Індивідуальні завдання з вищої математики

Завдання 1

Знайти $A^2 - 4B + 2AB$, якщо

1.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

3.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

5.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

6.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix}$.

7.
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

8.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 5 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

9.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

10.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

11.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

12.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

13.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

14.
$$A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 3 & 2 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

15.
$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

16.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -5 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

17.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & -3 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & -1 \\ -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

18.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

19.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ -4 & 2 & -3 \\ 5 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 6 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

20.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

21.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

22.
$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 6 \\ 0 & 6 & 0 \\ 6 & -1 & 6 \end{pmatrix}$.

23.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

25.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -6 & 2 & -6 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$.

24.
$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

26.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -6 & 0 & -6 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$
 i $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Розв'язати систему рівнянь:

а) за формулами Крамера; б) матричним методом; в) методом Гаусса.

1.
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2\\ x + y - z = 0\\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} 7x - 3y + z = 12 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

19.
$$\begin{cases} 15x - 3y + z = 28 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

1.
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} 5x - 3y + z = 8 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} 7x - 3y + z = 12 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$
11.
$$\begin{cases} 10x - 3y + z = 18 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

19.
$$\begin{cases} 15x - 3y + z = 28 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$
20.
$$\begin{cases} 18x - 3y + z = 34 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$
21.
$$\begin{cases} 21x - 3y + z = 40 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - 3y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} 2x - y + z = 6 \\ 13x - 3y + z = 24 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

21.
$$\begin{cases} 21x - 3y + z = 40 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} 11x - 3y + z = 20 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} 14x - 3y + z = 26 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

22.
$$\begin{cases} 24x - 3y + z = 46 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} 3x - 3y + z = 4 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

14.
$$\begin{cases} 17x - 3y + z = 32 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

23.
$$\begin{cases} 27x - 3y + z = 52 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} 6x - 3y + z = 10 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} 20x - 3y + z = 38 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$
16.
$$\begin{cases} 23x - 3y + z = 44 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

24.
$$\begin{cases} 30x - 3y + z = 58 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} 9x - 3y + z = 16 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

16.
$$\begin{cases} 23x - 3y + z = 44 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

25.
$$\begin{cases} 16x - 3y + z = 30 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} 12x - 3y + z = 22 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

17.
$$\begin{cases} 26x - 3y + z = 50 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

26.
$$\begin{cases} 19x - 3y + z = 36 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} 4x - 3y + z = 6 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

18.
$$\begin{cases} 29x - 3y + z = 56 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

27.
$$\begin{cases} 22x - 3y + z = 42 \\ x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 6 \end{cases}$$

2

Обчислити визначники:

$$\begin{vmatrix}
1 & 2 & 3 & 4 \\
-3 & 2 & -5 & 13 \\
1 & -2 & 10 & 4 \\
-2 & 9 & -8 & 25
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
2 & -5 & 1 & 2 \\
-3 & 7 & -1 & 4 \\
5 & -9 & 2 & 7 \\
4 & -6 & 1 & 2
\end{vmatrix}$$

$$5)\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$8)\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
7 & 6 & 3 & 7 \\
3 & 5 & 7 & 2 \\
5 & 4 & 3 & 5 \\
5 & 6 & 5 & 4
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
7 & 3 & 2 & 6 \\
8 & -9 & 4 & 9 \\
7 & -2 & 7 & 3 \\
5 & -3 & 3 & 4
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
2 & 0 & -3 & 6 \\
-5 & 3 & 0 & -1 \\
-3 & 0 & 2 & 4 \\
1 & -6 & 0 & 3
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
-1 & -9 & -2 & 3 \\
-5 & 5 & 3 & -2 \\
-12 & -6 & 1 & 1 \\
9 & 0 & -2 & 1
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
1 & 5 & 3 & 5 \\
3 & 1 & 2 & 9 \\
-1 & 7 & -3 & 8 \\
3 & 4 & 2 & 4
\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}
-1 & 3 & -2 & 7 \\
5 & -14 & 1 & 3 \\
2 & 5 & -1 & 7 \\
4 & 3 & 0 & 5
\end{vmatrix}$$

Розв'язати матричні рівняння

1)
$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2) \quad \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

3)
$$\begin{pmatrix} -7 & 8 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

4)
$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

6)
$$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
5 & -6 \\
-4 & 5
\end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 2 & 2 \\
1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\
0 & 2 \end{pmatrix}$$

8)
$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

9)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

10)
$$X \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}^2$$

11)
$$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}^2$$

12)
$$X$$
 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^2$

13)
$$\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}^2$$

14)
$$X \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}^2$$

15)
$$\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -6 & 7 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}^2$$

16)
$$X \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}^2$$

17)
$$X \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

18)
$$X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

19)
$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}$$

20)
$$\begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$21) \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$22) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 7 \\ -2 & 1 & 0 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

23)
$$X \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$

24)
$$X \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 7 \\ 1 & 21 & 22 \end{pmatrix}$$

25)
$$X \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 7 \\ 0 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

Завдання 5

Знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

1)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 & -3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 & = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 & = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_5 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 8x_4 + 2x_5 = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_$$

$$\begin{aligned} & 12) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases} \\ & x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases} \\ & x_1 - 32x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 5x_5 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 7x_5 = 2 \\ 3x_1 - 5x_2 - 3x_4 - 4x_5 = -2 \\ 7x_1 - 9x_2 + 2x_3 - 5x_4 - 2x_5 = -2 \end{cases} \\ & \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1 \end{cases} \\ & \begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases} \\ & \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases} \\ & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases} \end{cases} \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 = 11 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 5 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

$$22)\begin{cases} 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 7 \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 12 \\ 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 0 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 7x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 0 \\ 7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - 11x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 - 13x_5 = 0 \end{cases}$$

Знайти скалярний і векторний добутки векторів \vec{a} і \vec{b} та косинус кута між векторами \vec{a} і \vec{b} , якщо $\vec{a} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CB}$ і $\vec{b} = 5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}$.

- 1) A(-3; -7; -5), B(0; -1; -2), C(2; 3; 0)
- 2) A(2; -4; 6), B(0; -2; 4), C(6; -8; 10)
- 3) A(0; 1; -2), B(3; 1; 2), C(4; 1; 1)
- 4) A(3; 3; -1), B(1; 5; -2), C(4; 1; 1)
- 5) A(2; 1; -1), B(6; -1; -4), C(4; 2; 1)
- 6) A(-1; -2; 1), B(-4; -2; 5), C(-8; -2; 2)
- 7) A(6; 2; -3), B(6; 3; -2), C(7; 3; -3)
- 8) A(0; 0; 4), B(-3; -6; 1), C(-5; -10; -1)
- 9) A(2; -8; -1), B(4; -6; 0), C(-2; -5; -1)
- 10) A(3; -6; 9), B(0; -3; 6), C(9; -12; 15)
- 11) A(0; 2; -4), B(8; 2; 2), C(6; 2; 4)
- 12) A(3; 3; -1), B(5; 1; -2), C(4; 1; 1)
- 13) A(-4; 3; 0), B(0; 1; 3), C(-2; 4; -2)

- 14) A(1; -1; 0), B(-2; -1; 4), C(8; -1; -1)
- 15) *A*(7; 0; 2), *B*(7; 1; 3), *C*(8; -1; 2)
- 16) A(2; 3; 2), B(-1; -3; -1), C(-3; -7; -3)
- 17) A(2; 2; 7), B(0; 0; 6), C(-2; 5; 7)
- 18) A(-1; 2; -3), B(0; 1; -2), C(-3; 4; -5)
- 19) A(0; 3; -6), B(9; 3; 6), C(12; 3; 3)
- 20) A(3; 3; -1), B(5; 1; -2), C(4; 1; -3)
- 21) *A*(-2; 1; 1), *B*(2; 3; -2), *C*(0; 0; 3)
- 22) A(1; 4; -1), B(-2; 4; -5), C(8; 4; 0)
- 23) *A*(0; 1; 0), *B*(0; 2; 1), *C*(1; 2; 0)
- 24) *A*(-4; 0; 4), *B*(-1; 6; 7), *C*(1; 10; 9)
- 25) A(-2; 4; -6), B(0; 2; -4), C(-6; 8; -10)

Завдання 7

Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} .

- 1) $\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} 2\vec{q}$; $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/3$.
- 2) $\vec{a} = 2\vec{p} \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}$; $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/2$.
- 3) $\vec{a} = 4\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} \vec{q}$; $|\vec{p}| = 7$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/4$.
- 4) $\vec{a} = \vec{p} 4\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}$; $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/6$.
- 5) $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = 2\vec{p} \vec{q}$; $|\vec{p}| = 7$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/3$.
- 6) $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} \vec{q}$; $|\vec{p}| = 10$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/2$.
- 7) $\vec{a} = 4\vec{p} \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}$; $|\vec{p}| = 5$, $|\vec{q}| = 4$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/4$.
- 8) $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} 2\vec{q}$; $|\vec{p}| = 6$, $|\vec{q}| = 7$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/3$.
- 9) $\vec{a} = 3\vec{p} \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}$; $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 4$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/3$.
- 10) $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} 2\vec{q}$; $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/4$.
- 11) $\vec{a} = 2\vec{p} 3\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}$; $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/6$.
- 12) $\vec{a} = 5\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} 3\vec{q}$; $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3$.
- 13) $\vec{a} = 7\vec{p} 2\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}$; $|\vec{p}| = 1/2$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/2$.

- 14) $\vec{a} = 6\vec{p} \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + \vec{q}$; $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 4$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/4$.
- 15) $\vec{a} = 10\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} 2\vec{q}$; $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/6$.
- 16) $\vec{a} = 6\vec{p} \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}$; $|\vec{p}| = 8$, $|\vec{q}| = 1/2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3$.
- 17) $\vec{a} = 3\vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = -\vec{p} + \vec{q}$; $|\vec{p}| = 2.5$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/2$.
- 18) $\vec{a} = 7\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} 3\vec{q}$; $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = 3\pi/4$.
- 19) $\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} \vec{q}$; $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 5$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 2\pi/3$.
- 20) $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} 3\vec{q}$; $|\vec{p}| = 7$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4$.
- 21) $\vec{a} = 5\vec{p} \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + \vec{q}$; $|\vec{p}| = 5$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = 5\pi/6$.
- 22) $\vec{a} = 3\vec{p} 4\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}$; $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/4$.
- 23) $\vec{a} = 6\vec{p} \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$; $|\vec{p}| = 1/2$, $|\vec{q}| = 4$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = 5\pi/6$.
- 24) $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} 2\vec{q}$; $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3$.
- 25) $\vec{a} = 2\vec{p} 3\vec{q}$, $\vec{b} = 5\vec{p} + \vec{q}$; $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \land \vec{q}) = \pi/2$.

Обчислити об'єм тетраедра з вершинами в точках A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , площу грані $A_1A_2A_3$ і висоту піраміди, опущену з вершини A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

- 1) $A_1(-1;-5;2)$, $A_2(-6;0;-3)$, $A_3(3;6;-3)$, $A_4(-10;6;7)$.
- 2) $A_1(0;-1;-1)$, $A_2(-2;3;5)$, $A_3(1;-5;-9)$, $A_4(-1;-6;3)$.
- 3) $A_1(5;2;0)$, $A_2(2;5;0)$, $A_3(1;2;4)$, $A_4(-1;1;1)$
- 4) $A_1(2;-1;-2)$, $A_2(1;2;1)$, $A_3(5;0;-6)$, $A_4(-10;9;-7)$
- 5) $A_1(-2;0;-4)$, $A_2(-1;7;1)$, $A_3(4;-8;-4)$, $A_4(1;-4;6)$
- 6) $A_1(14;4;5)$, $A_2(-5;-3;2)$, $A_3(-2;-6;-3)$, $A_4(-2;2;-1)$
- 7) $A_1(1;2;0)$, $A_2(3;0;-3)$, $A_3(5;2;6)$, $A_4(8;4;-9)$
- 8) $A_1(2;-1;2)$, $A_2(1;2;-1)$, $A_3(3;2;1)$, $A_4(-4;2;5)$
- 9) $A_1(1;1;2)$, $A_2(-1;1;3)$, $A_3(2;-2;4)$, $A_4(-1;0;-2)$
- 10) $A_1(2;3;1)$, $A_2(4;1;-2)$, $A_3(6;3;7)$, $A_4(7;5;-3)$
- 11) $A_1(1;1;-1)$, $A_2(2;3;1)$, $A_3(3;2;1)$, $A_4(5;9;-8)$
- 12) $A_1(1;5;-7)$, $A_2(-3;6;3)$, $A_3(-2;7;3)$, $A_4(-4;8;-12)$
- 13) $A_1(-3;4;-7)$, $A_2(1;5;-4)$, $A_3(-5;-2;0)$, $A_4(2;5;4)$
- 14) $A_1(-1;2;-3)$, $A_2(4;-1;0)$, $A_3(2;1;-2)$, $A_4(3;4;5)$
- 15) $A_1(4;-1;3)$, $A_2(-2;1;0)$, $A_3(0;-5;1)$, $A_4(3;2;-6)$
- 16) $A_1(1;-1;1)$, $A_2(-2;0;3)$, $A_3(2;1;-1)$, $A_4(2;-2;-4)$
- 17) $A_1(1;2;0)$, $A_2(1;-1;2)$, $A_3(0;1;-1)$, $A_4(-3;0;1)$
- 18) $A_1(1;0;2)$, $A_2(1;2;-1)$, $A_3(2;-2;1)$, $A_4(2;1;0)$
- 19) $A_1(1;2;-3)$, $A_2(1;0;1)$, $A_3(-2;-1;6)$, $A_4(0;-5;-4)$
- 20) $A_1(3;10;-1)$, $A_2(-2;3;-5)$, $A_3(-6;0;-3)$, $A_4(1;-1;2)$
- 21) $A_1(-1;2;4)$, $A_2(-1;-2;-4)$, $A_3(3;0;-1)$, $A_4(7;-3;1)$
- 22) $A_1(0;-3;1)$, $A_2(4;1;2)$, $A_3(2;-1;5)$, $A_4(3;1;-4)$
- 23) $A_1(1;3;0)$, $A_2(4;-1;2)$, $A_3(3;0;-1)$, $A_4(-4;3;5)$
- 24) $A_1(-2;-1;-1)$, $A_2(0;3;2)$, $A_3(3;1;-4)$, $A_4(-4;7;3)$
- 25) $A_1(-3;-5;6)$, $A_2(2;1;-4)$, $A_3(0;-3;-1)$, $A_4(-5;2;-8)$

Завлання 9

Задані вершини трикутника ABC. Знайти кут A трикутника, рівняння сторін трикутника, медіани AM, висоти BD та довжину цієї висоти.

- 1) A(4, 2), B(8, -6), C(2, 6).
- 2) A(-4, 3), B(7, -6), C(5, 6).
- 3) A(-4, 2), B(9, -5), C(2, 1).
- A(-5, 2), B(8, -4), C(7, 6).4)
- A(-2, 1), B(8, -6), C(1, 9).5)
- A(4, 2), B(8, -6), C(-2, -5). 6)
- 7) A(5, 6), B(5, -6), C(-4, 3).
- A(-2, 2), B(-6, -8), C(2, 6). 8)
- A(-4, 2), B(3, -5), C(-3, 2). 9)
- A(-9, 1), B(-1, -1), C(5, 6). 10)
- 11) A(4, -2), B(1, -6), C(2, 6).
- 12) A(-4,-3), B(-7, 6), C(-5, 6).
- A(-4, -2), B(-9, 5), C(2, -1).13)

- 14) A(5, -2), B(8, 4), C(7, -1).
- 15) A(2, -3), B(7, -6), C(-1, 9).
- A(4, -3), B(8, -5), C(-4, -5). 16)
- A(-5, 6), B(5, -3), C(4, 3).17)
- A(-2, 2), B(6, -8), C(2, -6).18)
- A(-4, 2), B(-3, -5), C(3, -2). 19)
- A(-9, 1), B(-1, -3), C(5, 6). 20)
- 21) A(2, -4), B(7, 6), C(1, -9).
- A(4, 3), B(-8, 5), C(4, -5). 22)
- 23) A(-5,-6), B(5,-4), C(-4, 3).
- 24) A(-2,-2), B(6,-8), C(-7,-6).
- 25) A(-4,-2), B(-3, 5), C(3, 1).

Завдання 10

- 1. Знайти відстань між паралельними площинами 3x - 6y + 2z - 14 = 0 і 3x - 6y + 2z + 21 = 0.
- Написати рівняння площини, що проходить через точки A(3;-2;1) і B(2;1;3) перпендикулярно до 2. площини 2x + y - 3z + 5 = 0.
- 3. Написати рівняння площини, що проходить через точки A(3;2;1), B(-2;3;4) і C(2;3;1).
- 4. Написати рівняння площини, що проходить через точку A(1;-3;5) паралельно до площини 2x-5y+4z-1=0.
- 5. Знайти кут між площинами x - y + 2z - 5 = 0 і -4x + 3y + 5z + 1 = 0.
- 6. Написати рівняння площини, що проходить через точку M(3;2;1) перпендикулярно до площин x+3y-2z+2=0 i 2x+3y-z+5=0.
- 7. Знайти відстань від точки M(3;2;1) до площини, що проходить через точки A(2;1;2), B(3;-2;1) і C(2;3;-4).
- Написати рівняння площини, що проходить через точку A(2;1;3) і пряму $\frac{x+5}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{3}$. 8.
- Написати рівняння площини, що проходить через точки A(1;2;-2) і B(4;3;1) паралельно до 9. прямої $\frac{x-8}{5} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{2}$.
- Написати рівняння площини, що проходить через точку A(-1;2;3) перпендикулярно до прямої $\frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-5}{3}$.
- Написати рівняння прямої, що проходить через точку A(3;2;-5) перпендикулярно до площини 2x + 4y - 3z + 10 = 0.
- Знайти точку перетину прямої $\begin{cases} 2x + y + 5z 2 = 0 \\ x y + z 4 = 0 \end{cases}$ з площиною xOz.
- Написати рівняння площини, що проходить через прямі $\begin{cases} x = 4t + 2 & \begin{cases} x = -2t + 2 \\ y = -3t & \text{i} \end{cases} \begin{cases} x = -2t + 2 \\ z = -5t 4 \end{cases}$
- Довести, що прямі $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+4}{14} = \frac{z-5}{10}$ і $\begin{cases} 2x+y-z+1=0\\ x-2y+3z+4=0 \end{cases}$ є паралельними.
- 15. Написати рівняння площини, що проходить через точку A(2;5;4) паралельно до прямих $\frac{x-4}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z}{-3}$ i $\frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+9}{5}$.

Довести що пряма $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 2t \end{cases}$ перетинає площину 2x - y + 3z + 11 = 0. Знайти координати точки

перетину.

- Довести, що пряма $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{2}$ лежить в площині 4x + 2y + x + 1 = 0.
- Знайти кут між прямою $\begin{cases} x=3t-1\\ y=-4t+5 \ \text{i площиною}\ 3x+2y+z-10=0\,.\\ z=t-3 \end{cases}$
- Написати рівняння прямої, що проходить через точки A(3;-2;3) і B(4;-3;5). Знайти точку 19. перетину цієї прямої з площиною vOz.
- 20. Написати рівняння площини, що проходить через точку M(2;-3;1) перпендикулярно до площин 3x + y + 2z - 6 = 0 i -2x + 3y + z + 7 = 0.
- Написати канонічне рівняння прямої $\begin{cases} 2x + y z = 0 \\ x + 3y 4z + 5 = 0 \end{cases}$ 21.
- Знайти кут між прямими $\begin{cases} 2x 3y + z 4 = 0 \\ 3x y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ і $\frac{x 3}{1} = \frac{y + 1}{5} = \frac{z 2}{1}$.
- Написати рівняння прямої, що проходить через точку A(-3;2;5) паралельно до прямої $\begin{cases} 3x + 2y - z - 4 = 0 \\ x + 3y + 5z - 1 = 0 \end{cases}.$
- Написати параметричне рівняння прямої $\begin{cases} 2x-3y+z-6=0\\ x+3y-3z=0 \end{cases}.$ Знайти кут між прямими $\begin{cases} x=t-1\\ y=4t+5 \ \mathrm{i} \end{cases} \begin{cases} x=-3t+4\\ y=2t-1\\ z=-t-5 \end{cases}.$

Завдання 11

Записати рівняння площини, яка проходить через точки M_1, M_2, M_3 і знайти відстань від точки M_0 до цієї площини.

- 1) $M_1(1;2;0), M_2(1;-1;2), M_3(0;1;-1), M_0(2;-1;4)$.
- 2) $M_1(1;0;2), M_2(1;2;-1), M_2(2;-2;1), M_0(-5;-9;1)$
- 3) $M_1(1;2;-3), M_2(1;0;1), M_3(-2;-1;6), M_0(3;-2;-9)$.
- 4) $M_1(3;10;-1), M_2(-2;3;-5), M_3(-6;0;-3), M_0(-6;7;-10)$.
- 5) $M_1(-1;2;4), M_2(-1;-2;-4), M_3(3;0;-1), M_0(-2;3;5)$.
- 6) $M_1(0;-3;1), M_2(-4;1;2), M_3(2;-1;5), M_0(-3;4;-5)$.
- 7) $M_1(1;3;0)$, $M_2(4;-1;2)$, $M_3(3;0;1)$, $M_0(4;3;0)$.
- 8) $M_1(-2;-1;-1)$, $M_2(0;3;2)$, $M_3(3;1;-4)$, $M_0(-21;20;-16)$.
- 9) $M_1(-3;-5;6), M_2(2;1;-4), M_3(0;-3;-1), M_0(3;6;68)$.
- 10) $M_1(2;-4;-3)$, $M_2(5;-6;0)$, $M_3(-1;3;-3)$, $M_0(2;-10;8)$.
- 11) $M_1(1;-1;2), M_2(2;1;2), M_3(1;1;4), M_0(-3;2;-7).$
- 12) $M_1(1;3;6)$, $M_2(2;2;1)$, $M_3(-1;0;1)$, $M_0(5;-4;5)$.
- 13) $M_1(-4;2;6)$, $M_2(2;-3;0)$, $M_3(-10;5;8)$, $M_0(-12;1;8)$.
- 14) $M_1(7;2;4)$, $M_2(7;-1;-2)$, $M_3(-5;-2;-1)$, $M_0(10;1;8)$.

- 15) $M_1(2;1;4)$, $M_2(3;5;-2)$, $M_3(-7;-3;2)$, $M_0(-3;1;8)$.
- 16) $M_1(-1,-5,2)$, $M_2(-6,0,-3)$, $M_3(3,6,-3)$, $M_0(10,-8,-7)$.
- 17) $M_1(0;-1;-1), M_2(-2;3;5), M_3(1;-5;-9), M_0(-4;-13;6).$
- 18) $M_1(5;2;0), M_2(2;5;0), M_3(1;2;4), M_0(-3;-6;-8).$
- 19) $M_1(2;-1;-2)$, $M_2(1;2;1)$, $M_3(5;0;-6)$, $M_0(14;-3;-7)$.
- 20) $M_1(-2;0;-4)$, $M_2(-1;7;1)$, $M_3(4;-8;-4)$, $M_0(-6;5;5)$.
- 21) $M_1(14;4;5)$, $M_2(-5;-3;2)$, $M_3(-2;-6;-3)$, $M_0(-1;-8;7)$.
- 22) $M_1(1;2;0)$, $M_2(3;0;-3)$, $M_3(5;2;6)$, $M_0(-13;8;-16)$.
- 23) $M_1(2;-1;2)$, $M_2(1;2;-1)$, $M_3(3;2;1)$, $M_0(-5;3;7)$.
- 24) $M_1(2;-1;2)$, $M_2(1;2;-1)$, $M_3(3;2;1)$, $M_0(-5;3;7)$.
- 25) $M_1(1;1;2)$, $M_2(-1;1;3)$, $M_3(2;-2;4)$, $M_0(2;3;8)$.

Написати рівняння площини, яка проходить через точку A перпендикулярно до вектора BC.

- 1) A(1;-1;8), B(-4;-3;10), C(-1;-1;7).
- 2) A(-2;0;-5), B(2;7;-3), C(1;10;-1).
- 3) A(1;9;-4), B(5;7;1), C(3;5;0).
- 4) A(-7;0;3), B(1;-5;-4), C(2;-3;0).
- 5) A(0;-3;5), B(-7;2;6), C(-3;2;4).
- 6) A(5;-1;2), B(2;-4;3), C(4;-1;3).
- 7) A(-3;7;2), B(3;5;1), C(4;5;3).
- 8) A(0;-2;8), B(4;3;2), C(1;4;3).
- 9) A(1;-1;5), B(0;7;80), C(-1;3;8).
- 10) A(-10;0;9), B(12;4;11), C(8;5;15).
- 11) A(3;-3;-6), B(1;9;-5), C(6;6;-4).
- 12) A(2;1;7), B(9;0;2), C(9;2;3).
- 13) A(-7;1;-4), B(8;11;-3), C(9;9;-1).

- 14) A(1;0;-6), B(-7;2;1), C(-9;6;1).
- 15) A(-3;1;0), B(6;3;3), C(9;4;-2).
- 16) A(-4;-2;5), B(3;-3;-7), C(9;3;-7).
- 17) A(0;-8;10), B(-5;5;7), C(-8;0;4).
- 18) A(1;-5;-2), B(6;-2;1), C(2;-2;-2).
- 19) A(0;7;-9), B(-1;8;-11), C(-4;3;-12).
- 20) A(-3;-1;7), B(0;2;-6), C(2;3;-5).
- 21) A(5;3;-1), B(0;0;-3), C(5;-1;0).
- 22) A(-1;2;-2), B(13;14;1), C(14;15;2).
- 23) A(7;-5;0), B(8;3;-1), C(8;5;1).
- 24) A(-3;6;4), B(8;-3;5), C(10;-3;7).
- 25) A(2;5;-3), B(7;8;-1), C(9;7;4).

Завдання 13

Знайти точку перетину прямої і площини.

1)
$$\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}$$
, $3x + y - 5z - 12 = 0$.

2)
$$\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}$$
, $x+3y-5z+9=0$.

3)
$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$$
, $x-2y+5z+17=0$.
4) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}$, $x-2y+4z-19=0$.

5)
$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}$$
, $2x-y+3z+23=0$.

6)
$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}$$
, $2x-3y-5z-7=0$.

7)
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$$
, $4x + 2y - z - 11 = 0$.

8)
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}$$
, $3x-2y-4z-8=0$.

9)
$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$$
, $x+2y-z-2=0$.

10)
$$\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}$$
, $5x - y + 4z + 3 = 0$.

11)
$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}$$
, $x+3y+5z-42=0$.

12)
$$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}$$
, $7x + y + 4z - 47 = 0$.

13)
$$\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$$
, $2x+3y+7z-52=0$.

14)
$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$$
, $3x+4y+7z-16=0$.

15)
$$\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}$$
, $2x-5y+4z+24=0$.

16)
$$\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}$$
, $x-2y-3z+18=0$.

17)
$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}$$
, $x+7y+3z+11=0$.

18)
$$\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$$
, $3x+7y-5z-11=0$.

19)
$$\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$$
, $4x + y - 6z - 5 = 0$.

20)
$$\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}$$
, $5x+9y+4z-25=0$.

21)
$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$$
, $x+4y+13z-23=0$.

22)
$$\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$$
, $3x-2y+5z-3=0$.

23)
$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}$$
, $3x - y + 4z = 0$.

24)
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}$$
, $x+2y-5z+16=0$.

25)
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}$$
, $3x-7y-2z+7=0$.

Знайти точку M', симетричну до точки M відносно прямої (з 1 по 12 завдання) або відносно площини (з 13 по 25 завдання).

1)
$$M(0;-3;-2), \frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}$$
.

2)
$$M(2;-1;1), \frac{x-4.5}{1} = \frac{y+3}{-0.5} = \frac{z-2}{1}$$
.

3)
$$M(1;1;1), \frac{x-0.5}{0} = \frac{y+1.5}{-2} = \frac{z-1}{1}$$
.

4)
$$M(1;2;3), \frac{x-0.5}{0} = \frac{y+1.5}{-1} = \frac{z-1.5}{1}$$
.

5)
$$M(1;0;-1), \frac{x-3,5}{2} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}.$$

6)
$$M(2;1;0), \frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+1,5}{1}$$
.

7)
$$M(-2;-3;0), \frac{x+0.5}{1} = \frac{y+1.5}{0} = \frac{z-0.5}{1}$$
.

8)
$$M(-1;0;-1), \frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}$$
.

9)
$$M(0;2;1), \frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$$
.

10)
$$M(3;-3;-1)$$
, $\frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}$.

11)
$$M(3;3;3)$$
, $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}$.

12)
$$M(-1;2;0)$$
, $\frac{x+0.5}{1} = \frac{y+0.7}{-0.2} = \frac{z-2}{2}$.

13)
$$M(1;0;1)$$
, $4x+6y+4z-25=0$.

14)
$$M(-1;0;-1)$$
, $2x+4y-2z+11=0$.

15)
$$M(0,2,1)$$
, $2x+4y-3=0$.

16)
$$M(2;1;0)$$
, $y+z+2=0$.

17)
$$M(-1;2;0)$$
, $4x-5y-z-7=0$.

18)
$$M(2;-1;1)$$
, $x-y+2z-2=0$.

19)
$$M(1;1;1)$$
, $x+4y+3z+5=0$.

20)
$$M(1;2;3)$$
, $2x+10y+10z-1=0$.

21)
$$M(0;-3;-2)$$
, $2x+10y+10z-1=0$.

22)
$$M(1;0;-1)$$
, $2y+4z-1=0$.

23)
$$M(3;-3;-1)$$
, $2x-4y-4z-13=0$.

24)
$$M(-2;-3;0)$$
, $x+5y+4=0$.

25)
$$M(2;-2;-3)$$
, $y+z+2=0$.

Завдання 15

Дано канонічне рівняння еліпса (гіперболи). Визначити довжини півосей, координати фокусів, ексцентриситет і рівняння директрис.

1)
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

8)
$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{32} = 1$$

15)
$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

$$22) \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{32} = 1$$

$$2) \quad \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

9)
$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$$

$$16) \ \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

23)
$$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{17} = 1$$

3)
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$$

$$10) \ \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{15} = 1$$

17)
$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{33} = 1$$

$$24) \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$$

4)
$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

$$11) \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{28} = 1$$

$$18) \ \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$$

$$25) \frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{57} = 1$$

$$5) \quad \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$$

$$12) \ \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{39} = 1$$

$$19) \ \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{13} = 1$$

$$6) \quad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$$

13)
$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$$

20)
$$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{28} = 1$$

7)
$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{13} = 1$$

14)
$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1$$

$$36 \quad 28$$

$$21) \frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{15} = 1$$

- 1. Скласти рівняння кола, якщо кінцями одного з діаметрів є точки A(3;9) і B(7;-3).
- 2. Скласти рівняння кола, що дотикається осі абсцис в точці A(2;0) і проходить через точку B(5;3).
- 3. Знайти центр та радіус кола $x^2 + 8x + y^2 6y = 0$.
- 4. Скласти канонічне рівняння еліпса, що проходить через точки $A(3\sqrt{3};2)$ і B(6;0).
- 5. Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо дано його вершини (5;0) і (-5;0) і відстань між фокусами дорівнює 8.
- 6. Знайти довжини осейц, координати фокусів і ексцентриситет еліпса $25x^2 + 36y^2 = 900$.
- 7. Скласти рівняння еліпса з ексцентриситетом 0,8 і фокусами (±4;0).
- 8. Через один з фокусів еліпса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ проведена хорда, перпендикулярна до великої осі. Знайти довжину хорди.
- 9. Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо відстань між фокусами дорівнює 8, а мала вісь 6.
- 10. Скласти канонічне рівняння еліпса, якщо він проходить через точку $A(3;2\sqrt{3})$ і його мала вісь дорівнює 8.
- 11. Побудувати еліпс $9x^2 + 25y^2 = 225$. Знайти його ексцентриситет.
- 12. Скласти рівняння гіперболи, вершинами якої ϵ точки (8;0) і (-8;0), а відстань між фокусами дорівню ϵ 20.
- 13. Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо довжина її дійсної осі дорівнює 16 і гіпербола проходить через точку $M(8\sqrt{2};-4)$.
- 14. Скласти канонічне рівняння гіперболи, що проходить через точку (–8;6) і має асимптоти $y=\pm\sqrt{\frac{3}{4}}x\,.$
- 15. Побудувати гіперболу $24x^2 25y^2 = 600$ та знайти її ексцентриситет.
- 16. Визначити довжини осей, координати фокусів і ексцентриситет гіперболи, що проходить через точки $A(5\sqrt{2};-3)$ і $B(-10;-3\sqrt{3})$.
- 17. Скласти канонічне рівняння гіперболи, якщо довжина дійсної осі 16, а ексцентриситет 5/4.
- 18. Фокуси гіперболи співпадають з фокусами еліпса $16x^2 + 25y^2 = 400$. Скласти рівняння гіперболи, якщо її ексцентриситет дорівнює 3.
- 19. Скласти канонічне рівняння гіперболи, яка має вершини в фокусах, а фокуси в вершинах еліпса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.
- 20. Знайти рівняння асимптот і ексцентриситет гіперболи $36x^2 64y^2 = 2304$.
- 21. Скласти рівняння гіперболи, що проходить через точку $A(8\sqrt{5};-8)$, якщо її асимптоти задані рівняннями $y=\pm\frac{1}{2}x$.
- 22. Скласти рівняння гіперболи, якщо відстань між фокусами дорівнює 30, а рівняння асимптот $y = \pm \frac{3}{4} x$.
- 23. Визначити координати фокуса та скласти рівняння директриси параболи $y^2 = -20x$.
- 24. Скласти рівняння параболи з вершиною в початку координат, директриса якої задана рівнянням x-2=0.
- 25. Скласти рівняння параболи з вершиною в точці A(4;5) і фокусом F(-2;5).

Знайти власні значення і власні вектори матриці.

1. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

 $\begin{pmatrix}
2 & 1 & 0 \\
1 & 2 & 0 \\
-1 & 1 & 3
\end{pmatrix}.$

 $\begin{array}{cccc}
22. & 2 & 1 & -1 \\
1 & 2 & -1 \\
0 & 0 & 1
\end{array}$

 $\begin{array}{cccc}
23. & 3 & 0 & 0 \\
1 & 2 & -1 \\
1 & -1 & 2
\end{array}$

 $\begin{array}{cccc}
3. & 3 & -1 & 1 \\
0 & 2 & -1 \\
0 & -1 & 2
\end{array}$

 $\begin{array}{ccccc}
10. & 5 & 1 & -1 \\
-2 & 4 & -1 \\
-2 & 1 & 6
\end{array}$

 $\begin{array}{cccc}
 17. & 7 & -6 & 6 \\
 2 & 3 & 2 \\
 2 & 2 & 3
 \end{array}$

 $\begin{array}{ccccc}
4. & 5 & -1 & -1 \\
0 & 4 & -1 \\
0 & -1 & 4
\end{array}$

11. $\begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

 $\begin{array}{cccc}
 18. & 13 & 2 & -2 \\
 6 & 9 & -6 \\
 2 & -2 & 5
 \end{array}$

 $\begin{array}{cccc}
5. & 6 & -2 & -1 \\
-1 & 5 & -1 \\
1 & -2 & 4
\end{array}$

13. (3 -2 2)

 $20. \begin{pmatrix} 19 & 2 & -2 \\ 6 & 15 & -6 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

 $\begin{array}{cccc}
 & 14. & 5 & -2 & 2 \\
 & 0 & 5 & 0 \\
 & 0 & 2 & 3
 \end{array}$

 $21. \begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 7 \end{pmatrix}$