi:**

$$\frac{81^{2n+1} \times 12^{2n-3}}{9^{5n-2} \times 108 \times 32^{n-2}} = \frac{(3^4)^{2n+1} \times (2^2 \times 3)^{2n-3}}{(3^2)^{5n-2} \times 3^3 \times 2^2 \times (2^5)^{n-2}} = \frac{3^{8n+4} \times 2^{4n-6} \times 3^{2n-3}}{3^{10n-4} \times 3^3 \times 2^2 \times 2^{5n-10}}$$

$$= 3^{8n+4+2n-3-10n+4-3} \times 2^{4n-6-2-5n+10} = 3^2 \times 2^{-n+2} = \frac{36}{2^n} \rightarrow [\text{A}]$$

3. Bentuk sederhana dari  $\frac{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{45}$  adalah ....

A.  $9 + \sqrt{5}$

D.  $3 + 7\sqrt{5}$

B.  $9 - 7\sqrt{5}$

E.  $3 + \sqrt{5}$

C.  $9 - \sqrt{5}$

**Solusi:**

$$\begin{aligned} \frac{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{45} &= \frac{9-8}{9-4\sqrt{5}} - 3\sqrt{5} = \frac{1}{9-4\sqrt{5}} \times \frac{9+4\sqrt{5}}{9+4\sqrt{5}} - 3\sqrt{5} = \frac{9+4\sqrt{5}}{81-80} - 3\sqrt{5} \\ &= 9+4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 9+\sqrt{5} \rightarrow [\text{B}] \end{aligned}$$

4. Diberikan persamaan  $\frac{1}{12} \log^2 x = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \log x$  yang akar-akarnya  $x_1$  dan  $x_2$ , dengan  $x_1 > x_2$ . Jika

${}^{x_1}\log 3 = a$  dan  ${}^5\log x_2 = b$  maka nilai  ${}^{30}\log 45 = \dots$

A.  $\frac{ab-4}{2ab+b-4}$

D.  $\frac{ab-4}{2ab+b+4}$

B.  $\frac{2ab + 4}{ab + b - 4}$

E.  $\frac{2ab-4}{ab-b-4}$

C.  $\frac{2ab-4}{ab+b-4}$

**Solusi:**

$$\frac{1}{12} \log^2 x = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \log x$$

$$^2\log^2 x = 4 - 3^2 \log x$$

$$2\log^2 x + 3\log x - 4 = 0$$

$$(2\log x - 1)(2\log x + 4) = 0$$

$${}^2\log x = 1 \text{ atau } {}^2\log x = -4$$

$$x_1 = 2 \text{ atau } x_2 = \frac{1}{16}$$

$$x_1 \log 3 = a \Leftrightarrow {}^2 \log 3 = a \Leftrightarrow {}^3 \log 2 = \frac{1}{a}$$

$${}^5\log x_2 = b \Leftrightarrow {}^5\log \frac{1}{16} = b \Leftrightarrow {}^5\log 2 = -\frac{b}{4}$$

$${}^5\log 2 \times {}^2\log 3 = a\left(-\frac{b}{4}\right)$$

$${}^5\log 3 = -\frac{ab}{4}$$

$${}^3\log 5 = -\frac{4}{ab}$$

$${}^{30}\log 45 = \frac{{}^3\log 45}{{}^3\log 30} = \frac{{}^3\log 9 + {}^3\log 5}{{}^3\log 5 + {}^3\log 3 + {}^3\log 2} = \frac{2 - \frac{4}{ab}}{-\frac{4}{ab} + 1 + \frac{1}{a}} = \frac{2ab - 4}{ab + b - 4} \rightarrow [C]$$

5. Batas-batas nilai  $k$  yang memenuhi, jika grafik fungsi kuadrat  $f(x) = 4x^2 + (4 - 8k)x + 2k - k^2$  memotong sumbu  $X$  di dua titik yang berbeda adalah ....

- A.  $\frac{1}{5} > k > -1$                       D.  $k < -1$  atau  $k > \frac{1}{5}$   
 B.  $\frac{1}{5} > k > 1$                       E.  $k < \frac{1}{5}$  atau  $k > 1$   
 C.  $k > -\frac{1}{5}$  atau  $k < -1$

**Solusi:**

Syarat grafik fungsi kuadrat  $f(x) = 4x^2 + (4 - 8k)x + 2k - k^2$  memotong sumbu  $X$  di dua titik yang berbeda adalah  $D > 0$ .

$$(4 - 8k)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2k - k^2) > 0$$

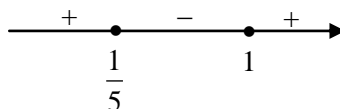
$$16 - 64k + 64k^2 - 32k + 16k^2 > 0$$

$$80k^2 - 96k + 16 > 0$$

$$5k^2 - 6k + 1 > 0$$

$$(5k - 1)(k - 1) > 0$$

$$k < \frac{1}{5} \text{ atau } k > 1 \rightarrow [E]$$



6. Jika akar-akar persamaan kuadrat  $x^2 + px + 7 = 0$  adalah  $x_1$  dan  $x_2$  dan  $x_1^2 + x_2^2 = 22$ , maka nilai  $p$  adalah ....

- A.  $2\sqrt{2}$  atau  $-2\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{22}$  atau  $-\sqrt{22}$   
 B. 6 atau -6                      E.  $\sqrt{6}$  atau  $-\sqrt{6}$   
 C. 36 atau -36

**Solusi:**

$$x^2 + px + 7 = 0, \text{ akar-akarnya } x_1 \text{ dan } x_2.$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 x_2 = 7$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 22$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 22$$

$$(-p)^2 - 2 \cdot 7 = 22$$

$$p^2 = 36$$

$$p = \pm\sqrt{36} = \pm 6$$

7. Nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x+2} \geq \frac{1}{256}$  adalah ....

A.  $-3 \leq x \leq 2$

D.  $x \leq -2$  atau  $x \geq 3$

B.  $2 \leq x \leq 3$

E.  $x \leq -3$  atau  $x \geq 2$

C.  $-2 \leq x \leq 3$

**Solusi:**

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x+2} \geq \frac{1}{256}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x+2} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$x^2 - x + 2 \leq 8$$

$$x^2 - x - 6 \leq 0$$

$$(x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3 \rightarrow [C]$$

8. Salah satu garis singgung pada lingkaran  $x^2 + y^2 - 10x - 6y - 25 = 0$  yang tegak lurus garis  $4x - 3y - 12 = 0$  adalah ....

A.  $3x + 4y + 42 = 0$

D.  $3x + 4y - 37 = 0$

B.  $3x + 4y - 32 = 0$

E.  $3x + 4y - 12 = 0$

C.  $3x + 4y - 52 = 0$

**Solusi:**

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y - 25 = 0$$

$$(x-5)^2 + (y-3)^2 = 9$$

Pusat dan jari-jari lingkaran adalah  $(5,3)$  dan 3.

Gradien garis  $4x - 3y - 12 = 0$  adalah  $m_1 = \frac{4}{3}$ .

Syarat dua garis berpotongan saling tegak lurus adalah  $m_1 \times m_2 = -1$ .

$$\frac{4}{3} \times m_2 = -1$$

$$m_2 = -\frac{3}{4}$$

Persamaan garis singgung adalah

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

$$y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 5) \pm 3 \times \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 1}$$

$$y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 5) \pm 3 \times \frac{5}{4}$$

$$4y - 12 = -3(x - 5) \pm 15$$

$$4y - 12 = -3x + 15 + 15 \text{ dan } 4y - 12 = -3x + 15 - 15$$

$$3x + 4y - 42 = 0 \text{ dan } 3x + 4y - 12 = 0$$

Jadi, persamaan garis singgung yang diminta adalah  $3x + 4y - 12 = 0$ .  $\rightarrow$  [E]

9. Jika fungsi  $f$  didefinisikan sebagai  $f(x) = x - 1$  dan fungsi yang lain didefinisikan sebagai

$(g \circ f)(x) = x^2 + x$ , maka fungsi  $g(x)$  adalah ....

A.  $x^2 - 3x - 2$

D.  $x^2 - 3x + 2$

B.  $x^2 + 2x - 3$

E.  $x^2 + 3x + 2$

C.  $x^2 + x + 2$

**Solusi:**

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 2x + 5$$

$$g(f(x)) = x^2 + x$$

$$g(x - 1) = x^2 + x$$

$$t = x - 1 \Leftrightarrow x = t + 1$$

$$g(t) = (t + 1)^2 + (t + 1)$$

$$g(t) = t^2 + 2t + 1 + t + 1$$

$$g(t) = t^2 + 3t + 2$$

$$g(x) = x^2 + 3x + 2$$

Jadi, fungsi  $g(x) = x^2 - x + 2$ .  $\rightarrow$  [E]

10. Diberikan fungsi  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ , dengan  $x \neq 2$ . Jika  $g: R \rightarrow R$  adalah suatu fungsi sehingga

$(g \circ f)(x) = 2x$ , maka fungsi invers  $g^{-1}(x) = \dots$

A.  $\frac{x+2}{x-4}, x \neq 4$

D.  $\frac{x-2}{x+4}, x \neq -4$

B.  $\frac{x-2}{x-4}, x \neq 4$

E.  $\frac{x+2}{x+4}, x \neq -4$

C.  $\frac{x+4}{x-2}, x \neq 2$

**Solusi:**

$$(g \circ f)(x) = 2x$$

$$g(f(x)) = 2x$$

$$g\left(\frac{x+1}{x-2}\right) = 2x$$

Ambillah  $t = \frac{x+1}{x-2}$ , maka

$$tx - 2t = x + 1$$

$$tx - x = 2t + 1$$

$$x(t-1) = 2t + 1$$

$$x = \frac{2t+1}{t-1}$$

$$g(t) = 2 \times \frac{2t+1}{t-1} = \frac{4t+2}{t-1} \Leftrightarrow g(x) = \frac{4x+2}{x-1}, x \neq 1$$

Rumus:  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$g(x) = \frac{4x+2}{x-1} \Leftrightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-4}, x \neq 4 \rightarrow [B]$$

11. Sebuah suku banyak  $P(x)$  dibagi  $x^2 - 1$  sisanya 1 dan dibagi  $x - 4$  sisanya 16. Jika suku banyak  $P(x)$  dibagi  $(x^2 - 1)(x - 4)$ , maka sisanya adalah ....

- A.  $x^2 + 2x - 4$                       D.  $x^2 + 2x - 8$   
 B.  $x^2 - 2x + 2$                       E.  $x^2$   
 C.  $x^2 - x + 4$

**Solusi:**

$$P(x) = (x^2 - 1)(x - 4)H(x) + ax^2 + bx + c$$

$$P(1) = (1^2 - 1)(1 - 4)H(1) + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 1 \Leftrightarrow a + b + c = 1 \dots (1)$$

$$P(-1) = ((-1)^2 - 1)(-1 - 4)H(-1) + a(-1)^2 + b(-1) + c = 1 \Leftrightarrow a - b + c = 1 \dots (2)$$

$$P(4) = (4^2 - 1)(4 - 4)H(4) + a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 16 \Leftrightarrow 16a + 4b + c = 16 \dots (3)$$

Persamaan (1) – Persamaan (2) menghasilkan:

$$2b = 0$$

$$b = 0$$

Persamaan (3) – Persamaan (1) menghasilkan:

$$15a + 3b = 15$$

$$15a + 3 \cdot 0 = 15$$

$a=3$

Substitusikan  $a=1$  dan  $b=0$  ke persamaan (1) diperoleh:

$$1 + 0 + c = 1$$

$$c=0$$

Jadi, sisanya adalah  $x^2$ .  $\rightarrow [E]$

12. Diketahui bahwa  $(x-2)$  adalah faktor-faktor suku banyak  $P(x)=x^3-ax^2+13x-10$ . Jika akar-akar persamaan  $P(x)=0$  adalah  $x_1$ ,  $x_2$ , dan  $x_3$ , maka nilai dari  $x_1^2+x_2^2+x_3^2=...$

A. 62                      D. 13

B. 36 E. 10

C. 26

**Solusi:**

$$P(x)=x^3-ax^2+13x-10$$

$$P(2)=2^3 - a \cdot 2^2 + 13 \cdot 2 - 10 = 0$$

$$4a = 24$$

$a=6$

$$x^3 - 6x^2 + 13x - 10 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{1} = 6$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \frac{c}{a} = \frac{13}{1} = 13$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = (6)^2 - 2(13) = 10. \rightarrow [E]$$

13. Di toko MURAH, Dinda, Annisa, Laras, dan Afifah membeli berbagai buku dan alat tulis. Dinda membeli 2 buku tulis, 3 pulpen, dan 2 pensil seharga Rp 16.500,00; Annisa membeli 4 buku tulis dan 2 pulpen seharga Rp 15.000,00; sedangkan Laras membeli 3 pulpen dan 4 pensil seharga Rp 15.500,00. Jika Afifah membayar dengan uang Rp 50.000,00 untuk membeli 1 buku tulis, 1 pulpen, dan 3 pensil, maka besar uang kembalian yang diterimanya adalah ....

A. Rp 40.000,00                      D. Rp 35.000,00

B. Rp 39.000,00                      E. Rp 30.000,00

C. Rp 38.000,00

**Solusi:**

Ambillah harga sebuah buku, pulpen, dan pensil, masing-masing adalah  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  rupiah.

$$2x + 3y + 2z = 16.500 \dots (1)$$

$$4x + 2y = 15.000$$

$$2x + y = 7.500 \dots (2)$$

$$3y + 4z = 15.500 \dots (3)$$

Persamaan (1) – Persamaan (2) menghasilkan:

$$2y + 2z = 9.000 \dots (4)$$

$2 \times$  Persamaan (4) – Persamaan (3) menghasilkan:

$$y = 2.500$$

$$y = 2.500 \rightarrow 2x + y = 7.500$$

$$2x + 2.500 = 7.500$$

$$x = 2.500$$

$$y = 2.500 \rightarrow 3y + 4z = 15.500$$

$$3 \times 2.500 + 4z = 15.500$$

$$4z = 8.000$$

$$z = 2.000$$

Uang yang harus dibayarkan untuk membeli 1 buku tulis, 1 pulpen, dan 3 pensil adalah Rp 2.500,00 + Rp 2.500,00 +  $3 \times$  Rp 2.000,00 = Rp 11.000,00.

Jadi, besar uang kembalian yang diterimanya Rp 50.000,00 – Rp 11.000,00 = Rp 39.000,00.  $\rightarrow$  [C]

14. Seorang pasien di rumah sakit membutuhkan sekurang-kurangnya 84 buah obat jenis A dan 120 obat jenis B setiap hari (diasumsikan over dosis untuk setiap obat tidak berbahaya). Setiap gram zat M berisi 10 unit obat A dan 8 unit obat B. Setiap zat N berisi 2 unit obat A dan 4 unit obat B. Jika harga zat M dan zat N masing-masing harganya Rp 80.000,00 dan Rp 30.0000,00, maka dengan mengombinasikan banyak gram zat M dan N untuk memenuhi kebutuhan obat minimum si pasien akan mengeluarkan biaya minimum pula setiap harinya sebesar ....

- A. Rp 1.260.000,00                      D. Rp 960.000,00  
B. Rp 1.200.000,00                      E. Rp 880.000,00  
C. Rp 980.000,00

**Solusi:**

	Jumlah obat per gram zat M	Jumlah obat per gram zat N	Persyaratan harian minimum
Obat A	10	2	84
Obat B	8	4	120

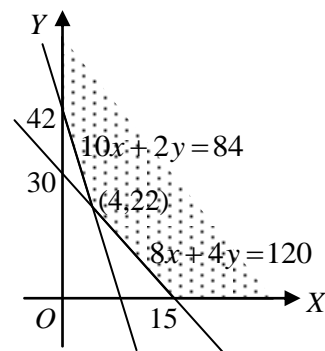
Anggap  $x$  = jumlah gram zat M yang digunakan

$y$  = jumlah gram zat N yang digunakan

Selanjutnya

$$\begin{cases} 10x + 2y \geq 84 \\ 8x + 4y \geq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Fungsi objektif  $f(x, y) = 80.000x + 30.000y$





$$10x + 2y = 84 \dots (1)$$

$$8x + 4y = 120$$

$$4x + 2y = 60 \dots (2)$$

Selisih persamaan (1) dan (2) menghasilkan:

$$6x = 24$$

$$x = 4$$

$$x = 4 \rightarrow 10x + 2y = 84$$

$$10(4) + 2y = 84$$

$$2y = 44$$

$$y = 22$$

Koordinat titik potongnya adalah (4,22)

Titik	$f(x, y) = 80.000x + 30.000y$
(0,0)	$80.000 \times 0 + 30.000 \times 0 = 0$
(15,0)	$80.000 \times 15 + 30.000 \times 0 = 1.200.000$
(4,22)	$80.000 \times 4 + 30.000 \times 22 = 980.000 \text{ (minimum)}$
(0,42)	$80.000 \times 0 + 30.000 \times 42 = 1.260.000$

Jadi, pasien itu akan mengeluarkan biaya minimum setiap harinya sebesar Rp 980.000,00.  $\rightarrow$  [C]

15. Diberikan persamaan matriks  $\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ a & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 11 & 3b+1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4c \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ . Nilai dari  $a+b+c$  adalah

....

A. 28

D. 7

B. 12

E. 4

C. 9

**Solusi:**

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ a & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 11 & 3b+1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4c \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 16 & 44 \\ 2a & 5a-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -4 \\ 22 & 6b+2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 4c \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 16 & 44 \\ 2a & 5a-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & -4-4c \\ 18 & 6b \end{pmatrix}$$

$$2a = 18 \Leftrightarrow a = 9$$

$$5a - 3 = 6b$$

$$5 \times 9 - 3 = 6b$$

$$42 = 6b$$

$$b = 7$$

$$44 = -4 - 4c$$

$$4c = -48$$

$$c = -12$$

Jadi, nilai  $a + b + c = 9 + 7 - 12 = 4 \rightarrow [E]$

16. Diberikan matriks  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ . Jika  $AM = B$  dan  $M^{-1}$  adalah invers matriks  $M$ , maka  $M^{-1}$  adalah ....

A.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  D.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

B.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  E.  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$

**Solusi:**

$$AM = B$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} M = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 \times (-1) - 1 \times 1} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{1 \times 1 - 0 \times 2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow [B]$$

17. Diberikan segitiga  $OAB$ , dengan titik-titik sudut  $O(0,0,0)$ ,  $A(-2,-1,1)$ , dan  $B(-1,1,2)$ . Besar  $\angle AOB$  adalah ....

A.  $120^\circ$  D.  $45^\circ$

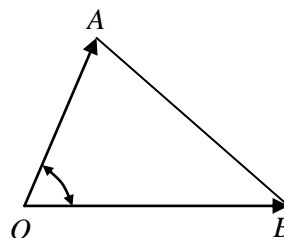
B.  $90^\circ$  E.  $30^\circ$

C.  $60^\circ$

**Solusi:**

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} -2-0 \\ -1-0 \\ 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -1-0 \\ 1-0 \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \cos \angle AOB = \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2} \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{2 - 1 + 2}{\sqrt{1+1+4} \sqrt{4+1+1}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\angle AOB = 60^\circ$$

Jadi, besar  $\angle OAB$  adalah  $60^\circ \rightarrow [C]$

18. Diberikan vektor-vektor  $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ , dan  $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$ . Panjang proyeksi dari vektor  $\vec{a}$  pada vektor  $\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$  adalah....

- A.  $\frac{1}{17}$                                       D.  $\frac{6}{17}\sqrt{17}$   
 B.  $\frac{6}{17}$                                       E.  $\frac{14}{17}\sqrt{17}$   
 C.  $\frac{1}{17}\sqrt{17}$

**Solusi:**

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3+1 \\ 4+2 \\ -1+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Rumus: Panjang proyeksi vektor  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$  adalah  $|\vec{c}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$

$$|\vec{c}| = \frac{\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{-4 + 6 + 4}{\sqrt{4+9+4}} = \frac{6}{\sqrt{17}} = \frac{6}{17}\sqrt{17}$$

Jadi, panjang proyeksi dari vektor  $\vec{a}$  pada vektor  $\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$  adalah  $\frac{6}{17}\sqrt{17}$ .  $\rightarrow [D]$

19. Bayangan garis  $2x - 3y = -6$  oleh rotasi dengan pusat  $O(0,0)$  sebesar  $90^\circ$  searah dengan arah jarum jam dilanjutkan dengan refleksi terhadap garis  $x + y = 0$  adalah ....
- A.  $2x - 3y + 6 = 0$                                       D.  $2x - 3y - 6 = 0$   
 B.  $2x + 3y - 6 = 0$                                       E.  $3x + 2y + 6 = 0$   
 C.  $2x + 3y + 6 = 0$

**Solusi:**

**Alternatif 1:**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

$$x = x' \text{ dan } y = -y'$$

$$2x - 3y = -6$$

$$2x' - 3(-y') = -6$$

$$2x + 3y + 6 = 0$$

Jadi, bayangannya adalah  $2x + 3y + 6 = 0 \rightarrow [C]$

**Alternatif 2:**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{1 \times (-1) - 0 \times 0} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = (-1) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -y' \end{pmatrix}$$

$$x = x' \text{ dan } y = -y'$$

$$2x - 3y = -6$$

$$2x' - 3(-y') = -6$$

$$2x + 3y + 6 = 0$$

Jadi, bayangannya adalah  $2x + 3y + 6 = 0 \rightarrow [C]$

20. Diberikan fungsi eksponen  $f(x) = a \times b^x$ , dengan  $a \neq 0$  dan  $b > 0$  yang ditunjukkan pada gambar berikut ini. Jika  $f^{-1}(x)$  adalah invers dari fungsi eksponen  $f$ , maka  $f^{-1}(x) = \dots$

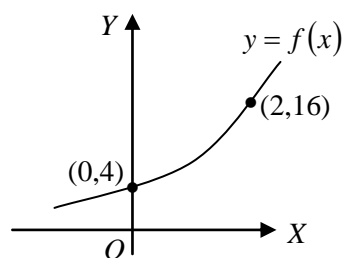
A.  ${}^2\log \frac{x}{4}$

B.  ${}^2\log x + 2$

C.  $\frac{1}{4} {}^2\log x$

D.  ${}^2\log 4x$

E.  ${}^2\log 2x$



**Solusi:**

$$(0, 4) \rightarrow f(x) = a \times 2^x$$

$$4 = a \times b^0$$

$$a = 4$$

Fungsi eksponennya menjadi  $f(x) = 4 \times b^x$

$$(2, 16) \rightarrow f(x) = 4 \times b^x$$

$$16 = 4 \times b^2$$

$$b^2 = 4, \text{ dengan } b > 0$$

$$b = 2$$

Sekarang persamaan eksponennya menjadi  $f(x) = 4 \times 2^x = 2^{x+2}$

$$x = 2^{y+2}$$

$$\log 2^{y+2} = \log x$$

$$(y + 2)\log 2 = \log x$$

$$y + 2 = {}^2\log x$$

$$y = {}^2\log x - 2$$

$$y = {}^2\log x - {}^2\log 4$$

$$y = {}^2\log \frac{x}{4}$$

Jadi, fungsi inversnya adalah  $f^{-1}(x) = {}^2\log \frac{x}{4} \rightarrow [A]$

21. Dari sebuah barisan aritmetika diketahui bahwa suku ke-4 adalah 13 dan suku ke-10 adalah 31. Suku ke-105 dari barisan tersebut adalah ....

- A. 319                      D. 306  
B. 316                      E. 300  
C. 315

**Solusi:**

$$u_4 = 13$$

$$a + 3b = 13 \dots (1)$$

$$u_{10} = 31$$

$$a + 9b = 13 \dots (2)$$

Persamaan (2) – Persamaan (1) menghasilkan:

$$6b = 18$$

$$b = 3$$

$$b = 3 \rightarrow a + 3b = 13$$

$$a + 3 \times 3 = 13$$

$$a = 4$$

$$u_n = a + (n - 1)b$$

$$u_{105} = 4 + 104b = 4 + 104 \times 3 = 316$$

Jadi, suku ke-105 adalah 316.  $\rightarrow [B]$

22. Sebatang baja beton dipotong menjadi 9 bagian dengan panjang yang masing-masing membentuk barisan geometri. Jika panjang bagian baja beton yang paling panjang 4.096 cm dan panjang bagian baja beton pada urutan yang di tengah 256 cm, maka panjang sebatang baja beton semula adalah ....

- A. 6.196                      D. 8.176 cm  
 B. 7.176                      E. 8.192 cm  
 C. 8.000 cm

**Solusi:**

Barisan geometri:  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9$

$$u_9 = 4.096$$

$$u_5 = 256$$

$$\frac{u_9}{u_5} = \frac{4.096}{256}$$

$$\frac{ar^8}{ar^4} = \frac{4.096}{256}$$

$$r^4 = 16, \text{ dengan } r > 0$$

$$r = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$r = 2 \rightarrow u_5 = 256$$

$$ar^4 = 256$$

$$a \cdot 2^4 = 256$$

$$a = 16$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_9 = \frac{16(2^9 - 1)}{2 - 1} = \frac{16(2^9 - 1)}{2 - 1} = 8.176$$

Jadi, panjang sebatang baja beton semula adalah 8.176 meter. → [D]

23. Diberikan balok  $ABCD.EFGH$ , dengan  $AB = BC = 6$  cm dan  $CG = 12$  cm. Jarak titik  $C$  ke bidang  $BDG$  adalah ....

- A. 9 cm                      D.  $3\sqrt{2}$  cm  
 B. 6 cm                      E. 4 cm  
 C.  $4\sqrt{2}$  cm

**Solusi:**

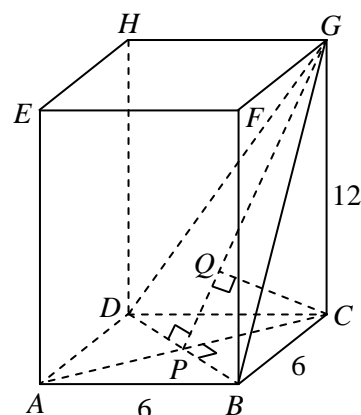
Menurut Pythagoras:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$CP = \frac{1}{2} AC = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$PG = \sqrt{CP^2 + CG^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 12^2} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{Luas } \triangle PGC = \frac{1}{2} \times CP \times CG = \frac{1}{2} \times PG \times CQ$$



$$CQ = \frac{CP \times CG}{PG} = \frac{3\sqrt{2} \times 12}{9\sqrt{2}} = 4 \text{ cm}$$

Jadi, jarak titik  $C$  ke bidang  $BDG$  adalah 4 cm.  $\rightarrow$  [E]

24. Diberikan Limas segitiga  $DABC$ , dengan  $AB = 15 \text{ cm}$ ,  $BC = 14 \text{ cm}$ ,  $AC = 13 \text{ cm}$ ,  $DA \perp$  bidang  $ABC$ , dan  $DA = 6 \text{ cm}$ . Jika sudut antara bidang  $DBC$  dan bidang  $ABC$  adalah  $\alpha$ , maka  $\cos \alpha = \dots$

- A. 1  
B.  $\frac{1}{2}\sqrt{5}$   
C.  $\frac{2}{5}\sqrt{5}$   
D.  $\frac{1}{5}$   
E.  $\frac{1}{5}\sqrt{5}$

**Solusi:**

$$s = \frac{1}{2}(a + b + c) = \frac{1}{2}(14 + 13 + 15) = 21 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle ABC &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21(21-14)(21-13)(21-15)} = \sqrt{7 \times 3(7)(2^3)(2 \times 3)} \\ &= \sqrt{7^2 \times 3^2 \times 2^4} = 7 \times 3 \times 2^2 = 84 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

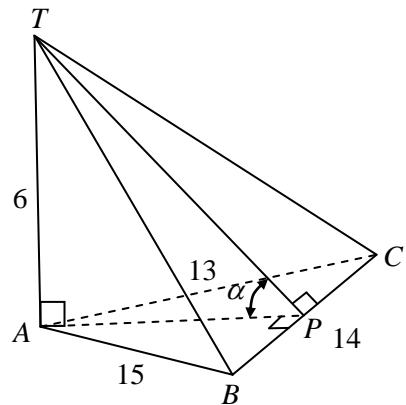
$$\frac{1}{2}AP \times BC = 84$$

$$\frac{1}{2}AP \times 14 = 84$$

$$AP = 12 \text{ cm}$$

$$DP = \sqrt{AD^2 + AP^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\text{Jadi, nilai } \cos \alpha = \frac{AP}{DP} = \frac{12}{6\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \rightarrow [C]$$



25. Jika luas segi-12 beraturan yang mempunyai panjang sisi 2 dm adalah ....

- A.  $(24 + 12\sqrt{3}) \text{ dm}^2$   
B.  $(48 + 12\sqrt{3}) \text{ dm}^2$   
C.  $(24 + 24\sqrt{3}) \text{ dm}^2$   
D.  $(12 + 12\sqrt{3}) \text{ dm}^2$   
E.  $(12 + 24\sqrt{3}) \text{ dm}^2$

**Solusi:**

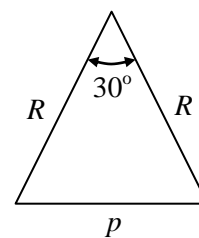
Menurut aturan Kosinus:

$$p^2 = R^2 + R^2 - 2 \cdot R \cdot R \cos 30^\circ$$

$$2^2 = R^2 + R^2 - 2 \cdot R \cdot R \cos 30^\circ$$

$$4 = 2R^2 - R^2 \sqrt{3}$$

$$R^2 = \frac{4}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 4(2 + \sqrt{3})$$



$$\text{Luas segi-}n \text{ berturan} = n \times \frac{1}{2} \times R^2 \times \sin \frac{360^\circ}{n}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas segi-12 berturan} &= 12 \times \frac{1}{2} \times 4(2 + \sqrt{3}) \sin \frac{360^\circ}{12} = 6 \times 4(2 + \sqrt{3}) \sin 30^\circ = 6 \times 4(2 + \sqrt{3}) \times \frac{1}{2} \\ &= (24 + 12\sqrt{3}) \text{ dm}^2 \rightarrow [\text{A}] \end{aligned}$$

26. Diberikan prisma segi tiga tegak  $ABC.DEF$ , dengan  $AB = 10$  cm,  $BC = 2\sqrt{21}$  cm,  $AC = 8$  cm, dan  $AD = 5\sqrt{3}$  dm. Volume prisma tersebut adalah ....

- A.  $300 \text{ cm}^3$                       D.  $3.000 \text{ cm}^3$   
 B.  $100\sqrt{3} \text{ cm}^3$               E.  $3.000\sqrt{3} \text{ cm}^3$   
 C.  $300 \text{ cm}^3$

**Solusi:**

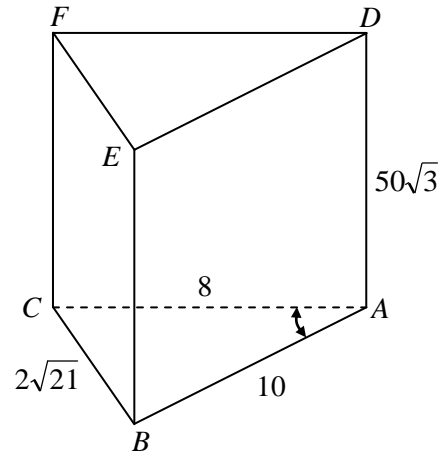
$$\cos A = \frac{8^2 + 10^2 - (2\sqrt{21})^2}{2 \times 8 \times 10} = \frac{64 + 100 - 84}{160} = \frac{80}{160} = \frac{1}{2}$$

$$A = 60^\circ$$

$$\text{Luas } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin A = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times \sin 60^\circ$$

$$= 40 \times \frac{1}{2} \sqrt{3} = 20\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Jadi, volume prisma tersebut adalah  $20\sqrt{3} \times 50\sqrt{3} = 3.000 \text{ cm}^3$ .  $\rightarrow [\text{D}]$



27. Himpunan penyelesaian persamaan  $\cos 2x + 3\cos x + 2 = 0$  untuk  $0 \leq x \leq 2\pi$  adalah ....

- A.  $\left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$                       D.  $\left\{ \frac{5\pi}{6}, \pi, \frac{7\pi}{6} \right\}$   
 B.  $\left\{ \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \right\}$               E.  $\left\{ \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3} \right\}$   
 C.  $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6} \right\}$

**Solusi:**

$$\cos 2x + 3\cos x + 2 = 0$$

$$2\cos^2 x - 1 + 3\cos x + 2 = 0$$

$$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(\cos x + 1)(2\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = -1 \text{ atau } \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pi \text{ atau } x = \frac{2\pi}{3} \text{ atau } x = \frac{4\pi}{3}$$



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\left\{\frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}\right\} \rightarrow [E]$

28. Jika  $\cos \phi = \frac{1}{7}$  dan  $\sin \varphi = \frac{3}{14}\sqrt{3}$ , maka nilai  $\phi - \varphi = \dots$

- A.  $30^\circ$                       D.  $90^\circ$   
 B.  $45^\circ$                       E.  $150^\circ$   
 C.  $60^\circ$

**Solusi:**

$$\sin \phi = \sqrt{1 - \cos^2 \phi} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{48}{49}} = \frac{4}{7}\sqrt{3}$$

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{14}\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{169}{196}} = \frac{13}{14}$$

$$\cos(\phi - \varphi) = \cos \phi \cos \varphi + \sin \phi \sin \varphi$$

$$\cos(\phi - \varphi) = \frac{1}{7} \times \frac{13}{14} + \frac{4}{7}\sqrt{3} \times \frac{3}{14}\sqrt{3} = \frac{1}{98}(13 + 36) = \frac{49}{98} = \frac{1}{2}$$

$$\phi - \varphi = 60^\circ \rightarrow [C]$$

29. Diberikan  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$ , dengan  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah sudut lancip. Jika  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ , maka nilai

$$\sin(\alpha - \beta) = \dots$$

- A.  $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$   
 B.  $-\frac{1}{2}$                           E.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
 C.  $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$

**Solusi:**

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$2\sin \alpha \cos \beta = \sqrt{3}$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = \sqrt{3}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} + \sin(\alpha - \beta) = \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{3} + \sin(\alpha - \beta) = \sqrt{3}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \rightarrow [E]$$

30. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x+4} - \frac{24}{x^3+8} \right) = \dots$

A.  $\frac{1}{72}$

D.  $\frac{1}{8}$

B.  $\frac{1}{64}$

E.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{36}$

**Solusi:**

**Alternatif 1: Metode Uraian**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x+4} - \frac{24}{x^3+8} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2x^2-4x+8+x+2}{x^3+8} - \frac{24}{x^3+8} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x+10-24}{x^3+8} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x-14}{x^3+8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(2x-7)}{(x+2)(x^2-2x+4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-7}{x^2-2x+4} = \frac{2(-2)-7}{(-2)^2-2(-2)+4} = -\frac{11}{12} \rightarrow [B] \end{aligned}$$

**Alternatif 2: Metode Teorema Hospital**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x+4} - \frac{24}{x^3+8} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2x^2-4x+8+x+2}{x^3+8} - \frac{24}{x^3+8} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x+10-24}{x^3+8} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x-14}{x^3+8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x-3}{3x^2} = \frac{4(-2)-3}{3(-2)^2} = -\frac{11}{12} \rightarrow [B] \end{aligned}$$

31. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos x + 1 - \cos x}{x^2}$  adalah ....

A.  $\frac{3}{2}$

D.  $\frac{1}{4}$

B. 1

E.  $\frac{1}{8}$

C.  $\frac{1}{2}$

**Solusi:**

**Alternatif 1: Metode Uraian**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos x + 1 - \cos x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1) - (x+1) \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)(1 - \cos x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1) \times 2 \sin^2 \frac{1}{2} x}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} (x+1) \left( \frac{\sin \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \right)^2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} (x+1) \times \left\{ \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \frac{1}{2} x}{\frac{1}{2} x} \right) \right\}^2 \\ &= \frac{1}{2} (0+1) \times (1)^2 = \frac{1}{2} \rightarrow [C] \end{aligned}$$

**Alternatif 2: Metode Teorema Hospital**

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos x + 1 - \cos x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x + x \sin x + \sin x}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x + \sin x + x \cos x + \cos x}{2} \\ &= \frac{-\sin 0 + \sin 0 + 0 \cdot \cos 0 + \cos 0}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow [C]\end{aligned}$$

32. Sehelai karton akan dibuat kotak tanpa tutup yang alasnya berbentuk persegi. Jika ditentukan luas permukaan kotak harus  $108 \text{ dm}^2$ . Volume maksimum kotak yang dapat dibuat sebesar ....

- A. 216 liter                      D. 120 liter  
B. 196 liter                      E. 108 liter  
C. 148 liter

**Solusi:**

$$\text{Luas permukaan kotak} = x^2 + 4xy = 108$$

$$y = \frac{108 - x^2}{4x}$$

$$\text{Volume kotak } V = x^2 y$$

$$V = x^2 \left( \frac{108 - x^2}{4x} \right) = 27x - \frac{x^3}{4}$$

$$V' = 27 - \frac{3x^2}{4}$$

$$V'' = -\frac{3x}{2}$$

Nilai sationer (titik kritis) fungsi  $V$  dicapai jika  $V' = 0$ .

$$27 - \frac{3x^2}{4} = 0$$

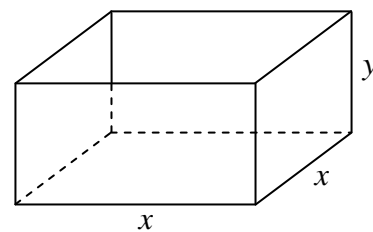
$$x^2 = 36, \text{ dengan } x > 0$$

$$x = 6$$

Karena  $V''(6) = -\frac{3 \times 6}{2} = -9 < 0$ , maka fungsi  $V$  mencapai nilai maksimum untuk  $x = 6$ .

$$V_{maks} = 27 \times 6 - \frac{6^3}{4} = 108 \text{ liter.}$$

Jadi, volume maksimum kotak yang dapat dibuat sebesar 108 liter.  $\rightarrow [E]$



33. Hasil dari  $\int \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}} dx = \dots$

- A.  $\frac{1}{3}(4+x^2)^{\frac{3}{2}} - 4(4+x^2)^{\frac{1}{2}} + C$                       D.  $x^2(4+x^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}(4+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$

$$B. \frac{1}{3}(4+x^2)^{\frac{3}{2}} + 4(4+x^2)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$E. x^2(4+x^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}(4+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$C. \frac{1}{3}(4+x^2)^{\frac{3}{2}} - (4+x^2)^{\frac{1}{2}} + C$$

**Solusi:**

**Alternatif 1: Metode Substitusi:**

$$\text{Ambillah } u = \sqrt{4+x^2} \Leftrightarrow du = \frac{2x}{2\sqrt{4+x^2}} dx \Leftrightarrow du = \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} dx$$

$$u = \sqrt{4+x^2} \Leftrightarrow u^2 = 4+x^2 \Leftrightarrow x^2 = u^2 - 4$$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}} dx = \int x^2 \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} dx = \int (u^2 - 4) du = \frac{1}{3} u^3 - 4u + C = \frac{1}{3} (4+x^2)^{\frac{3}{2}} - 4(4+x^2)^{\frac{1}{2}} + C \rightarrow [A]$$

**Alternatif 2: Metode Integral Parsial:**

$$\text{Ambillah } u = x^2 \Leftrightarrow du = 2x dx$$

$$dv = \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} dx \Leftrightarrow v = \int \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} dx = \int \frac{1}{2\sqrt{4+x^2}} d(4+x^2) = \sqrt{4+x^2}$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}} dx = x^2 \sqrt{4+x^2} - \int \sqrt{4+x^2} \cdot 2x dx = x^2 \sqrt{4+x^2} - \int \sqrt{4+x^2} d(4+x^2)$$

$$= x^2 (4+x^2)^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3} (4+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= (4+x^2)^{\frac{1}{2}} \left\{ x^2 - \frac{2}{3} (4+x^2) \right\} + C = \frac{(4+x^2)^{\frac{1}{2}}}{3} (3x^2 - 8 - 2x^2) + C$$

$$= \frac{(4+x^2)^{\frac{1}{2}}}{3} (x^2 - 8) + C = \frac{(4+x^2)^{\frac{1}{2}}}{3} (4+x^2 - 12) + C$$

$$= \frac{1}{3} (4+4+x^2)^{\frac{3}{2}} - 4(4+x^2)^{\frac{1}{2}} + C \rightarrow [A]$$

34. Nilai dari  $\int_1^4 \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} dx$  adalah ....

A. 24,4

D. 8,4

B. 14,4

E. 7,2

C. 14,0

**Solusi:**

$$\int_1^4 \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \left( x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \left[ \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} \right]_1^4 = \frac{2}{5} \times 32 + 2 \times 2 - \frac{2}{5} - 2 = \frac{62}{5} + 2 = \frac{72}{5} = 14,4 \rightarrow [B]$$

35. Hasil dari  $\int -24 \sin 4x \cos 2x dx = \dots$

- A.  $2 \cos 6x + 6 \cos 2x + C$                       D.  $-4 \cos 6x - 12 \cos 2x + C$   
 B.  $-2 \cos 6x - 6 \cos 2x + C$                       E.  $-\frac{1}{6} \cos 6x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$   
 C.  $4 \cos 6x + 12 \cos 2x + C$

**Solusi:**

$$\begin{aligned} \int -24 \sin 4x \cos 2x dx &= -12 \int (\sin 6x + \sin 2x) dx = -12 \left( -\frac{1}{6} \cos 6x - \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C \\ &= 2 \cos 6x + 6 \cos 2x + C \rightarrow [A] \end{aligned}$$

36. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva  $y = x^2 + 2$  dan garis  $y = 4x - 1$  adalah ....

- A.  $1\frac{1}{6}$  satuan luas                      D.  $1\frac{5}{6}$  satuan luas  
 B.  $1\frac{1}{3}$  satuan luas                      E.  $3\frac{1}{3}$  satuan luas  
 C.  $1\frac{2}{3}$  satuan luas

**Solusi:**

Batas-batas integral:

$$y = x^2 + 2 \text{ dan } y = 4x - 1$$

$$x^2 + 2 = 4x - 1$$

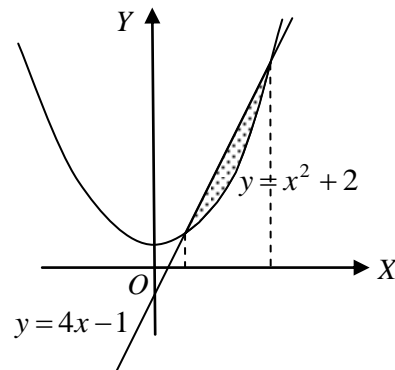
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$x = 1 \text{ atau } x = 3$$

$$L = \int_a^b \{f(x) - g(x)\} dx, f(x) > g(x)$$

$$\begin{aligned} L &= \int_1^3 \{(4x-1) - (x^2+2)\} dx = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right]_1^3 \\ &= -9 + 18 - 9 + \frac{1}{3} - 2 + 3 = 1\frac{1}{3} \text{ satuan luas. } \rightarrow [B] \end{aligned}$$



37. Jika daerah yang dibatasi oleh kurva  $y = x^2 - 2x + 1$ , sumbu  $X$ , dan  $x = 2$  diputar mengelilingi sumbu  $X$  sejauh  $360^\circ$ , maka volume benda putar yang terjadi adalah ....

- A.  $\frac{16\pi}{5}$                       D.  $16\pi$   
 B.  $\frac{32\pi}{5}$                       E.  $32\pi$

C.  $\frac{8\pi}{5}$

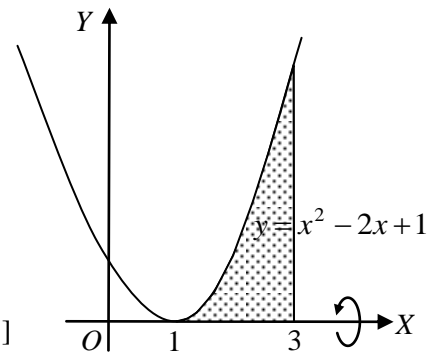
**Solusi:**

$$y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$

$$V = \pi \int_1^2 (x^2 - 2x + 1)^2 dx = \pi \int_1^2 (x-1)^4 dx$$

$$= \pi \int_1^2 (x-1)^4 d(x-1) = \frac{\pi}{5} \left[ (x-1)^5 \right]_1^2 = \frac{32\pi}{5} \text{ satuan volume} \rightarrow \text{[B]}$$



38. Modus dari data yang disajikan pada tabel berikut ini adalah ....

A. 26,5

B. 26

C. 25,75

D. 25,5

E. 25,25

Nilai	Frekuensi
10 – 14	3
15 – 19	7
20 – 24	14
25 – 29	16
30 – 34	8

**Solusi:**

$$Mo = L + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) p$$

dengan:  $Mo$  = modus

$L$  = tepi bawah kelas modus ( yang memiliki frekuensi tertinggi)

$p$  = panjang kelas atau interval kelas

$d_1$  = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sebelumnya

$d_2$  = selisih frekuensi kelas modus dengan kelas sesudahnya

$$L = 24; p = 5; d_1 = 16 - 14 = 2; \text{ dan } d_2 = 16 - 8 = 8$$

$$Mo = 24,5 + \left( \frac{2}{2 + 8} \right) 5 = 25,5$$

Jadi, Modus dari data pada tabel adalah 25,5.  $\rightarrow$  [D]

39. Bilangan yang terdiri dari tiga angka disusun dari angka-angka 2, 3, 5, 6, 7, 8, dan 9 . Banyak bilangan dengan angka-angka yang berlainan dan kurang dari 600 adalah ....

A. 180

D. 72

B. 120

E. 60

C. 90

**Solusi:**

Posisi angka pada bilangan tiga angka kurang dari 600.

2			3			4			5		
---	--	--	---	--	--	---	--	--	---	--	--

Bilangan yang terdiri dari tiga angka yang kurang dari 600, angka pertamanya 2, 3, 4, dan 5. Dua angka yang dibelakangnya dipilih dengan menggunakan permutasi.

Jadi, bilangan tiga angka tersebut adalah

$${}_6P_2 + {}_6P_2 + {}_6P_2 + {}_6P_2 = 4 \times {}_6P_2 = 4 \times \frac{6!}{(6-2)!} = 4 \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = 120 \rightarrow [B]$$

40. Sejumlah siswa masing-masing terdiri atas 6 laki-laki dan 6 perempuan. Mereka membentuk panitia yang terdiri atas 4 orang siswa. Peluang panitia tersebut memuat paling banyak 2 siswa perempuan adalah ....

- A.  $\frac{8}{11}$                       D.  $\frac{3}{11}$   
 B.  $\frac{7}{15}$                       E.  $\frac{22}{495}$   
 C.  $\frac{8}{495}$

**Solusi:**

Peluang terbentuk panitia beranggotakan 4 orang dengan paling banyak 2 siswa perempuan dari 6 siswa laki-laki ( $L$ ) dan 6 siswa perempuan ( $P$ ) adalah

$$\begin{aligned} = P_{4L} + P_{1P \text{ dan } 3L} + P_{2P \text{ dan } 2L} &= \frac{{}_6C_4}{{}_{12}C_4} + \frac{{}_6C_1 \times {}_6C_3}{{}_{12}C_4} + \frac{{}_6C_2 \times {}_6C_2}{{}_{12}C_4} \\ &= \frac{15}{495} + \frac{6 \times 20}{495} + \frac{15 \times 15}{495} = \frac{360}{495} = \frac{8}{11} \rightarrow [A] \end{aligned}$$