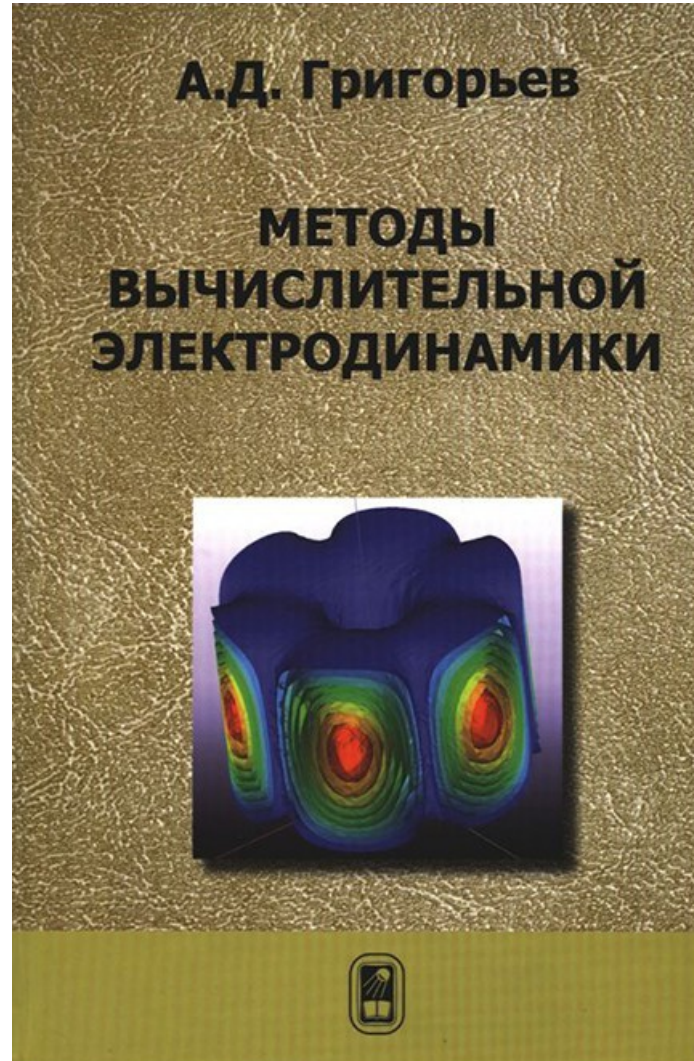


# **Моделирование антенн и устройств СВЧ**

**«Постановка задачи  
электродинамического  
моделирования»**

# Литература



## Литература

John B. Schneider.  
Understanding the Finite-Difference Time-  
Domain Method

<http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufttd/>

## Обозначения

$A$  — скалярная величина

$\mathbf{A}$  — векторная величина

# Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
  - Определение целей расчета.
  - Определение класса задачи.
  - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
  - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
  - Формулировка уравнений.
  - Формулировка начальных условий.
  - Формулировка граничных условий.
  - Описание формы расчетной области и свойств среды.
  - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

# Классы электродинамических задач

- Линейные и нелинейные задачи.
- Прямые и обратные задачи (задачи анализа и задачи синтеза).
- Начально-краевые задачи (процесс развивается во временной области) и краевые задачи (решение в частотной области).
- Задачи о вынужденных колебаниях и задачи о собственных (свободных) колебаниях (задачи на собственные значения).
- Определение размерности задачи (1D, 2D, 3D)
- Внутренние задачи и внешние задачи.
- Задачи параметрической оптимизации.

## Нелинейные среды

Среда называется нелинейной, отклик которой на действие внешнего излучения нелинейно зависит от амплитуды возмущения.

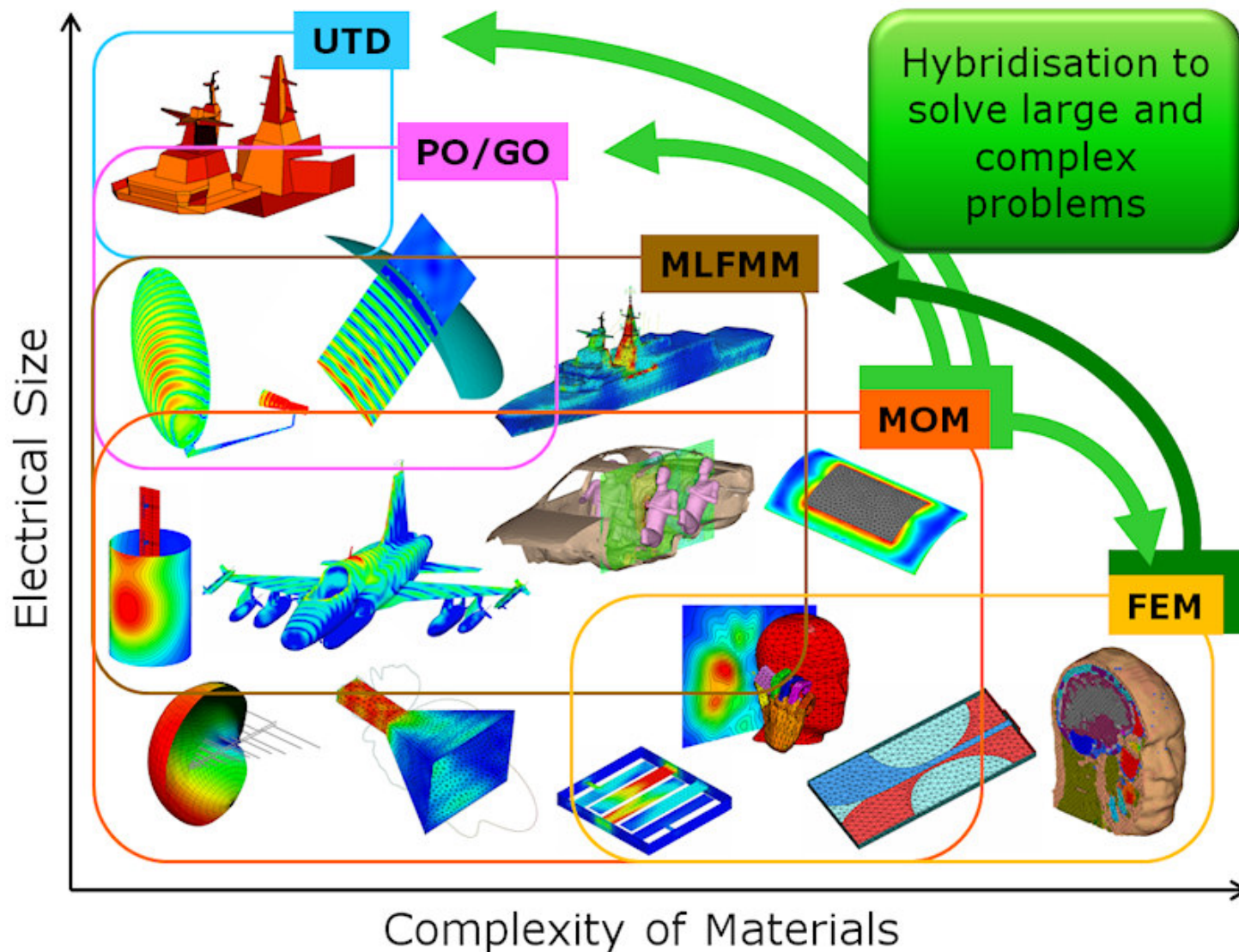
В нелинейных средах не выполняется принцип суперпозиции: отклик на сумму возмущений не равен сумме откликов на отдельные возмущения.

## Источники погрешности

- Погрешность за счет неточности исходных данных.
- Погрешность математической модели.
- Погрешность метода за счет дискретизации задачи.
- Вычислительная погрешность.



# Методы моделирования, используемые в программе FEKO



## Постановка задачи

Задачи электродинамики

```
graph TD; A[Задачи электродинамики] --> B[Внутренняя задача]; A --> C[Внешняя задача];
```

Внутренняя задача

Внешняя задача

## Внутренняя задача

Необходимо отыскать решение уравнений Максвелла или соответствующих им волновых уравнений в области  $V$ , ограниченной поверхностью  $S$ .

Это решение должно удовлетворять на поверхности  $S$  граничным условиям.

# Требования для решения внутренней задачи во временной области

Решение внутренней задачи существует и единственно, если:

1. В начальный момент времени  $t_0$  во всем объеме  $V$  заданы значения напряженностей электрического и магнитного полей.
2. На поверхности  $S$  заданы касательные составляющие  $\mathbf{E}_\tau$  или  $\mathbf{H}_\tau$ , или на части поверхности заданы  $\mathbf{E}_\tau$ , а на остальной части —  $\mathbf{H}_\tau$ .
3. В объеме  $V$  или его части электропроводность среды отлична от 0.

# Требования для решения внутренней задачи в частотной области

Решение внутренней задачи существует и единственно, если:

1. На поверхности  $S$  заданы касательные составляющие  $\mathbf{E}_\tau$  или  $\mathbf{H}_\tau$ , или на части поверхности заданы  $\mathbf{E}_\tau$ , а на остальной части —  $\mathbf{H}_\tau$ .
2. В объеме  $V$  или его части мнимые части  $\varepsilon$  и (или)  $\mu$  среды отлична от 0.

## Внешняя задача

Область моделирования не ограничена.

Например, задача излучения: в свободном безграничном пространстве необходимо найти решение неоднородного волнового уравнения, удовлетворяющего условию излучения на бесконечности.

Доказать, что решение этой задачи существует и оно единственно.

## Требования для решения внешней задачи

Решение внешней задачи существует и единственно, если:

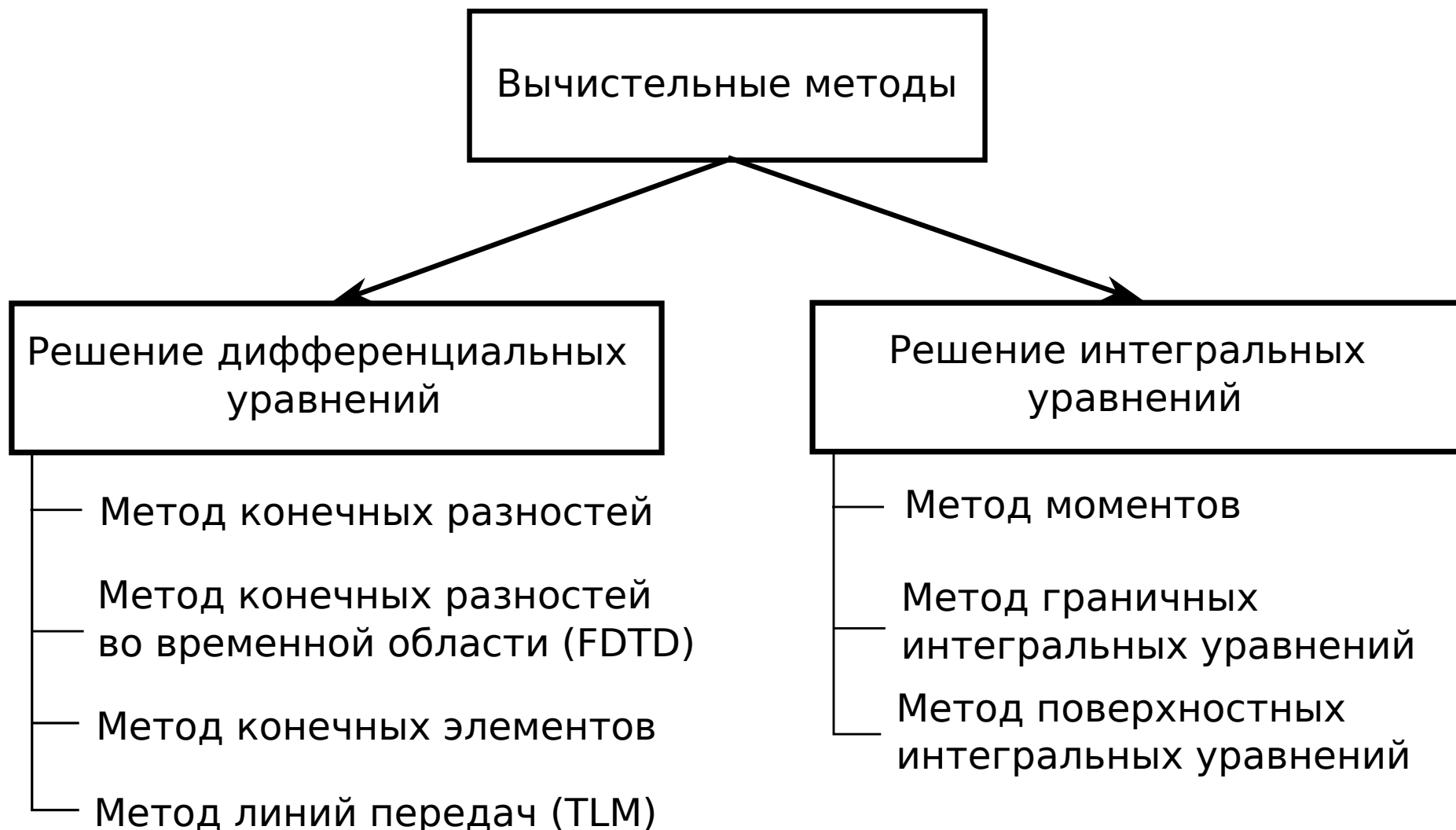
на поверхности областей, вне которых задано ЭМ поле, заданы касательные составляющие  $\mathbf{E}_\tau$  или  $\mathbf{H}_\tau$ , а энергия ЭМ поля, создаваемого источниками конечной интенсивности и размера, во всем пространстве остается конечной.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_V (\epsilon_a |\vec{E}|^2 + \mu_a |\vec{H}|^2) r^2 dr d\theta d\phi < \infty \quad (1.1)$$

$r$  — расстояние от источников

$V$  — заполняет все пространство

# Классификация вычислительных методов





---

# Граничные условия

## Поверхность раздела двух диэлектриков

Касательные составляющие напряженностей электрического и магнитного полей должны удовлетворить условиям:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\tau 1} &= \mathbf{E}_{\tau 2} \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_{\tau 2} - \mathbf{H}_{\tau 1}) &= \mathbf{J}_s^e \end{aligned}$$

$\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности раздела, направленная из первой среды во вторую,

$\mathbf{J}_s^e$  — поверхностная плотность электрического тока, протекающего по поверхности раздела

# Поверхность раздела двух диэлектриков

Нормальные составляющие индукции связаны соотношениями:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_{n2} - \mathbf{D}_{n1}) = \rho_s^e$$
$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_{n2} - \mathbf{B}_{n1}) = 0$$

$\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности раздела, направленная из первой среды во вторую,

$\rho_s^e$  — поверхностная плотность электрического заряда, находящегося по поверхности раздела

# Поверхность раздела диэлектрика и идеального проводника

Касательная составляющая вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  равна нулю

$$E_{\tau} = 0$$

Нормальная составляющая вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  равна нулю

$$H_n = 0$$

# Поверхность раздела диэлектрика и идеального магнетика

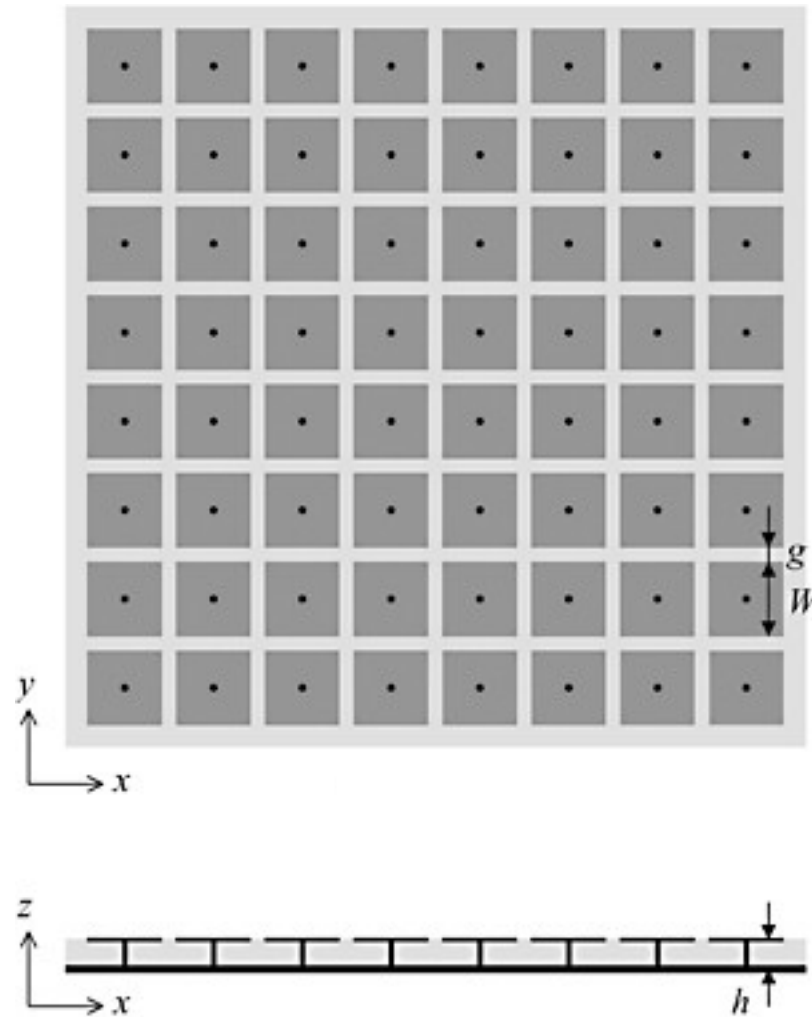
Касательная составляющая вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  равна нулю:

$$H_{\tau} = 0$$

Нормальная составляющая вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  равна нулю

$$E_n = 0$$

# Electromagnetic Band Gap (EBG)



# Поверхность раздела диэлектрика и металла с конечной проводимостью

Поле в диэлектрике с потерями уменьшается экспоненциально:

$$|\dot{\mathbf{E}}(x)| = |\dot{\mathbf{E}}_0| e^{-x/\delta}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

# Поверхность раздела диэлектрика и металла с конечной проводимостью

Приближенные граничные условия Леонтовича  
(импедансные граничные условия):

$$\dot{\mathbf{E}}_{\tau} = \dot{Z}_s (\dot{\mathbf{H}}_{\tau} \times \mathbf{n})$$

$\dot{\mathbf{E}}_{\tau}, \dot{\mathbf{H}}_{\tau}$  — касательные составляющие комплексных амплитуд напряженности электрического и магнитного полей

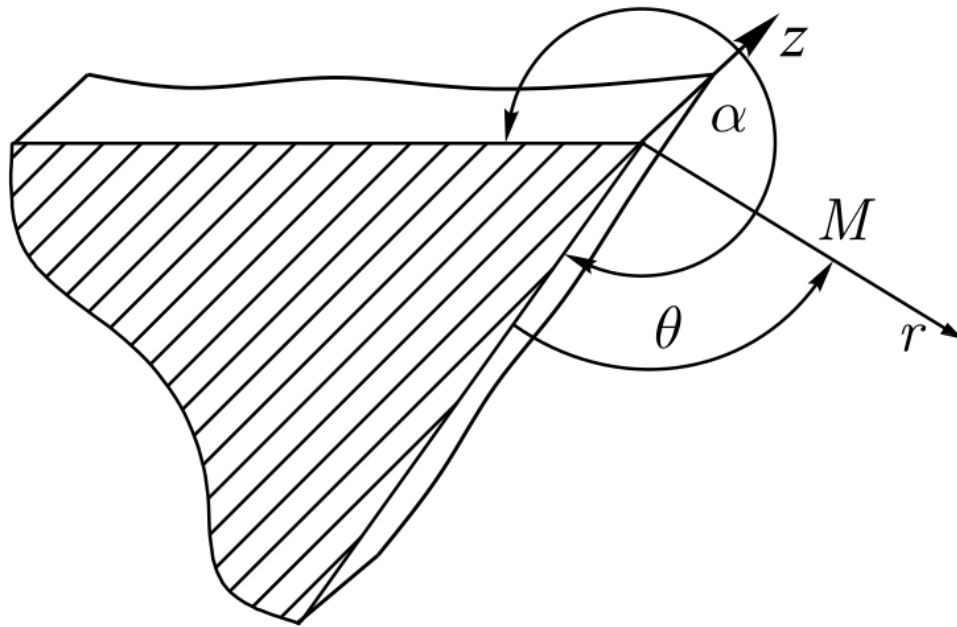
$\dot{Z}_s$  — поверхностное сопротивление металла

$$\dot{Z}_s = (1 + i) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}}$$

Эти условия справедливы, если радиус кривизны поверхности металла много больше глубины проникновения.



## Граничные условия на ребре



Электромагнитная энергия, запасенная в любом конечном объеме вблизи ребра, должна оставаться конечной.

Любая составляющая векторов **Е** и **Н** при приближении к ребру должна расти не быстрее, чем  $r^{\tau-1}$ ,  $\tau > 0$

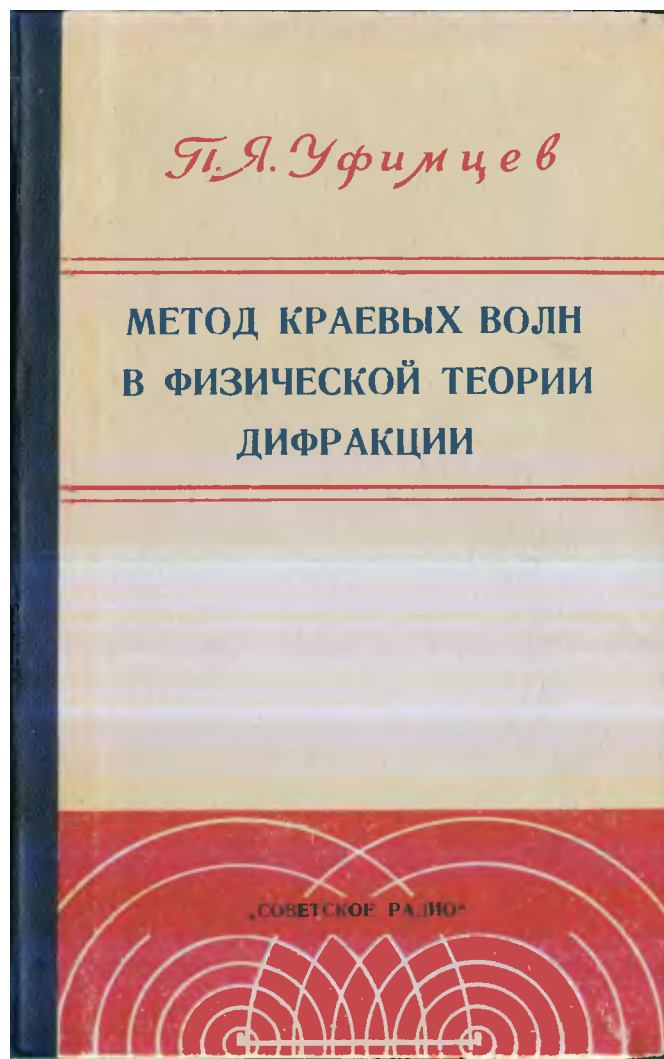
$r$  — расстояние от ребра до точки наблюдения.

$\tau$  — определяется электрофизическими свойствами сред, образующих ребро, и формой поверхностей раздела.

# Lockheed F-117 Nighthawk



# «Метод краевых волн в физической теории дифракции», 1962 г.





## Условие излучения

Энергия поля должна быть конечной.

Напряженность электрического и магнитного полей должна убывать на бесконечности быстрее, чем  $1 / r$ .

Условие излучения Зоммерфельда:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ r \left[ \frac{\partial}{\partial r} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} - \sqrt{\epsilon \mu} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} \right] \right\} = 0$$