

Введение

Маятник Обербека – лабораторное устройство для исследования вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси под действием моментов внешних сил. Создателем маятника является немецкий физик Антон Обербек (Anton Oberbeck, 1846-1900). В лабораторной работе проводятся измерения движения маятника, находится его момент инерции, оценивается влияние трения на движение.

Теоретическая часть

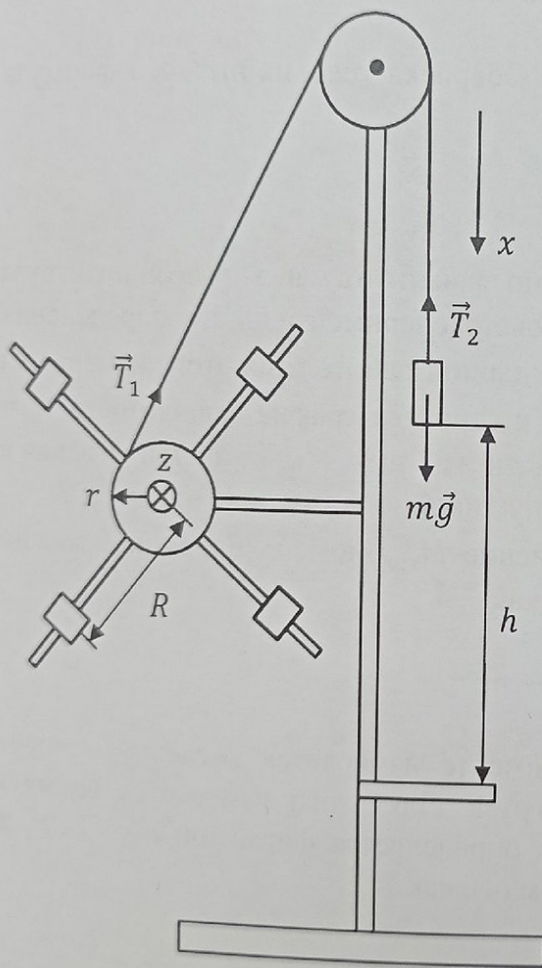


Рис. 1. Маятник Обербека

Маятник Обербека представляет собой свободно насаженную на горизонтальную ось втулку, в которой крестообразно закреплены стержни с симметрично расположенными грузами (рис. 1). С втулкой скреплен шкив, на который наматывают нить с подвешенным разгонным грузом. Под действием силы тяжести разгонный груз начинает опускаться, при этом сила натяжения нити раскручивает маятник.

Для описания движения маятника выберем ось z , совпадающую с его осью вращения и направленную так, как показано на рис. 1. Запишем уравнение вращательного движения твердого тела относительно оси z в виде

$$I\gamma_z = rT_1 - M_{\text{тр}}, \quad (1)$$

где I – момент инерции маятника, γ_z – его угловое ускорение, r – радиус шкива, T_1 – сила со стороны нити, а $M_{\text{тр}}$ – суммарный момент сил трения, действующих на маятник со стороны оси вращения и воздуха.

Запишем далее II закон Ньютона для разгонного груза в проекции на вертикальную ось x (рис. 1)

$$ma_x = mg - T_2, \quad (2)$$

где a_x – ускорение груза, g – ускорение свободного падения, T_2 – сила со стороны нити. Считая идеальным (невесомым и без трения в оси) блок, через который переброшена нить (рис. 1), положим

$$T_1 = T_2, \quad (3)$$

Учтем также, что движения маятника и разгонного груза связаны кинематическим соотношением

$$a_x = \gamma_z r, \quad (4)$$

вытекающим из предположений о нерастяжимости нити и отсутствия проскальзывания нити по шкиву маятника.

Из системы уравнений (1) - (4) выражаем угловое ускорение маятника:

$$\gamma_z = \frac{mgr - M_{\text{тр}}}{I + mr^2}. \quad (5)$$

Из формулы (5) следует, что при $M_{\text{тр}} = \text{const}$ угловое ускорение γ_z постоянно в ходе движения, т.е. маятник вращается равноускоренно. Условие $M_{\text{тр}} = \text{const}$ выполняется в случае, когда сухое трение в оси маятника преобладает над зависящим от угловой скорости вязким трением маятника о воздух.

При выполнении типичного для маятника Обербека условия $mr^2 \ll I$ формула (5) сводится к приближенному виду

$$\gamma_z \approx \frac{mgr - M_{\text{тр}}}{I}, \quad (6)$$

откуда следует, что угловое ускорение γ_z линейно зависит от массы разгонного груза m (при $M_{\text{тр}} = \text{const}$). Формула (6) лежит в основе экспериментального определения момента сил трения $M_{\text{тр}}$ и момента инерции I в данной работе. Для этого измеряется угловое ускорение γ_z при различных массах m и строится график зависимости $\gamma_z = \gamma_z(m)$. По точке пересечения линейного (в области, где $mr^2 \ll I$) участка графика с горизонтальной осью находится $M_{\text{тр}}$, а по наклону линейного участка находится I .

Заметим, что, используя найденное значение $M_{\text{тр}}$, момент инерции I можно находить из более точной, чем (6), формулы (5) как

$$I = \frac{mgr - M_{\text{тр}}}{\gamma_z} - mr^2.$$

Угловое ускорение маятника в эксперименте измеряется косвенно – через измерение линейного ускорения разгонного груза. Для этого измеряется время t опускания груза с высоты h . Ускорение груза определяется формулой $a_x = 2h/t^2$, а угловое ускорение маятника находится, с учетом (4), как

$$\gamma_z = \frac{2h}{rt^2}.$$

Экспериментальная установка

В экспериментальной установке маятник размещен на платформе, закрепленной на вертикальной стойке с массивным основанием (рис. 2). На стержнях маятника с интервалом в 1 см нанесены риски для измерения расстояний. Грузы маятника имеют цилиндрическую форму, их можно перемещать вдоль стержней, фиксируя положение винтами, что дает возможность изменять момент инерции маятника. Масса каждого груза равна 114 г, радиус основания цилиндра 1,5 см, длина образующей 2 см.

В верхней части вертикальной стойки закреплен малоинерционный блок, через который переброшена нить с подвешенным разгонным грузом. Массу разгонного груза можно менять, набирая его из различного числа металлических шайб.

В нижней части стойки на кронштейне закреплен фотодатчик, который срабатывает при достижении разгонным грузом уровня красной площадки на кронштейне (от этого уровня следует отсчитывать начальную высоту груза).

Маятник снабжен электромагнитным тормозом, предназначенным для удерживания маятника в неподвижном состоянии в начале эксперимента и торможения маятника после прохождения разгонным грузом фотодатчика. Электромагнитный тормоз и фотодатчик подключены к электронному блоку управления, содержащему электронный секундомер. Электромагнитный тормоз фиксирует маятник при нажатии кнопки «СЕТЬ» на блоке управления. При нажатии кнопки «СТАРТ» электромагнитный тормоз освобождает маятник, а секундомер начинает отсчет времени движения. Отсчет завершается автоматически по сигналу от фотодатчика (или при нажатии кнопки «СТОП»).



Рис. 2. Лабораторная установка

Порядок проведения эксперимента

Закрепить грузы-цилиндры на стержнях маятника на одинаковых расстояниях от оси вращения, к концу нити подвесить разгонный груз. Намотать нить на шкив маятника до подъема разгонного груза на максимально возможную высоту и включить электромагнитный тормоз. Провести измерение времени опускания разгонного груза до уровня фотодатчика, повторяя его не менее трех раз для нахождения среднего значения.

Задание

1. Провести измерения при различных (не менее трех) расстояниях R (рис. 1) грузов-цилиндров от оси вращения. Для каждого R измерения проводить при нескольких (не менее пяти) массах m разгонного груза.

2. Для каждого R построить график зависимости γ_z от m . По графику найти момент сил трения $M_{тр}$ и момент инерции маятника I .

3. По найденным I построить график зависимости I от $m_1 R^2$, где m_1 — масса груза-цилиндра. По графику найти момент инерции маятника без грузов-цилиндров I_0 .

4. Получить теоретическую формулу

для суммарного момента инерции грузов-цилиндров относительно оси вращения маятника. По этой формуле, используя найденное при выполнении задания 3 значение

I_0 , построить теоретическую зависимость момента инерции маятника I от $m_1 R^2$. Сравнить теоретический график с экспериментальным из задания 3.

5. Для одного из проведенных в задании 1 экспериментов найти кинетическую энергию системы, состоящей из маятника и разгонного груза, в момент достижения разгонным грузом фотодатчика, а также работу сил трения за время движения системы.

Контрольные вопросы

1. Выведите кинематическое соотношение (3).
2. Как зависит сила натяжения нити от расположения грузов на крестовине маятника Обербека?
3. Постройте качественно зависимость $\gamma_z(m)$ по формуле (5), не ограничиваясь условием $mr^2 \ll I$.
4. Сопротивление воздуха движению маятника приводит к зависимости $M_{\text{тр}}$ от угловой скорости вращения маятника ω . Найдите зависимость γ_z от времени в предположении, что $M_{\text{тр}} = M_0 + k\omega$, где M_0 и k – постоянные.

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. I. Механика. 6-е изд. М.: Физматлит, 2019.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. I. Механика. 5-е изд. Санкт-Петербург: Лань, 2011.