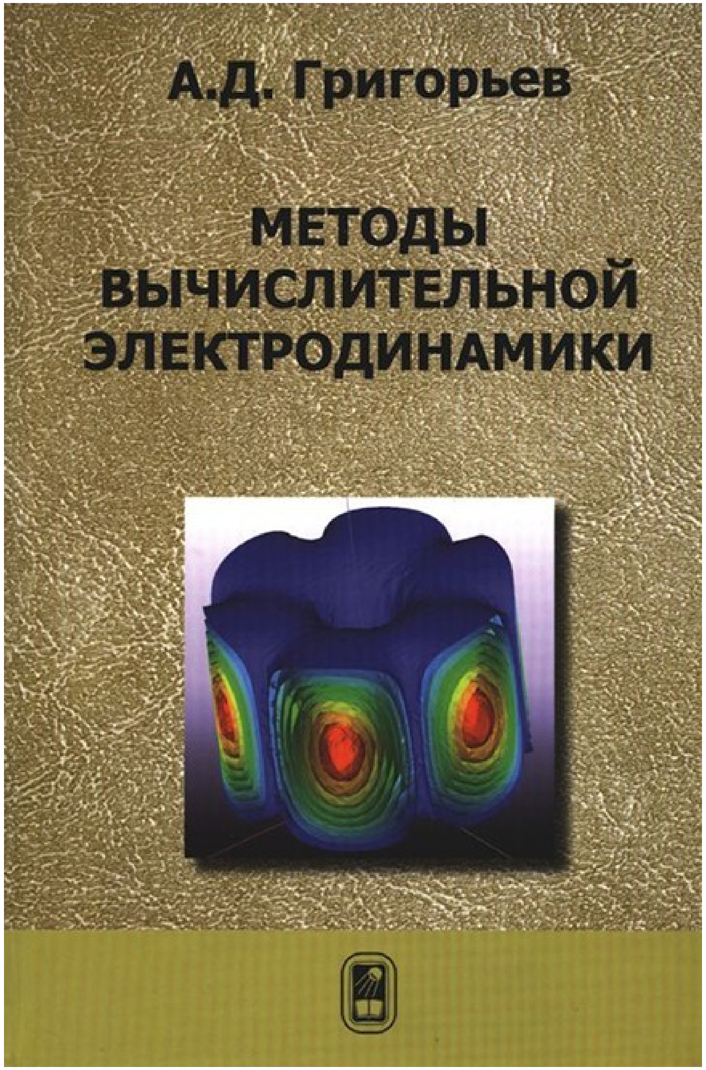
Московский Авиационный Институт
(национальный исследовательский университет)

Моделирование антенн и микроволновых устройств

Тема лекции:
«Постановка задачи электродинамического моделирования»

Литература



Обозначения

A — скалярная величина

$\mathbf{A}$ — векторная величина

Численные методы решения задач

1. Решение задачи получается в результате выполнения определенной конечной последовательности арифметических действий (алгоритма), которая не может быть выражена с помощью одной или нескольких математических формул, связывающие исходные величины с заданными.

2. Алгоритм решения предусматривает полностью формализованные процедуры получения всех промежуточных и окончательных результатов из строго определенного набора исходных данных.

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
  Определение целей расчета.
  Определение класса задачи.
  Определение необходимого объема входной и выходной информации.
  Определение допустимой погрешности результатов.

- Аналитическая обработка.
  Формулировка уравнений.
  Формулировка начальных условий.
  Формулировка граничных условий.
  Описание формы расчетной области и свойств среды.
  Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
  - Определение целей расчета.
  - **Определение класса задачи.**
  - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
  - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
  - Формулировка уравнений.
  - Формулировка начальных условий.
  - Формулировка граничных условий.
  - Описание формы расчетной области и свойств среды.
  - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Классы электродинамических задач

- **Линейные и нелинейные задачи.**
- Прямые и обратные задачи (задачи анализа и задачи синтеза).
- Начально-краевые задачи (процесс развивается во временной области) и краевые задачи (решение в частотной области).
- Задачи о вынужденных колебаниях и задачи о собственных (свободных) колебаниях (задачи на собственные значения).
- Определение размерности задачи (1D, 2D, 3D)
- Внутренние задачи и внешние задачи.
- Задачи параметрической оптимизации.

Нелинейные среды

Среда называется нелинейной, отклик которой на действие внешнего излучения нелинейно зависит от амплитуды возмущения.

В нелинейных средах <u>не</u> выполняется принцип суперпозиции: отклик на сумму возмущений не равен сумме откликов на отдельные возмущения.

Классы электродинамических задач

- Линейные и нелинейные задачи.
- **Прямые и обратные задачи (задачи анализа и задачи синтеза).**
- Начально-краевые задачи (процесс развивается во временной области) и краевые задачи (решение в частотной области).
- Задачи о вынужденных колебаниях и задачи о собственных (свободных) колебаниях (задачи на собственные значения).
- Определение размерности задачи (1D, 2D, 3D)
- Внутренние задачи и внешние задачи.
- Задачи параметрической оптимизации.

Прямая задача электродинамики

Прямая задача электродинамики (задача анализа) — определение электромагнитного поля в некоторой области V с определенными начальными и граничными условиями на поверхности S, созданное заданными источниками.

Обратная задача электродинамики

Обратная задача электродинамики (задача синтеза) — определение параметров среды и (или) источников в области V по известному распределению электромагнитного поля в некоторой другой области V_1, которая может не совпадать с V.

Классы электродинамических задач

- Линейные и нелинейные задачи.
- Прямые и обратные задачи (задачи анализа и задачи синтеза).
- Начально-краевые задачи (процесс развивается во временной области) и краевые задачи (решение в частотной области).
- **Задачи о вынужденных колебаниях и задачи о собственных (свободных) колебаниях (задачи на собственные значения).**
- Определение размерности задачи (1D, 2D, 3D)
- Внутренние задачи и внешние задачи.
- Задачи параметрической оптимизации.

Классы электродинамических задач

- Линейные и нелинейные задачи.
- Прямые и обратные задачи (задачи анализа и задачи синтеза).
- Начально-краевые задачи (процесс развивается во временной области) и краевые задачи (решение в частотной области).
- Задачи о вынужденных колебаниях и задачи о собственных (свободных) колебаниях (задачи на собственные значения).
- **Определение размерности задачи (1D, 2D, 3D).**
- Внутренние задачи и внешние задачи.
- Задачи параметрической оптимизации.

Классы электродинамических задач

- Линейные и нелинейные задачи.
- Прямые и обратные задачи (задачи анализа и задачи синтеза).
- Начально-краевые задачи (процесс развивается во временной области) и краевые задачи (решение в частотной области).
- Задачи о вынужденных колебаниях и задачи о собственных (свободных) колебаниях (задачи на собственные значения).
- Определение размерности задачи (1D, 2D, 3D).
- **Внутренние задачи и внешние задачи.**
- Задачи параметрической оптимизации.

Внутренняя задача

Необходимо найти решение уравнений Максвелла или соответствующих им волновых уравнений в области V, ограниченной поверхностью S.

Это решение должно удовлетворять на поверхности S граничным условиям.

Требования для решения внутренней задачи во временной области

Решение внутренней задачи существует и единственно, если:

1. В начальный момент времени t_0 во всем объеме V заданы значения напряженностей электрического и магнитного полей.

2. На поверхности S заданы касательные составляющие $\mathbf{E}_\tau$ или $\mathbf{H}_\tau$, или на части поверхности заданы $\mathbf{E}_\tau$, а на остальной части — $\mathbf{H}_\tau$.

3. В объеме V или его части электропроводность среды отлична от 0.

Требования для решения внутренней задачи <u>в частотной области</u>

Решение внутренней задачи <u>существует</u> и <u>единственно</u>, если:

1. На поверхности S заданы касательные составляющие $\mathbf{E}_\tau$ или $\mathbf{H}_\tau$, или на части поверхности заданы $\mathbf{E}_\tau$, а на остальной части — $\mathbf{H}_\tau$.

2. В объеме V или его части мнимые части ε и (или) μ среды отлична от 0.

Внешняя задача

Область моделирования не ограничена.

Например, <u>задача излучения</u>: в свободном безграничном пространстве необходимо найти решение неоднородного волнового уравнения, удовлетворяющего условию излучения на бесконечности.

Доказать, что решение этой задачи существует и оно единственно.

Требования для решения внешней задачи

Решение внешней задачи существует и единственно, если:

на поверхности областей, вне которых задано ЭМ поле, заданы касательные составляющие $\mathbf{E}_\tau$ или $\mathbf{H}_\tau$, а энергия ЭМ поля, создаваемого источниками конечной интенсивности и размера, во всем пространстве остается конечной.

$$\lim_{r \to \infty} \int_V \left(\varepsilon_a |\vec{E}|^2 + \mu_a |\vec{H}|^2 \right) r^2 \, dr \, d\theta \, d\phi < \infty \qquad (1.1)$$

r — расстояние от источников

V — заполняет все пространство

Классы электродинамических задач

- Линейные и нелинейные задачи.
- Прямые и обратные задачи (задачи анализа и задачи синтеза).
- Начально-краевые задачи (процесс развивается во временной области) и краевые задачи (решение в частотной области).
- Задачи о вынужденных колебаниях и задачи о собственных (свободных) колебаниях (задачи на собственные значения).
- Определение размерности задачи (1D, 2D, 3D)
- Внутренние задачи и внешние задачи.
- **Задачи параметрической оптимизации.**

Алгоритмы оптимизации

- Алгоритм градиентного спуска.
- Метод Ньютона.
- Алгоритм Нелдера-Мида (симплекс-метод).
- Генетический алгоритм.
- Алгоритм роя частиц.
- ...

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
  Определение целей расчета.
  Определение класса задачи.
  Определение необходимого объема входной и выходной информации.
  Определение допустимой погрешности результатов.

- Аналитическая обработка.
  Формулировка уравнений.
  Формулировка начальных условий.
  Формулировка граничных условий.
  Описание формы расчетной области и свойств среды.
  Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Этапы построения математической модели

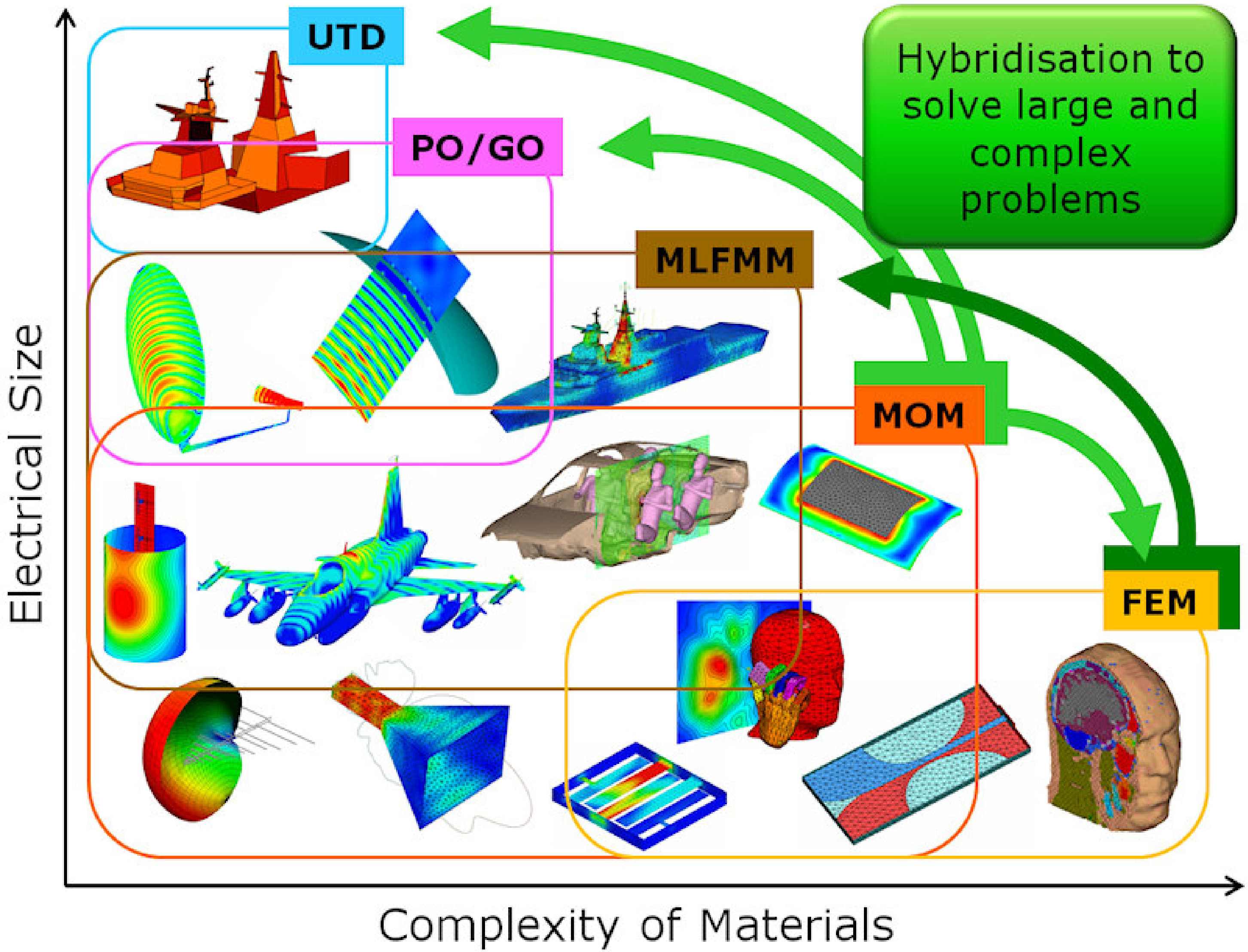
- Постановка задачи.
  Определение целей расчета.
  Определение класса задачи.
  Определение необходимого объема входной и выходной информации.
  Определение допустимой погрешности результатов.

- Аналитическая обработка.
  Формулировка уравнений.
  Формулировка начальных условий.
  Формулировка граничных условий.
  Описание формы расчетной области и свойств среды.
  Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Источники погрешности

- Погрешность за счет неточности исходных данных.
- Погрешность математической модели.
- Погрешность метода за счет дискретизации задачи.
- Вычислительная погрешность.

Методы моделирования, используемые в программе FEKO



Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.

  Определение целей расчета.

  Определение класса задачи.

  Определение необходимого объема входной и выходной информации.

  Определение допустимой погрешности результатов.

- **Аналитическая обработка.**

  Формулировка уравнений.

  Формулировка начальных условий.

  Формулировка граничных условий.

  Описание формы расчетной области и свойств среды.

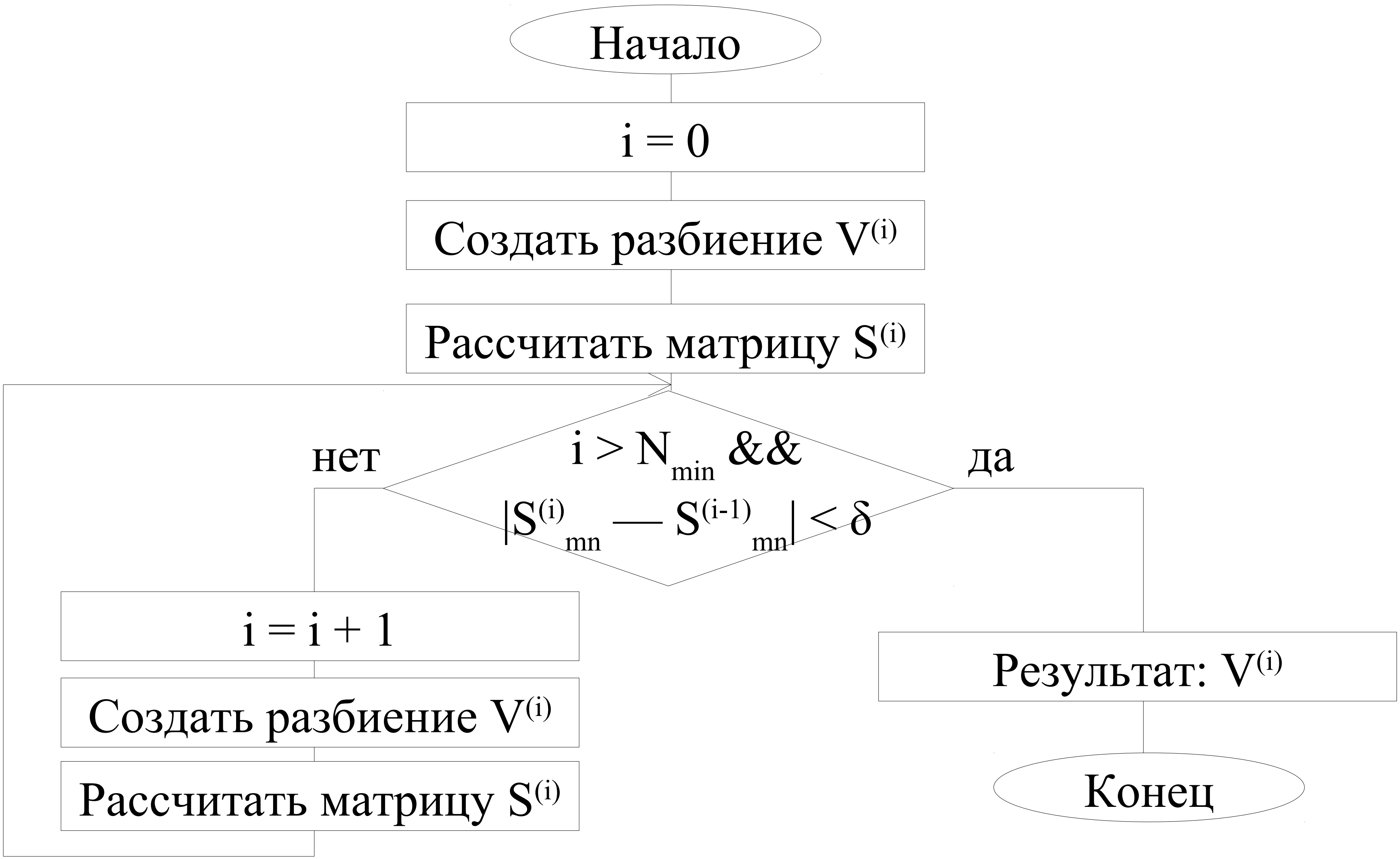
  Выбор метода решения.

- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
  - Определение целей расчета.
  - Определение класса задачи.
  - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
  - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
  - Формулировка уравнений.
  - Формулировка начальных условий.
  - Формулировка граничных условий.
  - Описание формы расчетной области и свойств среды.
  - Выбор метода решения.
- **Дискретизация модели.**
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Итерационный алгоритм создания сетки разбиения



Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
  - Определение целей расчета.
  - Определение класса задачи.
  - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
  - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
  - Формулировка уравнений.
  - Формулировка начальных условий.
  - Формулировка граничных условий.
  - Описание формы расчетной области и свойств среды.
  - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- **Решение полученных систем уравнений.**
- Обработка результатов.

Классификация вычислительных методов

Вычистельные методы

- Решение дифференциальных уравнений
  - Метод конечных разностей
  - Метод конечных разностей во временной области (FDTD)
  - Метод конечных элементов
  - Метод линий передач (TLM)
- Решение интегральных уравнений
  - Метод моментов
  - Метод граничных интегральных уравнений
  - Метод поверхностных интегральных уравнений

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
  - Определение целей расчета.
  - Определение класса задачи.
  - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
  - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
  - Формулировка уравнений.
  - Формулировка начальных условий.
  - Формулировка граничных условий.
  - Описание формы расчетной области и свойств среды.
  - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- **Обработка результатов.**

Граничные условия

Поверхность раздела двух диэлектриков

Касательные составляющие напряженностей электрического и магнитного полей должны удовлетворять условиям:

$$\mathbf{E}_{\tau 1} = \mathbf{E}_{\tau 2}$$

$$\mathbf{n} \times \left(\mathbf{H}_{\tau 2} - \mathbf{H}_{\tau 1} \right) = \mathbf{J}_s^e$$

n — нормаль к поверхности раздела, направленная из первой среды во вторую,
$\mathbf{J}_s^e$ — поверхностная плотность электрического тока, протекающего по поверхности раздела

Поверхность раздела двух диэлектриков

Нормальные составляющие индукции связаны соотношениями:

$$\mathbf{n}\cdot\left(\mathbf{D}_{n2}-\mathbf{D}_{n1}\right)=\rho_s^e$$
$$\mathbf{n}\cdot\left(\mathbf{B}_{n2}-\mathbf{B}_{n1}\right)=0$$

n — нормаль к поверхности раздела, направленная из первой среды во вторую,

ρ_s^e — поверхностная плотность электрического заряда, находящегося по поверхности раздела

$$\mathbf{D}=\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}\left[\text{Кл}/\text{м}^2\right]$$
$$\mathbf{B}=\mu\mu_0\mathbf{H}\left[\text{Тл}\right]$$

Поверхность раздела диэлектрика и идеального проводника

Касательная составляющая вектора напряженности электрического поля **E** равна нулю

$$E_\tau = 0$$

Нормальная составляющая вектора напряженности магнитного поля **H** равна нулю

$$H_n = 0$$

Поверхность раздела диэлектрика и идеального магнетика

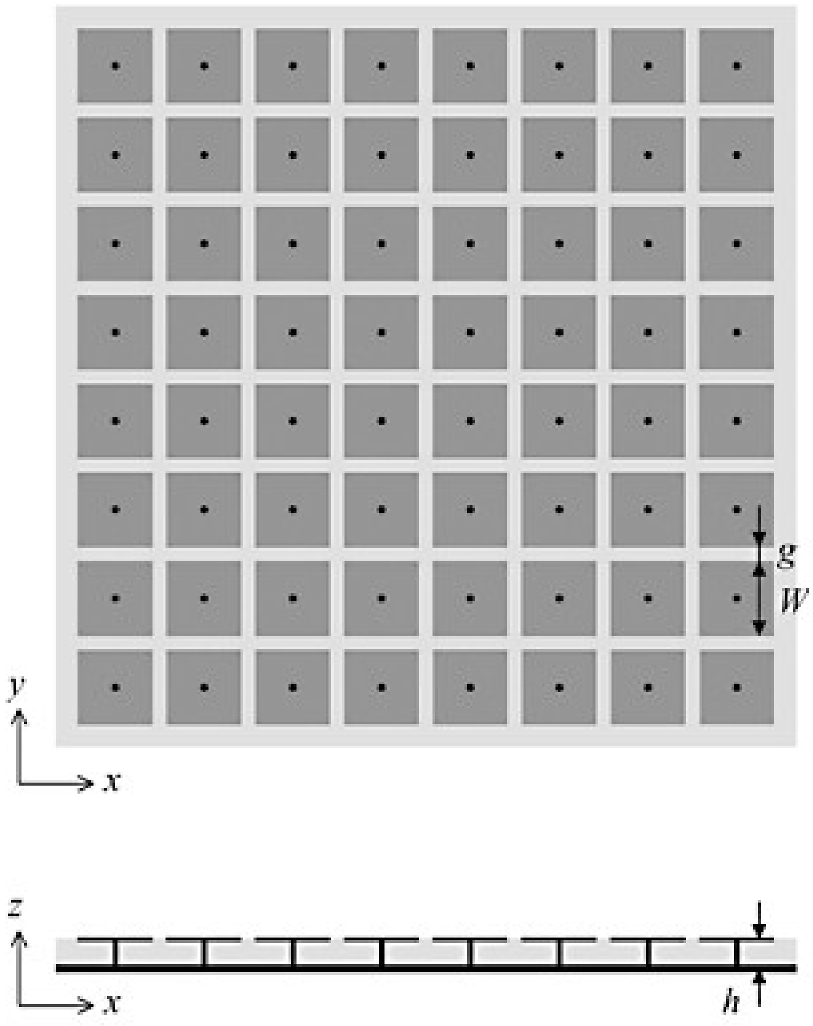
Касательная составляющая вектора напряженности магнитного поля **H** равна нулю:

$$H_\tau = 0$$

Нормальная составляющая вектора напряженности электрического поля **E** равна нулю

$$E_n = 0$$

Electromagnetic Band Gap (EBG)



Поверхность раздела диэлектрика и металла с конечной проводимостью

Поле в диэлектрике с потерями уменьшается экспоненциально:

$$\left|\dot{\mathbf{E}}(x)\right| = \left|\dot{\mathbf{E}}_{\mathbf{0}}\right| e^{-x/\delta}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

δ — глубина проникновения.

Поверхность раздела диэлектрика и металла с конечной проводимостью

Приближенные граничные условия Леонтовича (импедансные граничные условия):

$$\dot{\mathbf{E}}_\tau = \dot{Z}_s \left(\dot{\mathbf{H}}_\tau \times \mathbf{n} \right)$$

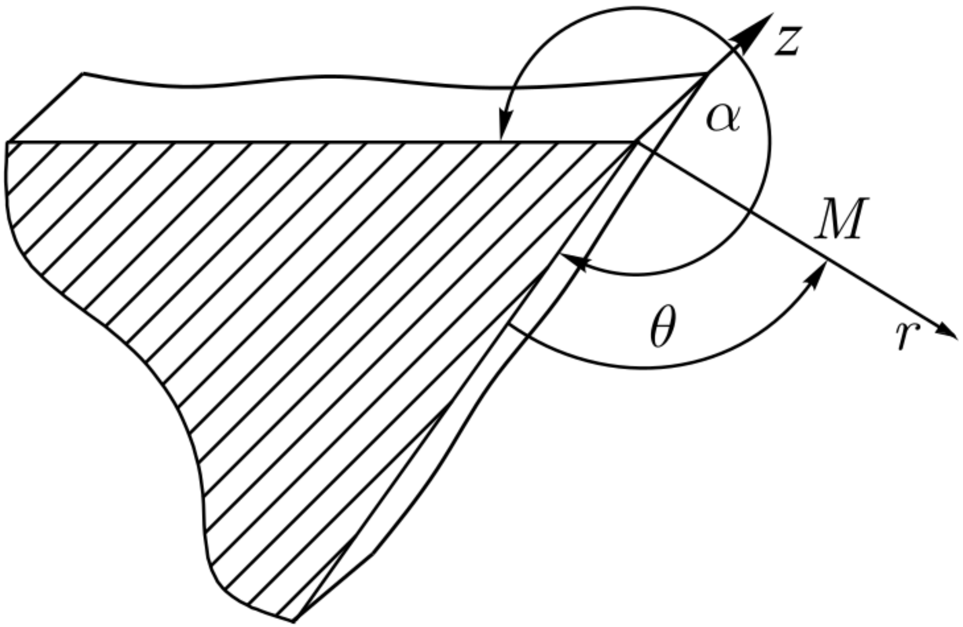
$\dot{\mathbf{E}}_\tau, \dot{\mathbf{H}}_\tau$ — касательные составляющие комплексных амплитуд напряженности электрического и магнитного полей

$\dot{Z}_s$ — поверхностное сопротивление металла

$$\dot{Z}_s = (1+i)\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$$

Эти условия справедливы, если радиус кривизны поверхности металла много больше глубины проникновения.

Граничные условия на ребре



Электромагнитная энергия, запасенная в любом конечном объеме вблизи ребра, должна оставаться конечной.

Любая составляющая векторов **E** и **H** при приближении к ребру должна расти не быстрее, чем $r^{\tau-1}$, $\tau > 0$

r — расстояние от ребра до точки наблюдения.
τ — определяется электрофизическими свойствами сред, образующих ребро, и формой поверхностей раздела.

Lockheed F-117 Nighthawk

Уфимцев П.Я.
«Метод краевых волн в физической теории дифракции», 1962 г.

Условие излучения

Энергия поля должна быть конечной.

Напряженность электрического и магнитного полей должна убывать на бесконечности быстрее, чем 1 / *r*.

Условие излучения Зоммерфельда:

$$\lim_{r\to\infty}\left\{r\left[\frac{\partial}{\partial r}\begin{pmatrix}\mathbf{E}\\ \mathbf{H}\end{pmatrix}-\sqrt{\varepsilon\mu}\,\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\mathbf{E}\\ \mathbf{H}\end{pmatrix}\right]\right\}=0$$