

# ALJABAR LINIER

## Vektor

Muhammad Afif Hendrawan, S.Kom., M.T.



# Outlines

- Apa itu vector?
- Penjumlahan dan pengurangan pada vektor
- Perkalian skalar pada vektor
- Perkalian vektor  $\rightarrow$  *Dot product*



# Apa itu Vector?

# Scalar vs. Vector

## Skalar

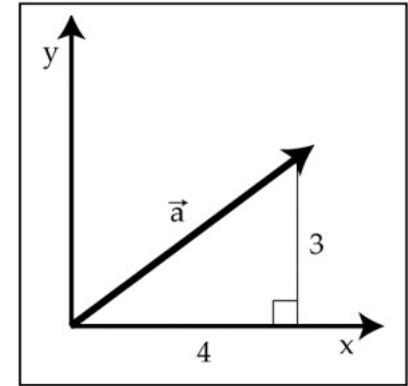
- Skalar adalah **sebuah nilai angka**
- Cth., temperatur, jarak, **speed**, atau masa
- Semua kuantitas nilai skalar **memiliki magnitudo tapi tidak memiliki arah** (kecuali mungkin, tanda plus dan minus)

## Vektor

- Vektor adalah **kumpulan nilai angka**
- Dapat di interpretasikan (paling tidak) dengan dua cara,
  - Vektor adalah titik pada bidang → Setiap angka mewakili posisi vektor pada bidang (dimensi) tertentu
  - Vektor adalah magnitudo dan arah; cth., velocity ( 250mph north-by-northwest)
- Jadi, vektor adalah nilai yang menunjukkan sebuah arah dari titik awal ke titik akhir pada sebuah bidang (dimensi)

# Vektor – Notasi dan Representasi

- Vektor dinotasikan dengan  $\vec{a}$  atau  $\mathbf{a} \rightarrow$  disebut sebagai vektor  $a$
- Contoh, vektor  $\vec{a} = [4,3] \rightarrow$  pada bidang  $2d$ , vektor ini adalah array pada bidang  $x - y$  menunjukkan dari titik awal ke titik  $x = 4; y = 3$
- Vektor juga dapat dinotasikan dengan,
  - $\vec{a} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$  atau  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
  - $\vec{a} = (4,3)$
- Ukuran vektor adalah jumlah nilai dalam vektor tersebut
- Vektor dapat berupa dimensi berapapun  $\rightarrow n$



# Magnitudo dari Vektor

- Magnitudo dari vektor  $\rightarrow$  jarak dari titik akhir ke titik awal  $\rightarrow$  panjangnya
- Contoh, hitung magnitudo dari vektor  $\vec{a} = [4,3]$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

- **Magnitude** dari vektor adalah nilai **scalar**  $\rightarrow$  merepresentasikan panjang vektor yang independen terhadap arahnya
- Contoh: *Velocities* (vektor)  $\rightarrow$  *Speeds* (magnitudo); *Displacements* (vektor)  $\rightarrow$  *distances* (magnitudo)

# Unit Vektor

- Magnitudo → Panjang vektor yang independen terhadap arahnya
- Unit Vektor → **Arah dari vektor yang independen terhadap panjangnya**
- Notasi unit vektor,

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}$$

- **Magnitudo dari unit vektor adalah 1**

# The Unit Vector – Example

- Kembali ke contoh vektor  $\vec{a} = [4,3]$  dan  $\|\vec{a}\| = 5$ , maka unit vektor-nya,

$$\hat{a} = \frac{[4,3]}{5} = \left[\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right]$$

- Kita dapat membuktikan magnitudo unit vektor adalah 1 dengan,

$$\|\vec{a}\| = \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{16}{25}\right) + \left(\frac{9}{25}\right) = 1$$

- Dan juga, kita dapat membentuk ulang vektor  $\vec{a}$ , dengan

$$\vec{a} = \hat{a} * \|\vec{a}\|$$

- Ingat,  $\|\vec{a}\|$  adalah nilai skalar***



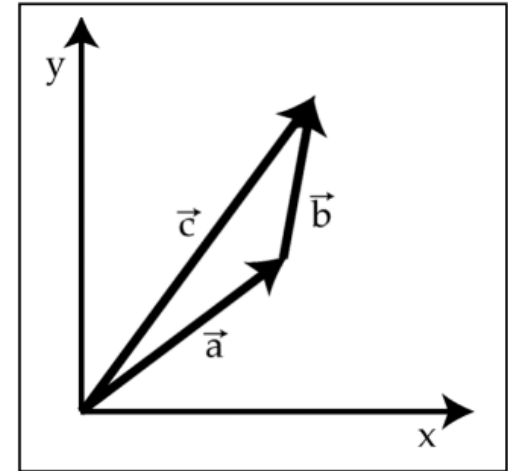
# Penjumlahan dan Pengurangan Pada Vektor

- Secara grafis, bayangkan menambahkan dua vektor dengan meletakkan dua segmen, **dengan mempertahankan panjang dan arah**
- Contoh,  $\vec{c}$  adalah penjumlahan dari  $\vec{a}$  dan  $\vec{b} \rightarrow \vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$
- Operasi penjumlahan dilakukan berdasarkan elemen / komponen  $\rightarrow$  cth.,  $x$  dengan  $x$  dan  $y$  dengan  $y$  pada  $\mathbb{R}^2$
- Contoh,  $\vec{a} = [4,3]$  dan  $\vec{b} = [1,2]$ , sehingga

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

- Cara yang sama berlaku untuk pengurangan ☺



# Vektor – Perkalian dengan Nilai Skalar

- Sebetulnya Anda sudah tahu guys 😊
- Diberikan vektor  $\vec{a}$  dan bilangan riil  $c \rightarrow$  Perkalian skalar vektor  $\vec{a}$  dengan  $c$  adalah vektor  $c\vec{a}$  dengan mengkalikan setiap elemen  $\vec{a}$  dengan  $c$
- Contoh,

$$c = 5; \vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow c\vec{a} = 5 \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -5 \end{bmatrix}$$

# Perkalian Vektor: *Dot Product* (*Scalar Product*)

- *Dot product*  $\rightarrow d = \vec{a} \cdot \vec{b}$
- *Dot product* dikalkulasi dengan mengkalikan elemen  $x$ , selanjutnya mengkalikan elemen  $y$  secara terpisah, dan seterusnya (tergantung dari dimensi vektor) dan dilanjutkan dengan menjumlahkan hasil kali setiap elemen.
- Contoh,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = (4 * 1) + (3 * 2) = 11$$

- Dapat juga dikalkulasi dengan,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos \theta$$

- Dimana  $\theta$  adalah sudut antar vektor

# Latihan

Given  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  and  $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ , compute

- $\vec{a} + \vec{b}$
- $3\vec{a} + 5\vec{b}$
- $\vec{a} - \vec{b}$
- $\vec{b} - \vec{a}$
- $\vec{b} + \vec{a}$
- $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- $\vec{b} \cdot \vec{a}$



# Referensi

- Lay, D.C., Lay, S.R. and McDonald, J. (2021) *Linear algebra and its applications*. Boston: Pearson.
- Handout Chapter 4: Vectors, Matrices, and Linear Algebra by Scott Owen & Greg Corrado, Stanford University
- Boyd, Stephen., Vandenberghe, Lieven. (2018) *Introduction to Applied Linear Algebra: Vectors, Matrices, and Least Squares*. Cambridge: Cambridge University Press.