

# Локальная кластеризация временных рядов

Грабовой Андрей Валериевич

Московский физико-технический институт  
Факультет управления и прикладной математики  
Кафедра интеллектуальных систем

Научный руководитель д.ф.-м.н. В. В. Стрижов

*Москва,  
2019г*

## Исследуется

Исследуется задача локального распознавания и локальной разметки человеческой активности в течении некоторого времени.

## Требуется

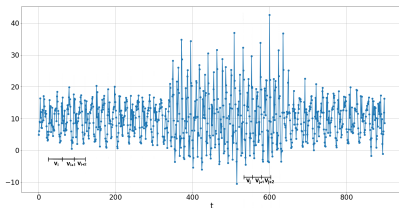
Требуется предложить локальное признаковое описание временного ряда, а также кластеризации точек данного ряда после получения его признакового описания.

## Проблемы

Построение признакового описания временного ряда низкой размерности.

- И. П. Ивкин, М. П. Кузнецов Алгоритм классификации временных рядов акселерометра по комбинированному признаковому описанию. // Машинное обучение и анализ данных, 2015.
- V. V. Strijov, A. M. Katrutsa Stresstes procedures for features selection algorithms. // Schemometrics and Intelligent Laboratory System, 2015.
- A. D. Ignatov, V. V. Strijov Human activity recognition using quasiperiodic time series collected from a single tri-axial accelerometer. // Multimedial Tools and Applications, 2015.
- I. Borg, P. J. F. Groenen Modern Multidimensional Scaling. — New York: Springer, 2005. 540 p.
- Д. Л. Данилова, А. А. Жигловский Главные компоненты временных рядов: метод "Гусеница". — СПбУ, 1997.

# Постановка задачи



Задан временной ряд:  
 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$ ,  $\mathbf{x} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_M]$ ,  $\mathbf{v}_i \in \mathcal{V}$ ,  
где  $\mathcal{V}$  множество возможных  
сигналов.

Предположения:

- $|\mathcal{V}| = K$ ,
- $\forall \mathbf{v} \in \mathcal{V} \quad |\mathbf{v}| \leq T$ ,
- $\forall i$  выполняется  $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{i-1}$  или  $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{i+1}$ ,

где  $|\mathcal{V}|$  мощность множества сигналов, а  $|\mathbf{v}|$  длина сигнала.

Рассмотрим отображение:

$$a : x \rightarrow \{1, \dots, K\}$$

где  $x \in \mathbf{x}$  некоторая точка временного ряда.

Отображение должно удовлетворять следующим свойствам:

$$\begin{cases} a(x_1) = a(x_2), & \text{если } \exists v \in \mathcal{V} : x_1, x_2 \in v \\ a(x_1) \neq a(x_2), & \text{если } \nexists v \in \mathcal{V} : x_1, x_2 \in v \end{cases}$$

Фазовая траектория ряда  $x$ :

$$\mathcal{H} = \{\mathbf{h}_t | \mathbf{h}_t = [x_{t-T}, x_{t-T+1}, \dots, x_t], T \leq t \leq N\}.$$

Фазовые подпространства:

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{s}_t | \mathbf{s}_t = [h_{t-2T}, h_{t-2T+1}, \dots, h_t], 2T \leq t \leq N\}.$$

Пространство базисов:

$$\mathcal{W} = \{\mathbf{W}_t | \mathbf{W}_t = [\mathbf{w}_t^1, \mathbf{w}_t^2]\}, \quad \mathcal{L} = \{\boldsymbol{\lambda}_t | \boldsymbol{\lambda}_t = [\lambda_t^1, \lambda_t^2]\},$$

где  $[\mathbf{w}_t^1, \mathbf{w}_t^2]$  и  $[\lambda_t^1, \lambda_t^2]$  это базисные векторы и сингулярные числа метода главных компонент для подпространства  $s_t$ .

Расстояние между элементами  $\mathcal{W}$ :

$$\rho(\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2) = \max_{\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subset \mathbf{W}_1 \cup \mathbf{W}_2} V(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}),$$

где  $V(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$  — объем параллелепипеда на  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ .

Расстояние между элементами  $\mathcal{L}$ :

$$\rho(\lambda_1, \lambda_2) = \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^T (\lambda_1 - \lambda_2)}.$$

Расстояние между точками временного ряда:

$$\rho(t_1, t_2) = \rho(\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2) + \rho(\lambda_1, \lambda_2).$$

Матрица попарных расстояний:

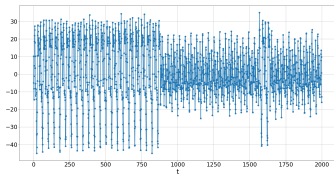
$$\mathbf{M} = [0, 1]^{N \times N}.$$

Таблица: Описание выборок

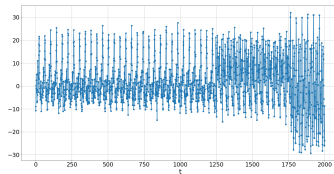
Physical Motion 1	900	2	20
Physical Motion 2	1000	2	20
Synthetic 1	2000	2	20
Synthetic 2	2000	3	20



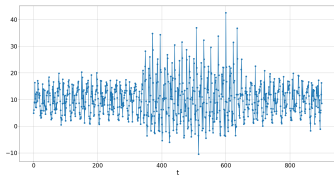
# Пример временных рядов



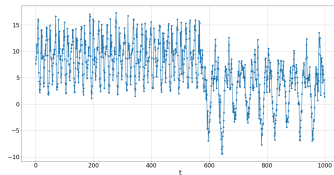
(a) Synthetic 1



(b) Synthetic 2

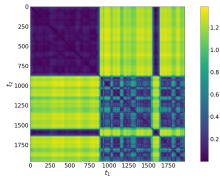


(c) Physical Motion 1

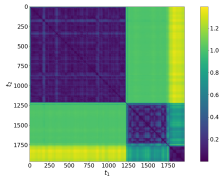


(d) Physical Motion 2

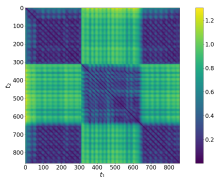
# Матрица попарных расстояний $M$



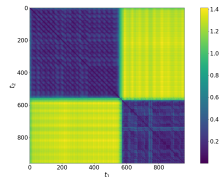
(e) Synthetic 1



(f) Synthetic 2

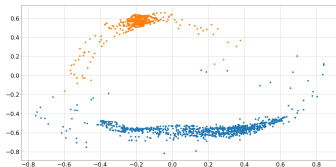


(g) Physical Motion 1

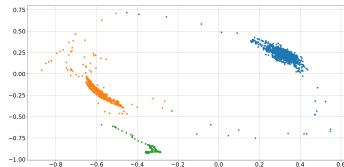


(h) Physical Motion 2

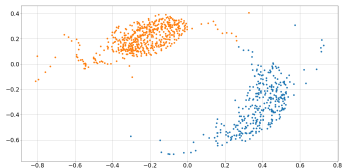
# Проекция точек временного на плоскость



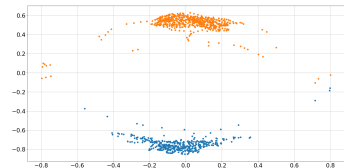
(i) Synthetic 1



(j) Synthetic 2

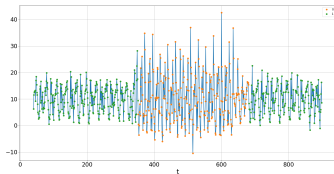


(k) Physical Motion 1

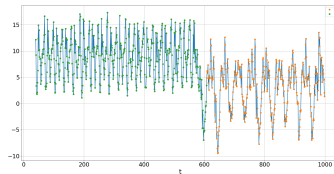


(l) Physical Motion 2

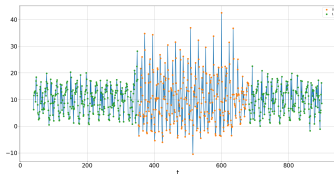
# Кластеризация точек временного ряда



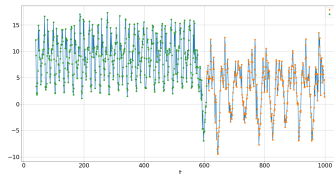
(m) Synthetic 1



(n) Synthetic 2



(o) Physical Motion 1



(p) Physical Motion 2

- Был предложен алгоритм поиска характерных сигналов, который основывается на методе главных компонент для локального снижения размерности.
- Была предложена функция расстояния между локальными базисами в каждый момент времени, которые интерпретировались как признаковое описание точки временного ряда.
- Предложенный алгоритм хорошо разделяет точки которые принадлежат разным классам сигналов, что хорошо для кластеризации точек временного ряда.

- Грабовой А. В., Стрижов В. В. Локальная кластеризация временных рядов // (в процессе)
- Грабовой А. В., Бахтеев О. Ю., Стрижов В. В. Определение релевантности параметров нейросети // Информатика и ее применения, 2019, 13(3).
- Гадаев Т. Т., Грабовой А. В., Мотренко А. П., Стрижов В. В. Численные методы оценки объема выборки в задачах регрессии и классификации //(в процессе)
- Бучнев Т. Т., Грабовой А. В., Гадаев Т. Т., Стрижов В. В. Раннее прогнозирование достаточного объема выборки для обобщенно линейной модели // (в процессе)