

# Solusi UN Paket 19

## MATA PELAJARAN

Mata Pelajaran : Matematika

Jenjang : SMA/MA

Program Studi : IPA

## WAKTU PELAKSANAAN

Hari/Tanggal : Rabu, 17 April 2013

Jam : 07.30 – 09.30

## PETUNJUK UMUM

1. Periksalah Naskah Soal yang Anda terima sebelum mengerjakan soal yang meliputi:
  - a. Kelengkapan jumlah halaman atau urutannya.
  - b. Kelengkapan dan urutan nomor soal.
  - c. Kesesuaian Nama Mata Uji dan Program Studi yang tertera pada kanan atas Naskah Soal dengan Lembar Jawaban Ujian Nasional (LJUN).
  - d. Pastikan LJUN masih menyatu dengan naskah soal.
2. Laporkan kepada pengawas ruang ujian apabila terdapat lembar soal, nomor soal yang tidak lengkap atau tidak urut, serta LJUN yang rusak atau robek untuk mendapat gantinya.
3. Tulislah Nama dan Nomor Peserta Ujian Anda pada koklom yang disediakan di halaman pertama butir soal.
4. Isilah pada LJUN Anda dengan:
  - a. Nama peserta pada kotak yang disediakan, lalu hitamkan bulatan di bawahnya sesuai dengan huruf di atasnya.
  - b. Nomor Peserta dan Tanggal Lahir pada kolom yang disediakan, lalu hitamkan bulatan bulatan di bawahnya sesuai huruf/angka di atasnya.
  - c. Nama Sekolah, Tanggal Ujian, dan bubuhkan Tanda Tangan Anda pada kotak yang disediakan.
5. Pisahkan LJUN dari Naskah Ujian secara hati-hati dengan cara menyobek pada tempat yang ditentukan.
6. Tersedia waktu 120 menit untuk mengerjakan Naskah Soal tersebut.
7. Jumlah soal sebanyak 40 butir, pada setiap butir soal terdapat 5 (lima) pilihan jawaban.
8. Tidak diizinkan menggunakan kalkulator, HP, tabel matematika atau alat bantu hitung lainnya.
9. Periksalah pekerjaan Anda sebelum diserahkan kepada pengawas ruang ujian.
10. Lembar soal boleh dicorat-coret, sedangkan LJUN tidak boleh dicorat-coret.

## SELAMAT MENGERJAKAN

1. Nilai  $a$  yang menyebabkan fungsi kuadrat  $f(x) = (a-1)x^2 + 2ax + (a+4)$  definitif positif adalah....

- A.  $a < \frac{4}{3}$
- B.  $a < 1$
- C.  $a > 1$
- D.  $a > \frac{4}{3}$
- E.  $1 < a < \frac{4}{3}$

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa jika  $f(x) = ax^2 + bx + c$  adalah definit positif, maka haruslah  $a > 0$  dan

$$D = b^2 - 4ac < 0.$$

$$f(x) = (a-1)x^2 + 2ax + (a+4)$$

$$a-1 > 0$$

$$a > 1 \dots (1)$$

$$D = b^2 - 4ac < 0$$

$$(2a)^2 - 4(a-1)(a+4) < 0$$

$$4a^2 - 4a^2 - 12a + 16 < 0$$

$$-12a + 16 < 0$$

$$a > \frac{4}{3} \dots (2)$$

Dari  $(1) \cap (2)$  menghasilkan  $a > \frac{4}{3} \rightarrow [D]$

2. Agar persamaan kuadrat  $4x^2 - (p-3)x + 1 = 0$  mempunyai dua akar tidak nyata, maka nilai  $p$  yang memenuhi adalah....

- A.  $-1 < p < 7$
- B.  $-7 < p < 1$
- C.  $1 < p < 7$
- D.  $p < -1$  atau  $p > 7$
- E.  $p < 1$  atau  $p > 7$

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa jika persamaan kuadrat  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua akar tidak nyata, maka haruslah  $D = b^2 - 4ac < 0$ .

$$4x^2 - (p-3)x + 1 = 0$$

$$[-(p-3)]^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 < 0$$

$$(p-3)^2 - 16 < 0$$

$$(p-3+4)(p-3-4) < 0$$

$$(p+1)(p-7) < 0$$

$$-1 < p < 7 \rightarrow [A]$$

3. Persamaan lingkaran berdiameter 10 dan berpusat di titik  $(-5,5)$  adalah...

- A.  $x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 = 0$
- B.  $x^2 + y^2 - 10x + 10y + 25 = 0$
- C.  $x^2 + y^2 - 5x + 5y + 25 = 0$
- D.  $x^2 + y^2 + 5x - 10y + 25 = 0$
- E.  $x^2 + y^2 - 10x + 10y - 25 = 0$

**Solusi:**

Diameter lingkaran  $d = 10$

Jari-jari lingkaran  $r = \frac{d}{2} = 5$

Persamaan lingkaran dengan pusat  $(a, b)$  dan jari-jari  $r$  adalah  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ .

Jadi, persamaan lingkarannya adalah

$$(x+5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 + 25 = 25$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 10y + 25 = 0 \rightarrow [A]$$

4. Harga 1 pensil dan 4 buku adalah Rp9.200,00. Sedangkan harga 2 buah pensil dan 3 buah buku yang sama adalah Rp8.400,00. Toni membeli 2 pensil dan 1 buku, untuk itu ia harus membayar sebesar....
- A. Rp6.800,00  
B. Rp5.600,00  
C. Rp4.800,00  
D. Rp4.400,00  
E. Rp3.200,00

**Solusi:**

Ambillah harga sebuah pensil dan sebuah buku adalah  $p$  dan  $b$  rupiah.

$$p + 4b = 9.200$$

$$p = 9.200 - 4b \dots (1)$$

$$2p + 3b = 8.400 \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$2(9.200 - 4b) + 3b = 8.400$$

$$18.400 - 8b + 3b = 8.400$$

$$5b = 10.000$$

$$b = 2.000$$

$$p = 9.200 - 4b = 9.200 - 4 \times 2.000 = 1.200$$

Jadi, Toni membeli 2 pensil dan 1 buku, untuk itu ia harus membayar sebesar

$$2 \times \text{Rp}1.200,00 + 1 \times \text{Rp}2.000,00 = \text{Rp}4.400,00 \rightarrow [D]$$

5. Akar-akar persamaan  $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$ . Jika  $\alpha = 2\beta$  dan  $a > 0$  maka nilai  $a = \dots$
- A. 2  
B. 3  
C. 4  
D. 6  
E. 8

**Solusi:**

Akar-akar persamaan  $x^2 + (a-1)x + 2 = 0$  adalah  $\alpha$  dan  $\beta$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -a + 1 \dots (1)$$

$$\alpha = 2\beta \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$2\beta + \beta = -a + 1$$

$$\beta = \frac{-a+1}{3}$$

$$\alpha = 2\beta = \frac{2(-a+1)}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 2$$

$$\frac{2(-a+1)}{3} \times \frac{-a+1}{3} = 2$$

$$(-a+1)=9$$

$$-a+1=\pm 3$$

$$a=-2 \text{ atau } a=4$$

Karena  $a > 0$ , maka  $a=4$ .  $\rightarrow$  [C]

6. Bentuk sederhana dari  $\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  adalah....

- A.  $5+2\sqrt{6}$
- B.  $5+3\sqrt{6}$
- C.  $10+2\sqrt{6}$
- D.  $10+4\sqrt{6}$
- E.  $10+6\sqrt{6}$

Solusi:

$$\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{6+2\sqrt{6}+2\sqrt{2}+4}{3-2} = 10+4\sqrt{6}$$

7. Bentuk sederhana dari  $\frac{\log^2 a - \log^2 b}{\log a + \log b}$  adalah....

- A.  $-1$
- B.  $1$
- C.  $\log \frac{a}{b}$
- D.  $\log a - b$
- E.  $\log(a-b)$

Solusi:

$$\frac{\log^2 a - \log^2 b}{\log a + \log b} = \frac{(\log a - \log b)(\log a + \log b)}{\log a + \log b} = \log a - \log b = \log \frac{a}{b} \rightarrow$$
 [C]

8. Diketahui premis-premis berikut:

Premis 1: Jika mobil listrik diproduksi massal maka mobil listrik menjadi angkutan umum.

Premis 2: Jika mobil listrik menjadi angkutan umum maka harga BBM turun.

Premis 3: Harga BBM tidak turun.

Kesimpulan yang sah dari ketiga premis tersebut adalah....

- A. Mobil listrik diproduksi massal.
- B. Mobil listrik tidak diproduksi massal.
- C. Mobil listrik menjadi angkutan umum.
- D. Mobil listrik tidak menjadi angkutan umum.
- E. Mobil listrik menjadi angkutan umum tetapi tidak diproduksi massal.

Solusi:

**Kaidah Silogisme:**

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\therefore p \rightarrow r$$

**Kaidah Modus Tollens:**

$$p \rightarrow q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim p$$

Dengan demikian,

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\sim r$$

$$\therefore \dots$$

$$p \rightarrow r$$

$$\sim r$$

$$\therefore \sim p$$

∴ kesimpulan yang sah dari ketiga premis itu adalah “Mobil listrik tidak diproduksi massal.” → [B]

9. Pernyataan “Jika hari hujan, maka upacara bendera dibatalkan” ekuivalen dengan pernyataan....

A. Hari tidak hujan atau upacara bendera tidak dibatalkan.  
 B. Jika hari tidak hujan maka upacara bendera dibatalkan.  
 C. Jika upacara bendera dibatalkan, maka hari hujan.  
 D. Hari hujan atau upacara bendera tidak dibatalkan.  
 E. Hari tidak hujan atau upacara bendera dibatalkan.

**Solusi:**

Konsep:  $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \equiv \sim p \vee q$

Jadi, pernyataan tersebut setara dengan pernyataan “Hari tidak hujan atau upacara bendera dibatalkan.”  
 → [E]

10. Diketahui vektor  $\vec{a} = 2i - 3j + 2k$ ,  $\vec{b} = -3i + 2j + k$ , dan  $\vec{c} = i - 3j + 2k$ . Hasil  $\vec{b} - 3\vec{c} + 2\vec{a} = \dots$

A.  $2i + j - 3k$   
 B.  $-2i + 5j - k$   
 C.  $2i + 5j - k$   
 D.  $-4i + 11j - 5k$   
 E.  $-6i + 5j - k$

**Solusi:**

$$\vec{b} - 3\vec{c} + 2\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - 3 + 4 \\ 2 + 9 - 6 \\ 1 - 6 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} = -2i + 5j - k \rightarrow [B]$$

11. Diketahui vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Nilai sinus sudut antara  $\vec{a}$  dan  $\vec{b}$  adalah....

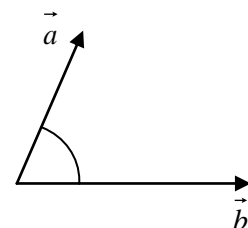
A.  $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$   
 B.  $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 C.  $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$   
 D.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 E.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa jika diberikan vektor  $\vec{a}$  dan  $\vec{b}$ , maka berlaku  $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$

$$\begin{aligned} \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) &= \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} \\ &= \frac{3 - 8 - 10}{\sqrt{50} \sqrt{9}} = \frac{-15}{15\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\sin \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \sqrt{1 - \cos^2 \angle(\vec{a}, \vec{b})} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{2-1}{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow [D]$$



12. Diketahui vektor  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Proyeksi vektor orthogonal  $\vec{u}$  pada  $\vec{v}$  adalah....

A.  $-\frac{2}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

B.  $-\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

C.  $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

D.  $\frac{2}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

E.  $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa proyeksi vektor orthogonal  $\vec{a}$  pada  $\vec{b}$  adalah  $\vec{c} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$

$$\vec{c} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \vec{v} = \frac{\begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}}{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2} \vec{v} = \frac{-14 + 4 + 0}{5} \vec{v} = -2 \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow [E]$$

13. Luas daerah parkir 1.760 m<sup>2</sup>. Luas rata-rata untuk mobil kecil 4 m<sup>2</sup> dan mobil besar 20 m<sup>2</sup>. Daya tampung maksimum hanya 200 kendaraan. Biaya parkir mobil kecil Rp1.000,00/jam dan mobil besar Rp2.000,00/jam. Jika dalam satu jam terisi penuh dan tidak ada kendaraan yang pergi dan datang, penghasilan maksimum tempat parkir adalah ....

A. Rp176.000,000,00

B. Rp200.000,000,00

C. Rp260.000,000,00

D. Rp300.000,000,00

E. Rp340.000,000,00

**Solusi:**

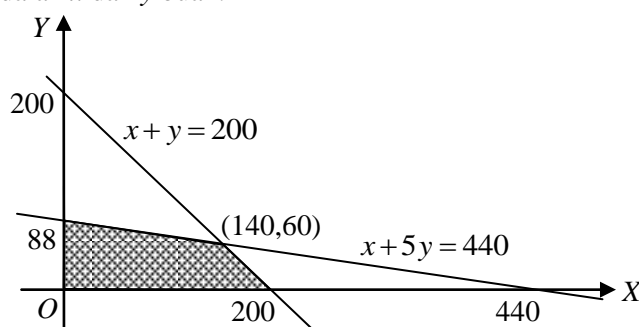
Ambillah banyak mobil kecil dan besar adalah  $x$  dan  $y$  buah.

$$\begin{cases} 4x + 20y \leq 1.760 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y \leq 440 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x, y) = 1000x + 2000y$$

$$x + 5y = 440 \dots (1)$$

$$x + y = 200 \dots (2)$$



Persamaan (1) dikurangi persamaan (2) menghasilkan

$$4y = 240$$

$$y = 60$$

$$x + 60 = 200$$

$$x = 140$$

Koordinat titik potong garis  $x + 5y = 440$  dan  $x + y = 200$  adalah  $(140, 60)$

Titik $(x, y)$	$f(x, y) = 1000x + 2000y$	Keterangan
$(0, 0)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 0 = 0$	
$(200, 0)$	$1000 \times 200 + 2000 \times 0 = 200.000$	
$(140, 60)$	$1000 \times 140 + 2000 \times 60 = 260.000$	Maksimum
$(0, 88)$	$1000 \times 0 + 2000 \times 88 = 176.000$	

Jadi, penghasilan maksimum tempat parkir adalah Rp260.000,00.  $\rightarrow$  [C]

14. Diketahui salah satu factor linear dari suku banyak  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + (p-15)x + 6$  adalah  $(2x-1)$ . Faktor linear lainnya dari suku banyak tersebut adalah....

A.  $x-5$

B.  $x-2$

C.  $x+1$

D.  $x+2$

E.  $x+3$

**Solusi:**

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + (p-15)x + 6$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (p-15)\left(\frac{1}{2}\right) + 6 = 0$$

$$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2}(p-15) + 6 = 0$$

$$1 - 3 + 2(p-15) + 24 = 0$$

$$2(p-15) = -22$$

$$p-15 = -11$$

$$p = 4$$

$$\therefore f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = (2x-1)(x^2 - x - 6) = (2x-1)(x-3)(x+2)$$

$\therefore$  Faktor linear lainnya dari suku banyak tersebut adalah  $x+2$ .  $\rightarrow$  [D]

15. Diketahui fungsi  $f(x) = x-4$  dan  $g(x) = x^2 - 3x + 7$ . Fungsi komposisi  $(g \circ f)(x)$  adalah....

A.  $x^2 - 3x + 3$

B.  $x^2 - 3x + 11$

C.  $x^2 - 11x + 15$

D.  $x^2 - 11x + 27$

E.  $x^2 - 11x + 35$

**Solusi:**

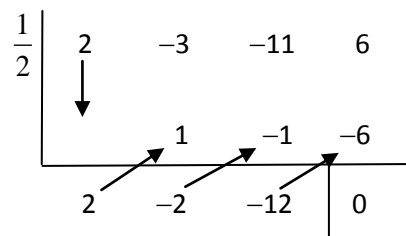
$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= g(x-4)$$

$$= (x-4)^2 - 3(x-4) + 7$$

$$= x^2 - 8x + 16 - 3x + 12 + 7$$

$$= x^2 - 11x + 35 \rightarrow$$
 [E]



16. Diketahui fungsi  $g(x) = \frac{2x}{x+5}$  ;  $x \neq -5$ . Invers fungsi  $g(x)$  adalah  $g^{-1}(x) = \dots$

- A.  $\frac{5x}{x-2}$ ;  $x \neq 2$
- B.  $\frac{5x}{2-x}$ ;  $x \neq 2$
- C.  $\frac{5x}{x+2}$ ;  $x \neq -2$
- D.  $\frac{-5x}{x+2}$ ;  $x \neq -2$
- E.  $\frac{5x}{-x-2}$ ;  $x \neq -2$

**Solusi:**

**Cara 1:**

$$g(x) = \frac{2x}{x+5} ; x \neq -5$$

$$x = \frac{2y}{y+5}$$

$$xy + 5x = 2y$$

$$(x-2)y = -5x$$

$$y = \frac{-5x}{x-2}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{5x}{2-x}, x \neq 2 \rightarrow [B]$$

**Cara 2:**

Kita mengetahui bahwa jika  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  , maka  $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$g(x) = \frac{2x}{x+5} ; x \neq -5 \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-5x}{x-2} = \frac{5x}{2-x}, x \neq 2 \rightarrow [B]$$

17. Suku ke-4 dan suku ke-12 dari barisan aritmetika berturut turut 36 dan 100. Jumlah 20 suku pertama deret aritmetika tersebut adalah ....

- A. 164
- B. 172
- C. 1640
- D. 1760
- E. 1840

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa suku ke- $n$  dari barisan aritmetika dirumuskan sebagai  $u_n = a + (n-1)b$  .

$$u_{12} - u_4 = 100 - 36$$

$$a + 11b - (a + 3b) = 64$$

$$8b = 64$$

$$b = 8$$

$$b = 8 \rightarrow u_4 = 36$$

$$a + 3b = 36$$

$$a + 3 \times 8 = 36$$

$$a = 36 - 24 = 12$$

Jumlah  $n$  suku pertama dari barisan aritmetika adalah  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$



$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 12 + (20-1)8] = 1760$$

Jadi, jumlah 20 suku pertama deret tersebut adalah 1760.  $\rightarrow$  [D]

18. Seutas tali dipotong menjadi 8 bagian. Panjang masing-masing potongan tersebut mengikuti barisan geometri. Potongan tali yang paling pendek 4 cm dan potongan yang paling panjang 512 cm. Panjang tali semula adalah....
- 508cm
  - 1.020cm
  - 1.024cm
  - 2.032cm
  - 2.048cm

**Solusi:**

Barisan geometri:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_8$

$$u_1 = a = 4 \text{ dan } u_8 = 512$$

$$\frac{u_8}{u_1} = \frac{512}{4}$$

$$\frac{u_1 r^7}{u_1} = 128$$

$$r^7 = 128$$

$$r = \sqrt[7]{128} = 2$$

Jumlah  $n$  suku pertama dari barisan geometri adalah  $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_8 = \frac{4(2^8 - 1)}{2 - 1} = 1.020$$

Jadi, panjang tali semula adalah 1.020 cm.  $\rightarrow$  [B]

19. Diketahui matriks  $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & b \end{pmatrix}$ , dan  $C = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$ . Jika  $AB = C$ , nilai dari  $a + b = \dots$
- 2
  - 4
  - 7
  - 9
  - 16

**Solusi:**

$$AB = C$$

$$\begin{pmatrix} 2 & a \\ b & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2a + 2a & \dots \\ \dots & 0 + 4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$$

$$4a = 12$$

$$a = 3$$

$$4b = 4$$

$$b = 1$$

$$\therefore a + b = 3 + 1 = 4 \rightarrow \text{[B]}$$

20. Koordinat bayangan titik  $P(1,4)$  oleh pencerminan terhadap garis  $x=3$  dilanjutkan pencerminan terhadap garis  $y=1$  adalah....
- $(-1, -2)$
  - $(-1, 7)$
  - $(5, -2)$

- D. (5,7)  
E. (-5,-2)

**Solusi:**

Kita mengetahui bahwa bayangan titik  $P(x, y)$  oleh pencerminan terhadap garis  $x = a$  adalah  $P'(2a - x, y)$ . Bayangan titik  $P(x, y)$  oleh pencerminan terhadap garis  $y = b$  adalah  $P'(x, 2b - y)$ .

Bayangan titik  $P(1, 4)$  oleh pencerminan terhadap garis  $x = 3$  adalah  $P'(2 \cdot 3 - 1, 4) = P'(5, 4)$

Bayangan titik  $P'(5, 4)$  oleh pencerminan terhadap garis  $y = 1$  adalah  $P''(5, 2 \cdot 1 - 4) = P''(5, -2) \rightarrow [C]$

21. Persamaan grafik fungsi pada gambar berikut adalah ....

- A.  $f(x) = 2^{x+1}$   
B.  $f(x) = 2^x + 1$   
C.  $f(x) = 2^{x+1} + 1$   
D.  $f(x) = 2 \log(x+1)$   
E.  $f(x) = 1 + 2 \log x$

**Solusi:**

Ambillah persamaan fungsi eksponen adalah  $y = a^x + k$

$$(0, 2) \rightarrow y = a^x + k$$

$$2 = a^0 + k$$

$$2 = 1 + k$$

$$k = 1$$

$$\therefore y = a^x + 1$$

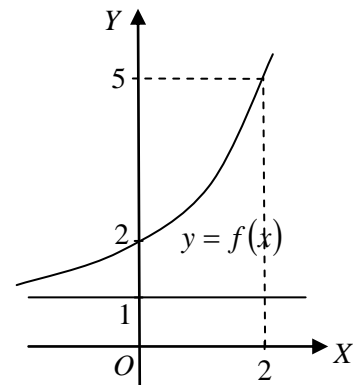
$$(2, 5) \rightarrow y = a^x + 1$$

$$5 = a^2 + 1$$

$$a^2 = 4$$

$$a = 2$$

$$\therefore y = 2^x + 1 \rightarrow [B]$$



22. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan  ${}^2\log x + {}^2\log(x-3) < 2$  adalah ....

- A.  $\{x | -1 < x < 4, x \in R\}$   
B.  $\{x | 0 < x < 3, x \in R\}$   
C.  $\{x | -1 < x < 3, x \in R\}$   
D.  $\{x | 3 < x < 4, x \in R\}$   
E.  $\{x | 1 < x < 4, x \in R\}$

**Solusi:**

$${}^2\log x + {}^2\log(x-3) < 2$$

$$x > 0 \dots (1)$$

$$x-3 > 0$$

$$x > 3 \dots (2)$$

$${}^2\log x + {}^2\log(x-3) < 2$$

$${}^2\log x(x-3) < {}^2\log 4$$

$$x(x-3) < 4$$

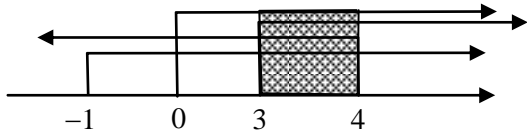
$$x^2 - 3x < 4$$

$$x^2 - 3x - 4 < 0$$

$$(x+1)(x-4) < 0$$

$$-1 < x < 4 \dots (3)$$

Dari (1)  $\cap$  (2)  $\cap$  (3) diperoleh



Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{x | 3 < x < 4, x \in R\}$ .  $\rightarrow$  [B]

23. Diketahui segi-12 beraturan dengan sisi  $s$  cm dan jari-jari lingkaran luarnya  $r$  cm. Keliling segi-12 tersebut adalah ....

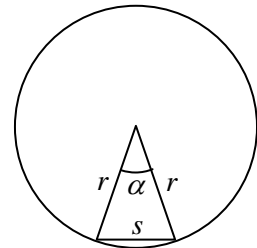
- A.  $r\sqrt{2-\sqrt{3}}$  cm
- B.  $6r\sqrt{2-\sqrt{3}}$  cm
- C.  $12r\sqrt{2-\sqrt{3}}$  cm
- D.  $6r\sqrt{2+\sqrt{3}}$  cm
- E.  $12r\sqrt{2+\sqrt{3}}$  cm

**Solusi:**

Ambillah sudut pusat  $\alpha = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$  dan  $s$  adalah panjang sisi segi-12.

Menurut **Aturan Kosinus:**

$$\begin{aligned} s^2 &= r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos \alpha = 2r^2 - 2r^2 \cos 30^\circ = 2r^2 - 2r^2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ &= 2r^2 - r^2 \sqrt{3} \\ s &= \sqrt{2r^2 - r^2 \sqrt{3}} = r\sqrt{2-\sqrt{3}} \end{aligned}$$



$\therefore$  keliling segi-12 beraturan yang jari-jari lingkaran luarnya  $r$  cm adalah  $12r\sqrt{2-\sqrt{3}}$  cm.  $\rightarrow$  [C]

24. Nilai  $x$  memenuhi persamaan  $\cos 2x - \sin x = 0$  untuk  $0^\circ < x < 360^\circ$  adalah ....

- A.  $\{30^\circ, 150^\circ\}$
- B.  $\{30^\circ, 270^\circ\}$
- C.  $\{30^\circ, 150^\circ, 180^\circ\}$
- D.  $\{60^\circ, 120^\circ, 300^\circ\}$
- E.  $\{30^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$

**Solusi:**

**Cara 1:**

$$\cos 2x - \sin x = 0$$

$$\cos 2x = \sin x$$

$$\cos 2x = \cos(90^\circ - x)$$

$$2x = \pm(90^\circ - x) + k \times 360^\circ$$

$$2x = 90^\circ - x + k \times 360^\circ \text{ atau } 2x = -90^\circ + x + k \times 360^\circ$$

$$3x = 90^\circ + k \times 360^\circ \text{ atau } x = -90^\circ + k \times 360^\circ$$

$$x = 30^\circ + k \times 120^\circ \text{ atau } x = -90^\circ + k \times 360^\circ$$

Jika  $k=0$  maka  $x=30^\circ$  atau  $x=-90^\circ$

Jika  $k=1$  maka  $x=30^\circ+120^\circ=150^\circ$  atau  $x=-90^\circ+360^\circ=270^\circ$

Jika  $k=2$  maka  $x=30^\circ+240^\circ=270^\circ$  atau  $x=-90^\circ+720^\circ=630^\circ$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{30^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$ .  $\rightarrow$  [E]

**Cara 2:**

$$\cos 2x - \sin x = 0$$

$$1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \text{ atau } \sin x = -1$$

$$x = 30^\circ \text{ atau } 150^\circ \text{ atau } x = 270^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah  $\{30^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$ .  $\rightarrow$  [E]

25. Nilai dari  $\frac{\cos 115^\circ + \cos 5^\circ}{\sin 115^\circ + \sin 5^\circ} = \dots$

- A.  $-\sqrt{3}$
- B.  $-1$
- C.  $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- D.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- E.  $\sqrt{3}$

**Solusi:**

$$\frac{\cos 115^\circ + \cos 5^\circ}{\sin 115^\circ + \sin 5^\circ} = \frac{2 \cos 60^\circ \cos 55^\circ}{2 \sin 60^\circ \cos 55^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

26. Diketahui limas beraturan  $T.ABCD$  dengan  $ABCD$  adalah persegi yang memiliki panjang  $AB = 4$  cm dan  $TA = 6$  cm. Jarak titik  $C$  ke garis  $AT = \dots$

- A.  $\frac{1}{4}\sqrt{14}$  cm
- B.  $\frac{2}{3}\sqrt{14}$  cm
- C.  $\frac{3}{4}\sqrt{14}$  cm
- D.  $\frac{4}{3}\sqrt{14}$  cm
- E.  $\frac{3}{2}\sqrt{14}$  cm

**Solusi:**

Menurut **Teorema Pythagoras:**

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

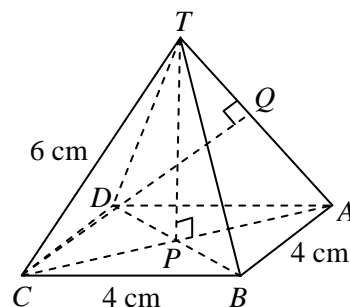
$$AP = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$TP = \sqrt{TA^2 - AP^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$[ATC] = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{7} = \frac{1}{2} \times 6 \times CQ$$

$$CQ = \frac{4\sqrt{2} \times 2\sqrt{7}}{6} = \frac{4}{3}\sqrt{14} \text{ cm}$$

Jadi, jarak titik  $C$  ke  $AT$  adalah  $\frac{4}{3}\sqrt{14}$  cm.  $\rightarrow$  [D]



27. Kubus  $ABCD.EFGH$  memiliki panjang rusuk 12 cm. Nilai kosinus sudut antara bidang  $AFH$  dan bidang  $ABCD$  adalah....

- A.  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$
- B.  $\frac{1}{3}\sqrt{6}$

C.  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

D.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

E.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

**Solusi:**

Menurut **Teorema Pythagoras:**

$$FH = \sqrt{FG^2 + GH^2} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$$

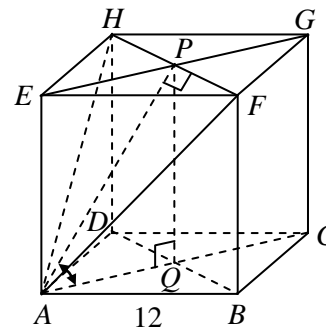
$FH = AF = AH = 12\sqrt{2}$ , sehingga  $\triangle AFH$  adalah sama sisi.

$$AP = AF \sin \angle AFP = 12\sqrt{2} \sin 60^\circ = 6\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$EG = FH = AC = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AQ = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\cos \angle (AFH, ABCD) = \frac{AQ}{AP} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \rightarrow [E]$$



28. Dari selembar karton berbentuk persegi yang berukuran sisi 18 cm akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara menggunting empat persegi di setiap pojok karton, seperti ada gambar. Volume kotak terbesar yang dapat dibuat adalah....

A.  $256\text{cm}^3$

B.  $392\text{cm}^3$

C.  $432\text{cm}^3$

D.  $512\text{cm}^3$

E.  $588\text{cm}^3$

**Solusi:**

Volume kotak adalah

$$V = (18 - 2x)^2 x = (324 - 72x + 4x^2)x = 324x - 72x^2 + 4x^3$$

$$V' = 324 - 144x + 12x^2$$

Nilai stasioner  $V$  dicapai jika  $V' = 0$ , sehingga

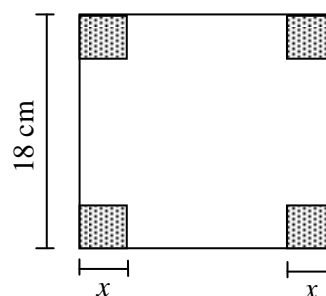
$$324 - 144x + 12x^2 = 0$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$(x - 3)(x - 9) = 0$$

$x = 3$  (diterima) atau  $x = 9$  (ditolak)

$\therefore$  volume kotak terbesar yang dapat dibuat adalah  $V_{\max}(3) = 324 \cdot 3 - 72 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 = 432\text{cm}^3 \rightarrow [C]$



29. Nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{4x^2 + 4x - 3} - (2x - 5)] = \dots$

A.  $-6$

B.  $-4$

C.  $-1$

D.  $4$

E.  $6$

**Solusi:**

**Cara 1:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{4x^2 + 4x - 3} - (2x - 5)] = \lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{(2x + 1)^2} - 2x + 5] = \lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1 - 2x + 5) = 6 \rightarrow [E]$$

**Cara 2:**

Kita mengetahui bahwa jika  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{ax^2 + px + q} \right) = \frac{b-p}{2\sqrt{a}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{4x^2 + 4x - 3} - (2x - 5) \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{4x^2 + 4x - 3} - \sqrt{4x^2 - 20x + 25} \right) = \frac{4+20}{2\sqrt{4}} = \frac{24}{4} = 6 \rightarrow [E]$$

30. Nilai  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{2x \tan 2x} = \dots$

- A. 2
- B. 4
- C. 6
- D. 10
- E. 14

**Solusi:**

**Cara 1:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{2x \tan 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{2x \tan 2x} = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{4x} \times \frac{\sin 4x}{4x} \times \frac{2x}{\tan 2x} = 4 \times 1 \times 1 \times 1 = 4 \rightarrow [B]$$

**Cara 2:**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{2x \tan 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{2x \tan 2x} = \frac{(4x)^2}{2x \cdot 2x} = 4 \rightarrow [B]$$

31. Hasil dari  $\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \dots$

- A. -58
- B. -56
- C. -28
- D. -16
- E. -14

**Solusi:**

$$\int_0^2 3(x+1)(x-6)dx = \int_0^2 (3x^2 - 15x - 18)dx = \left[ x^3 - \frac{15}{2}x^2 - 18x \right]_0^2 = 2^3 - \frac{15}{2} \times 2^2 - 18 \times 2 - 0 = 8 - 30 - 36 = -58 \rightarrow [A]$$

32. Hasil dari  $\int (3x-2)\sqrt{3x^2-4x}dx = \dots$

- A.  $3(3x^2-4x)\sqrt{3x^2-4x} + C$
- B.  $\frac{1}{3}(3x^2-4x)\sqrt{3x^2-4x} + C$
- C.  $3(3x-2)\sqrt{3x^2-4x} + C$
- D.  $\frac{1}{3}(3x-2)\sqrt{3x^2-4x} + C$
- E.  $-\frac{1}{3}(3x^2-4x)\sqrt{3x^2-4x} + C$

**Solusi:**

$$\begin{aligned} \int (3x-2)\sqrt{3x^2-4x}dx &= \int \sqrt{3x^2-4x}d(3x^2-4x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{2}+1} (3x^2-4x)^{\frac{1}{2}+1} + C \\ &= \frac{1}{3}(3x^2-4x)\sqrt{3x^2-4x} + 5 \rightarrow [B] \end{aligned}$$

33. Nilai dari  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 5x - \sin x)dx = \dots$

- A.  $-\frac{4}{5}$
- B.  $-\frac{1}{5}$
- C.  $-\frac{1}{2}$
- D. 1
- E.  $\frac{4}{5}$

**Solusi:**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 5x - \sin x) dx = \left[ -\frac{1}{5} \cos 5x + \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{5} \cos \frac{5\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} - \left( -\frac{1}{5} \cos 0 + \cos 0 \right)$$

$$= 0 + 0 + \frac{1}{5} - 1 = -\frac{4}{5} \rightarrow [A]$$

34. Volume daerah yang dibatasi kurva  $y = 2x^2$  dan  $y = 4x$  bila diputar mengelilingi sumbu X sejauh  $360^\circ$  adalah....

- A.  $\frac{256}{18} \pi$  satuan volume
- B.  $\frac{320}{18} \pi$  satuan volume
- C.  $\frac{256}{15} \pi$  satuan volume
- D.  $\frac{265}{15} \pi$  satuan volume
- E.  $\frac{320}{15} \pi$  satuan volume

**Solusi:**

Batas-batas integral kuva  $y = 2x^2$  dan  $y = 4x$

$$2x^2 = 4x$$

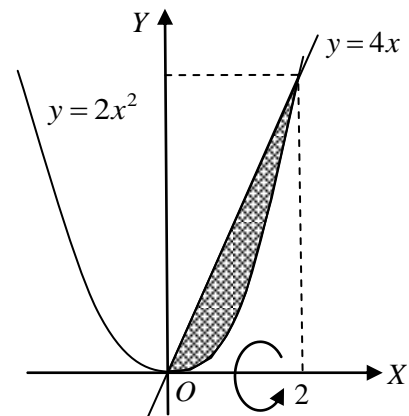
$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$

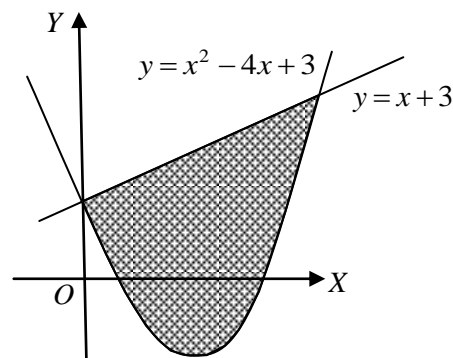
$$V = \pi \int_0^2 [(4x)^2 - (2x^2)^2] dx = \pi \int_0^2 (16x^2 - 4x^4) dx$$

$$= \pi \left[ \frac{16}{3} x^3 - \frac{4}{5} x^5 \right]_0^2 = \pi \left( \frac{16}{3} \cdot 2^3 - \frac{4}{5} \cdot 2^5 - 0 \right) = \pi \left( \frac{128}{3} - \frac{128}{5} \right) = \frac{256}{15} \pi \rightarrow [C]$$



35. Luas daerah yang diarsir pada gambar dapat dinyatakan dengan rumus....

- A.  $L = \int_1^3 (x^2 - 5x) dx$
- B.  $L = \int_0^5 (x^2 + 5x) dx$
- C.  $L = \int_0^5 (x^2 - 5x) dx$



$$D. L = \int_0^5 -(x^2 - 5x) dx$$

$$E. L = \int_1^3 -(x^2 - 5x) dx$$

**Solusi:**

Batas-batas integral dengan kurva  $y = x^2 - 4x + 3$  dan  $y = x + 3$

$$x^2 - 4x + 3 = x + 3$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 5$$

$$L = \int_0^5 (x + 3 - x^2 + 4x - 3) dx = \int_0^5 (-x^2 + 5x) dx = \int_0^5 -(x^2 - 5x) dx \rightarrow [D]$$

36. Banyak bilangan terdiri dari 3 angka berbeda dan lebih dari 200 yang dapat dibentuk dari angka-angka 1, 2, 3, 4, dan 5 adalah....

- A. 24
- B. 36
- C. 48
- D. 60
- E. 75

**Solusi:**

4	4	3
---	---	---

Banyak bilangan yang dapat dibentuk adalah  $4 \times 4 \times 3 = 48 \rightarrow [C]$

37. Dua keluarga yang masing-masing terdiri dari 2 orang dan 3 orang ingin foto bersama. Banyak posisi foto yang berbeda dengan anggota keluarga yang sama selalu berdampingan adalah....

- A. 24
- B. 36
- C. 48
- D. 72
- E. 96

**Solusi:**

Banyak posisi foto yang berbeda dengan anggota keluarga yang sama selalu berdampingan adalah

$$2 \times 2 \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24 \rightarrow [A]$$

38. Kuartil bawah data pada tabel berikut ini adalah....

- A. 31,5
- B. 36,5
- C. 37,5
- D. 42,5
- E. 45,9

Berat Badan (kg)	Frekuensi
30 – 34	4
35 – 39	10
40 – 44	14
45 – 49	7
50 – 54	5

**Solusi:**

Kelas kuartil bawah terletak pada data ke  $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$ , yaitu 35 – 39.

$$\text{Rumus kuartil atas adalah } Q_1 = L_1 + \frac{\frac{n}{4} - fk_1}{f_1} \times p$$














$$Q_1 = 34,5 + \frac{\frac{40}{4} - 4}{10} \times 5 = 34,5 + 3 = 37,5 \rightarrow [C]$$

39. Erik suka sekali main skateboard. Dia mengunjungi sebuah toko bersama SKATERS untuk mengetahui beberapa model.

Di toko ini dia dapat membeli skateboard yang lengkap. Atau, ia juga dapat membeli sebuah papan, satu set roda yang terdiri dari 4 roda, satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu, dan satu set perlengkapan kecil untuk dapat merakit skateboard sendiri.

Daftar barang dan model/jenis skateboard di toko ini sebagai berikut:

Barang	Model/Jenis		
Skateboard Lengkap			
Papan			
Dua set roda yang terdiri dari 4 roda			
Satu set sumbu yang terdiri dari dua sumbu			
Dua set perlengkapan kecil (seperti baut, mur, dan karet)			

Toko itu menawarkan tiga macam papan, dua macam set roda, dan dua macam set perlengkapan kecil. Hanya ada satu macam set sumbu.

Berapa banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12
- E. 24

**Solusi:**

Banyak skateboard berbeda yang dapat dibuat oleh Erik adalah  $2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2! = 24 \rightarrow [E]$

40. Sebuah film dokumenter menayangkan perihal gempa bumi dan seberapa sering gempa bumi terjadi. Film itu mencangkup diskusi tentang keterkiraan gempa bumi. Seorang ahli geologi menyatakan “Dalam dua puluh tahun ke depan, peluang bahwa sebuah gempa bumi akan terjadi di kota Zadia adalah dua per tiga.”

Manakah di bawah ini yang paling mencerminkan maksud pernyataan ahli geologi tersebut?

- A.  $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$ , sehingga antara 13 dan 14 tahun dari sekarang akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia.
- B.  $\frac{2}{3}$  lebih besar dari pada  $\frac{1}{2}$ , sehingga kita dapat meyakini bahwa akan terjadi sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan.
- C. Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi.
- D. Kita tak dapat mengatakan apa yang akan terjadi, karena tidak seorang pun dapat meyakinkan kapan sebuah gempa bumi akan terjadi.
- E. Pasti akan terjadi gempa bumi 20 tahun yang akan datang, karena sudah diperkirakan oleh ahli geologi.

**Solusi:**

Peluang terjadinya sebuah gempa bumi di kota Zadia pada suatu saat dalam 20 tahun ke depan lebih tinggi dari pada peluang tidak terjadinya gempa bumi. → [C]