Лабораторна робота № 8

Теоретичні відомості. Інфіксна, префіксна та постфіксна форми запису виразів

Математичні вирази (арифметичні, логічні тощо) переважно записують у вигляді, коли оператор знаходиться між двома операндами (наприклад, $a+b$ – у випадку бінарних операцій). Така форма запису називається *інфіксною* і вона є найбільш природньою для людини. Однак таке представлення виразу не є однозначним. Порядок виконання операцій в ньому визначається їх пріоритетом (наприклад, введення в степінь (^) виконується першим, далі виконують множення і ділення (× , /), потім додавання та віднімання (+ , –)). Якщо ж потрібно змінити пріоритет виконання операцій, то використовують дужки.

Існують інші форми запису математичних виразів, які інтерпретуються однозначно і не використовують дужок.

Кажуть, що вираз є записаний у *префіксній* (польській[1]) формі, якщо в ньому знак операції безпосередньо передує операндам, на які він діє. Такий вираз слід читати справа наліво. Вираз є записаний у *постфіксній* (зворотній польській) формі, якщо в ньому знак операції знаходиться безпосередньо після операндів, на які він діє. Такий вираз слід читати зліва направо.

Приклад.

$(a+b)\times(c+d)\,\hat{}\,x$ – інфіксна форма запису;

$\times + ab\,\hat{}\,cdx$ – відповідна префіксна форма запису;

$ab+cd+x\,\hat{}\,\times$ – відповідна постфіксна форма запису.

Розглянемо алгоритми переводу математичних виразів з інфіксної у префіксну та постфіксну форми запису та навпаки. Ці алгоритми передбачають використання структури даних типу *стек* (див. лабораторну роботу № 4).

---

[1] Цю форму запропонував у 1924 році польський логік та математик Ян Лукасевич, українець за походженням.

Алгоритм переводу виразу з інфіксної у постфіксну форму запису.

1. Записати вхідний вираз у інфіксній формі у *повністю „одужкованому”* вигляді. Це означає, що кожен оператор і операнди на які він діє беруться в дужки.
2. Зчитати посимвольно вхідний вираз зліва направо.
   2.1. якщо зчитаний символ є операндом, то його записують у вихідний вираз.
   2.2. якщо зчитаний символ є знаком операції, то його заносять у стек.
   2.3. якщо зчитаний символ є знаком закритої дужки ")" (це означає, що ми досягли кінця операції), то видобуваємо зі стеку елемент (знак операції) і записуємо його у вихідний вираз.

Алгоритм переводу виразу з інфіксної у префіксну форму запису.

Алгоритм переводу виразу з інфіксної у префіксну форму запису є аналогічним попередньому з незначними модифікаціями.

Зауваження. Отриманий в результаті цього алгоритму вихідний вираз для подання його у префіксній формі потрібно інвертувати (переписати символи у оберненій послідовності). Для інвертування слід використати структуру даних типу стек.

Алгоритм переводу виразу з постфіксної у інфіксну форму запису.

1. Зчитуємо посимвольно вхідний вираз зліва направо.
   1.1. якщо зчитаний символ є операндом, то його записують у стек;
   1.2. якщо зчитаний символ є знаком операції, то:
      1.1.1. видобути зі стеку два останні елементи;
      1.1.2. помістити знак операції між видобутими зі стеку операндами (при цьому слід врахувати, що операції ділення і віднімання *не комутують*) та взяти отриманий вираз в дужки;
      1.1.3. помістити вираз, отриманий в попередньому пункті назад у стек.

2. Записати вміст стеку у вихідний вираз.

Алгоритм переводу виразу з префіксної у інфіксну форму запису.

Алгоритм переводу виразу з інфіксної у префіксну форму запису є аналогічним попередньому з незначними модифікаціями.

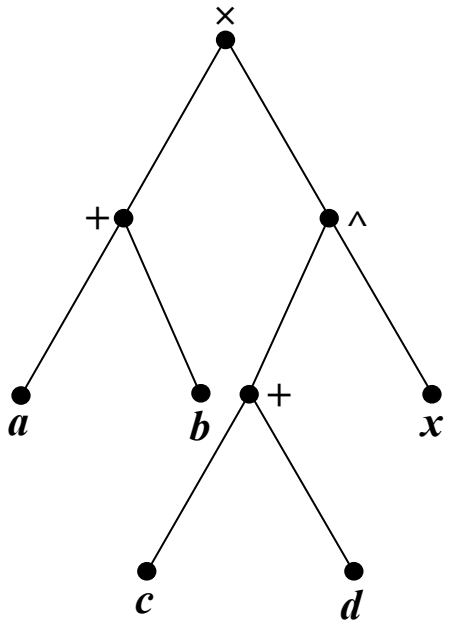
Зауваження. Два останні алгоритми можна використовувати для обчислення значень арифметичних виразів у постфіксній та префіксній формах, відповідно (передбачається, що операнди є числами), якщо пункт 1.1.2 замінити на обчислення числового результату відповідної операції.

Зауваження. Описані алгоритми не передбачають використання унарних операцій, а також перетворення виразів в неповністю „одужкованому" вигляді.

Префіксну, постфіксну та інфіксну форми запису математичних виразів можна отримати, якщо представити ці вирази у формі бінарних дерев та здійснити обхід цих дерев у прямому, зворотньому чи внутрішньому порядку, відповідно (див. лабораторну роботу № 7). Внутрішнім вершинам таких дерев відповідають знаки операцій, а листкам – операнди.

Приклад.

Для виразу $(a+b)\times(c+d)\,\hat{}\,x$ (відповідно: $\times+ab\,\hat{}\,+cdx$ та $ab+cd+x\,\hat{}\,\times$) дерево матиме вигляд:



Хід роботи:

Частина 1. Перевід виразу з інфіксної у постфіксну та префіксну форми запису

1. Створити нову бібліотеку `Converter` (файли `Converter.h`, `Converter.cpp`). До цієї бібліотеки підключити раніше створену бібліотеку `List` (див. лабораторну роботу № 4) для роботи з лінійними списками (файли `List.h`, `List.cpp`). Модифікувати бібліотеку `List` для роботи з даними символьного/стрічкового типу (команда `typedef` у файлі `List.h`).
2. У бібліотеці `Converter`, згідно описаних вище алгоритмів реалізувати функції для переводу з інфіксної у постфіксну та префіксну форми запису. (Функції `InfixToPostfix(…)`, `InfixToPrefix(…)`). Функції повинні приймати як аргумент вхідну стрічку виразу у інфіксній формі і видавати як значення вихідну стрічку виразу у постфіксній/префіксній формі.
3. Створити новий проект `Lab_8` до якого підключити бібліотеку `Converter`. У функції `main()` проекту реалізувати меню для вибору способу перетворення виразів.

4. Отримати від викладача завдання (вираз у інфіксній формі запису), привести його (вручну) у повністю „одужкований” вигляд, перевести заданий вираз у постфіксну та префіксну форми запису. Продемонструвати результат викладачеві.

Частина 2. Перевід виразу з постфіксної та префіксної у інфіксну форму запису

1. У бібліотеці `Converter`, згідно описаних вище алгоритмів реалізувати функції для переводу з постфіксної та префіксної у інфіксну форму запису. (Функції `PostfixToInfix(…)`, `PrefixToInfix(…)`). Функції повинні приймати як аргумент вхідну стрічку виразу у постфіксній/префіксній формі і видавати як значення вихідну стрічку виразу у інфіксній формі.
2. Створити аналогічні функції для обчислення числового значення виразу в постфіксній/префіксній формі. Функції повинні приймати як аргумент вхідну стрічку виразу у постфіксній/префіксній формі з операндами у вигляді чисел і видавати числове значення.
3. У функції `main()` проекту `Lab_8` доповнити створене у першій частині роботи меню можливістю перетворення виразів з постфіксної та префіксної у інфіксну форму запису та обчислення числових значень виразів.
4. Отримати від викладача завдання (вирази у постфіксній та префіксній формах запису). Перевести задані вирази у інфіксну форму запису. Продемонструвати результат викладачеві.
5. Отримати від викладача завдання (вирази у постфіксній та префіксній формах запису у яких операндами служать числа). Обчислити числові значення цих виразів. Продемонструвати результат викладачеві.

Додаткові завдання

1. Модернізувати описані вище алгоритми з можливістю використання унарних операцій.
2. Модернізувати описані вище алгоритми з можливістю використання дійсних чисел з плаваючою комою для обчислення значення виразу (частина 2 ходу роботи).
3. Модернізувати описані вище алгоритми з можливістю використання вхідної стрічки у не повністю „одужкованій” інфіксній формі запису (частина 1 ходу роботи). Підказка: для кожної операції потрібно задати рівень її пріоритету.