# Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

# -Εργασία 1: Βελτίωση εικόνων μέσω εξισορρόπησης ιστογράμματος

Α. Ντελόπουλος

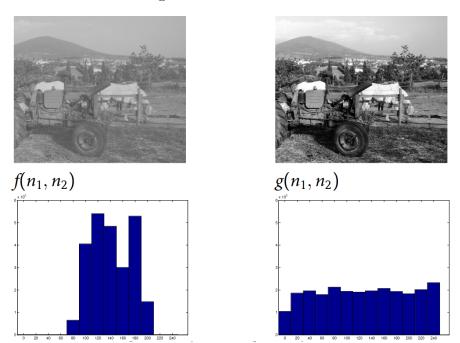
Άνοιξη 2024

### 1 Εισαγωγικά

#### 1.1 Εξισορρόπηση ιστογράματος

Θεωρούμε την εικόνα  $r=f(n_1,n_2)$  που λαμβάνει τις L διαφορετικές τιμές,  $x_0\leq x_1\leq ...\leq x_{L-1}$ , και  $p_r(x_i)=\mathrm{prob}\{x=x_i\}$  το ιστόγραμμα των τιμών της r. Η επεξεργασία ιστογράμματος αποσκοπεί στην παραγωγή μιας εικόνας  $s=g(n_1,n_2)$  από την r, εφαρμόζοντας κατάλληλο μετασχηματισμό T,s=T(r), τέτοιον ώστε το ιστόγραμμα των τιμών της s (έστω  $y_i,\ i\in 0,1,..,L-1$ ) να παρουσιάζει κάποιες επιθυμητές ιδιότητες. Πρόκειται για ένα σύνολο μεθόδων που εφαρμόζονται στο γενικό πλαίσιο της διαδικασίας βελτίωσης εικόνας.

Στην ειδική περίπτωση για την οποία οι στάθμες της εικόνας εξόδου s είναι ισοπίθανες (ισοδύναμα, όταν για το ιστόγραμμα ισχύει  $p_s(y_i) = \operatorname{prob}\{y = y_i\} = \frac{1}{L}$ ), γίνεται λόγος για εξισορρόπηση ιστογράμματος.



Σχήμα 1: Παράδειγμα εξισορρόπησης ιστογράμματος: οι στάθμες της παραχθείσας εικόνας g (δεξιά) κατανέμονται κατά προσέγγιση ομοιόμορφα σε σύγκριση με την αρχική εικόνα f (αριστερά)

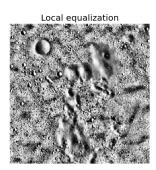
Σύμφωνα με τη θεωρία του μαθήματος, εάν για k=0,1,...,L-1 :

$$v_k = \sum_{i=0}^k p(x_i) \tag{1}$$

$$y_k = \text{round}\left(\frac{v_k - v_0}{1 - v_0}(L - 1)\right) \tag{2}$$







Σχήμα 2: Παράδειγμα βελτίωσης της πρώτης εικόνας, μέσω της συμβατικής διαδικασίας εξισορρόπησης ιστογράμματος (δεύτερη εικόνα), και της προσαρμοστικής εξισσορόπησης (τρίτη εικόνα). Παρατηρήστε ότι οι λεπτομέρειες της εικόνας αναδεικνύονται αποτελεσματικότερα με την τελευταία μέθοδο. (Πηγή)

τότε ο αλγόριθμος εξισορρόπησης ιστογράμματος δίνεται από το μετασχηματισμό T των τιμών της αρχικής εικόνας σύμφωνα με τη σχέση  $T(x_i)=y_i,\ i=0,1,...,L-1.$ 

Παρατηρήστε ότι, λόγω της πράξης round(.), είναι δυνατό πολλές διαδοχικές στάθμες εισόδου  $x_k$  να απεικονίζονται στην ίδια τιμή  $y_k$ . Κατά συνέπεια, η εικόνα εξόδου θα έχει πλήθος τιμών μικρότερο ή ίσο από το αντίστοιχο της εισόδου.

#### 1.2 Προσαρμοστική Εξισορρόπηση Ιστογράμματος

Από τα προηγούμενα, είναι εμφανές ότι η εξισορρόπηση ιστογράμματος στην απλή της εκδοχή είναι σημειακός μετασχηματισμός, που λαμβάνει υπόψη το περιεχόμενο όλης της εικόνας. Σαν συνέπεια, η ιδιαίτερη κατανομή της τοπικής ενός σημείου πληροφορίας δε λαμβάνεται υπόψη, κάτι που μπορεί να οδηγήσει σε ενίσχυση θορύβου, μη-επιθυμητή μεταβολή της αντίθεσης κλπ.

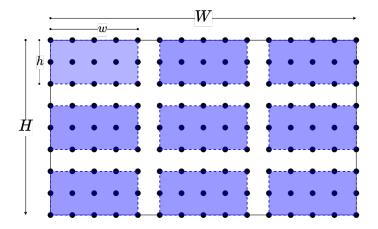
Η βελτιωμένη εκδοχή της συμβατικής εξισορρόπησης ιστογράμματος, καλείται προσαρμοστική εξισορρόπηση ιστογράμματος (Adaptive Histogram Equalization, AHE). Στη βασική της μορφή, η διαδικασία εφαρμόζει σε κάθε pixel της εικόνας, το μετασχηματισμό εξισορρόπησης ιστογράμματος των τιμών μιας περιοχής που περιβάλλει το εν-λόγω δείγμα (αντί της συνολικής εικόνας). Με άλλα λόγια, πλέον υπολογίζονται περισσότεροι μετασχηματισμοί ιστογράμματος, για κάθε τέτοια επιμέρους περιοχή.

#### 1.2.1 Contextual regions

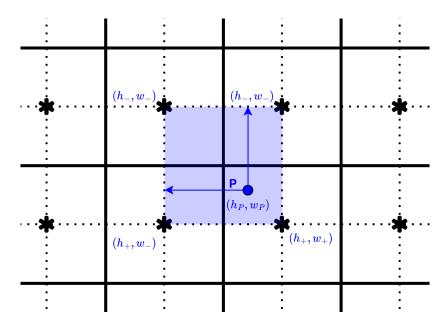
Η εικόνα εισόδου, διαστάσεων  $H \times W$  διαιρείται σε μη-επικαλυπτόμενες περιοχές, διαστάσεων  $h \times w$ , καθεμία εκ των οποίων καλείται contextual region. Μπορούμε να ορίσουμε μια contextual region  $\mathcal{R}_{h_R,w_R}$  ως το σύνολο των θέσεων:

$$\mathcal{R}_{h_R,w_R} = [h_R, h_R + h) \times [w_R, w_R + w) \tag{3}$$

Το κεντρικό σημείο μιας συγκεκριμένης contextual region, καλείται contextual κέντρο αυτής.



Σχήμα 3: Παράδειγμα δειγμάτων μιας εικόνας και των contextual regions της



Σχήμα 4: Υπολογισμός της μετασχηματισμένης τιμής ενός σημείου P, με βάση τις γειτονικές του contextual regions. Σε πρώτη φάση, έχουν εντοπιστεί οι 4 κορυφές στο grid των contextual κέντρων (διάστικτο πλέγμα που διέρχεται από τα κέντρα-αστερίσκους) εντός του οποίου βρίσκεται το P. Παρατηρήστε ότι κάθε εσωτερικό σημείο του μπλε χωρίου, έχει τα ιδια 4 γειτονικά contextual κέντρα, αυτά που επισημαίνονται στο σχήμα.

Σύμφωνα και με την προηγούμενη παράγραφο, πλέον για καθεμία contextual region υπολογίζουμε ανεξάρτητα το ιστόγραμμα των τιμών, αλλά και τον ίδιο το μετασχηματισμό εξισορρόπησης  $T \equiv T_R$  βάσει των τιμών εντός της R.

#### 1.2.2 Παρεμβολή γειτονικών μετασχηματισμών

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο αλγόριθμος ΑΗΕ πραγματοποιεί την εξισορρόπηση της τιμής ενός σημείου, με βάση τις κατανομές των περιοχών που περιβάλλουν αυτό.

Πιο συγκεκριμένα, θεωρούμε σημείο  $P(h_P,w_P)$ , η τιμή του οποίου στην αρχική εικόνα είναι x. Στη γενική περίπτωση, μπορεί κανείς να εντοπίσει τα 4 κοντινότερα contextual κέντρα στο P. Με άλλα λόγια, στο grid που ορίζεται από τα contextual κέντρα (βλ τα σημεία που αναπαρίστανται με αστερίσκο στο Σχήμα 4) αρκεί κανείς να προσδιορίσει το ορθογώνιο εντος του οποίου βρίσκεται το σημείο ενδιαφέροντος· οι 4 κορυφές αυτού ορίζουν τις 4 γειτονικές contextual regions του P.

Έστω λοιπόν ότι τα 4 κοντινότερα contextual κέντρα βρίσκονται στις θέσεις  $\{(h_-,w_-),(h_-,w_+),(h_+,w_-),(h_+,w_+)\}$ , με τις αντίστοιχες γειτονικές contextual regions να είναι οι:  $\{R_{-,-},R_{-,+},R_{+,-},R_{+,+}\}$ . Ακόμη, υποθέτουμε ότι έχουν υπολογιστεί τα ιστογράμματα, και κατ' επέκταση οι μετασχηματισμοί εξισορρόπησης των τιμών καθεμίας, έστω  $\{T_{-,-},T_{-,+},T_{+,-},T_{+,+}\}$ .

Η τιμή x του σημείου P, τότε, απεικονίζεται στην y, με:

$$y = abT_{-,-}(x) + a(1-b)T_{+,-}(x) + (1-a)bT_{-,+}(x) + (1-a)(1-b)T_{+,+}(x)$$
(4)

όπου,

$$a = (w_P - w_-)/(w_+ - w_-)$$
  
$$b = (h_P - h_-)/(h_+ - h_-)$$

Σημειώνεται, ότι δίχως τη χρήση της τεχνικής της παρεμβολής των γειτονικών μετασχηματισμών (εάν, δηλαδή, τα δείγματα ενός contextual region απεικονίζονταν με βάση το μετασχηματισμό εξισορρόπησης του ίδιου του region και μόνο), θα παρατηρούνταν ασυνέχειες στα σύνορα των διαφορετικών περιοχών (Σχήμα 5).

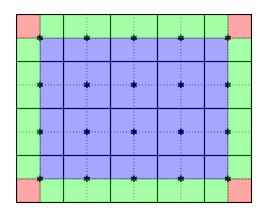


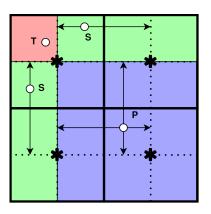


Σχήμα 5: Εφαρμογή ΑΗΕ στην εικόνα εισόδου (αριστερά), δίχως τη χρήση παρεμβολής στους γειτονικούς μετασχηματισμούς εξισορρόπησης. Παρατηρήστε ότι η εικόνα εξόδου (δεξιά) διακρίνεται από "ασυνέχειες", καθώς η διαφορά των μετασχηματισμών στις γειτονικές contextual regions είναι ορατή στο σύνορο μεταξύ αυτών.

#### 1.2.3 Ειδικές περιπτώσεις - οριακές συνθήκες

Στην πραγματικότητα, το σχήμα γραμμικής παρεμβολής που χρησιμοποιείται διαφέρει, αναλόγως τη θέση του υπό εξέταση σημείου. Πιο συγκεκριμένα, διακρίνει κανείς τρεις κατηγορίες σημείων:





Σχήμα 6: Διαφορετικές ζώνες σημείων, ανάλογα με τη θέση τους στην εικόνα (αριστερά). Χρήση διαφορετικών σχημάτων παρεμβολής για το μετασχηματισμό εξισορρόπησης για σημεία κάθε ζώνης (δεξιά)

- Corner points: Κάθε δείγμα εντός (ή επάνω) στις κόκκινες περιοχές (για παράδειγμα, το σημείο T) χρησιμοποιεί μόνο τον μετασχηματισμό της δικής του contextual region.
- **Border points**: Κάθε δείγμα εντός (ή επάνω) στις πράσινες περιοχές (για παράδειγμα, το σημείο S) έχει μόνο 2 γειτονικές contextual regions, και χρησιμοποιεί απλή γραμμική παρεμβολή μεταξύ των μετασχηματισμών αυτών.
- Inner points: Κάθε άλλο δείγμα (για παράδειγμα, το σημείο P) χρησιμοποιεί την πλήρη διγραμμική παρεμβολή, όπως δίνεται στην Εξίσωση 4

Ακόμη, το ίδιο το κέντρο μιας contextual region χρησιμοποιεί επίσης μονάχα το μετασχηματισμό της ίδιας, όμοια με την πρώτη περίπτωση.

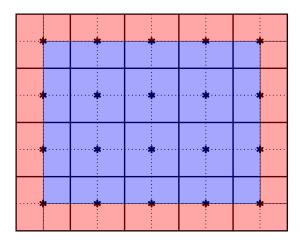
#### 1.2.4 Απλοποίηση οριακών συνθηκών

Για τη διευκόλυνσή σας, στα πλαίσια της εργασίας δε θα ακολουθήσετε τον πλήρη διαχωρισμό των contextual regions στις τρεις περιπτώσεις της προηγούμενης παραγράφου.

Ειδικότερα, θα θεωρήσετε τα εξής ήδη δειγμάτων, αναλόγως με τη θέση τους (βλ Σχήμα 7):

- Outer points: Πρόκεται για τα δείγματα που απαρτίζουν τις border και corner ζώνες που περιγράφηκαν νωρίτερα. Για κάθε outer point, ο μετασχηματισμός εξισορρόπησης που θα χρησιμοποιείται, θα είναι εκείνος του δικού του contextual region, χωρίς χρήση παρεμβολής.
- **Inner points:** Κάθε σημείο στο εσωτερικό της μπλε περιοχής διαθέτει 4 γειτονικές contextual regions, και ο μετασχηματισμός απεικόνισης θα χρησιμοποιεί τη διγραμμική παρεμβολή, σύμφωνα με την Εξίσωση 4.

Τέλος, για τα πλαίσια της εργασίας, μπορείτε να υποθέσετε ότι οι διαστάσεις του contextual region διαιρούν επακριβώς τις αντίστοιχες της εικόνας εισόδου.



Σχήμα 7: Απλοποιημένη εκδοχή των διαφορετικών ζωνών των σημείων μιας εικόνας

## 2 Παραδοτέα

Για τις ανάγκες της εργασίας θα πρέπει να κατασκευάσετε

- 1. Ένα σύνολο συναρτήσεων σε Python που θα υλοποιούν τις διαδικασίες της συμβατικής, καθώς και προσαρμοστικής εξισορρόπησης ιστογράμματος
- 2. Ένα πρόγραμμα επίδειξης με το όνομα demo.py
- 3. Ένα report που θα εξηγείτε τη λειτουργία των συναρτήσεων, θα επιδεικνύετε και θα σχολιάζετε τα αποτελέσματα και θα περιγράφετε πιθανές παραδοχές που κάνατε κατά την υλοποίηση

#### 2.1 global\_hist\_eq.py

Να κατασκευάσετε συνάρτηση

```
def get_equalization_transform_of_img(
   img_array: np.ndarray,
) -> np.ndarray:
```

#### Ορίσματα:

• img\_array: ένας δισδιάστατος numpy array τύπου dtype=np.uint8, που αναπαριστά μια 8-bit grayscale εικόνα

Έξοδοι:

• equalization\_transform: ένας μονοδιάστατος numpy array τύπου dtype=np.uint8, πλήθους L στοιχείων.

Λειτουργία: η συνάρτηση δέχεται την εικόνα εισόδου, υπολογίζει το ιστόγραμμα των τιμών αυτής, και στη συνέχεια το μετασχηματισμό (συμβατικής) εξισορρόπησης ως ένα μονοδιάστατο διάνυσμα equalization\_transform σύμφωνα με τις σχέσεις 1,2 Επομένως, η στάθμη εισόδου i, όπου i=0,1,...,L-1, θα απεικονίζεται στην τιμή του στοιχείου equalization\_transform[i].

Επιπλέον, να υλοποιηθεί η συνάρτηση:

```
def perform_global_hist_equalization(
   img_array: np.ndarray,
) -> np.ndarray:
```

#### Ορίσματα:

• img\_array: ένας δισδιάστατος numpy array τύπου dtype=np.uint8, που αναπαριστά μια 8-bit grayscale εικόνα

#### Έξοδοι:

• equalized\_img: ένας δισδιάστατος numpy array τύπου dtype=np.uint8, που αναπαριστά την εικόνα εξόδου

Λειτουργία: η συνάρτηση δέχεται την εικόνα εισόδου, χρησιμοποιεί κατάλληλα την προηγούμενη μέθοδο, κι εφαρμόζει τον μετασχηματισμό εξισορρόπησης.

Για να διαβάσετε την εικόνα εισόδου, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το πακέτο pillow ως εξής:

```
from PIL import Image
import numpy as np

// set the filepath to the image file
filename = "img1.jpg"

// read the image into a PIL entity
img = Image.open(fp=filename)

// keep only the Luminance component of the image
bw_img = img.convert("L")

// obtain the underlying np array
img_array = np.array(bw_img)
```

#### 2.2 adaptive\_hist\_eq.py

Να υλοποιηθεί η βοηθητική συνάρτηση:

```
def calculate_eq_transformations_of_regions(
   img_array: np.ndarray,
   region_len_h: int,
   region_len_w: int
) -> Dict[Tuple, np.ndarray]
```

#### Ορίσματα:

- img\_array: ένας δισδιάστατος numpy array τύπου dtype=np.uint8, διαστάσεων [H,W] που αναπαριστά μια 8-bit grayscale εικόνα
- region\_len\_h: το μήκος (σε αριθμό δειγμάτων) κάθε contextual region
- region\_len\_w: το πλάτος (σε αριθμό δειγμάτων) κάθε contextual region

#### Έξοδοι:

• region\_to\_eq\_transform: ένα dict που αντιστοιχίζει καθένα contextual region (το οποίο μπορεί να αναπαρασταθεί σαν tuple, όπως εξηγείται στη συνέχεια) στον numpy array που παριστάνει τον μετασχηματισμό εξισορρόπησης αυτού

Λειτουργία: η συνάρτηση δέχεται την εικόνα εισόδου και το μέγεθος του contextual region, και ορίζει τα μη-επικαλυπτόμενα contextual regions αυτής (βλ Σχήμα 3). Στη συνέχεια, για καθένα τέτοιο τμήμα της εικόνας, εφαρμόζει τη συνάρτηση get\_equalization\_transform\_of\_img() που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη ενότητα, και λαμβάνει το μετασχηματισμό εξισορρόπησης του.

Υπόδειξη: δεδομένων των παραμέτρων, μια contextual region μπορεί να οριστεί μονοσήμαντα ως προς το ζεύγος των δεικτών της κορυφής της κοντινότερης στην αρχή των αξόνων. Για παράδειγμα, ως (0,0) μπορούμε να ορίσουμε την contextual region  $[0,h-1]\times[0,w-1]$ , ως (h,w) την contextual region  $[h,2h-1]\times[w,2w-1]$  κλπ. Επομένως, κάθε contextual region μπορεί να αναπαραστασθεί με ένα Python tuple [0,h-1].

Σε επόμενο βήμα, ζητείται να υλοποιηθεί η συνάρτηση:

```
def perform_adaptive_hist_equalization(
   img_array: np.ndarray,
   region_len_h: int,
   region_len_w: int
) -> np.ndarray
```

#### Ορίσματα:

- img\_array: ένας δισδιάστατος numpy array τύπου dtype=np.uint8, διαστάσεων [H,W] που αναπαριστά μια 8-bit grayscale εικόνα
- region\_len\_h: το μήκος (σε αριθμό δειγμάτων) κάθε contextual region
- region\_len\_w: το πλάτος (σε αριθμό δειγμάτων) κάθε contextual region

#### Έξοδοι:

• equalized\_img: ένας δισδιάστατος numpy array τύπου dtype=np.uint8, που αναπαριστά την εικόνα εξόδου

Λειτουργία: η συνάρτηση δέχεται την εικόνα εισόδου και το μέγεθος του contextual region, και:

- με τη βοήθειας της προηγούμενης συνάρτησης, υπολογίζει τους μετασχηματισμούς εξισορρόπησης για κάθε πιθανό contextual region.
- Για κάθε pixel εισόδου, βρίσκει τη contextual region στην οποία βρίσκεται
- Ελέγχει τις επιμέρους ειδικές περιπτώσεις της θέσης του δείγματος (σύμφωνα και με την υπο-υποενότητα 1.2.3)
- Προχωρά αναλόγως: εάν το υπό εξέταση δείγμα βρίσκεται στην outer region, εφαρμόζει απευθείας το μετασχηματισμό εξισορρόπησης του ίδιου του contextual region. Εάν πρόκειται για σημείο στο εσωτερικό της inner region, τότε εντοπίζει τα 4 κοντινότερα contextual κέντρα στο σημείο ενδιαφέροντος, κι εφαρμόζει την τεχνική διγραμμικής παρεμβολής με τις 4 γειτονικές contextual regions. Συμβουλευτείτε τα σχήματα 4 και 7

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Άλλοι ορισμοί μπορούν επίσης να βρεθούν. Μπορείτε να ακολουθήσετε όποια σύμβαση επιθυμείτε, αρκεί να το επεξηγήσετε σε επίπεδο κώδικα και αναφοράς

#### 2.3 demo.py

Με το script demo.py να επιδείξετε τη λειτουργία των ζητούμενων συναρτήσεων, χρησιμοποιώντας την εικόνα input\_img.png που σας δίνεται. Στο πρόγραμμά σας εκείνη θα διαβάζεται ως grayscale εικόνα, με τον τρόπο που παρουσιάστηκε σε προηγούμενη ενότητα. Εστιάστε στις εξής πτυχές της μελέτης:

- Παρουσιάστε σε μορφή διαγράμματος την απεικόνιση (μετασχηματισμό εξισορρόπησης) της εικόνας input\_img.png, και επιβεβαιώστε την παρατήρηση της Υποενότητας 1.1, σχετικά με το πλήθος διαφορετικών στάθμεων της εικόνας εξόδου.
- Παρουσιάστε την τελική (κατά τη συμβατική εξισορρόπηση ιστογράμματος) εικόνα σε σύγκριση με την αρχική, μαζί με τα αντίστοιχα ιστογράμματά τους. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.
- Επιδείξτε τη λειτουργία της υλοποίησης ΑΗΕ επάνω στην εικόνα που σας δίνεται (χρησιμοποιήστε contextual regions διαστάσεων 64 × 48 για την 480 × 360 εικόνα που σας δίνεται). Επιπλέον, παρουσιάστε στην αναφορά σας την έξοδο του αλγορίθμου, εάν στη μέθοδο ΑΗΕ δε γίνει χρήση της παρεμβολής (και χρησιμοποιηθεί δηλαδή για την κάθε contextual region, ο δικός της μετασχηματισμός εξισορρόπησης και μόνο), και επιβεβαιώστε την παρατήρηση της υποενότητας 1.2.2.

Οι εικόνες που θα περιλάβετε στην αναφορά της εργασίας θα πρέπει να παραχθούν από το script αυτό. Για κάθε εικόνα εξόδου, το demo. py πρέπει να παράγει και τα αντίστοιχα ιστογράμματα.

## 3 Για την υποβολή της εργασίας

Παραδώστε μία αναφορά με τις περιγραφές και τα συμπεράσματα που σας ζητούνται στην εκφώνηση. Η αναφορά θα πρέπει να επιδεικνύει την ορθή λειτουργία του κώδικά σας στην εικόνα που σας δίνεται και να παρουσιάζει και σχολιάζει τις εικόνες και τα ιστογράμματα που παράγονται από το πρόγραμμα επίδειξης.

Ο κώδικας θα πρέπει να είναι σχολιασμένος ώστε να είναι κατανοητό τι ακριβώς λειτουργία επιτελεί (σε θεωρητικό επίπεδο, όχι σε επίπεδο κλίσης συναρτήσεων). Επίσης, ο κώδικας θα πρέπει να εκτελείται και να υπολογίζει τα σωστά αποτελέσματα για οποιαδήποτε είσοδο πληροί τις υποθέσεις της εκφώνησης, και όχι μόνο για την εικόνα που σας δίνεται.

Απαραίτητες προϋποθέσεις για την βαθμολόγηση της εργασίας σας είναι ο κώδικας να εκτελείται χωρίς σφάλμα (μόνο demos που εκτελούνται επιτυχώς θα βαθμολογηθούν), καθώς και να τηρούνται τα ακόλουθα:

- Υποβάλετε ένα και μόνο αρχείο, τύπου zip.
- Το όνομα του αρχείου πρέπει να είναι ΑΕΜ. zip, όπου ΑΕΜ είναι τα τέσσερα ψηφία του Α.Ε.Μ. του φοιτητή της ομάδας.
- Το προς υποβολή αρχείο πρέπει να περιέχει τα αρχεία κώδικα Python και το αρχείο report.pdf το οποίο θα είναι η αναφορά της εργασίας.
- Η αναφορά πρέπει να είναι ένα αρχείο τύπου PDF, και να έχει όνομα report.pdf.
- Όλα τα αρχεία κώδικα πρέπει να είναι αρχεία κειμένου τύπου UTF-8, και να έχουν κατάληξη m.
- Το αρχείο τύπου zip που θα υποβάλετε δεν πρέπει να περιέχει κανέναν φάκελο.
- Μην υποβάλετε τις εικόνες που σας δίνονται για πειραματισμό.
- Μην υποβάλετε αρχεία που δεν χρειάζονται για την λειτουργία του κώδικά σας, ή φακέλους/αρχεία που δημιουργεί το λειτουργικό σας, πχ "Thumbs.db", ".DS\_Store", ".directory".
- Για την ονομασία των αρχείων που περιέχονται στο προς υποβολή αρχείο, χρησιμοποιείτε μόνο αγγλικούς χαρακτήρες, και όχι ελληνικούς ή άλλα σύμβολα, πχ "#", "\$", "%" κλπ.

## Αναφορές

- [1] Pizer, S. M., Amburn, E. P., Austin, J. D., Cromartie, R., Geselowitz, A., Greer, T., ter Haar Romeny, B., Zimmerman, J. B., & Zuiderveld, K. (1987). *Adaptive histogram equalization and its variations*. In Computer Vision, Graphics, and Image Processing (Vol. 39, Issue 3, pp. 355–368). Elsevier BV. https://doi.org/10.1016/s0734-189x(87)80186-x
- [2] Karel, J., Zuiderveld. (1994).Contrast limited adaptive histogram equalization. Graphics 10.1016/B978-0-12-336156-1.50061-6. Available 474-485. doi: gems, https://www.tamps.cinvestav.mx/wgomez/material/AID/CLAHE.pdf