

Soludi UN Paket 12

MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika
Jenjang : SMA/MA
Program Studi : IPA

WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013
Jam : 07.30 – 09.30

PETUNJUK UMUM

- Periksalah Naskah Sola yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
 - Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
 - Kelengkapan dan urutan nomor soal.
 - Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
 - Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
- Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
- Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada koklom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
- Isilah pada LJUN Anda dengan:
 - Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
 - Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
 - Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
- Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
- Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
- Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
- Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
- Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
- Lembar soal boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

SELAMAT MENGERJAKAN

- Diberikan premis-premis sebagai berikut:

Premis 1: Jika siswa rajin belajar maka siswa akan mendapat nilai yang baik.
Premis 2: Jika siswa mendapat nilai yang baik maka siswa tidak mengikuti kegiatan remedial.
Premis 3: Siswa rajin belajar.

Kesimpulan dari ketiga premis tersebut adalah....

- A. Siswa mengikuti kegiatan remedial.
- B. Siswa tidak mengikuti kegiatan remedial.
- C. Siswa mendapat nilai yang baik.
- D. Siswa tidak mendapat nilai yang baik.
- E. Siswa tidak mengikuti kegiatan remedial dan nilainya tidak baik.

Solusi:

Kaidah Silogisme:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Kaidah Modus Ponens:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Dengan demikian,

$$\begin{array}{ll} \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ p \\ \hline \therefore \dots \end{array} & \rightarrow \begin{array}{l} p \rightarrow r \\ p \\ \hline \therefore r \end{array} \end{array}$$

Jadi, kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah “Siswa tidak mengikuti kegiatan remedial.” → [B]

2. Pernyataan yang setara dengan pernyataan “Jika kendaraan bermotor menggunakan bahan bakar gas maka tingkat polusi udara dapat diturunkan.” adalah....
 - A. Kendaraan bermotor menggunakan bahan bakar gas dan tingkat polusi udara tidak dapat diturunkan.
 - B. Kendaraan bermotor tidak menggunakan bahan bakar gas atau tingkat polusi udara dapat diturunkan.
 - C. Jika tingkat polusi udara dapat diturunkan maka kendaraan bermotor menggunakan bahan bakar gas.
 - D. Kendaraan bermotor tidak menggunakan bahan bakar gas dan tingkat polusi udara dapat diturunkan.
 - E. Jika tingkat polusi udara tidak dapat diturunkan maka kendaraan bermotor menggunakan bahan bakar gas.

Solusi:

Konsep: $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$

Jadi, pernyataan tersebut setara dengan pernyataan “Kendaraan bermotor tidak menggunakan bahan bakar gas atau tingkat polusi udara dapat diturunkan.” → [C]

3. Bentuk sederhana $\frac{2 + \sqrt{3}}{7 - 3\sqrt{3}} = \dots$

- A. $\frac{1}{40}(5 + 13\sqrt{3})$
- B. $\frac{1}{40}(23 + 13\sqrt{3})$
- C. $\frac{1}{22}(5 + 13\sqrt{3})$
- D. $\frac{1}{22}(23 + 5\sqrt{3})$
- E. $\frac{1}{22}(23 + 13\sqrt{3})$

Solusi:

$$\frac{2+\sqrt{3}}{7-3\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{7-3\sqrt{3}} \times \frac{7+3\sqrt{3}}{7+3\sqrt{3}} = \frac{14+6\sqrt{3}+7\sqrt{3}+9}{49-27} = \frac{1}{22}(23+13\sqrt{3}) \rightarrow [E]$$

4. Bentuk sederhana dari $\frac{\log^2 a - \log^2 b}{\log a + \log b}$ adalah....

- A. -1
- B. 1
- C. $\log \frac{a}{b}$
- D. $\log a - b$
- E. $\log(a-b)$

Solusi:

$$\frac{\log^2 a - \log^2 b}{\log a + \log b} = \frac{(\log a - \log b)(\log a + \log b)}{\log a + \log b} = \log a - \log b = \log \frac{a}{b} \rightarrow [C]$$

5. Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a = \dots$
- A. 2
 - B. 3
 - C. 4
 - D. 6
 - E. 8

Solusi:

Akar-akar persamaan $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$ adalah α dan β

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -a + 1 \dots (1)$$

$$\alpha = 2\beta \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$2\beta + \beta = -a + 1$$

$$\beta = \frac{-a+1}{3}$$

$$\alpha = 2\beta = \frac{2(-a+1)}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 2$$

$$\frac{2(-a+1)}{3} \times \frac{-a+1}{3} = 2$$

$$(-a+1) = 9$$

$$-a+1 = \pm 3$$

$$a = -2 \text{ atau } a = 4$$

Karena $a > 0$, maka $a = 4$. $\rightarrow [C]$

6. Supaya fungsi kuadrat $f(x) = px^2 - (2p+3)x + p+6$ selalu bernilai positif, maka nilai p adalah....
- A. $p < 0$
 - B. $p > \frac{3}{4}$
 - C. $p > 3$

- D. $p > 4$
 E. $0 < p < \frac{3}{4}$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = ax^2 + bx + c$ adalah definit positif, maka haruslah $a > 0$ dan $D = b^2 - 4ac < 0$.

$$f(x) = px^2 - (2p+3)x + p+6$$

$$p > 0 \dots (1)$$

$$D = b^2 - 4ac < 0$$

$$[-(2p+3)]^2 - 4p(p+6) < 0$$

$$4p^2 + 12p + 9 - 4p^2 - 24p < 0$$

$$-12p + 9 < 0$$

$$p > \frac{3}{4} \dots (2)$$

Dari $(1) \cap (2)$ menghasilkan $p > \frac{3}{4} \rightarrow [B]$

7. Persamaan kuadrat $x^2 + (m-2)x + 9 = 0$ memiliki akar-akar kembar. Salah satu nilai m yang memenuhi adalah....
 A. 2
 B. 4
 C. 6
 D. 8
 E. 10

Solusi:

8. Harga 3 buah tas dan 2 buah dompet adalah Rp100.000,00, sedangkan harga 1 buah tas dan 3 buah dompet yang sama adalah Rp62.500,00. Gladis membeli tas dan dompet masing-masing 1 buah, untuk itu ia harus membayar sebesar....
 A. Rp27.500,00
 B. Rp32.500,00
 C. Rp35.000,00
 D. Rp37.500,00
 E. Rp42.500,00

Solusi:

Solusi:

Ambillah harga sebuah tas dan dompet masing-masing adalah t dan d rupiah.

$$3t + 2d = 100.000 \dots (1)$$

$$t + 3d = 62.500$$

$$t = 62.500 - 3d \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$3(62.500 - 3d) + 2d = 100.000$$

$$187500 - 9d + 2d = 100.000$$

$$7d = 87500$$

$$d = 12500$$

$$d = 12500 \rightarrow t = 62.500 - 3d = 62.500 - 3(12500) = 25.000$$

Jadi, Gladis membeli tas dan dompet masing-masing 1 buah, untuk itu ia harus membayar sebesar $\text{Rp}25.000,00 + \text{Rp}12.500,00 = \text{Rp}37.500,00 \rightarrow [D]$

9. Persamaan lingkaran berdiameter 10 dan berpusat di titik $(-5,5)$ adalah....

- A. $x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 = 0$
- B. $x^2 + y^2 - 10x + 10y + 25 = 0$
- C. $x^2 + y^2 - 5x + 5y + 25 = 0$
- D. $x^2 + y^2 + 5x - 10y + 25 = 0$
- E. $x^2 + y^2 - 10x + 10y - 25 = 0$

Solusi:

Diameter lingkaran $d = 10$

Jari-jari lingkaran $r = \frac{d}{2} = 5$

Persamaan lingkaran dengan pusat (a,b) dan jari-jari r adalah $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Jadi, persamaan lingkarannya adalah

$$(x+5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 + 25 = 25$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 = 0 \rightarrow [A]$$

10. Salah satu faktor linear suku banyak $f(x) = 2x^3 + px^2 - 17x + 10$ adalah $(x+2)$. Salah satu faktor linear yang lainnya adalah....

- A. $x+5$
- B. $x-5$
- C. $x-2$
- D. $2x+1$
- E. $2x-3$

Solusi:

Solusi:

$$f(x) = 2x^3 + px^2 - 17x + 10$$

$$f(-2) = 2(-2)^3 + p(-2)^2 - 17(-2) + 10 = 0$$

$$-16 + 4p + 34 + 10 = 0$$

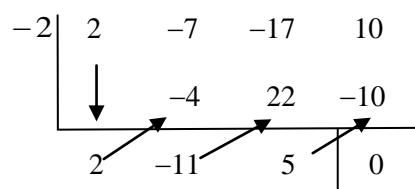
$$4p = -28$$

$$p = -7$$

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 17x + 10$$

$$\therefore f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 17x + 10 = (x+2)(2x^2 - 11x + 5) = (x+2)(2x-1)(x-5)$$

\therefore salah satu faktor linear lainnya adalah $x-5$. $\rightarrow [B]$



11. Diketahui $f(x) = x^2 - 5x + 2$ dan $g(x) = 2x - 3$. Fungsi komposisi $(f \circ g)(x) = \dots$

- A. $4x^2 + 22x + 26$
- B. $4x^2 - 22x + 26$
- C. $4x^2 - 2x + 26$
- D. $4x^2 - 10x + 1$
- E. $4x^2 + 10x - 7$

Solusi:

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(2x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (2x-3)^2 - 5(2x-3) + 2 \\
 &= 4x^2 - 12x + 9 - 10x + 15 + 2 \\
 &= 4x^2 - 22x + 26 \rightarrow [B]
 \end{aligned}$$

12. Diketahui $g(x) = \frac{x-1}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$. Invers fungsi $g(x)$ adalah $g^{-1}(x) = \dots$.

- A. $\frac{2x+1}{x-1}, x \neq 1$
- B. $\frac{x+1}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2}$
- C. $\frac{x-2}{1-x}, x \neq 1$
- D. $\frac{1-2x}{x+1}, x \neq -1$
- E. $\frac{2x-1}{x+1}, x \neq -1$

Solusi:

Cara 1:

$$g(x) = \frac{x-1}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{y-1}{2y+1}$$

$$2xy + x = y - 1$$

$$(2x-1)y = -x-1$$

$$y = \frac{-x-1}{2x-1}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x+1}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2} \rightarrow [B]$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, maka $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$g(x) = \frac{x-1}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-x-1}{2x-1} = \frac{x+1}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2} \rightarrow [B]$$

13. Luas daerah parkir 1.760 m². Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m² dan mobil besar 20 m². Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah....

- A. Rp176.000,00
- B. Rp200.000,00
- C. Rp260.000,00
- D. Rp300.000,00
- E. Rp340.000,00

Solusi:

Ambillah banyak mobil kecil dan besar adalah x dan y buah.

$$\begin{cases} 4x + 20y \leq 1.760 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y \leq 440 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 1000x + 2000y$$

$$x + 5y = 440 \dots (1)$$

$$x + y = 200 \dots (2)$$

Persamaan (1) – persamaan (2) menghasilkan

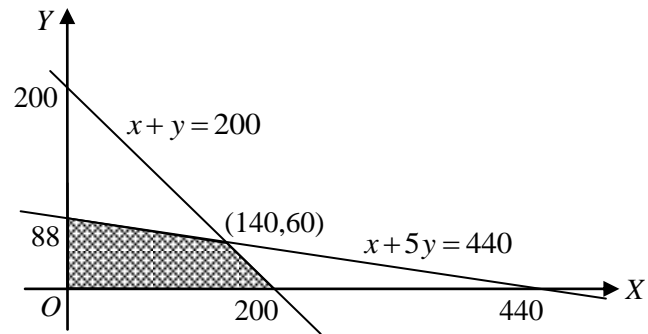
$$4y = 240$$

$$y = 60$$

$$x + 60 = 200$$

$$x = 140$$

Koordinat titik potong garis $x + 5y = 440$ dan $x + y = 200$ adalah $(140, 60)$



Titik (x, y)	$f(x, y) = 1000x + 2000y$	Keterangan
$(0,0)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 0 = 0$	
$(200,0)$	$1000 \times 200 + 2000 \times 0 = 200.000$	
$(140,60)$	$1000 \times 140 + 2000 \times 60 = 260.000$	Maksimum
$(0,88)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 88 = 176.000$	

Jadi, penghasilan maksimum tempat parkir adalah Rp260.000,00. \rightarrow [C]

14. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} -2 & x \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 14 \\ y & -2 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} z & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$. Jika $A - B = C$, maka

$$x + y + z = \dots$$

A. 15

B. 21

C. 22

D. 27

E. 29

Solus:

$$A - B = C$$

$$\begin{pmatrix} -2 & x \\ 6 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & 14 \\ y & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$x - 14 = -1$$

$$x = 13$$

$$6 - y = 1$$

$$y = 5$$

$$-2 + 5 = z$$

$$z = 3$$

15. Diketahui vektor-vektor $\vec{a} = 2i + 3j - 4k$, $\vec{b} = 4i - 6j + 5k$, dan $\vec{c} = 2i - 4j + 6k$. Vektor $2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = \dots$

A. $i - 7j - 15k$

B. $i + 20j - 17k$

C. $i - 7j - 17k$

D. $-6i + 20j - 17k$

E. $-6i - 7j - 15k$

Solusi:

$$2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = 2\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 12 + 2 \\ 6 + 18 - 4 \\ -8 - 15 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 20 \\ -17 \end{pmatrix} = -6i + 20j - 17k \rightarrow [D]$$

16. Diketahui $\vec{p} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ dan $\vec{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Apabila α adalah sudut yang dibentuk anatar vektor \vec{p} dan \vec{q} , maka

$\tan \alpha = \dots$

A. $\frac{1}{6}\sqrt{6}$

B. $\frac{1}{7}\sqrt{7}$

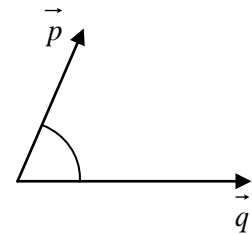
C. $\frac{6}{7}\sqrt{7}$

D. $\sqrt{6}$

E. $\sqrt{7}$

Solusi:

Jika diberikan vektor \vec{a} dan \vec{b} , maka berlaku $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$



$$\cos \angle(\vec{p}, \vec{q}) = \cos \alpha = \frac{\vec{p} \cdot \vec{q}}{\|\vec{p}\| \|\vec{q}\|} = \frac{\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-3)^2 + 3^2 + 0^2} \sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2}} = \frac{-3 + 9 - 0}{\sqrt{18} \sqrt{14}} = \frac{6}{6\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2} = \sqrt{\frac{7-1}{7}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}}{\frac{1}{\sqrt{7}}} = \sqrt{6} \rightarrow [D]$$

17. Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ dan $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Proyeksi vektor orthogonal \vec{u} pada \vec{v} adalah....

A. $-i + k$

B. $-i + \frac{1}{2}k$

C. $-i - k$

D. $-2i + k$

E. $2i - k$

Solusi:

Kita mengetahui bahwa proyeksi vektor orthogonal \vec{a} pada \vec{b} adalah $\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

$$\vec{c} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \vec{v} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}}{(-2)^2 + 0^2 + 2^2} \vec{v} = \frac{-0 + 0 + 4}{4 + 0 + 4} \vec{v} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = -i + k \rightarrow [A]$$

18. Pada titik $A(5, -2)$ karena pencerminan terhadap sumbu X dilanjutkan rotasi 90° dengan pusat O adalah....

- A. $(-2, -5)$
- B. $(-2, 5)$
- C. $(2, 5)$
- D. $(5, 2)$
- E. $(5, 4)$

Solusi:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangannya adalah $(-2, 5)$. $\rightarrow [B]$

19. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan ${}^5\log(x-3) + {}^5\log(x+1) \leq 1$ adalah....

- A. $\{x \mid -2 \leq x \leq 4, x \in R\}$
- B. $\{x \mid 3 < x \leq 4, x \in R\}$
- C. $\{x \mid -1 \leq x \leq 4, x \in R\}$
- D. $\{x \mid x \leq -2 \text{ atau } x \geq 4, x \in R\}$
- E. $\{x \mid x \leq -3 \text{ atau } x \geq 4, x \in R\}$

Solusi:

$${}^5\log(x-3) + {}^5\log(x+1) \leq 1$$

$$x-3 > 0$$

$$x > 3 \dots (1)$$

$$x+1 > 0$$

$$x > -1 \dots (2)$$

$${}^5\log(x-3) + {}^5\log(x+1) \leq 1$$

$${}^5\log(x-3) + {}^5\log(x+1) \leq {}^5\log 5$$

$${}^5\log(x-3)(x+1) \leq {}^5\log 5$$

$$(x-3)(x+1) \leq 5$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 5$$

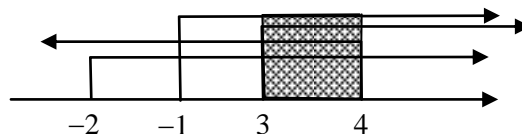
$$x^2 - 2x - 8 \leq 0$$

$$(x+2)(x-4) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 4 \dots (3)$$

Dari $(1) \cap (2) \cap (3)$ diperoleh

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x \mid 3 < x \leq 4, x \in R\}$. $\rightarrow [B]$



20. Persamaan grafik fungsi pada gambar berikut adalah....

- A. $f(x) = 2^{x+1}$
- B. $f(x) = 2^x + 1$
- C. $f(x) = 2^{x+1} + 1$
- D. $f(x) = {}^2\log(x+1)$
- E. $f(x) = 1 + {}^2\log x$

Solusi:

Ambillah persamaan fungsi eksponen adalah $y = a^x + k$

$$(0,2) \rightarrow y = a^x + k$$

$$2 = a^0 + k$$

$$2 = 1 + k$$

$$k = 1$$

$$\therefore y = a^x + 1$$

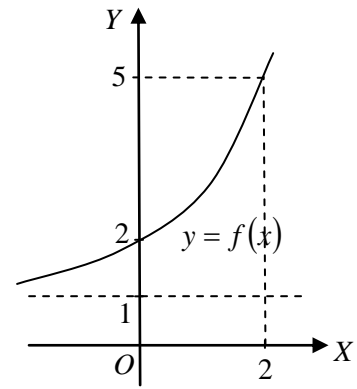
$$(2,5) \rightarrow y = a^x + 1$$

$$5 = a^2 + 1$$

$$a^2 = 4$$

$$a = 2$$

$$\therefore y = 2^x + 1 \rightarrow [B]$$



21. Diketahui suku ke-4 dan suku ke-9 suatu deret aritmetika berturut-turut adalah 15 dan 30. Jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah....

- A. 960
- B. 690
- C. 460
- D. 390
- E. 360

Solusi:

Kita mengetahui bahwa suku ke- n dari barisan aritmetika dirumuskan sebagai $u_n = a + (n-1)b$.

$$u_9 - u_4 = 30 - 15$$

$$a + 8b - (a + 3b) = 15$$

$$5b = 15$$

$$b = 3$$

$$b = 3 \rightarrow u_4 = 15$$

$$a + 3b = 15$$

$$a + 3 \times 3 = 15$$

$$a = 15 - 9 = 6$$

Jumlah n suku pertama dari barisan aritmetika adalah $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$

$$S_{21} = \frac{20}{2} [2 \times 6 + (20-1)3] = 690$$

Jadi, jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah 690. $\rightarrow [B]$

22. Seutas tali dipotong menjadi 9 bagian. Panjang masing-masing potongan tersebut mengikuti barisan geometri. Potongan tali yang paling pendek 4 cm dan potongan tali yang paling panjang 1.024 cm. Panjang tali semula adalah....

- A. 512 cm
- B. 1.020 cm

- C. 1.024 cm
D. 2.032 cm
E. 2.044 cm

Solusi:

Solusi:

Barisan geometri: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_9$, dengan $r > 0$

$$u_1 = a = 4$$

$$u_9 = 1.024$$

$$\frac{u_9}{u_1} = \frac{1.024}{4}$$

$$\frac{u_1 r^8}{u_1} = 256$$

$$r^8 = 256$$

$$r = \sqrt[8]{256} = 2$$

Jumlah n suku pertama dari barisan geometri adalah $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_9 = \frac{4(2^9 - 1)}{2 - 1} = 2.044$$

Jadi, panjang tali semula adalah 2.044 cm. \rightarrow [E]

23. Diketahui sebuah kubus $ABCD.EFGH$ memiliki panjang rusuk 4 cm. Jarak titik C ke bidang AFH adalah....

- A. $\frac{3}{8}\sqrt{3}$ cm
B. $\frac{6}{8}\sqrt{2}$ cm
C. $\frac{8}{6}\sqrt{3}$ cm
D. $\frac{6}{8}\sqrt{3}$ cm
E. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ cm

Solusi:

Cara 1:

$$CE = \sqrt{AB^2 + BC^2 + AE^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

Jarak titik C ke bidang AFH adalah $CQ = \frac{2}{3} \times$ panjang diagonal ruang

$$= \frac{2}{3} \times 4\sqrt{3} = \frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ cm}$$

Cara 2:

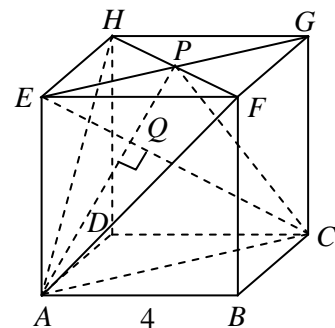
Menurut **Teorema Pythagoras:**

$$FH = \sqrt{FG^2 + GH^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

Karena $FH = AF = AH = 4\sqrt{2}$, maka $\triangle AFH$ adalah segitiga sama sisi.

$$AP = AF \sin \angle AFP = 4\sqrt{2} \sin 60^\circ = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$AP = CP = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$



$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

Lambang $[ABC]$ menyatakan luas $\triangle ABC$

$$[ACP] = [ACGE] - 2[APE] = AE \times AC - 2 \times \frac{1}{2} \times AE \times EP = 4 \times 4\sqrt{2} - 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

$$[ACP] = \frac{1}{2} AP \times t$$

$$8\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times t$$

$$t = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{8}{3}\sqrt{3}$$

Jadi, jarak titik C ke bidang AFH adalah $\frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ cm} \rightarrow [E]$

24. Diketahui kubus $ABCD.EFGH$ dengan rusuk a cm. Sudut α adalah sudut antara bidang BEG dan bidang $EFGH$. Nilai dari $\tan \alpha = \dots$

- A. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$
- B. $\sqrt{3}$
- C. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- D. $\sqrt{2}$
- E. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Solusi:

Menurut **Teorema Pythagoras:**

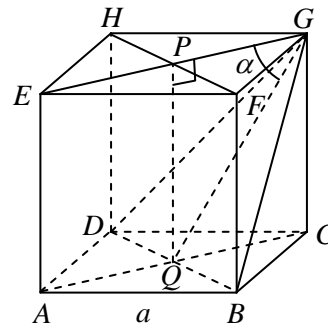
$$GE = \sqrt{EF^2 + FG^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$GP = \frac{1}{2} GE = \frac{a}{2}\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$PQ = a \text{ cm}$$

Perhatikan $\triangle PQG$ adalah segitiga siku-siku.

$$\tan \alpha = \frac{PQ}{GP} = \frac{a}{\frac{a}{2}\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \rightarrow [D]$$



25. Diketahui segi-12 beraturan dengan sisi s cm dan jari-jari lingkaran luarnya r cm. Keliling segi-12 tersebut adalah....

- A. $r\sqrt{2 - \sqrt{3}} \text{ cm}$
- B. $6r\sqrt{2 - \sqrt{3}} \text{ cm}$
- C. $12r\sqrt{2 - \sqrt{3}} \text{ cm}$
- D. $6r\sqrt{2 + \sqrt{3}} \text{ cm}$
- E. $12r\sqrt{2 + \sqrt{3}} \text{ cm}$

Solusi:

Ambillah sudut pusat $\alpha = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ dan s adalah panjang sisi segi-12.

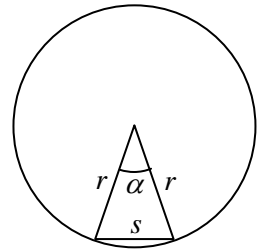
Menurut **Aturan Kosinus**:

$$s^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos \alpha = 2r^2 - 2r^2 \cos 30^\circ = 2r^2 - 2r^2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$= 2r^2 - r^2 \sqrt{3}$$

$$s = \sqrt{2r^2 - r^2 \sqrt{3}} = r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

\therefore keliling segi-12 tersebut adalah $12r\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ cm. \rightarrow [C]



26. Himpunan penyelesaian persamaan $\cos 2x^\circ - \sin^\circ - 1 = 0$ untuk $0 < x < 360$ adalah....

A. $\{180, 210, 330\}$

B. $\{30, 150, 180\}$

C. $\{150, 180, 330\}$

D. $\{60, 120, 180\}$

E. $\{120, 240, 300\}$

Solusi:

$$\cos 2x^\circ - \sin^\circ - 1 = 0$$

$$1 - 2\sin^2 x^\circ - \sin^\circ - 1 = 0$$

$$2\sin^2 x^\circ + \sin x^\circ = 0$$

$$\sin x^\circ (2\sin x^\circ + 1) = 0$$

$$\sin x^\circ = 0 \text{ atau } \sin x^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$x = 180 \text{ atau } 210 \text{ atau } 330$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{180, 210, 330\}$. \rightarrow [A]

27. Nilai dari $\frac{\sin 105^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 105^\circ - \cos 15^\circ} = \dots$

A. $\sqrt{3}$

B. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

C. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$

D. -1

E. $-\sqrt{3}$

Solusi:

$$\frac{\sin 105^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 105^\circ - \cos 15^\circ} = \frac{2\cos 60^\circ \sin 45^\circ}{-2\sin 60^\circ \sin 45^\circ} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{3}\sqrt{3} \rightarrow$$

28. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 3} - 2x - 4) = \dots$

A. -8

B. -6

C. 2

D. 6

E. 8

Solusi:

Cara 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 3} - 2x - 4) = \lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{(2x-2)^2 - 2x - 4}] = \lim_{x \rightarrow \infty} (2x - 2 - 2x - 4) = -6 \rightarrow [B]$$

Cara 2:

Kita mengetahui bahwa jika $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q}) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 3} - 2x - 4) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 8x + 3} - \sqrt{4x^2 + 16x + 16}) = \frac{-8-16}{2\sqrt{4}} = \frac{-24}{4} = -6 \rightarrow [B]$$

29. Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \tan(2x-6)}{\sin(x-3)} = \dots$

- A. 0
- B. $\frac{1}{2}$
- C. 2
- D. 3
- E. 6

Solusi:**Cara 1:**

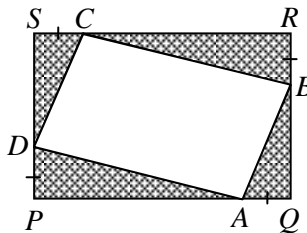
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \tan(2x-6)}{\sin(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} 2x \cdot \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\tan 2(x-3)}{2(x-3)} \cdot \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)}{\sin(x-3)} = 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 = 6 \rightarrow [E]$$

Cara 2:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \tan(2x-6)}{\sin(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(2x-6)}{(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} 2x = 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow [E]$$

30. Diketahui persegi panjang $PQRS$ seperti pada gambar dengan panjang 5 cm dan lebar 3 cm. Agar luas $ABCD$ mencapai nilai minimum, luas daerah yang diarsir adalah....

- A. 5cm^2
- B. 6cm^2
- C. 7cm^2
- D. 8cm^2
- E. 10cm^2

**Solusi:**

Ambillah luas segi-4 $ABCD$ adalah L .

$$\begin{aligned} L &= 5 \times 3 - 2 \times \frac{1}{2} x(3-x) - 2 \times \frac{1}{2} x(5-x) \\ &= 15 - 3x + x^2 - 5x + x^2 \\ &= 2x^2 - 8x + 15 \end{aligned}$$

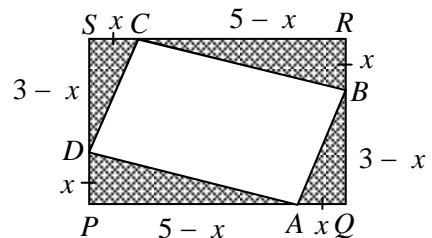
$$L' = 4x - 8$$

Nilai stasioner L dicapai jika $L' = 0$, sehingga

$$4x - 8 = 0$$

$$x = 2$$

$$\text{Luas daerah yang diarsir} = 2 \left[\frac{1}{2} x(3-x) + \frac{1}{2} x(5-x) \right] = 8x - 2x^2 = 8 \times 2 - 2 \times 2^2 = 8\text{cm}^2 \rightarrow [D]$$



31. Hasil dari $\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \dots$

- A. -58

- B. -56
- C. -28
- D. -16
- E. -14

Solusi:

$$\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \int_0^2 (3x^2 - 15x - 18)dx = \left[x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_0^2 = 2^3 - \frac{15}{2} \times 2^2 - 18 \times 2 - 0 = -58 \rightarrow [A]$$

32. Nilai dari $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 5x + \sin x) dx = \dots$

- A. $-\frac{3}{5}$
- B. $-\frac{1}{5}$
- C. 0
- D. $\frac{1}{5}$
- E. $\frac{3}{5}$

Solusi:

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 5x + \sin x) dx &= \left[-\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{3}} = -\frac{1}{5} \cos \frac{5\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{1}{5} \cos 0 - \cos 0 \right) = \frac{1}{10} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + 1 \\ &= \frac{1-5+2+10}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \rightarrow [E] \end{aligned}$$

33. Hasil dari $\int ((3x+1)\sqrt{3x^2+2x-4}) dx = \dots$

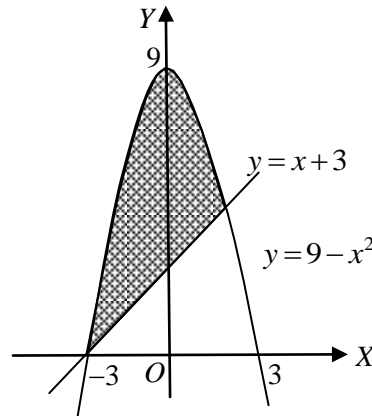
- A. $\frac{1}{2}(3x^2+2x-4)^{\frac{3}{2}} + C$
- B. $\frac{1}{3}(3x^2+2x-4)^{\frac{3}{2}} + C$
- C. $\frac{1}{6}(3x^2+2x-4)^{\frac{3}{2}} + C$
- D. $\frac{1}{12}(3x^2+2x-4)^{\frac{3}{2}} + C$
- E. $\frac{1}{18}(3x^2+2x-4)^{\frac{3}{2}} + C$

Solusi:

$$\begin{aligned} \int ((3x+1)\sqrt{3x^2+2x-4}) dx &= \frac{1}{2} \int (\sqrt{3x^2+2x-4}) d(3x^2+2x-4) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{2}+1} (3x^2+2x-4)^{\frac{1}{2}+1} + C \\ &= \frac{1}{3}(3x^2+2x-4)^{\frac{3}{2}} + C \rightarrow [B] \end{aligned}$$

34. Luas daerah yang diarsir pada gambar dapat dihitung dengan rumus....

- A. $L = \int_{-2}^3 [(9-x^2)-(x-3)]dx$
 B. $L = \int_{-2}^3 [(9-x^2)-(x-3)^2]dx$
 C. $L = \int_{-3}^2 [(9-x^2)-(x+3)]dx$
 D. $L = \int_{-3}^3 [(x+3)-(9-x^2)]dx$
 E. $L = \int_{-3}^3 [(x-3)-(9-x^2)]dx$



Solusi:

Batas-batas integral kurva $y = 9 - x^2$ dan $y = x + 3$

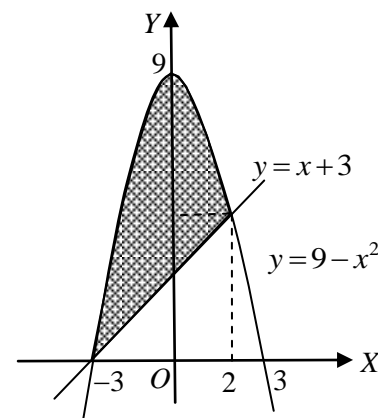
$$x + 3 = 9 - x^2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3 \text{ atau } x = 2$$

$$L = \int_{-3}^2 [(9-x^2)-(x+3)]dx \rightarrow [C]$$



35. Suatu daerah yang dibatasi kurva $y = x^2$ dan $y = -x^2 + 2$ diputar mengelilingi sumbu X sejauh 360° .
 Volume benda putar yang terjadi adalah....

- A. $\frac{8}{3}\pi$ satuan volume
 B. $\frac{16}{3}\pi$ satuan volume
 C. $\frac{20}{3}\pi$ satuan volume
 D. $\frac{24}{3}\pi$ satuan volume
 E. $\frac{32}{3}\pi$ satuan volume

Solusi:

Fungsi-fungsi integral adalah $y = x^2 + 1$ dan $y = x + 3$.

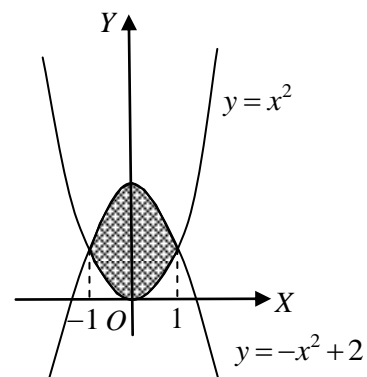
Batas-batas integral:

$$x^2 + 1 = x + 3$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ atau } x = -1$$



$$\begin{aligned}
 V &= \pi \int_{-1}^1 \left[(-x^2 + 2)^2 - (x^2)^2 \right] dx = \pi \int_{-1}^1 (x^4 - 4x^2 + 4 - x^4) dx \\
 &= \pi \int_{-1}^1 (-4x^2 + 4) dx = \pi \left[-\frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_{-1}^1 \\
 &= \pi \left[-\frac{4}{3} + 4 - \left(-\frac{4}{3} - 4 \right) \right] = \pi \left(8 - \frac{8}{3} \right) = \frac{16}{3} \pi \text{ satuan volume} \rightarrow [\text{B}]
 \end{aligned}$$

36. Kuartil bawah data pada tabel berikut ini adalah....

Berat Badan (kg)	Frekuensi
30 – 34	4
35 – 39	10
40 – 44	14
45 – 49	7
50 – 54	5

- A. 32,5
- B. 36,5
- C. 37,5
- D. 42,5
- E. 45,9

Solusi:

Kelas kuartil bawah terletak pada data ke $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$, yaitu 35 – 39 .

Rumus kuartil atas adalah $Q_1 = L_1 + \frac{\frac{n}{4} - fk_1}{f_1} \times p$

$$Q_1 = 34,5 + \frac{\frac{40}{4} - 4}{10} \times 5 = 34,5 + 3 = 37,5 \rightarrow [\text{C}]$$

37. Dari angka 3, 5, 6, 7, dan 9 akan dibuat bilangan yang terdiri dari atas tiga angka yang berbeda. Banyak bilangan yang lebih dari 400 dan kurang dari 800 adalah....

- A. 36
- B. 20
- C. 19
- D. 18
- E. 17

Solusi:

3	4	3
---	---	---

Banyak bilangan tersebut adalah $3 \times 4 \times 3 = 36 \rightarrow [\text{A}]$

38. Pada musyawarah karang taruna akan dipilih pengurus organisasi yang baru, terdiri dari ketua, sekretaris, bendahara, dan koordinator olahraga. Dari hasil seleksi lolo 6 orang calon pengurus. Banyak susunan pengurus yang dapat dibentuk adalah....

- A. 360
- B. 240
- C. 120
- D. 45

E. 15






Solusi:

Banyak susunan pengurus yang dapat dibentuk adalah ${}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 360 \rightarrow [A]$

39. Erik suka sekali main skateboard. Dia mengunjungi sebuah toko bersama SKATERS untuk mengetahui beberapa model.

Di toko ini dia dapat membeli skateboard yang lengkap. Atau, ia juga dapat membeli sebuah papan, satu set roda yang terdiri dari 4 roda, satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu, dan satu set perlengkapan kecil untuk dapat merakit skateboard sendiri.

Daftar barang dan model/jenis skateboard di toko ini sebagai berikut:

Barang	Model/Jenis	
Skateboard Lengkap		
Papan		
Dua set roda yang terdiri dari 4 roda		
Satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu		
Dua set perlengkapan kecil (seperti baut, mur, dan karet)		

Toko itu menawarkan tiga macam papan, dua macam set roda, dan dua macam set perlengkapan kecil. Hanya ada satu macam set sumbu.

Berapa banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12
- E. 24

Solusi:

Banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik adalah $2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2! = 24 \rightarrow [E]$

40. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencakup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan “Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga.” Manakah di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?
- A. $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$, sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
 - B. $\frac{2}{3}$ lebih besar dari pada $\frac{1}{2}$, sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
 - C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi.
 - D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kapan sebuah gempa bumi akan terjadi.
 - E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang, karena sudah diperkirakan oleh ahli geologi.

Solusi:

Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi. → [C]