

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Transcrição de um sistema óptico para um circuito
quântico

Santo André - SP

07/2020

Implementação do canal de decoerência

Com base no trabalho da referência ¹ nós detalhamos um sistema óptico quântico capaz de simular canais de decoerência. Nesse contexto os qubits serão codificados em polarizações de um único fóton, enquanto que a interação com o ambiente é implementada ao acoplamento da polarização de cada fóton com seu momento (modos espaciais). Essa escolha garanti a implementação controlada entre S (sistema de interesse) e E (ambiente).

Figura-1 mostra o interferômetro de Mach- Zehnder modificado, que é usado para implementar o canal de decaimento de amplitude.

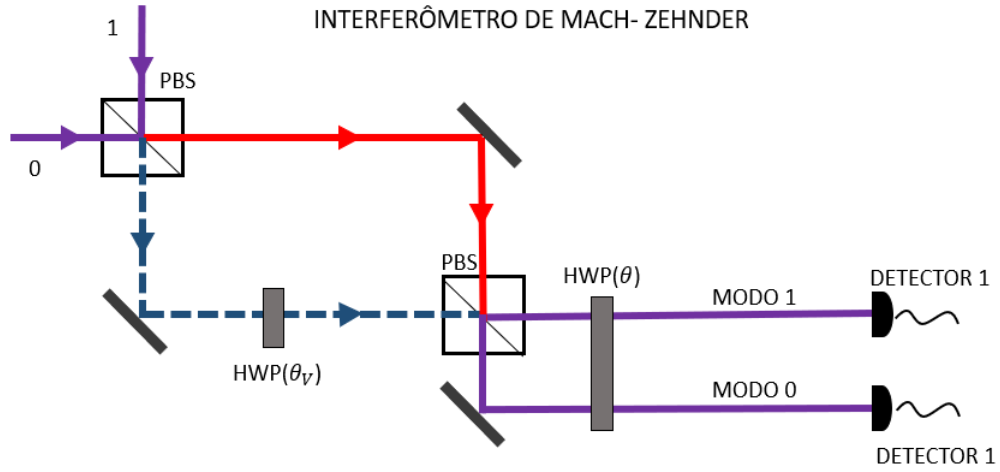


Figura 1: Aparato experimental para implementação de mapas quânticos. O PBS na porta de entrada divide as polarizações: horizontal (linha vermelha) e vertical (linha tracejada azul). A placa de meia onda $HWP(\theta_V)$ rotaciona a componente vertical permitindo que o fóton tenha probabilidade de ser transmitido no segundo PBS, na saída.

Um fóton incidente preparado na superposição passa através de um divisor de feixe de polarização (PBS), que divide as componentes horizontal (transmitida) e vertical (refletida), fazendo com que eles se propaguem em diferentes caminhos dentro do interferômetro. As placas de meia onda $HWP(\theta_V)$ e $HWP(\theta)$ rotacionam as polarizações V e H. A trajetória de um fóton com polarização vertical, é rotacionada pela $HWP(\theta_V)$ de modo que $|V\rangle \longrightarrow \alpha|V\rangle + \beta|H\rangle$, e ele deixa o interferômetro pelo modo 0 com probabilidade $|\alpha|^2$ e pelo modo 1 com probabilidade $|\beta|^2$. Se, as polarização não são rotacionadas, os fótons só deixam o interferômetro pelo modo 0.

¹A. Salles, F. de Melo, M.Almeida, M. Hor-Meyll, S. P. Walborn, P. H. Souto Ribeiro, and L. Davidovich, Phys. Rev. A **78**, 022322 (2008).

Com as placas de meia onda definindo um ângulo θ_V e $\theta = 0$, o interferômetro de MZ realiza as transformações:

$$\begin{aligned} |0\rangle|H\rangle &\rightarrow |0\rangle|H\rangle, \\ |0\rangle|V\rangle &\rightarrow \sqrt{1-p}|0\rangle|V\rangle + \sqrt{p}|1\rangle|H\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

e indentificando $p = \sin^2(2\theta_V)$, o interferômetro simula o canal quântico de decaimento de amplitude. A dinâmica representada por esse mapa tem os seguintes operadores de Kraus (em relação a base computacional $\{|0\rangle, |1\rangle\}$):

$$\begin{aligned} M_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{pmatrix}, \\ M_1 &= \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Consideraremos que o estado inicial do qubit esteja na superposição $|\chi\rangle = \alpha|V\rangle + \beta|H\rangle$. Utilizando a representação de operador soma, encontramos o estado evoluído sob ação do canal de decaimento de amplitude

$$\rho_S(p) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 + p|\beta|^2 & \alpha\beta^*\sqrt{1-p} \\ \alpha^*\beta\sqrt{1-p} & (1-p)|\beta|^2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

onde, $0 \leq p \leq 1$. Podemos ver que esse estado perde coerência com o aumento de p . Também a “população” de $|V\rangle$ é transferida para $|H\rangle$.

A Figura-2, mostra uma leitura da simulação do canal ruidoso implementada no interferômetro de MZ, feita por um circuito quântico.

Levando para o contexto das portas quânticas controladas, o PBS funciona como uma porta de controle da polarização no subsistema modo. No circuito essa operação é representada por uma porta CNOT, que na forma matricial é dada pela seguinte forma:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

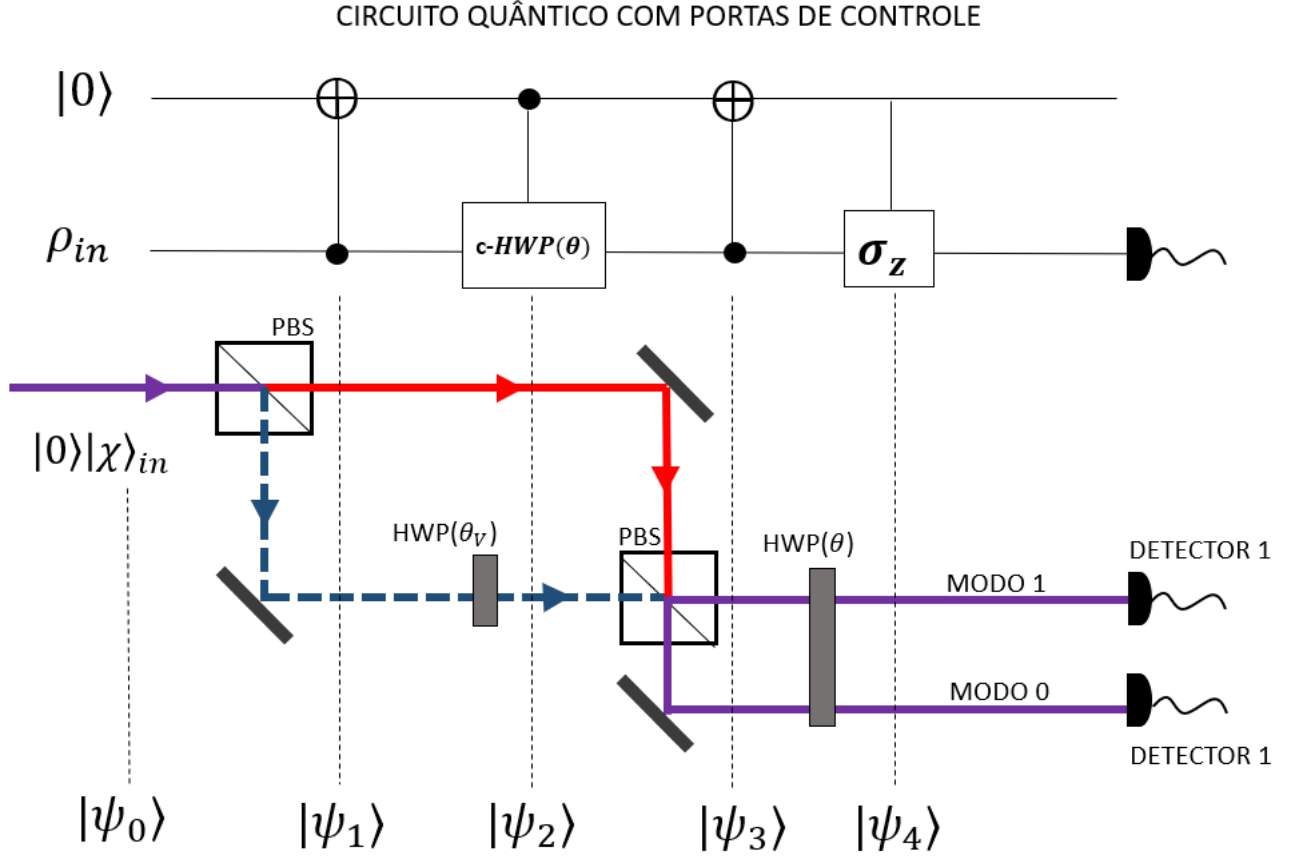


Figura 2: Interferômetro de MZ representando uma interação dissipativa entre um qubit e seu ambiente. A evolução do sistema registrada por um conjunto de portas lógicas formando um circuito quântico.

com relação a base: $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$. No caso da placa de meia onda, sua ação no circuito é representada por uma porta de controle do modo na polarização, ela opera semelhante a uma placa de meia onda no subsistema polarização. Sua representação matricial é dada pela matriz:

$$C_{HWP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ 0 & 0 & \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Por último, nós temos uma placa de meia onda na saída do interferômetro $HWP(\theta)$ que foi introduzida para remover uma diferença relativa de π que surge quando aplicamos as

operações CNOT. No circuito esse acúmulo de fase é removido com uma operação de σ_z .

Aplicamos as quatro operações (ver Figura-2.) no estado inicial $|\psi_0\rangle = |0\rangle|\chi\rangle$,

$$|\psi_4\rangle = (\sigma_z)(C)(C_{HWP})(C)|\psi_0\rangle. \quad (4)$$

Nós obtemos,

$$|\psi_4\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \cos(2\theta) \\ \beta \sin(2\theta) \\ 0 \end{pmatrix},$$

ou seja,

$$|\psi_4\rangle = \alpha|0\rangle|H\rangle + \beta \cos(2\theta)|0\rangle|V\rangle + \beta \sin(2\theta)|1\rangle|H\rangle. \quad (5)$$

Trançando os graus de liberdade do ambiente, o estado do sistema é

$$\rho_S(p) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 + p|\beta|^2 & \alpha\beta^*\sqrt{1-p} \\ \alpha^*\beta\sqrt{1-p} & (1-p)|\beta|^2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Esse é o mesmo estado que foi obtido a partir do interferômetro de Mach-Zehnder. Note que p é o tempo parametrizado. A evolução do tempo é simulada pelas rotações do ângulo θ_V da placa de meia onda, onde foi definido $p = \sin^2(2\theta_V)$ e/ou $1-p = \cos^2(2\theta_V)$.

De outro ponto de vista, nós podemos efetuar o controle do modo na polarização C_{HWP} a partir de uma porta Hadamard, pensando da seguinte maneira:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_z + \sigma_x) \quad ou \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},$$

e de uma forma mais geral, reescrevemos:

$$H(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\sigma_z \cos \theta + \sigma_x \sin \theta] \quad ou \quad H(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}.$$

Utilizando a expressão acima podemos construir uma porta de controle, cujas transformações serão restritas ao subespaço gerado pelas polarizações. A aplicabilidade do controle, usando a equação (3), é agora substituída pela matriz

$$H'(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Note que, $H(\theta)$ e $H'(\theta)$ são respectivamente para o caso de um e de dois qubits. Substituindo C_{HWP} por H' na equação (4) nós obtemos o estado final:

$$|\psi_4\rangle = \alpha|0\rangle|H\rangle + \beta \cos \theta|0\rangle|V\rangle + \beta \sin \theta|1\rangle|H\rangle. \quad (8)$$

Traçando os graus de liberdade em modos, nós obtemos o estado do sistema

$$\rho'_S(p) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 + p|\beta|^2 & \alpha\beta^*\sqrt{1-p'} \\ \alpha^*\beta\sqrt{1-p'} & (1-p')|\beta|^2 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

que é o mesmo estado que foi obtido anteriormente, equações: (2) e (6). A única diferença ocorre entre p e p' , onde $p \rightarrow p'$ quando $2\theta \rightarrow \theta$. Assim, utilizando essa alternativa a estrutura do circuito na Figura-2 continua sendo mantida, contudo, ocorre apenas uma leve mudança na matriz de controle dos modos que, por sua vez não reflete na forma do estado do qubit de interesse. Pode-se observar que em ambos os casos, os estados alcançados são semelhantes ao estado adquirido por meio de um canal quântico de decaimento de amplitude.

Um exemplo comumente citado, é a utilidade que esse mapa tem de descrever a interação de um átomo de dois níveis com um campo eletromagnético de único modo, dentro de uma cavidade de alta qualidade. Nesse caso, a excitação oscila entre o átomo e o campo, e $p = \sin^2(\Omega t/2)$, onde Ω é a frequência de Rabi do vácuo. Conforme a Figura-2 o circuito pode ser utilizado para implementação que descreve uma interação dissipativa entre o qubit e seu ambiente.

Uma questão muito importante que se pode destacar aqui, é o processo de seleção otimizado do número de operações quânticas que compõem o circuito. Isso tem um efeito direto no rendimento obtido, na hora de uma implementação experimental. Nesse caso, podemos repensar ou reescrever o circuito na Figura-2 de uma forma mais simples, de maneira que nele possua menos operações de controle.

De acordo com a referência ² o canal de decaimento de amplitude pode ser modelado de uma forma mais simples, conforme a Figura-3.

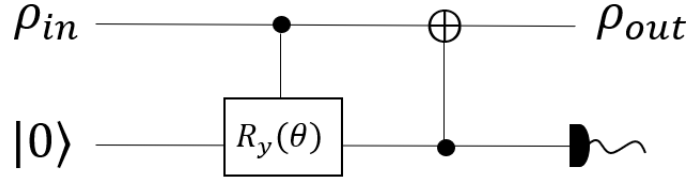


Figura 3: Modelo de circuito quântico para o canal de decaimento de amplitude.

Note que, agora o número de operações é a metade com relação ao caso anterior. $R_y(\theta)$ é a operação de rotação em torno do eixo-y na esfera de Bloch. No caso do circuito que envolve dois qubits a matriz que representa a operação controlada tem a forma

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta/2) & -\sin(\theta/2) \\ 0 & 0 & \sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Aplicando as operações no estado inicial $|\psi_0\rangle = |0\rangle|\chi\rangle$,

$$|\psi\rangle = (C)R_y(\theta)|\psi_0\rangle. \quad (11)$$

Nós obtemos

$$|\psi_4\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \sin(\theta/2) \\ \beta \cos(\theta/2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

²M. Nielsen, I. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2000).

ou

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle_S|0\rangle_E + \beta \cos(\theta/2)|1\rangle_S|0\rangle_E + \beta \sin(\theta/2)|0\rangle_S|1\rangle_E. \quad (12)$$

O estado do sistema é obtido da seguinte forma:

$$\rho_S = Tr_E(|\psi\rangle\langle\psi|) \Rightarrow \rho_S(\gamma) = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 + \gamma|\beta|^2 & \alpha\beta^*\sqrt{1-\gamma} \\ \alpha^*\beta\sqrt{1-\gamma} & (1-\gamma)|\beta|^2 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

onde, $\gamma = \sin^2(\theta/2)$. O estado do sistema de interesse é adquirido com menos operações quânticas, o circuito acima é constituído de duas operações de controle ao invés de três. Nesse caso, nós temos duas portas controladas: uma do sistema de interesse para o ambiente (porta de controle com a rotação) e outra do ambiente para o estado de interesse (porta de controle C padrão). A porta de controle rotação, faz o papel da porta de controle C_{HWP} do primeiro circuito (ver Figura-2), e a porta de controle padrão C nesse caso funciona como controle dos modos sobre o qubit codificado em polarizações.

Nós vimos três maneiras de transcrever o mapa de decaimento de amplitude implementado no interferômetro de Mach- Zehnder através de portas quânticas universais. O primeiro circuito (Figura-2) constituído de quatro operações quânticas; três operações controladas e uma operação aplicada diretamente no sistema global (sistema mais ambiente). O primeiro caso em que encontramos o estado de emissão espontânea, utilizamos o conceito de porta de controle geral, usando a representação matricial padrão em ótica quântica de uma placa de meia HWP, como uma porta de controle C_{HWP} . No segundo caso, reescrevemos a operação controlada HWP sob a forma de uma porta Hadamard geral $H'(\theta)$, de modo a deixar o mesmo circuito da Figura-2 em termos de portas quânticas que são mais padrões no estudo de circuitos quânticos em informação quântica. No terceiro e último caso (Figura-3), nós obtemos o estado de emissão espontânea (13) a partir de um circuito quântico simplificado com o número reduzido de operações quânticas.