

Московский Авиационный Институт
(национальный исследовательский университет)

Моделирование антенн и устройств СВЧ

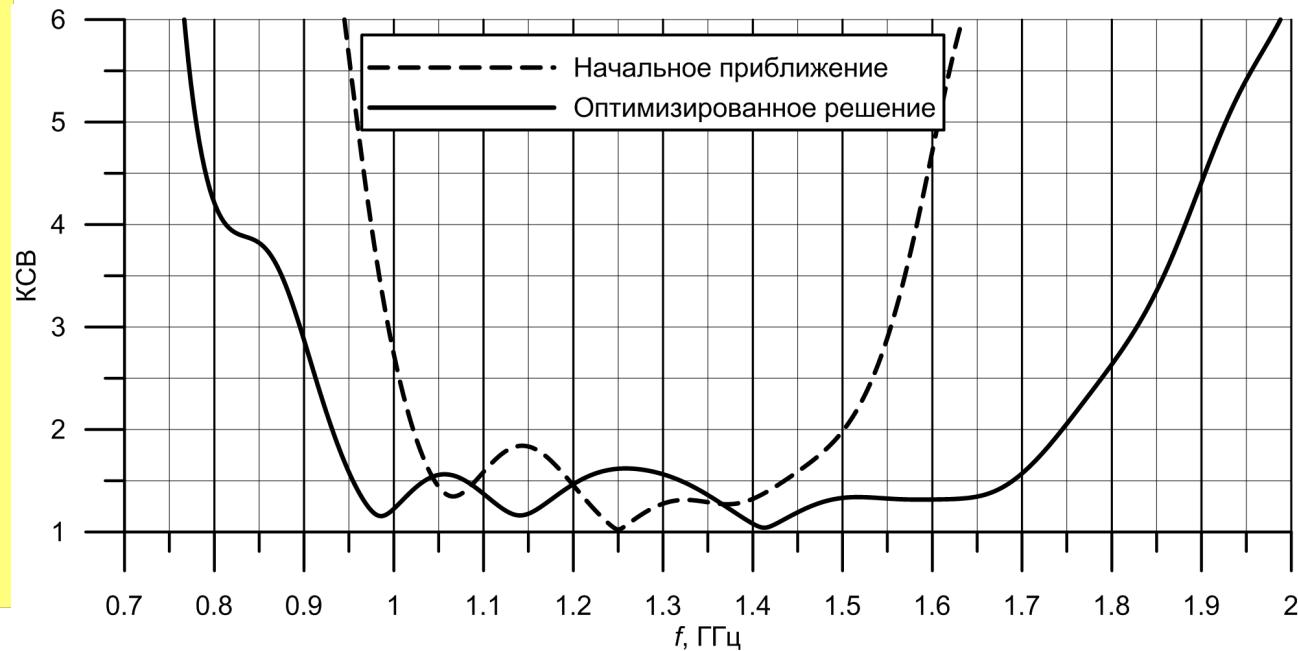
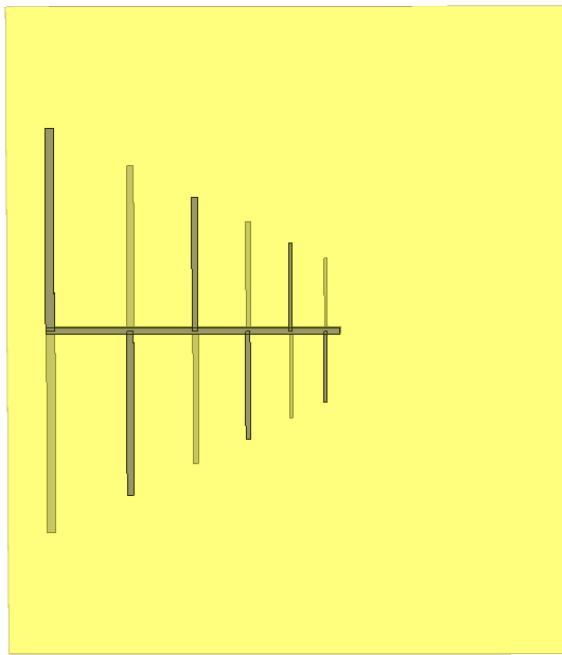
«Алгоритмы глобальной оптимизации»

Оптимизация

Оптимизация — (от лат. *optimus* — наилучший) задача нахождения экстремума (максимума или минимума) целевой функции в некоторой области конечномерного векторного пространства, ограниченной набором линейных и/или нелинейных равенств и/или неравенств.

Примеры оптимизации параметров антенн с помощью алгоритмов глобальной оптимизации

Оптимизация параметров антенны в CST Microwave Studio с помощью генетического алгоритма



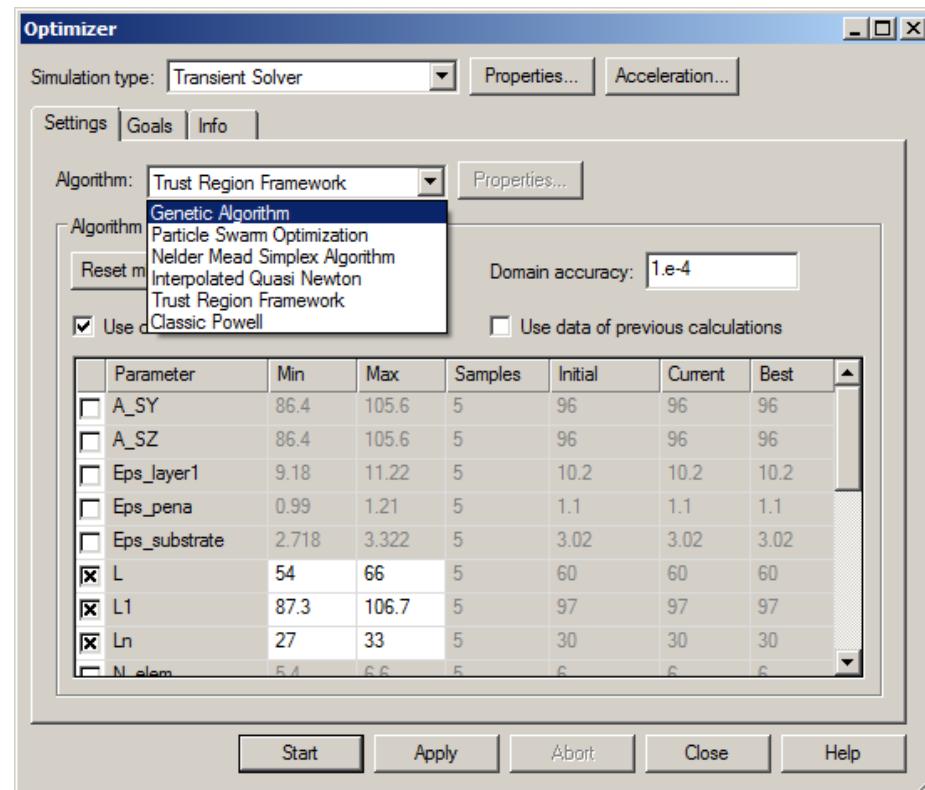
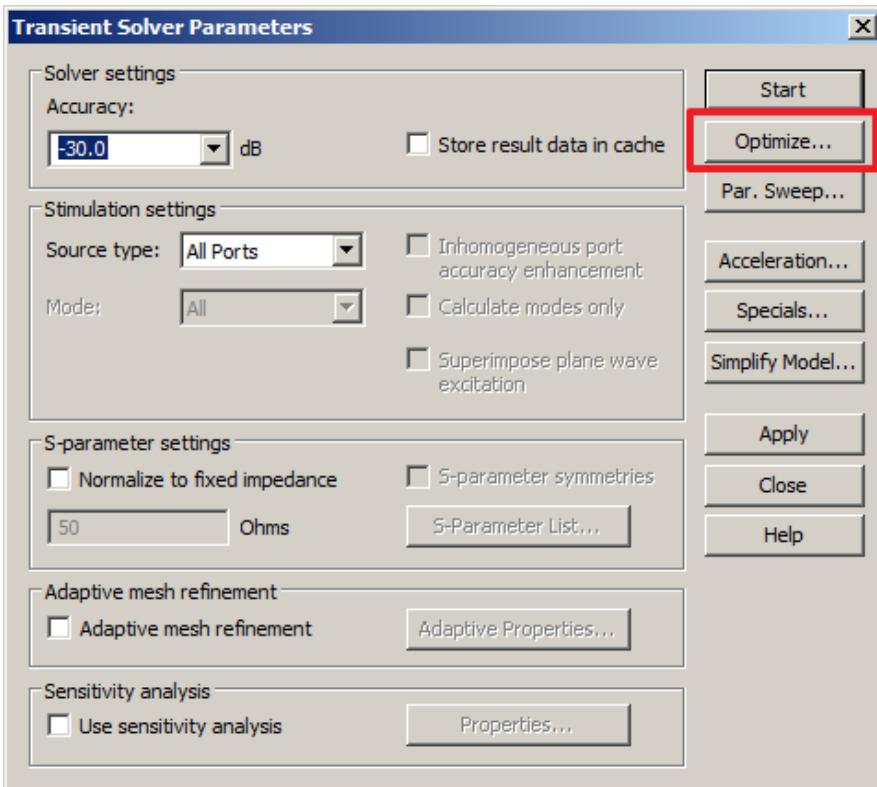
Параметры алгоритма:

Количество оптимизируемых параметров: 3

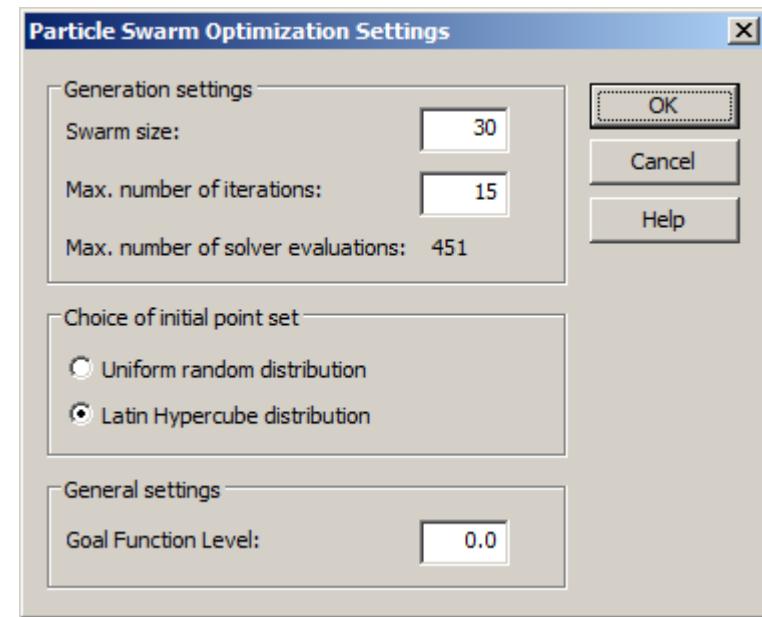
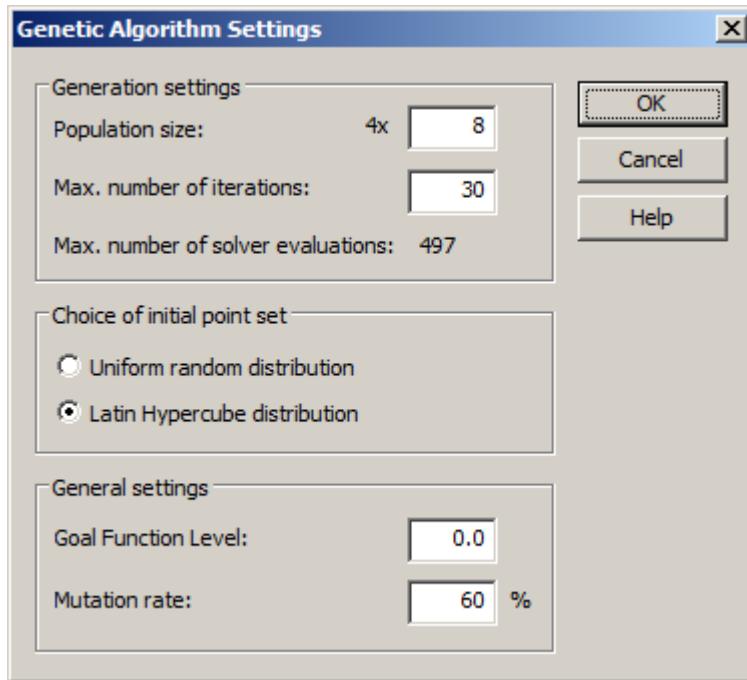
Минимизация максимального КСВ в диапазоне частот 0.95 – 1.65 ГГц

$$F = \max (\text{KCB}) \Big|_{f \in [f_{\min}; f_{\max}]}$$

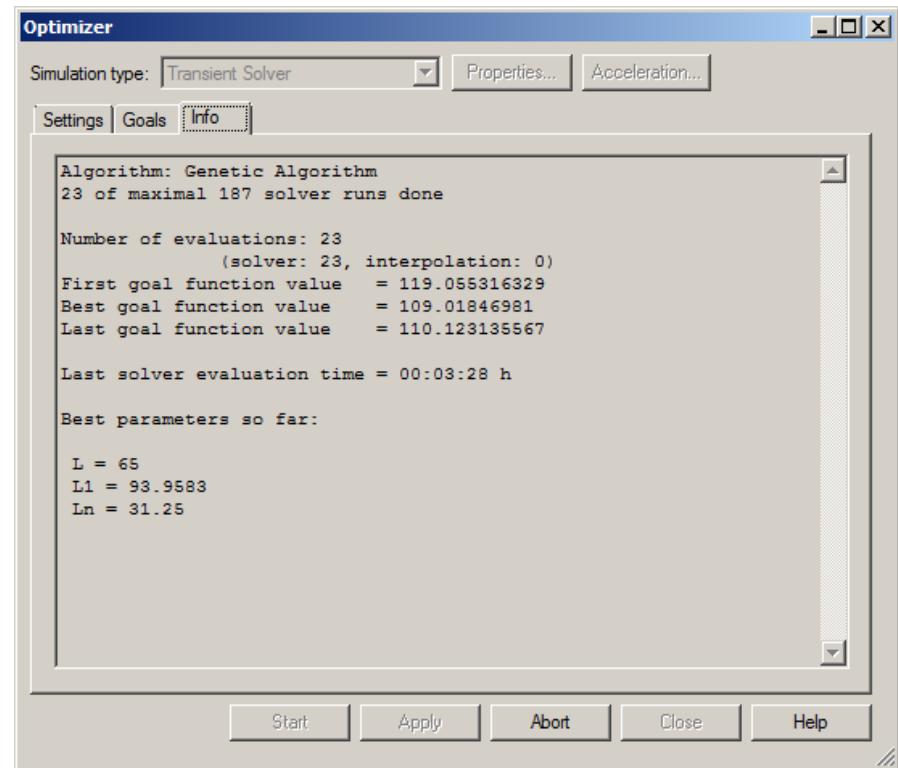
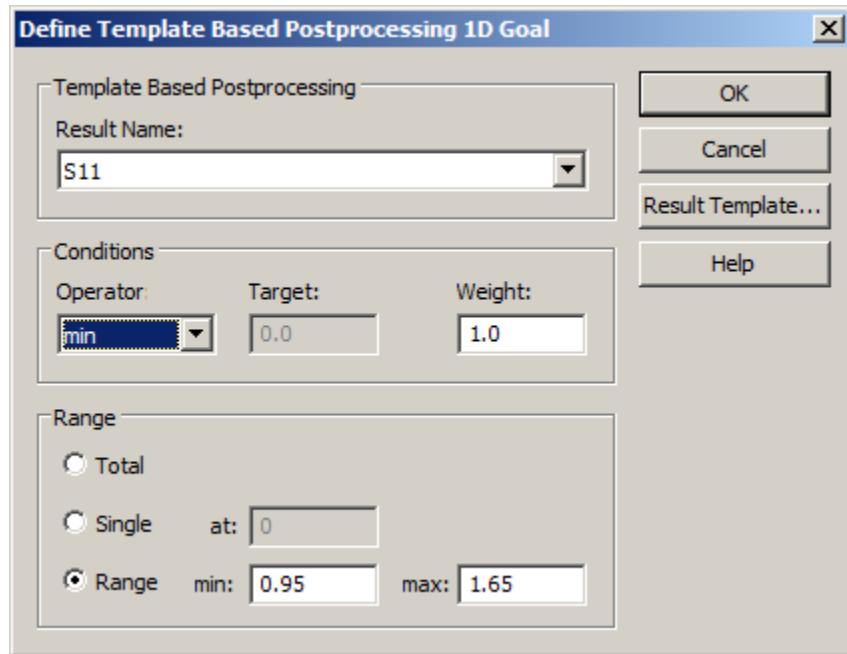
Алгоритмы глобальной оптимизации в CST Microwave Studio



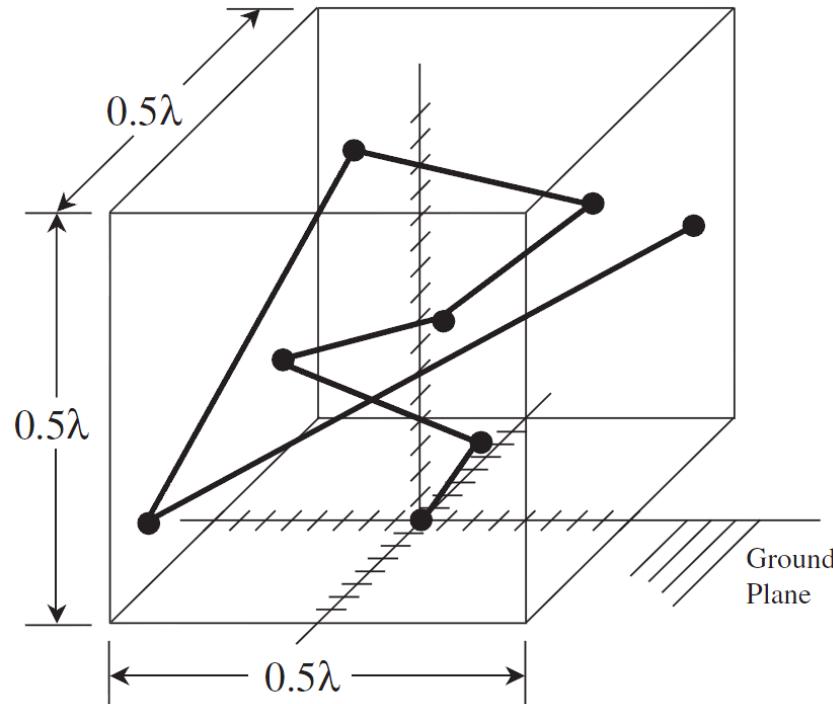
Алгоритмы глобальной оптимизации в CST Microwave Studio



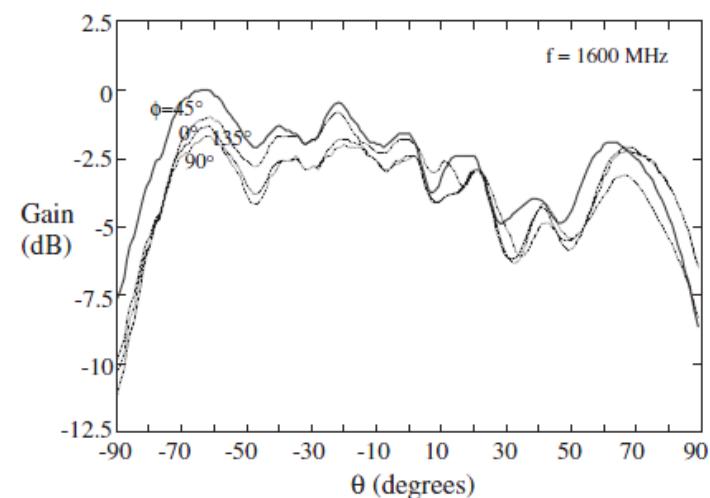
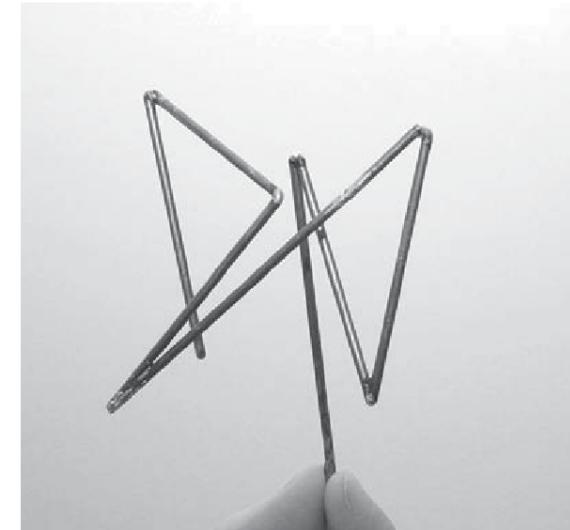
Алгоритмы глобальной оптимизации в CST Microwave Studio



Пример применения генетического алгоритма



$$cost = \sum_{\text{over all } \theta, \phi} [gain(\theta, \phi) - average\ gain]^2$$



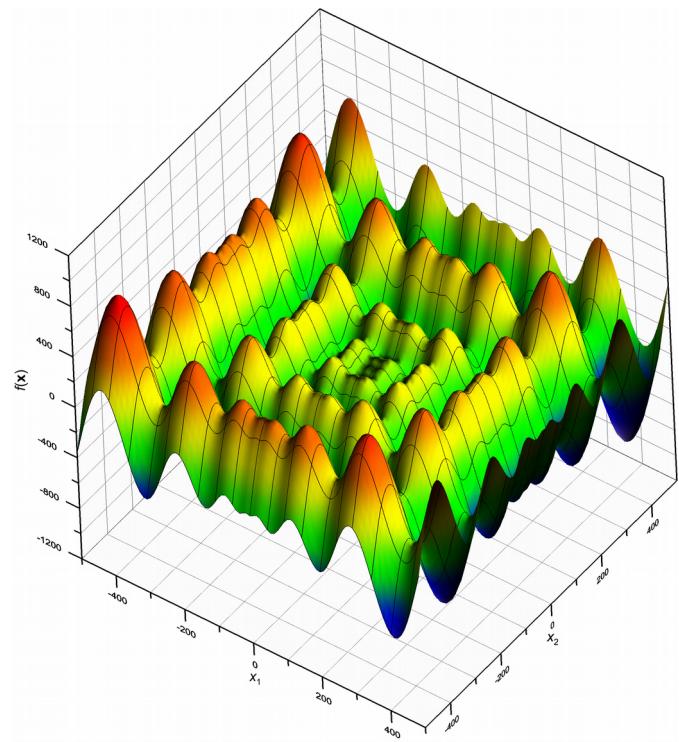
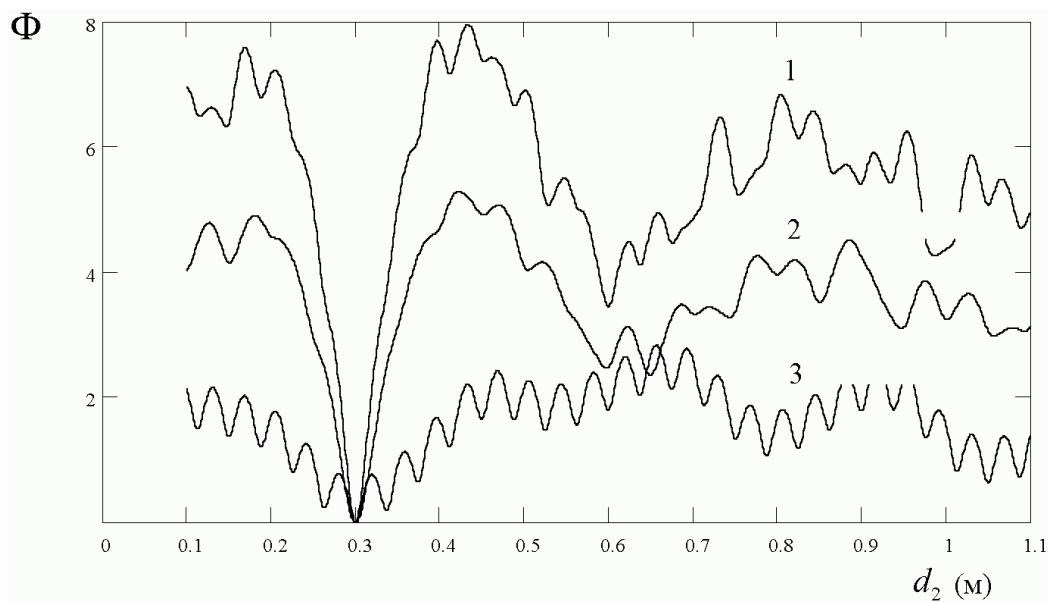
Алгоритмы глобальной оптимизации

Литература



М. Тим Джонс
«Программирование
искусственного интеллекта
в приложениях»

Задача оптимизации



Алгоритмы глобальной оптимизации

- Алгоритм случайного поиска
- Алгоритм имитации отжига
- Генетический алгоритм
- Алгоритм роя частиц
- Алгоритм пчел
- Другие алгоритмы

Генетический алгоритм

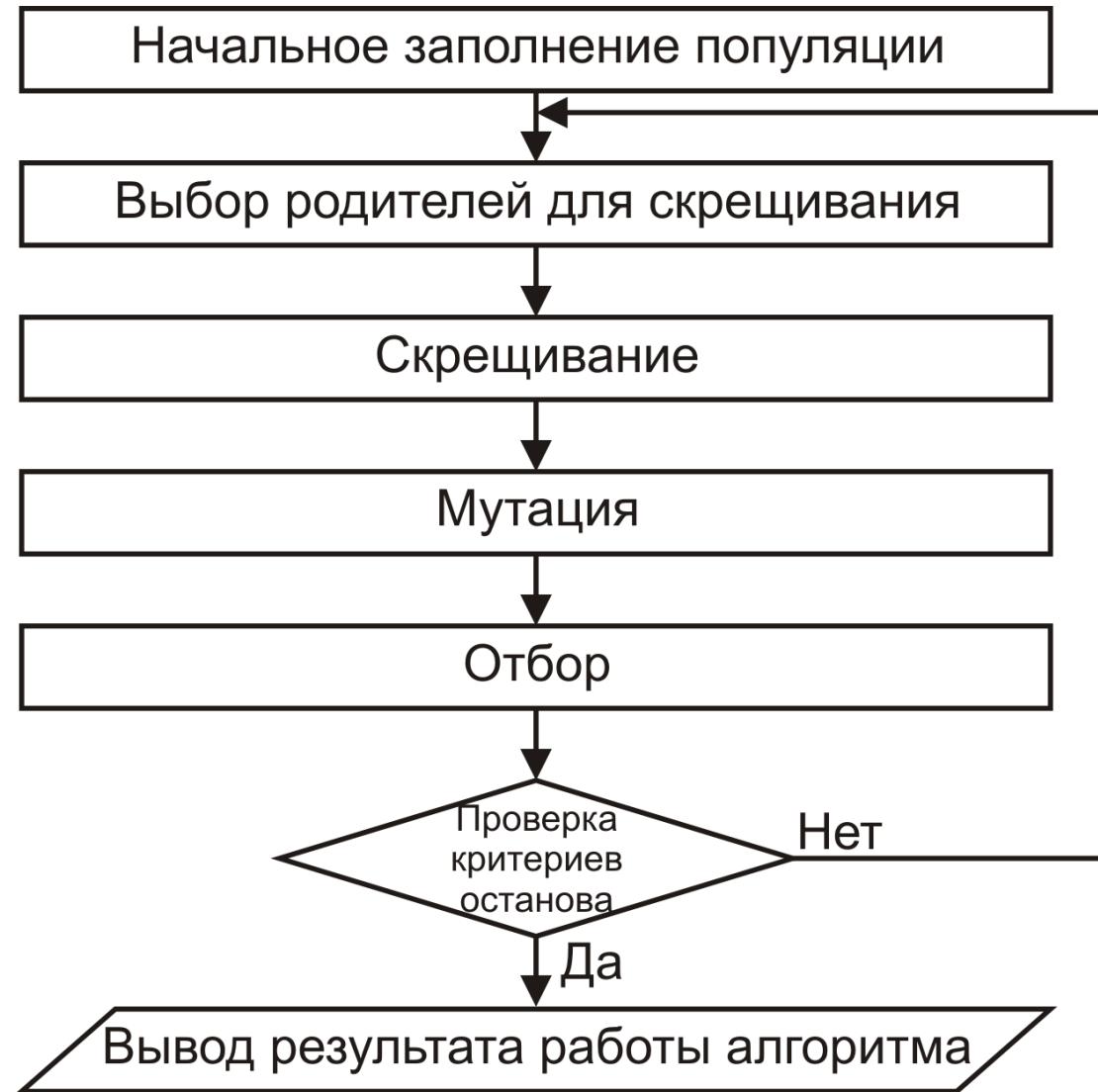
J. H. Holland. “Adaptation in natural and artificial systems”.

University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

Генетический алгоритм. Основные понятия

- **Хромосома** – значение **одного из искомых параметров**
- **Особь** – **одно из возможных решений (набор хромосом)**
- **Популяция** – **набор решений (особей)**
- **Функция приспособленности** – **минимизируемая (целевая) функция**

Генетический алгоритм



Начальное заполнение популяции

Параметры:

- Начальный размер популяции

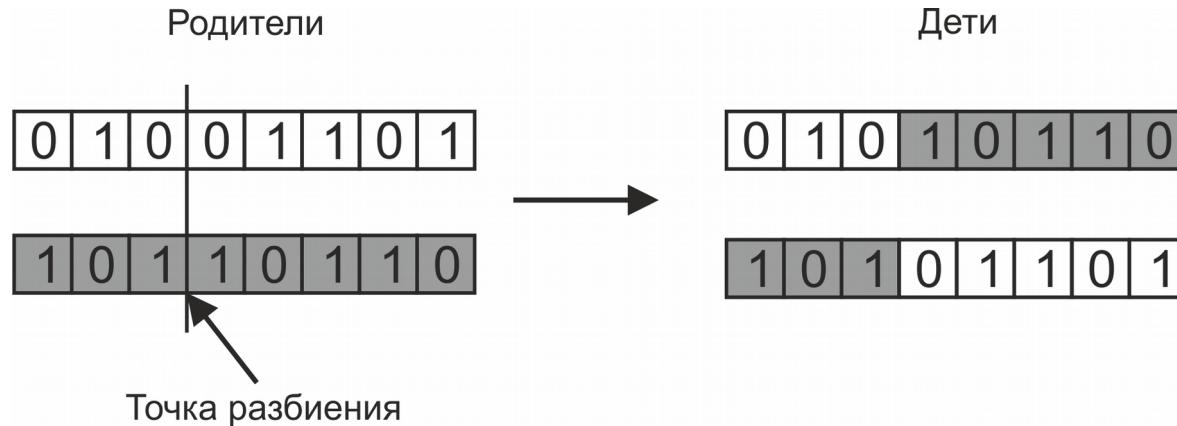
Важно обеспечить разнообразие в хромосомах особей.

Выбор родителей для скрещивания

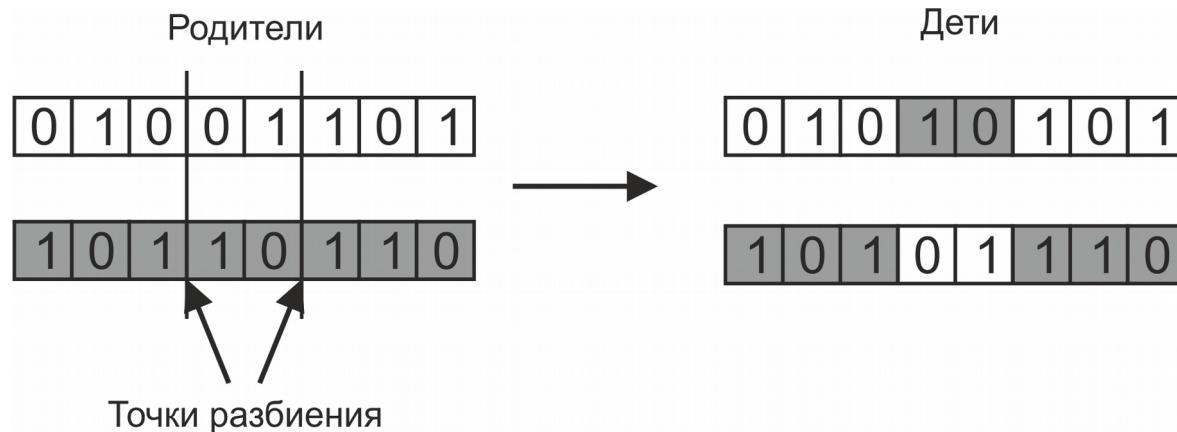
- Панмиксия - оба родителя выбираются случайно, каждая особь популяции имеет равные шансы быть выбранной
- Инбридинг - первый родитель выбирается случайно, а вторым выбирается такой, который **наиболее похож** на первого родителя.
- Аутбридинг - первый родитель выбирается случайно, а вторым выбирается такой, который **наиболее не похож** на первого родителя.

Генетический алгоритм. Операторы скрещивания

Одноточечное скрещивание



Многоточечное скрещивание



Генетический алгоритм. Операторы мутации



Другие алгоритмы мутации

- Добавление к хромосоме небольшой случайной величины
- Инвертирование всех битов хромосомы
- Замена хромосомы на случайное число

Генетический алгоритм. Операторы отбора

- Метод поддержания размера популяции
- Метод вероятностного отбора
- Метод турнира
- Метод элиты

Генетический алгоритм. Критерии останова

- Постоянство целевой функции
- Достижение заданного значения целевой функции
- Вырождение популяции
- Достижение определенного номера поколения

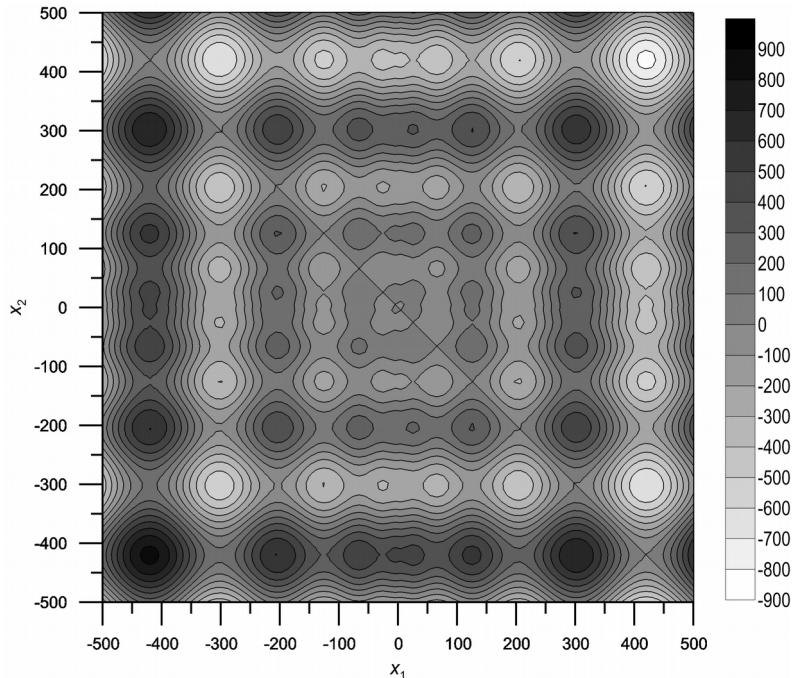
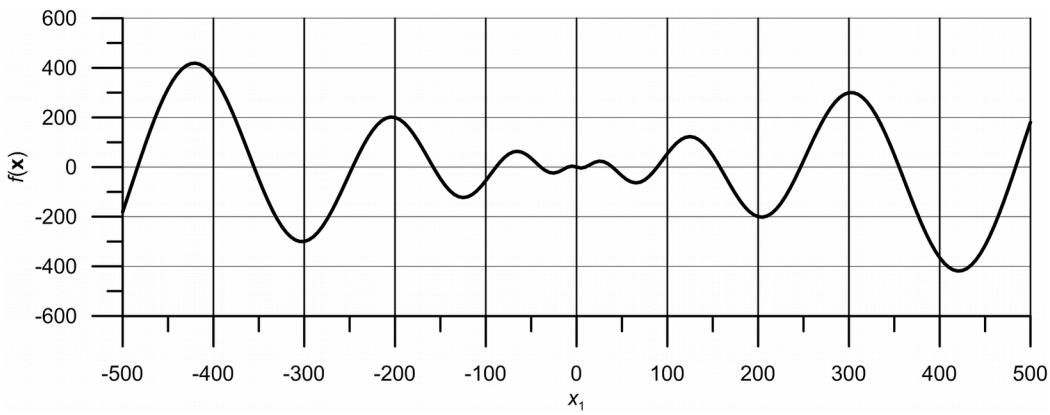
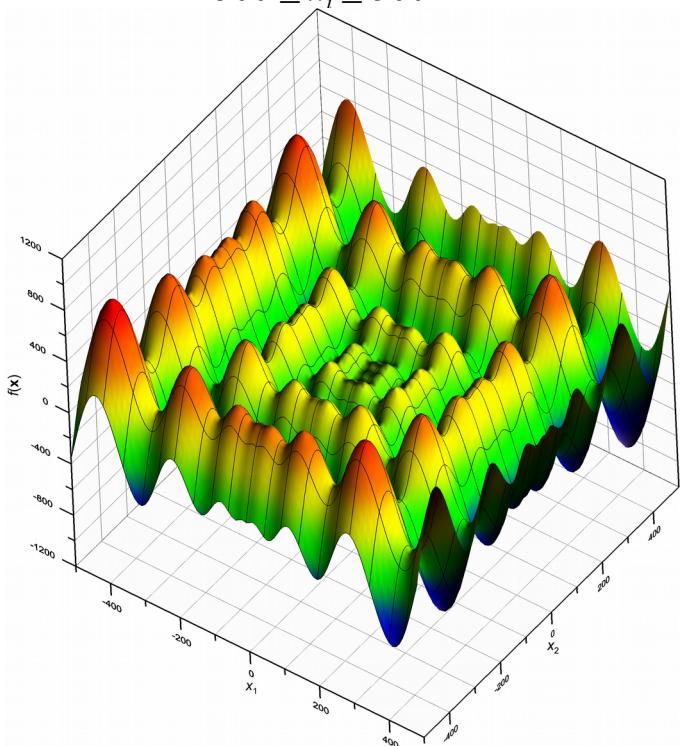
Модификации генетического алгоритма

- Совместное применение с итерационными алгоритмами
- Создание нескольких независимых популяций
- Адаптация параметров алгоритма во время выполнения
- Использование ГА для определения оптимальных параметров другого ГА

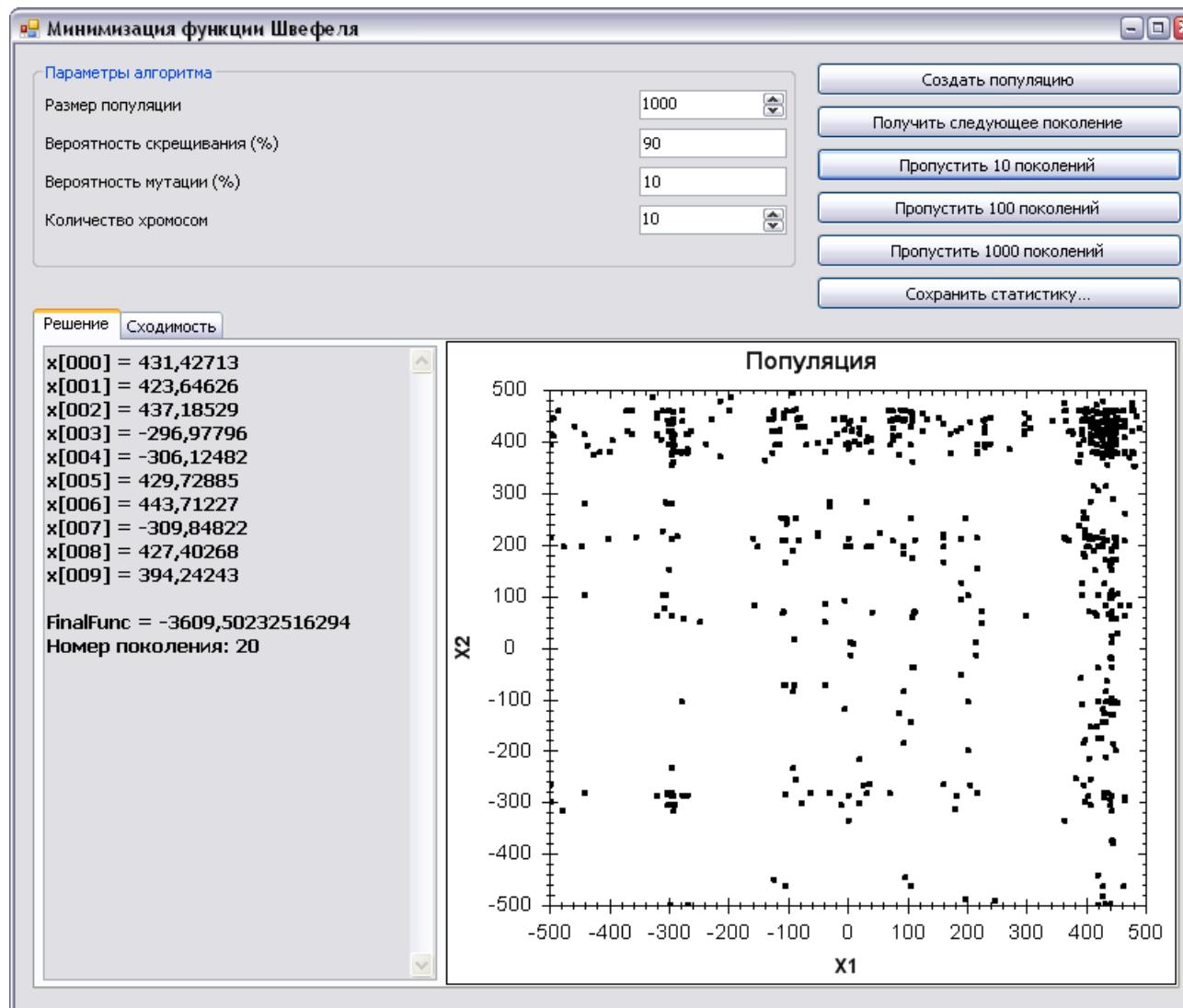
Тестовые функции. Функция Швефеля

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \left(-x_i \sin\left(\sqrt{|x_i|}\right) \right)$$

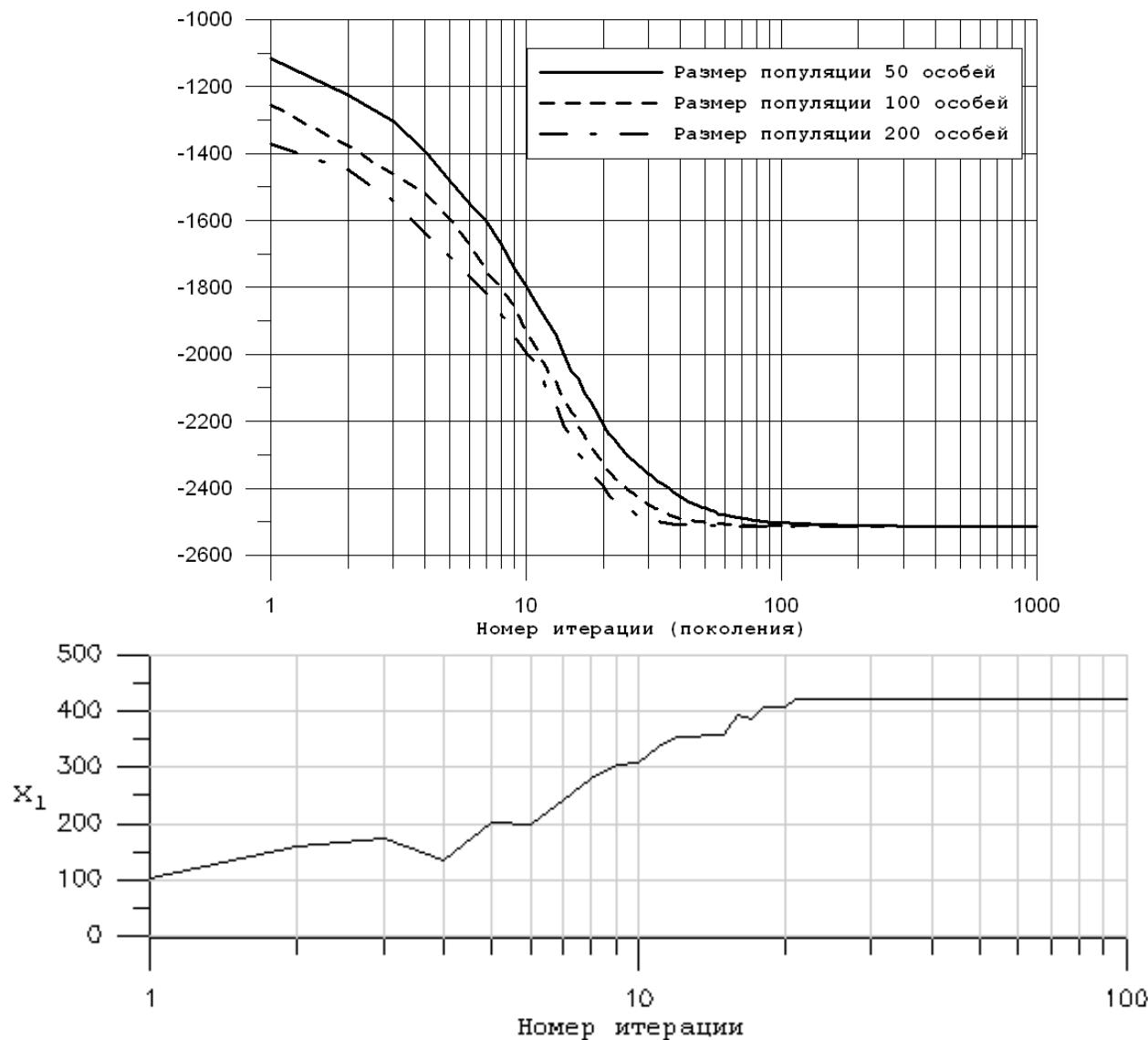
Глобальный минимум: $f(x) = -418.9829 \cdot n$ при
 $x_i = 420.9687, i = 1, \dots, n,$
 $-500 \leq x_i \leq 500$



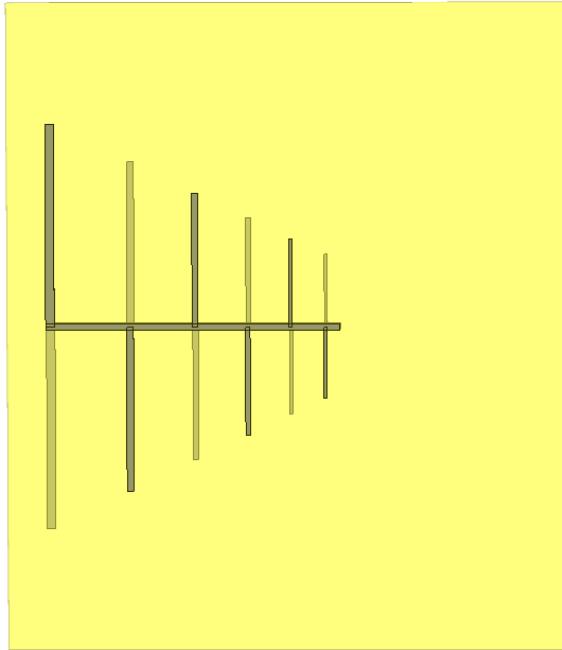
Демонстрация работы генетического алгоритма



Сходимость генетического алгоритма

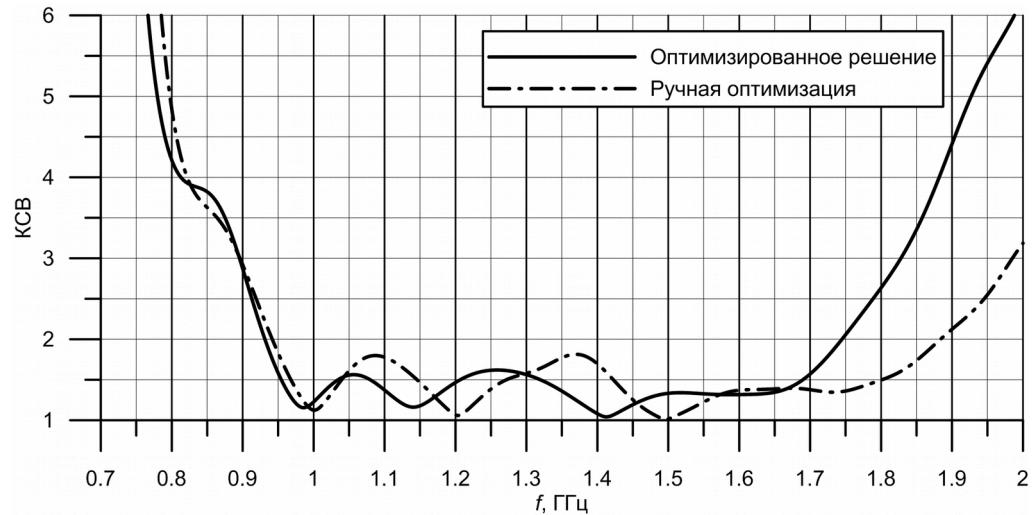
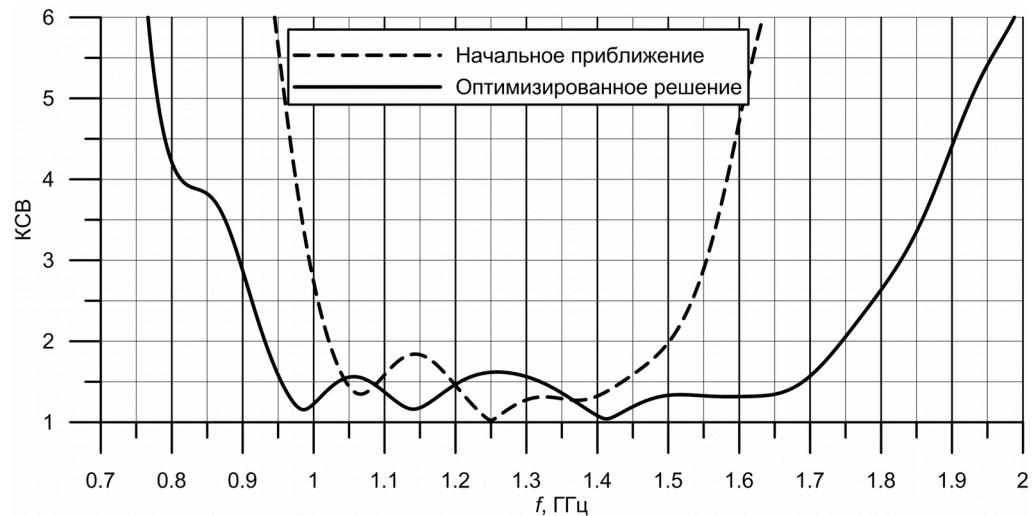


Оптимизация параметров антенны в CST Microwave Studio с помощью генетического алгоритма



Параметры алгоритма:

- Минимизация КСВ в диапазоне 0.95 – 1.65 ГГц
- Количество оптимизируемых параметров: 3
- Размер популяции: 12 особей
- Вероятность мутации: 60%
- Количество поколений: 30
- Общее количество моделирований: 187
- Время одного расчета: 3 минуты



Ссылки

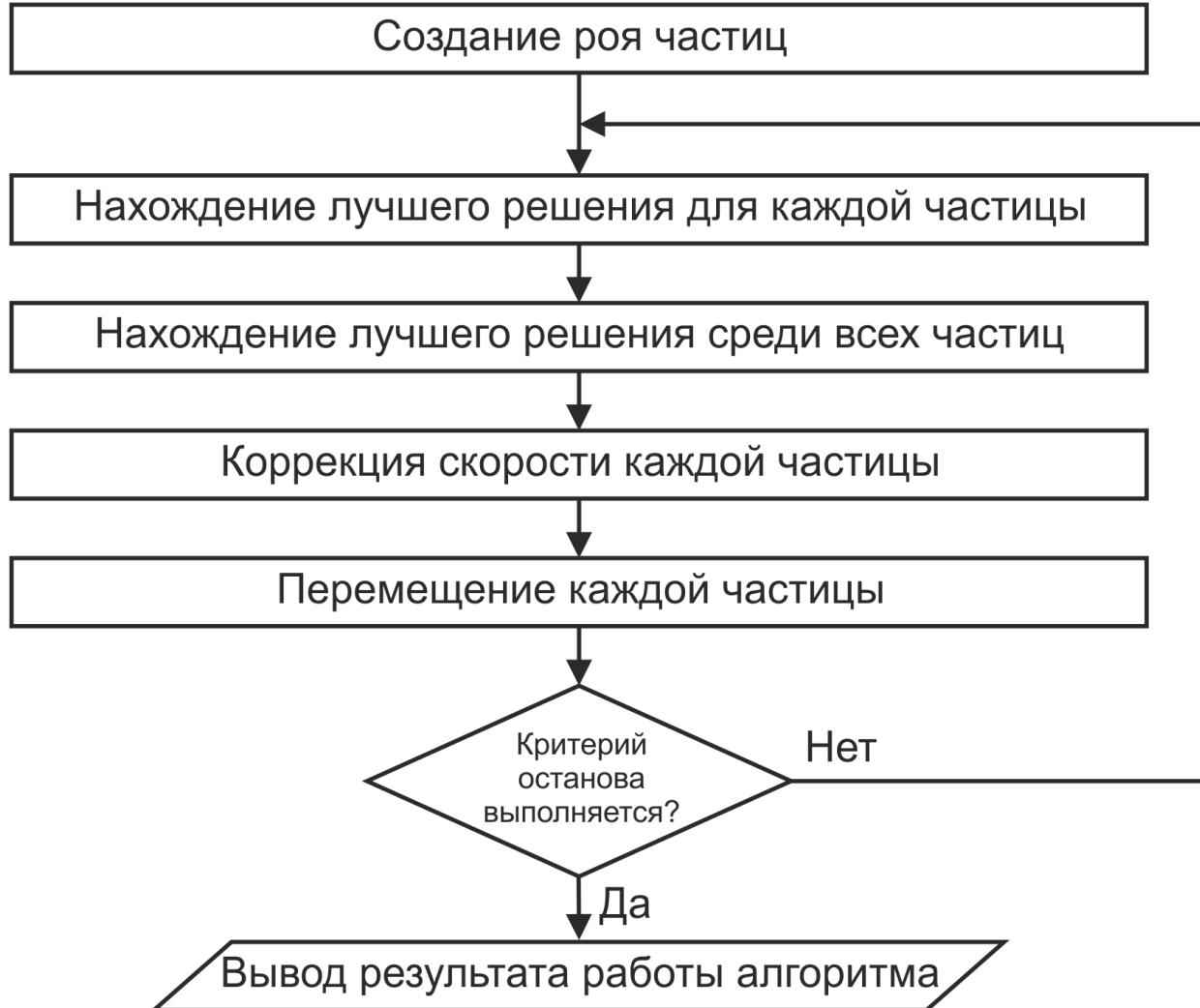
Реализация генетического алгоритма на языке C#:

<http://jenyay.net/Programming/Genetic>

Алгоритм роя частиц

Kennedy J., Eberhart R. "Particle Swarm Optimization".
Proceedings of IEEE International Conference
on Neural Networks. IV. 1995

Алгоритм роя частиц



Алгоритм роя частиц.

Коррекция скорости и координат частицы

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \underbrace{\varphi_p r_p (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_n)}_{\Delta v \text{собств}} + \underbrace{\varphi_g r_g (\mathbf{g}_i - \mathbf{x}_n)}_{\Delta v \text{глоб}}$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \mathbf{v}_{n+1}$$

\mathbf{v}_n – вектор скорости при n -ой итерации алгоритма

\mathbf{x}_n – вектор координат частицы при n -ой итерации алгоритма

\mathbf{p} – вектор координат лучшего решения, найденного частицей

\mathbf{g} – вектор координат лучшего решения, найденного всеми частицами

r_p, r_g – случайные числа в интервале $(0, 1)$

φ_p, φ_g – весовые коэффициенты

Модификации алгоритма роя частиц. Реализация «LBEST»

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{v}_t + \varphi_p r_p (\mathbf{p} - \mathbf{x}_t) + \varphi_g r_g (\underline{\mathbf{l}_i} - \mathbf{x}_{i,t})$$

\mathbf{l} – вектор координат лучшего решения, найденного среди соседних частиц

Модификации алгоритма роя частиц. Реализация с учетом инерции

$$\mathbf{v}_{t+1} = \underline{\omega(t)} \mathbf{v}_t + \varphi_p r_p (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_t) + \varphi_g r_g (\mathbf{l}_i - \mathbf{x}_t)$$

$\omega(t)$ – коэффициент инерции

Модификации алгоритма роя частиц. Канонический алгоритм

$$\underline{\mathbf{v}_{t+1}} = \underline{\chi} \left(\mathbf{v}_t + \varphi_p r_p (\mathbf{p} - \mathbf{x}_t) + \varphi_g r_g (\mathbf{l} - \mathbf{x}_t) \right)$$

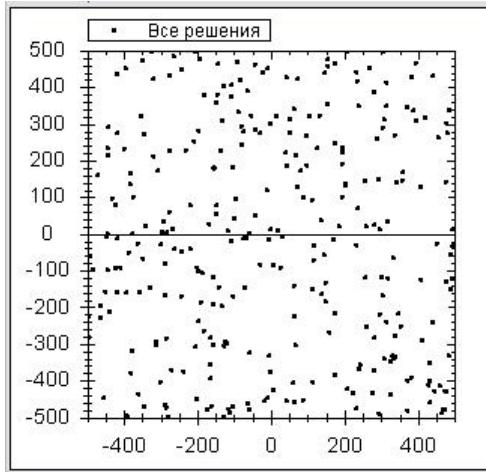
$$\chi = \frac{2k}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}$$

$$\varphi = \varphi_p + \varphi_g$$

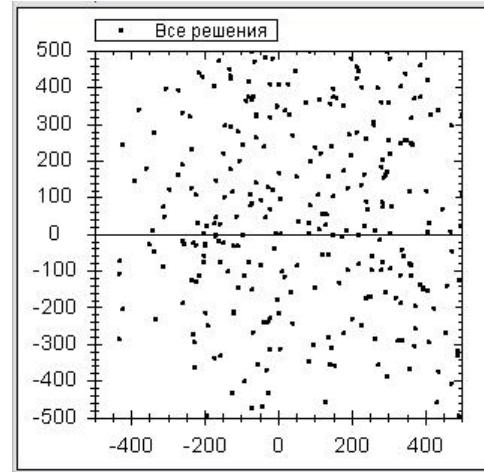
$$\varphi > 4, \quad k \in (0, 1)$$

Сходимость алгоритма роя частиц

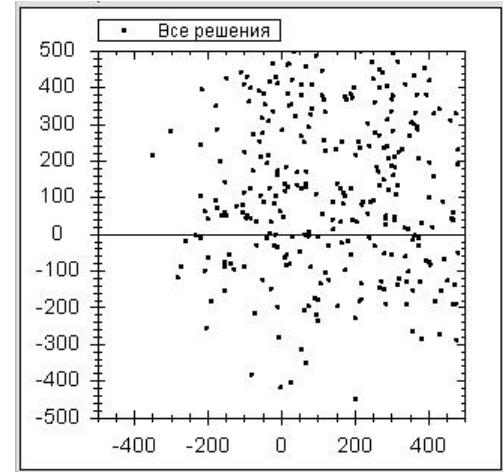
Итерация №0



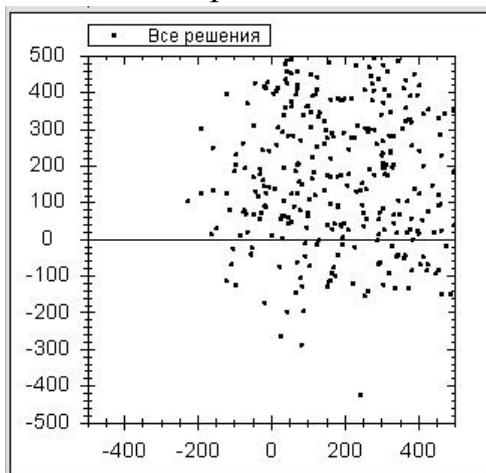
Итерация №1



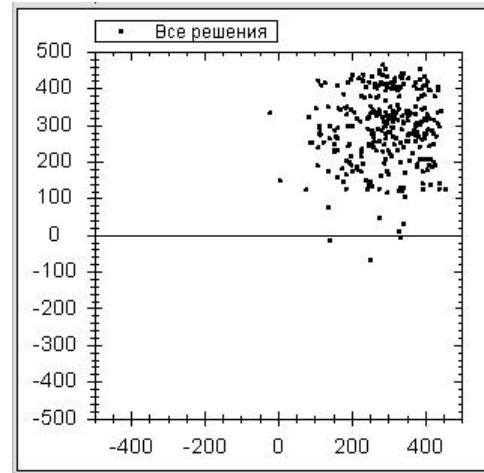
Итерация №2



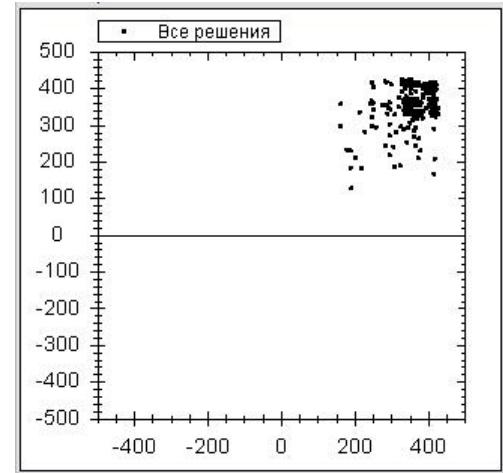
Итерация №3



Итерация №10



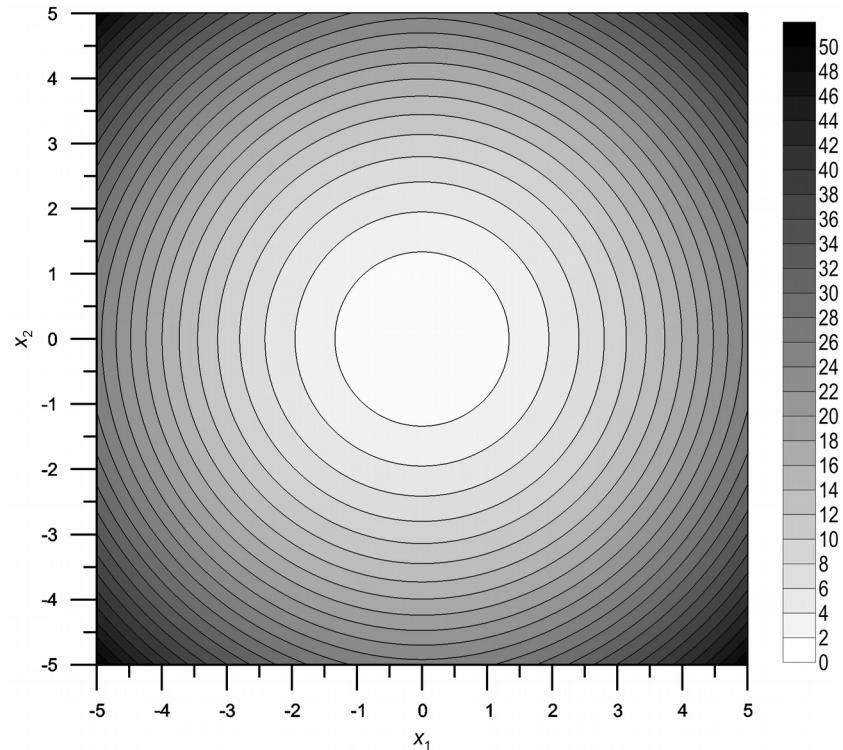
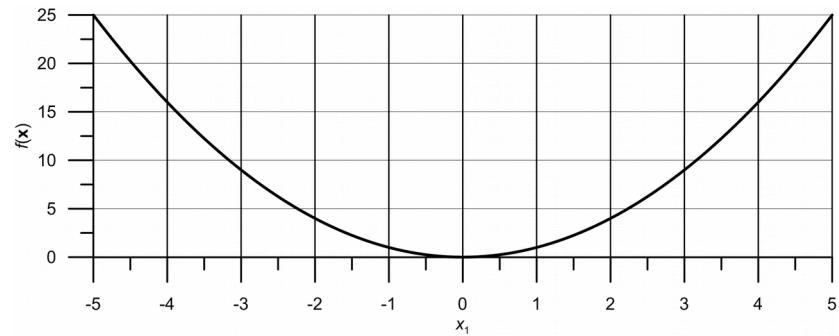
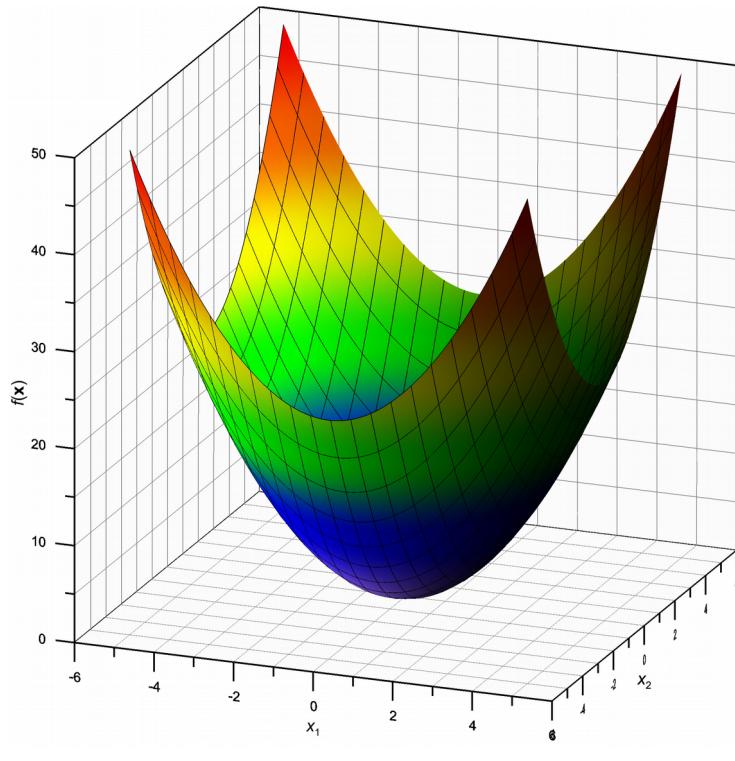
Итерация №30



Тестовые функции

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

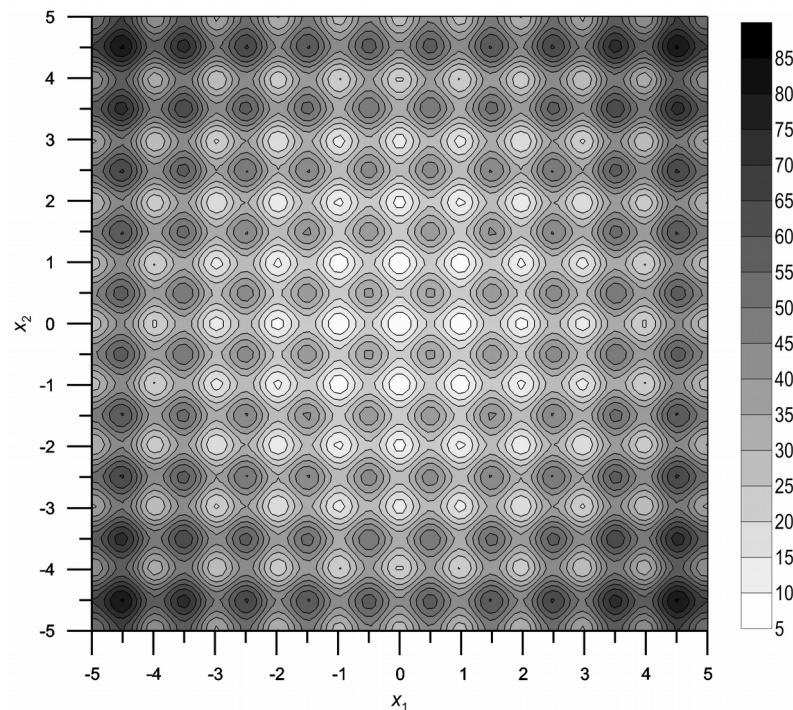
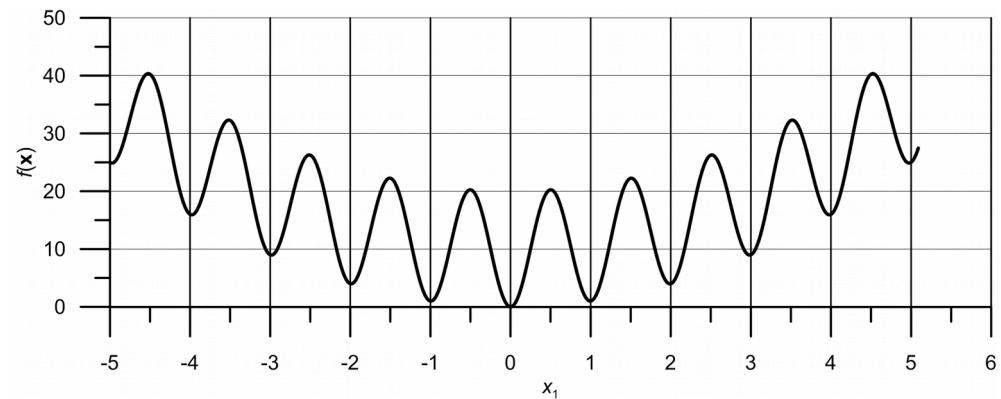
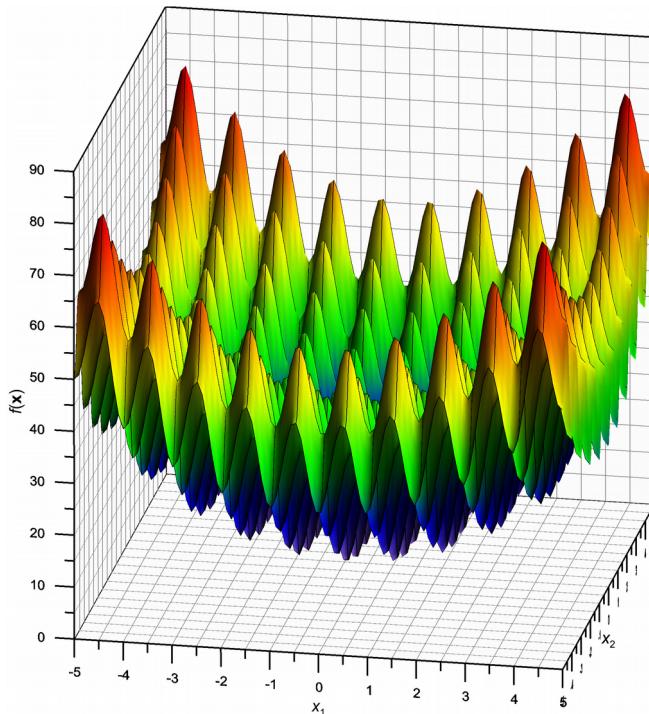
Глобальный минимум: $f(x) = 0$ при
 $x_i = 0, i = 1, \dots, n$



Тестовые функции. Функция Растигина

$$f(x) = 10n + \sum_{i=1}^n \left(x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) \right)$$

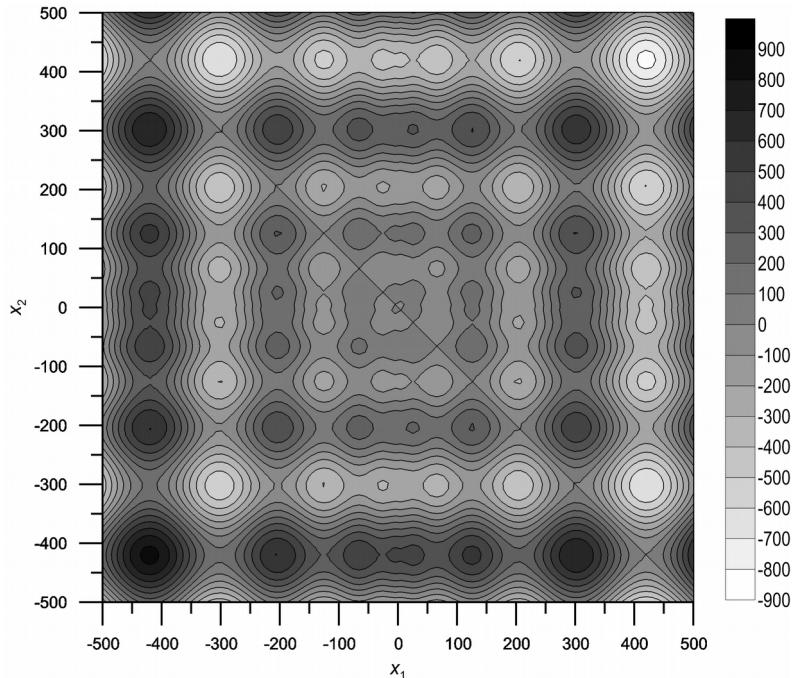
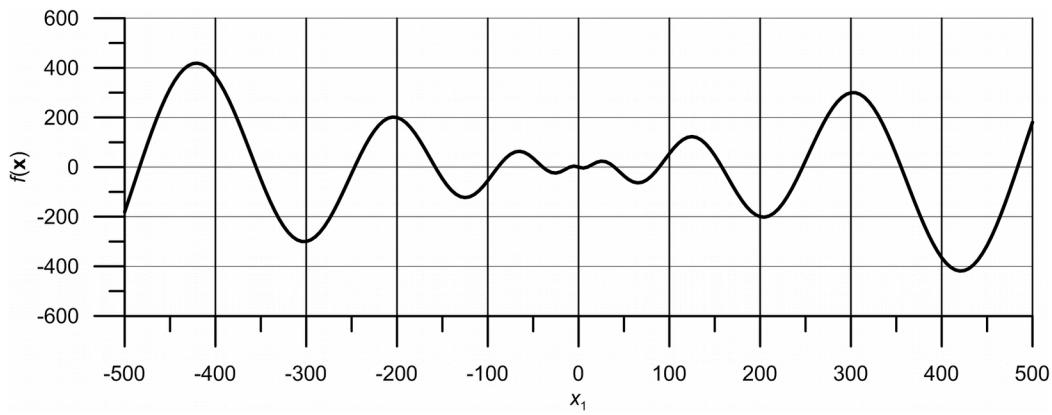
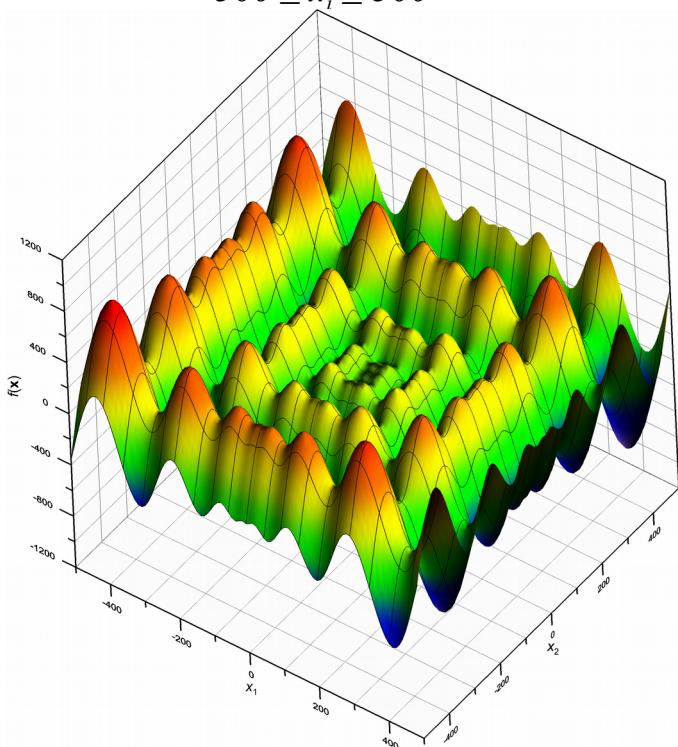
Глобальный минимум: $f(\mathbf{x}) = 0$ при
 $x_i = 0, i = 1, \dots, n,$
 $-5.12 \leq x_i \leq 5.12$



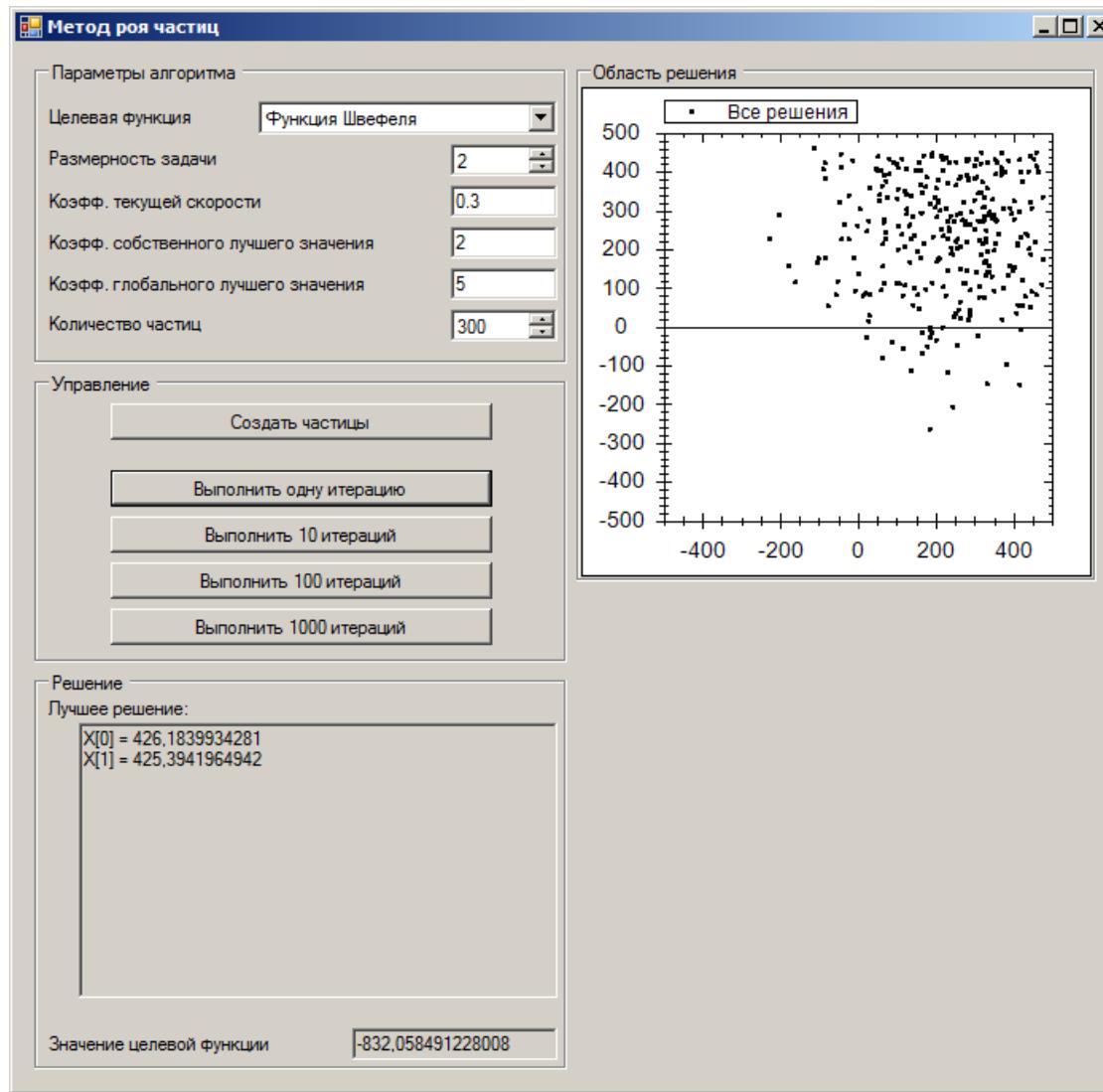
Тестовые функции. Функция Швефеля

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \left(-x_i \sin(\sqrt{|x_i|}) \right)$$

Глобальный минимум: $f(x) = -418.9829 \cdot n$ при
 $x_i = 420.9687, i = 1, \dots, n,$
 $-500 \leq x_i \leq 500$



Демонстрация работы алгоритма роя частиц



Ссылки

Алгоритм роя частиц.

Описание и реализации на языках Python и C#:

<http://jenyay.net/Programming/ParticleSwarm>

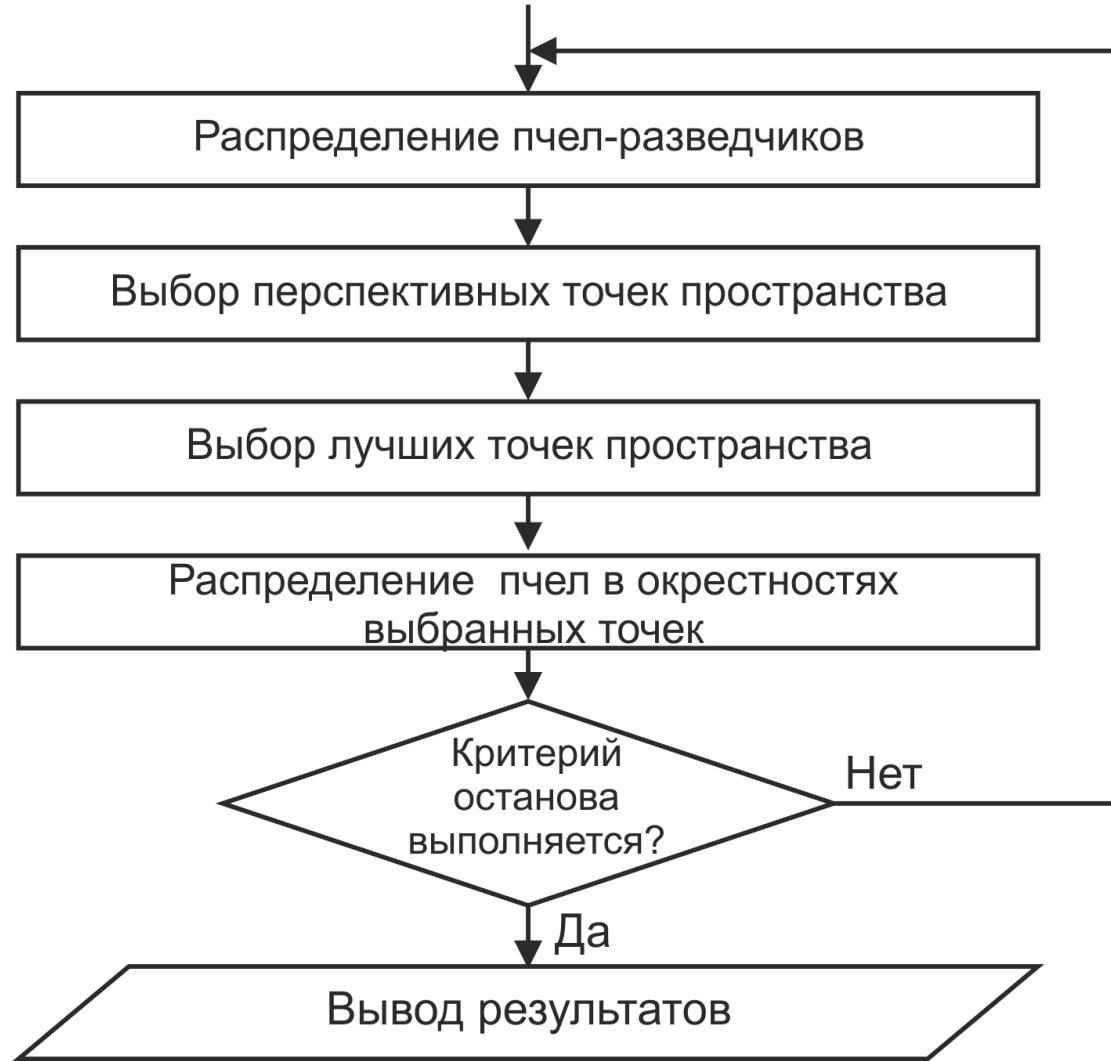
Алгоритм пчел

Pham DT, Ghanbarzadeh A, Koc E, Otri S, Rahim S, Zaidi M.

“The Bees Algorithm”.

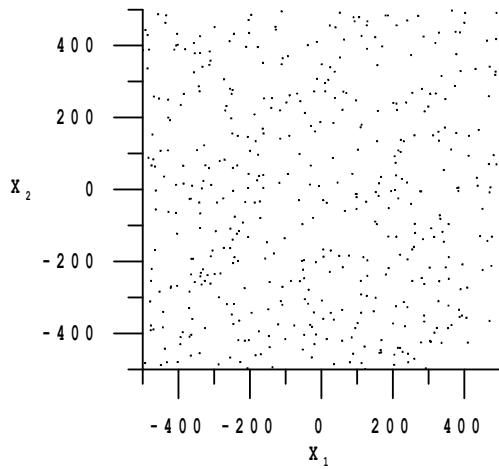
Technical Note, Manufacturing Engineering Centre, Cardiff University, UK, 2005

Алгоритм пчел

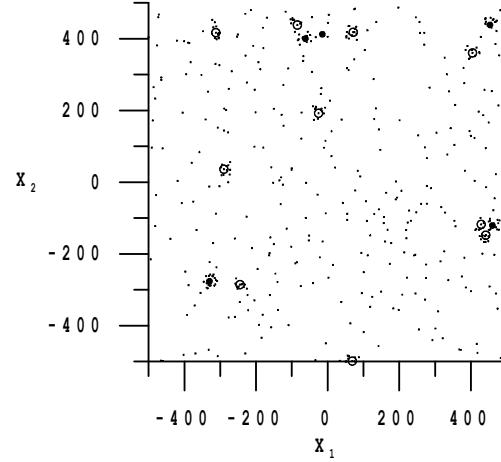


Сходимость алгоритма пчел

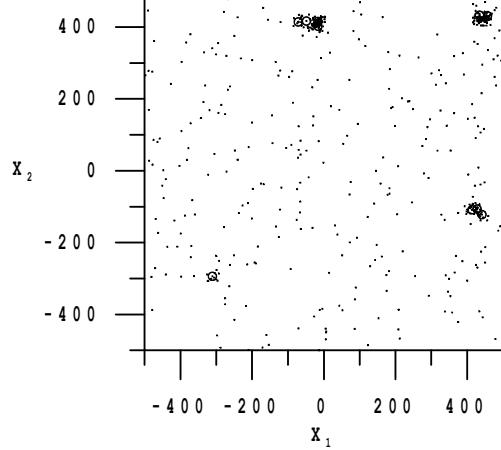
Итерация №0



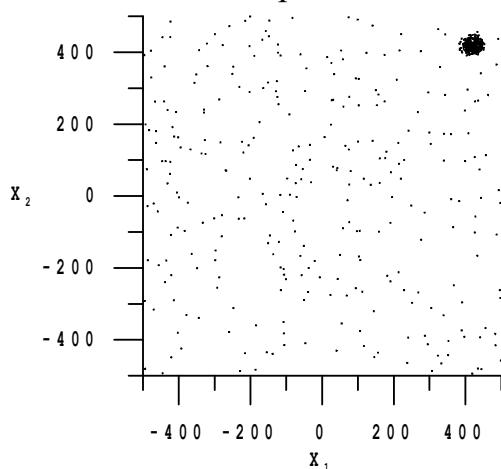
Итерация №1



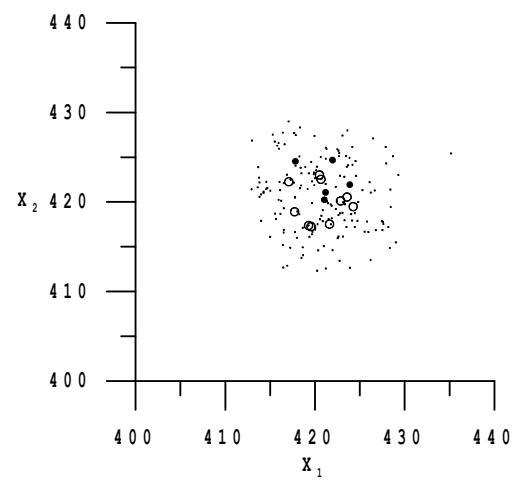
Итерация №2



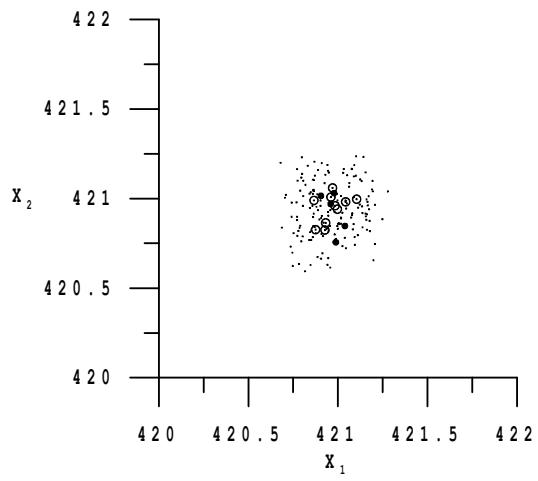
Итерация №3



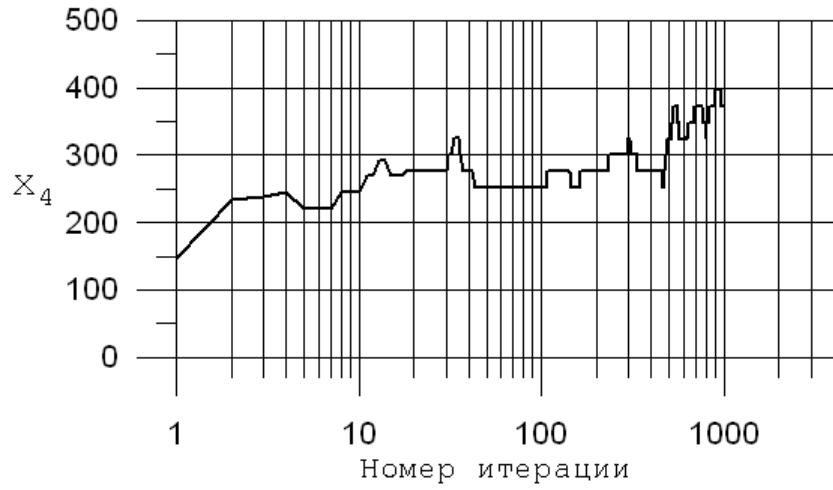
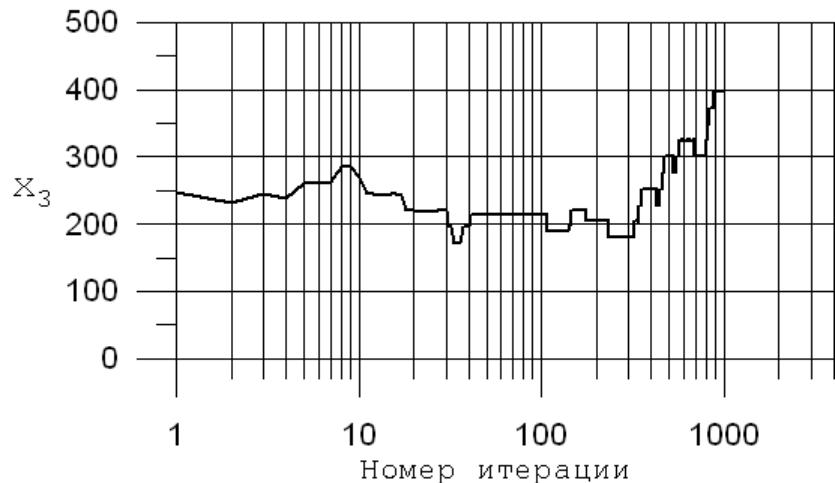
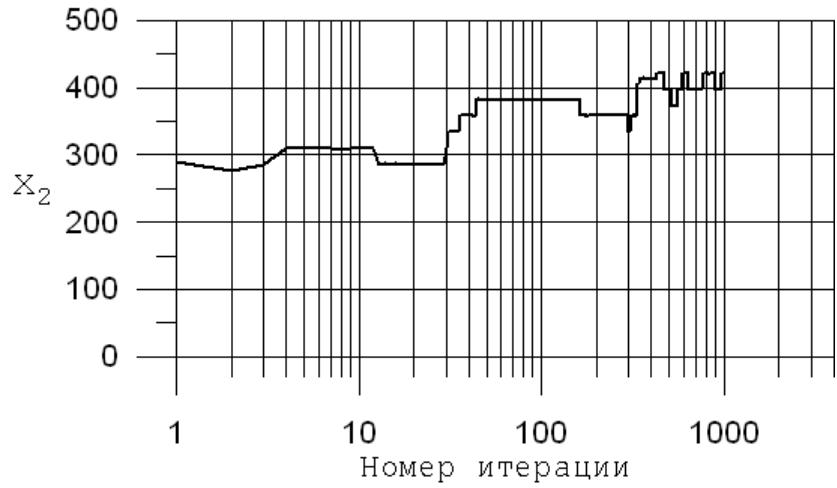
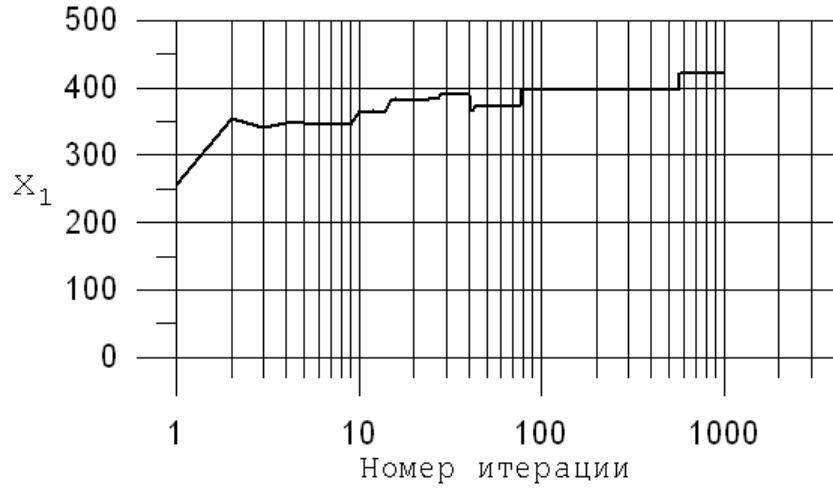
Итерация №300



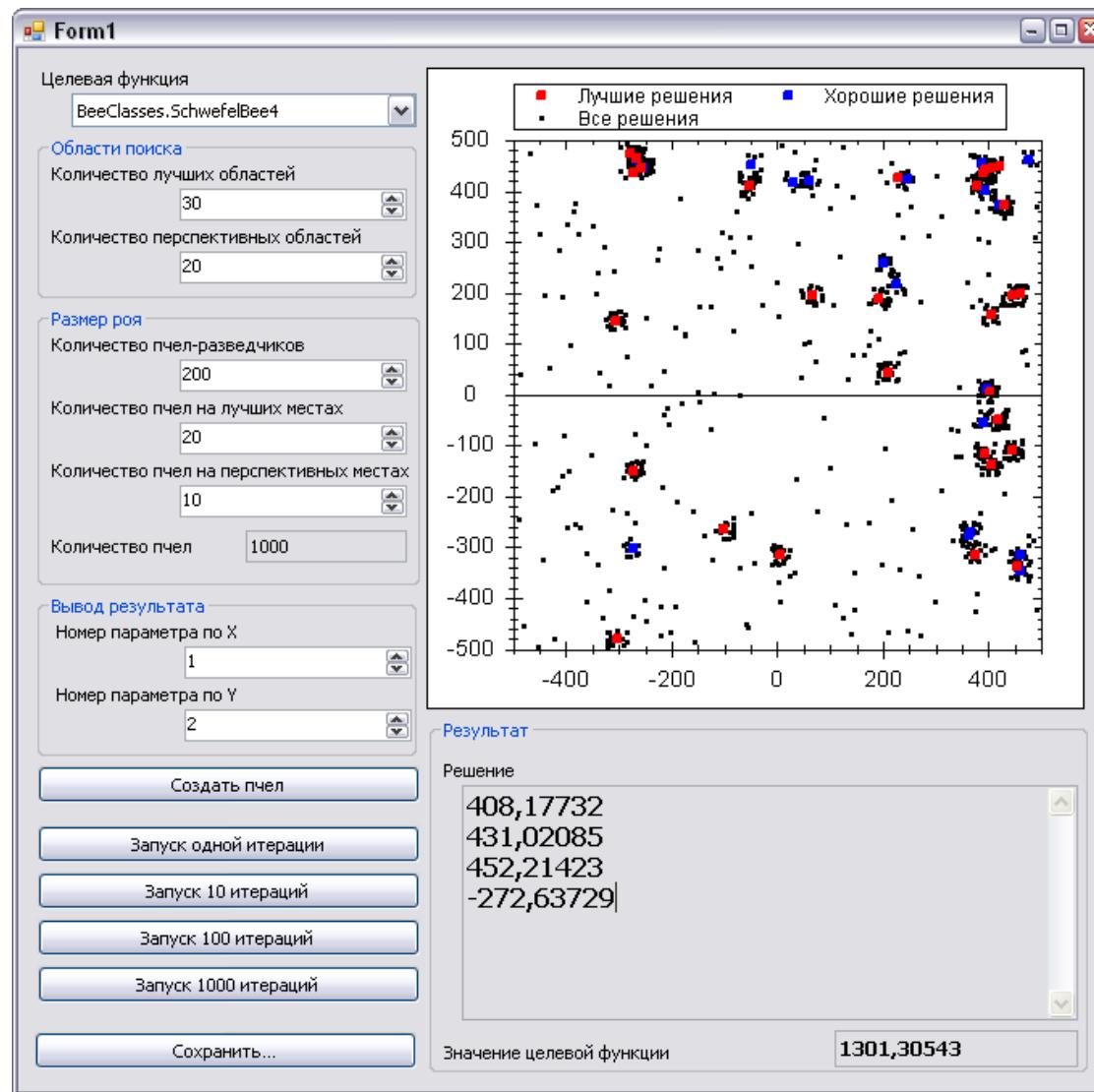
Итерация №1000



Сходимость параметров оптимизируемой функции

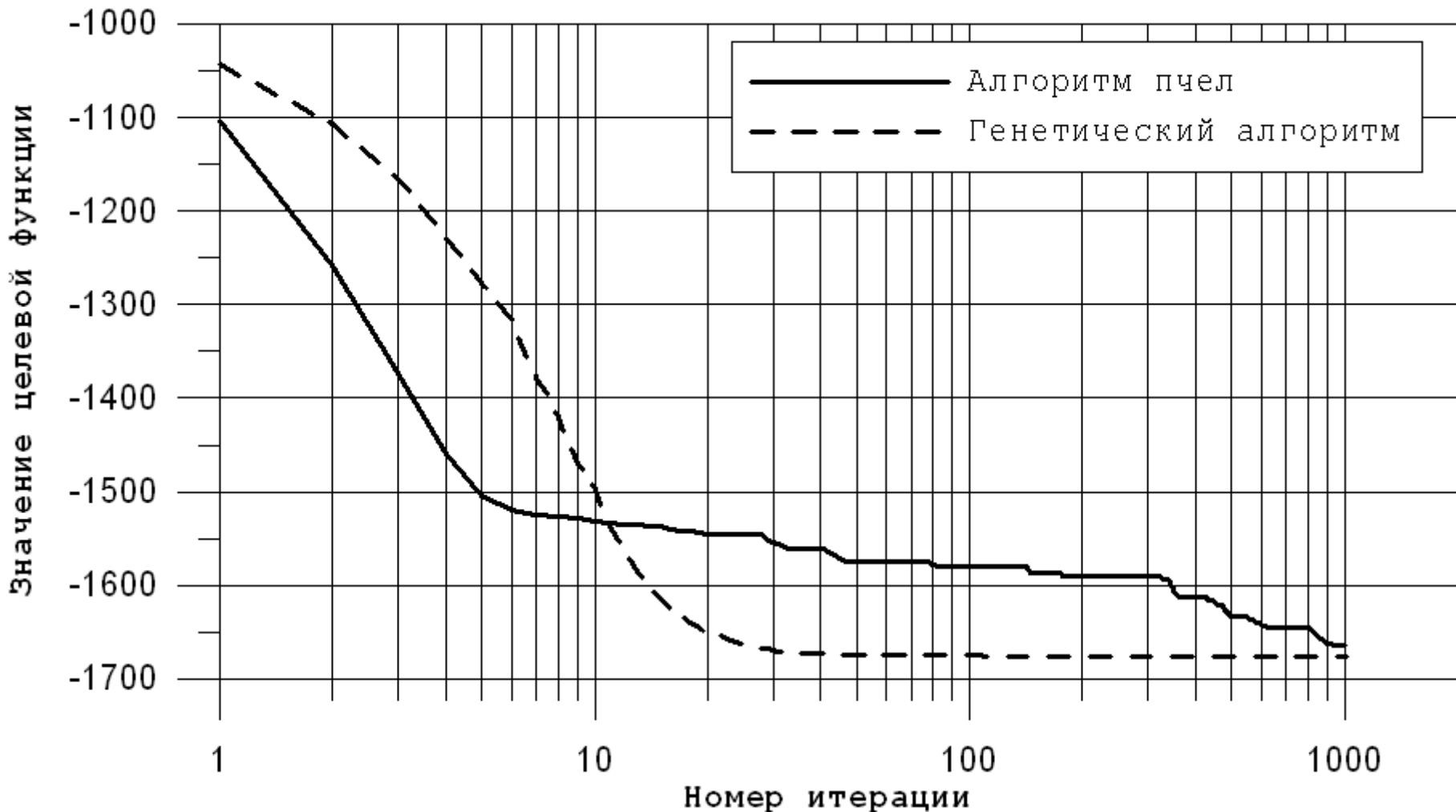


Демонстрация работы алгоритма пчел



Сравнение генетического алгоритма и алгоритма пчел на примере функции Швефеля

45



Ссылки

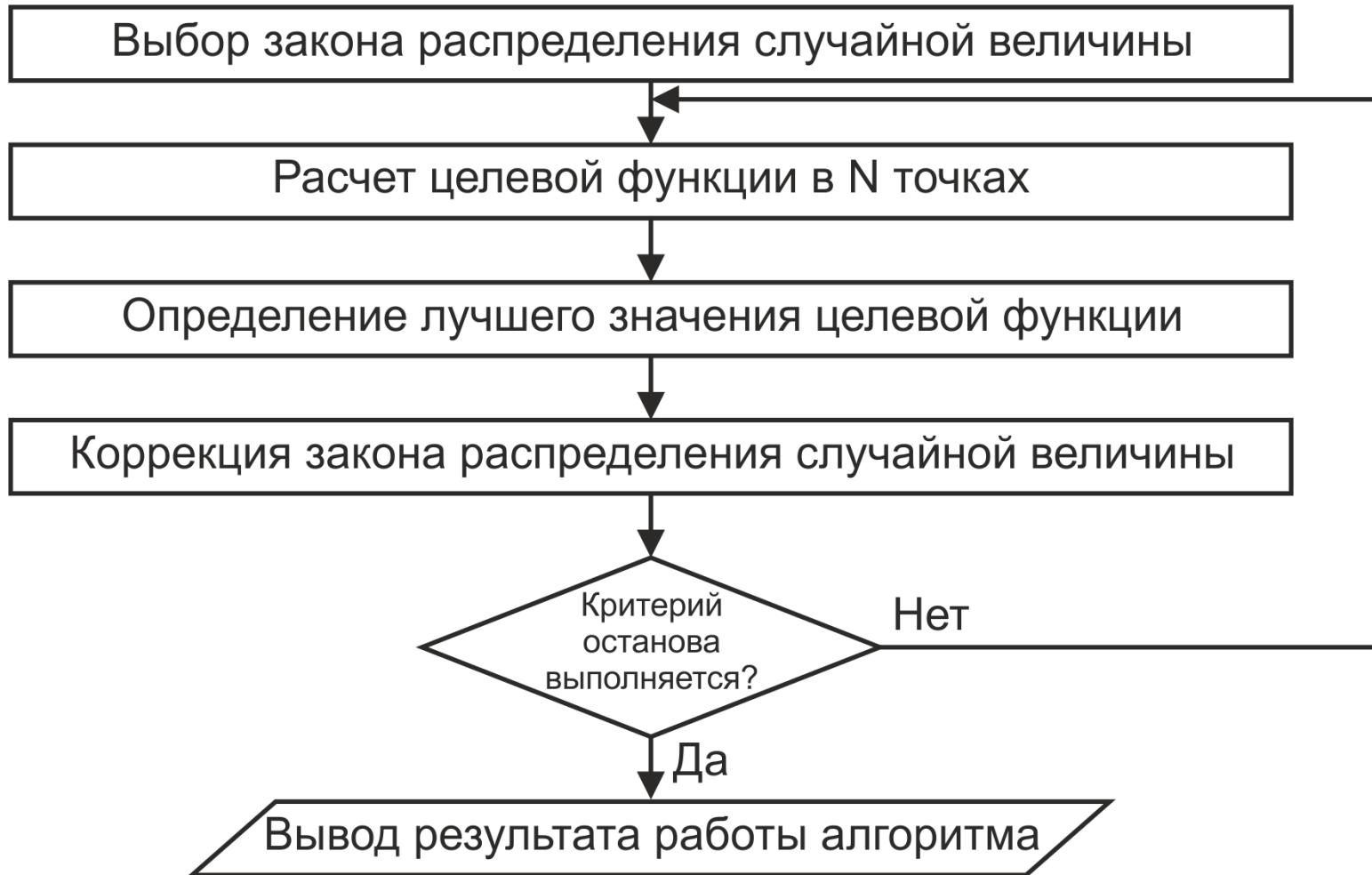
Алгоритм пчел.

Описание и реализации на языке Python:

<http://jenyay.net/Programming/Bees>

Алгоритм случайного поиска

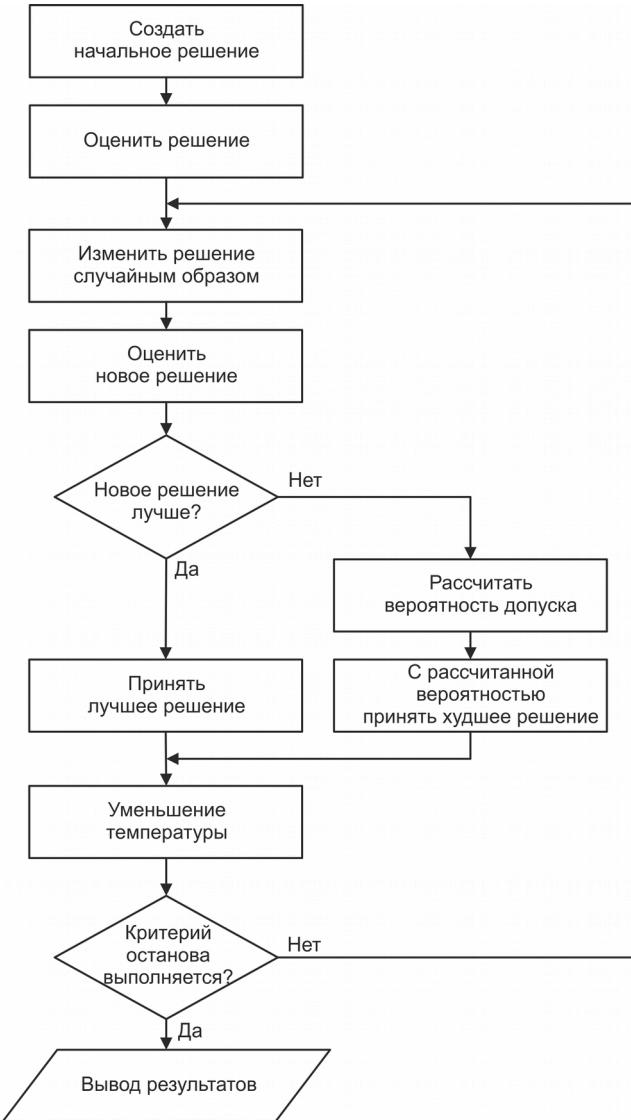
Алгоритм случайного поиска



Алгоритм имитации отжига

1. Kirkpatrick. S, Gelatt C. D., Vecchi M. P."Optimization by Simulated Annealing". *Science* 220 (4598), 1983, pp. 671–680
2. Černý, V. "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm". *Journal of Optimization Theory and Applications* 45, 1985, pp. 41–51.

Алгоритм имитации отжига



Параметры алгоритма:

- Начальная температура.
- Коэффициент α ($0 < \alpha < 1$)

Вероятность принятия худшего решения:

$$P(\Delta F) = \exp\left(-\frac{\Delta F}{T}\right)$$

$$T_{i+1} = \alpha T_i$$

$$0 < \alpha < 1$$

Другие методы глобальной оптимизации

- Метод дифференциальной эволюции.
- Bat-inspired algorithm (2010 г.)
- Firefly algorithm.
- Glowworm swarm algorithm.

Недостатки алгоритмов глобальной оптимизации

- **Большой объем вычислений**
- **Возможность пропуска оптимального решения**
- **Зависимость качества сходимости от целевой функции**