

Eltungen

Jeg satt en fredags kveld og funderte på hva jeg skulle gjøre. Så dalte det på meg, litt som et eple fra et epletre: Jeg kan jo alltid kjøle ned en elgtunge! Dessverre hadde jeg ingen elgtunge (og heller intet ønske om å ha en), men noe jeg hadde var en nystekt lasagne. Jeg dro frem termometere og målte $T_K = 25.1^\circ \text{ C}$. Jeg stakk det inn i lasagnen og målte $T_0 = 88.2^\circ \text{ C}$. Omtrent 5 timer, med måling hvert femte minutt, senere hadde lasagnen nådd en jevn temperatur på rundt 27° C . Under disse 5 timene, regnet jeg ut generell løsning for Newtons avkjølingslov:

$$\dot{T}(t) = -\alpha(T(t) - T_K)$$

$$\dot{T}(t) = -\alpha T(t) + \alpha T_K$$

$$\dot{T}(t) + \alpha T(t) = \alpha T_K$$

$$\dot{T}e^{\alpha t}(t) + \alpha T e^{\alpha t}(t) = \alpha T_K e^{\alpha t}$$

$$\int (\dot{T}e^{\alpha t}(t)) = \int \alpha T_K e^{\alpha t}$$

$$T e^{\alpha t}(t) = \alpha T_K \frac{1}{\alpha} e^{\alpha t} + C$$

$$T(t) = T_K + C e^{-\alpha t}$$

Det tok ikke fem timer, så da fant jeg ut at jeg hadde tid til å finne konstanten C også:

$$T(0) = T_0$$

$$T(0) = T_K + C e^{-\alpha 0} = T_0$$

$$C = T_0 - T_K$$

Jeg rakk til og med å putte den inn i den generelle løsningen for Newtons avkjølingslov:

$$T(t) = T_K + (T_0 - T_K)e^{-\alpha t}$$

Når jeg først var så godt igang, kunne jeg likeså godt også løse likningen for α :

$$T(t) = T_K + (T_0 - T_K)e^{-\alpha t}$$

$$T(t) - T_K = (T_0 - T_K)e^{-\alpha t}$$

$$\ln\left(\frac{T(t) - T_K}{T_0 - T_K}\right) = -\alpha t$$

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{T(t) - T_K}{T_0 - T_K}\right)}{-t}$$

Da fem timer var omsider omme, hadde jeg fått ut 67 verdier for temperaturen av lasagnen, så istedenfor å regne ut α for hver temperatur og tid, satt jeg det heller inn i Python og fikk den til å regne gjennomsnittet:

$$\alpha = 0.008744918819565045$$

men det synes jeg ble litt vel mange desimaler, så da rundet jeg av til:

$$\alpha \approx 8,74 \cdot 10^{-3}$$

Til slutt plottet mine målte verdier i tillegg til Newtons modell i python og fikk grafene under. Ser her at newtons modell stemmer ganske godt med virkeligheten, ihvertfall om det er en lasagne du kjøler ned.

