Смесь экспертов

Грабовой Андрей Валериевич

Московский физико-технический институт Факультет управления и прикладной математики Кафедра интеллектуальных систем

> Москва 2019 г

Вариационный ЕМ-алгоритм

Максимизация обоснованости:

$$\mathbf{\Theta} = \arg \max_{\mathbf{\Theta}} p\left(\mathbf{y}|\mathbf{X},\mathbf{\Theta}\right) \tag{1}$$

ELBO:

$$\mathcal{L}(q(\mathbf{Z}), \mathbf{\Theta}) = \int q(\mathbf{Z}) \log \frac{p(\mathbf{y}, \mathbf{Z}|\mathbf{\Theta}, \mathbf{X})}{q(\mathbf{Z})} d\mathbf{Z}$$
$$= p(\mathbf{y}|\mathbf{X}, \mathbf{\Theta}) - D_{KL}(q(\mathbf{Z})||p(\mathbf{Z}|\mathbf{y}, \mathbf{X}, \mathbf{\Theta}))$$
(2)

ЕМ-алгоритм:

1 Е-шаг:

$$q^{s}(\mathbf{Z}) = \arg \max_{q(\mathbf{Z}) \in Q} \mathcal{L}(q(\mathbf{Z}), \mathbf{\Theta}^{s-1})$$
(3)

м-шаг:

$$\mathbf{\Theta}^{s} = \arg \max_{q(\mathbf{Z}) \in Q} \mathcal{L}\left(q^{s}(\mathbf{Z}), \mathbf{\Theta}\right) \tag{4}$$

Вариационный ЕМ-алгоритм (Mean Field Approximation)¹:

в Е-шаг:

$$\log q\left(\mathbf{Z}_{k}^{s}\right) \propto \mathsf{E}_{q/k} \log p\left(\mathbf{y}, \mathbf{Z} | \mathbf{X}, \mathbf{\Theta}^{s-1}\right) \tag{5}$$

2 М-шаг:

$$\mathbf{\Theta}^{s} = \arg \max_{q^{s}(\mathbf{z}) \in Q} \log p(\mathbf{y}, \mathbf{Z} | \mathbf{X}, \mathbf{\Theta})$$
(6)

1