

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

## Отчёт по лабораторной работе

### «Эффект Холла»

Выполнили:

Студенты 2 курса, ВШОПФ

Зинягин Алексей

Мурзина Полина

2022 г.

Дата допуска: 09.11.22 г.

Дата лабораторной работы: 09.11.22 г.

Дата отчета: 13.11.22 г.

**Цель работы:** изучение эффекта Холла для полупроводника в слабом магнитном поле, измерение холловской разности, определение концентрации и знака основных носителей заряда.

**Оборудование:** полупроводниковый образец, вольтметр, электромагнит, блоки питания, компас

### Теоретические обоснования.

Эффект Холла: если проводник или полупроводник с током поместить в магнитное поле, перпендикулярное к направлению тока, то в нем возникнет электрическое поле, перпендикулярное вектору плотности тока и вектору магнитной индукции.

В данной работе для изучения эффекта Холла используется полупроводник, поскольку в металлических образцах тех же размеров и при тех же значениях силы тока и индукции магнитного поля холловская разность потенциалов была бы намного меньше, что неудобно для измерений.

Рассмотрим полупроводник в форме прямоугольной пластины с размерами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  вдоль осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  (см. рис.1). Для упрощения предположим, что полупроводник содержит

носители заряда лишь одного типа: дырки или электроны.

Приложим напряжение к противоположным граням образца так, чтобы электрическое поле  $\vec{E}$  было направлено вдоль оси  $X$ , магнитное поле пусть направлено вдоль оси  $Z$ .

Электрическое поле  $\vec{E}$  создает в полупроводнике ток с плотностью

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1), \text{ где } \sigma - \text{удельная электрическая проводимость, связанная с } \rho - \text{удельным сопротивлением соотношением } \sigma = 1/\rho \quad (2),$$

Со стороны магнитного поля  $\vec{B}$  на движущиеся заряды действует магнитная составляющая силы Лоренца:  $\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$  (3),  $q$ - заряд,  $v$ - скорость частицы.

В рассматриваемом случае скорость носителей заряда складывается из дрейфовой скорости ( $\vec{v}_d$ ) (скорости упорядоченного направленного движения под действием  $\vec{E}$  и тепловой скорости, которая в силу хаотичности не дает вклада в эффект, поэтому далее считаем  $\vec{v} = \vec{v}_d$ ). Действие силы Лоренца приводит к движению носителей в положительном направлении оси  $Y$  и накоплению на верхней грани образца дырок или электронов (рис.2)

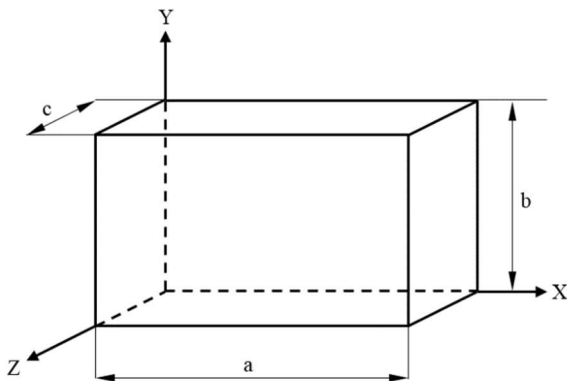


Рис.1 Геометрия образца

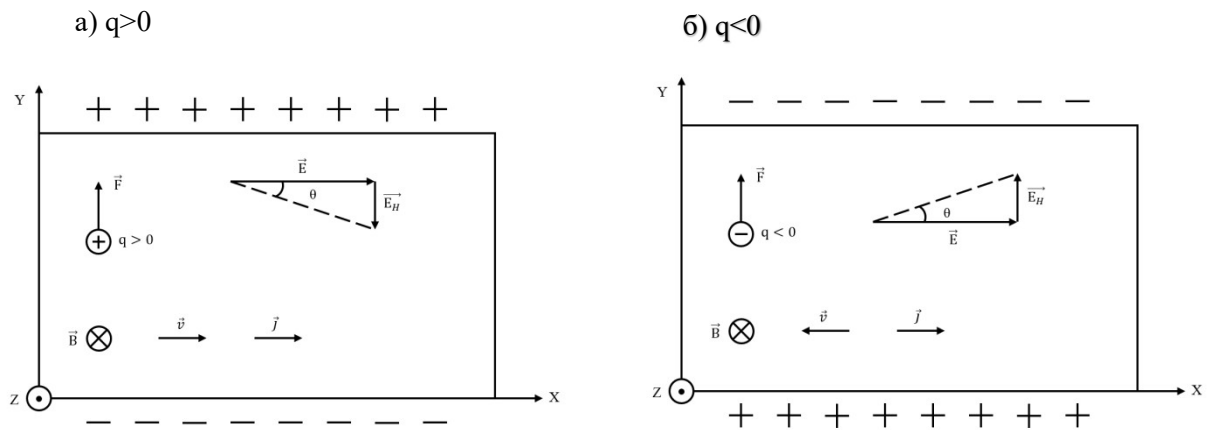


Рис.2 Возникновение поля Холла в дырочном (а) и электронном (б) полупроводниках

В результате поперечного движения носителей верхняя и нижняя грани заряжаются, и возникает перпендикулярное к  $\vec{E}$  электрическое поле  $\vec{E}_H$  – поле Холла, препятствующее дальнейшему движению зарядов вдоль оси Y под действием силы Лоренца.

Равновесное состояние достигается, когда выполнено равенство:

$$q\vec{E}_H + \vec{F} = 0 \quad (4)$$

Учтем, что  $\vec{v} = \vec{v}_d$ , а скорость дрейфа носителей в образце пропорциональная напряженности электрического поля:  $\vec{v}_d = \mu \vec{E}$  (5), где  $\mu$  – дрейфовая подвижность, тогда введем коэффициент Холла:

$$R = \mu / \sigma \quad (6)$$

И получим итоговое выражение для поля Холла:

$$\vec{E}_H = -R[\vec{j}, \vec{B}] \quad (7)$$

Коэффициент Холла в случае слабого магнитного поля практически не зависит от величины поля B и характеризует материал, относительные размеры. В рассматриваемом случае полупроводника прямоугольной формы с размерами  $a \times b$ , при выполнении условия  $a \gg b$  зависимостью  $R(a/b)$  можно пренебречь.

Подставив в (1) выражение плотности тока  $\vec{j} = qn\vec{v}_d$  (8), где  $n$  – концентрация носителей заряда, получим альтернативное выражение для коэффициента Холла

$$R = \frac{1}{qn} \quad (9)$$

Более строгий подход позволяет получить соотношения:

$$R = \gamma \frac{\mu}{\sigma}, \quad R = \gamma \frac{1}{qn}, \quad (10)$$

где  $\gamma$  – безразмерный коэффициент, называемый холл-фактором. Холл-фактор зависит от величины магнитного поля и механизма рассеяния свободных носителей заряда при их взаимодействии с ионами примесей и кристаллической решеткой. Для используемого в

данной работе чистого слаболегированного германия при комнатной температуре в слабом магнитном поле  $\gamma \approx 1,18$ .

Можно уточнить дрейфовую подвижность с учетом Холл-фактора, введя *холловскую подвижность*:

$$\mu_H = \gamma \mu \quad (11)$$

Из рис.2 видно, что результирующее электрическое поле  $\vec{E}' = \vec{E} + \vec{E}_H$  составляет угол  $\theta$  (угол Холла) с вектором плотности тока  $\vec{j}$ , при этом  $\tan \theta = \frac{E_H}{E}$ ,  $\vec{E}_H = -\mu[\vec{E}, \vec{B}]$ , значит

$$\tan \theta = \frac{E_H}{E} = -\mu_H B_z \quad (12)$$

При условии слабого магнитного поля:

$$\mu_H B_z \ll 1 \quad (13)$$

тангенс можно заменить значением аргумента  $\tan \theta \sim \theta$ , тогда

$$\theta \approx -\mu_H B_z \quad (14)$$

Эквипотенциальные поверхности в средней части ограниченного вытянутого вдоль оси X образца поворачиваются при включении магнитного поля B на угол  $\theta$  относительно их первоначального положения. Поэтому в точках, лежащих на одной плоскости, перпендикулярной  $\vec{j}$  появляется *холловская разность потенциалов*  $U_H$ .

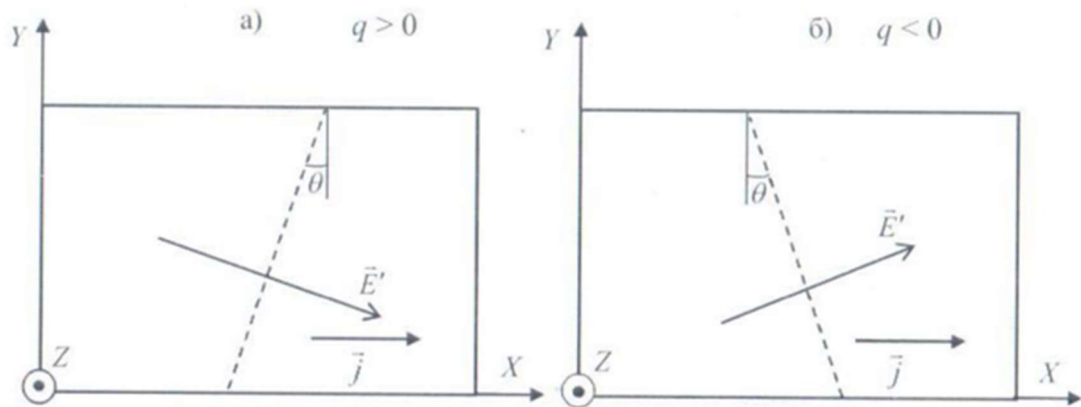


Рис. 3. Поворот эквипотенциальных плоскостей (штриховая линия) относительно первоначального положения в дырочном (а) и электронном (б) полупроводниках

Для образца прямоугольной формы (рис 1) в приближении однородного поля Холла эта разность потенциалов связана с полем Холла:

$$U_H = bE_H \quad (15), \text{ где } b - \text{размер образца вдоль оси } Y$$

Поскольку  $j = \frac{J}{bc}$  (16), где J – полный ток в образце, c – размер образца вдоль оси Z, то

$$U_H = bE_H = bRjB_z = \frac{R}{c}JB_z \quad (17)$$

Таким образом, в слабых полях холловская разность потенциалов линейно зависит от тока  $J$ , протекающего через образец, и индукции магнитного поля  $B$ . Это соотношение легко проверяется экспериментально.

### Образец

Для проведения измерений в данной лабораторной работе используется образец из слаболегированного германия. Образец имеет форму тонкой прямоугольной пластинки (рис.1, рис.4). Измеряя напряжение на контактах 3-4 можно оценить холловскую разность потенциалов. При изготовлении образца не удается разместить оба холловских контакта (контакты 3 и 4 на рис 4) таким образом, чтобы они в отсутствие магнитного поля лежали на одной эквипотенциальной поверхности. В реальном образце между плоскостями, в которых расположены контакты 3 и 4 всегда есть небольшое смещение  $\Delta x$ . При  $\vec{B}=0$  и  $I \neq 0$  между этими плоскостями устанавливается разность потенциалов

$$U_{34} = R_{34}J, \quad (19)$$

где  $R_{3-4} = \rho \frac{\Delta x}{bc}$  (21)- сопротивление участка образца между контактами 3 и 4. Другие побочные факторы дают значительно меньший вклад в разность потенциалов между этими контактами, а значит, разности потенциалов  $U_{34}^B$  и  $U_{34}$  между контактами 3 и 4 при  $\vec{B} \neq 0$  и  $\vec{B}=0$  соответственно, связаны соотношением:

$$U_{34}^B = U_H + U_{34} \quad (20),$$

поскольку  $U_H = \frac{R}{c}JB_z$  (21), то

$$U_H = \frac{R}{c}JB_z = U_{34}^B - U_{34} \quad (22)$$

Отсюда видно, что коэффициент Холла  $R$  может быть найден по тангенсу угла наклона линейных участков экспериментально найденных зависимостей:  $U_{34}^B(B)|_{J=\text{const}}$  и  $U_H(J)|_{B=\text{const}}$ .

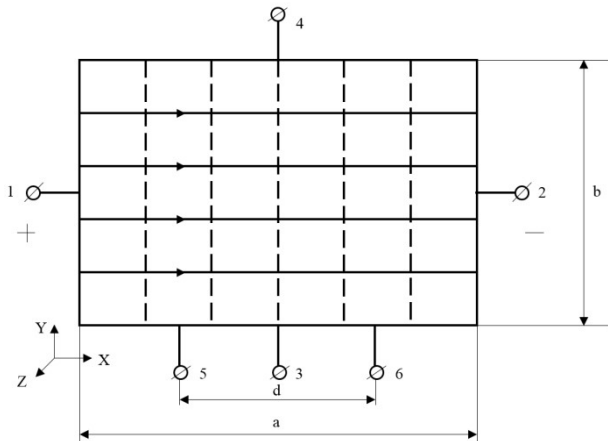


Рис. 4. Расположение контактов на образце

## Экспериментальная часть.

1. Выполнили необходимые электрические соединения согласно рис. 6.

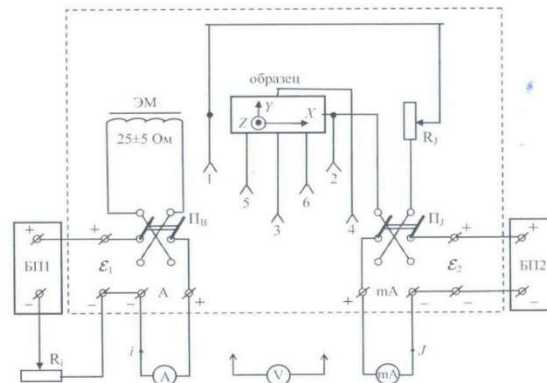


Рис 5. Схема подключения измерительных приборов

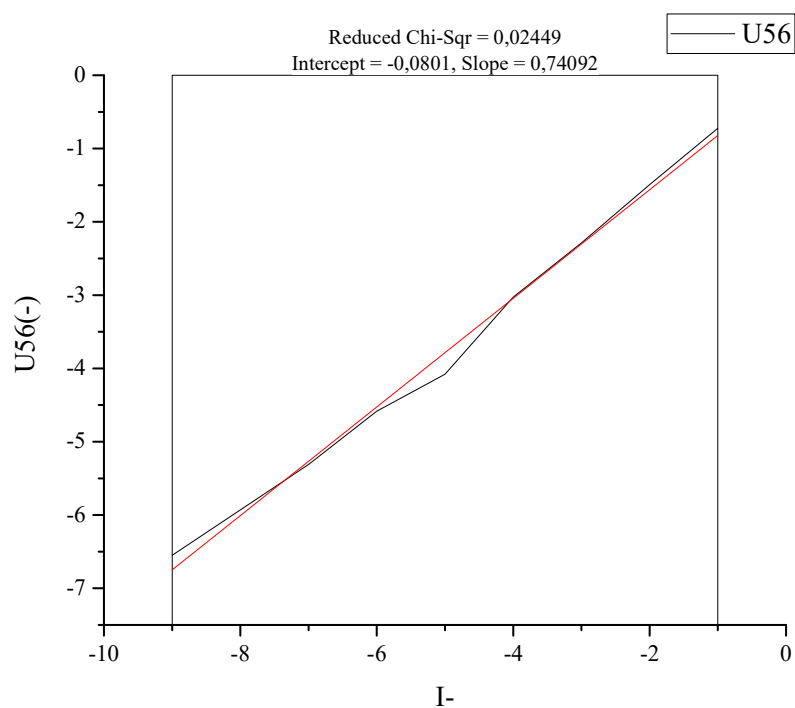
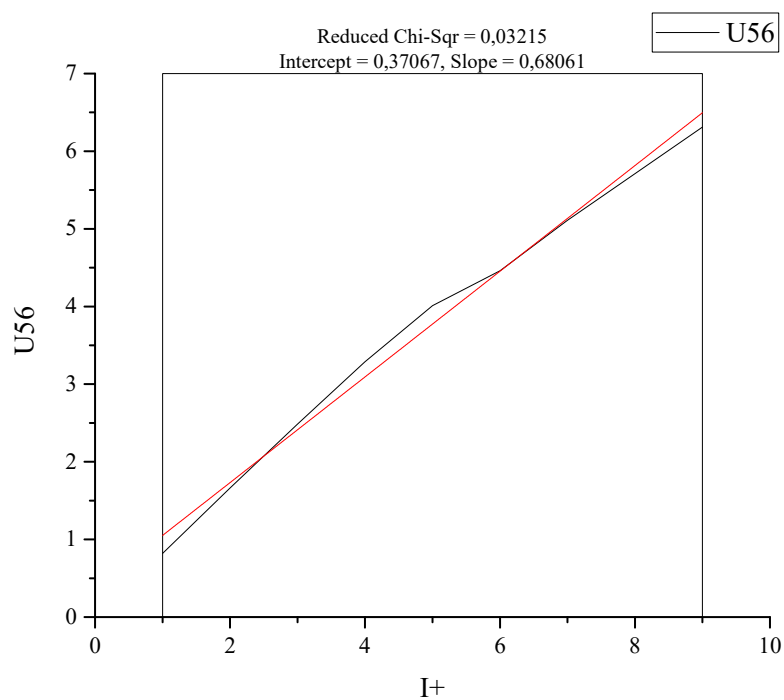
2. Включили ток  $J$ . С помощью вольтметра определили, что переключатель  $\Pi_J$  при котором направление тока в образце совпадает с выбранным нами направлением оси  $X$  (рис. 4, 5). Ток, текущий в данном направлении, будем обозначать  $J^+$ , а в противоположном -  $J^-$ .

3. Мы сняли зависимость разности потенциалов  $U_{56}$  между контактами 5 и 6 от величины тока  $J$  в отсутствие магнитного поля  $B$ . Измерения мы провели для двух направлений тока при изменении его величины от 0 до 10 мА, результаты занесли в Табл.1.

$I, \text{мА}$	1	2	3	4	5	6	7	9
$U_{56}^+, \text{мВ}$	0,82	1,66	2,49	3,29	4,01	4,46	5,11	6,31
$U_{56}^-, \text{мВ}$	-0,72	-1,49	-2,29	-3,03	-4,08	-4,59	-5,31	-6,55

Таблица 1.

4. По результатам таблицы 1 построили графики зависимости  $U_{56}(J)|_{B=0}$ . По графику определим значение сопротивления  $R_{56}$  участка 5-6.



$$R_{56} = (0,71 \pm 0,02) \text{ мОм}$$

5. Используем значение поперечных размеров образца ( $l_x = 1,99\text{см}$ ,  $l_y = 0,51\text{см}$ ,  $l_z = 0,1\text{ см}$ ), расстояния между контактами 5-6  $l_{56} = 0,96\text{ см}$  и сопротивления  $R_{56} = 0\text{м}$ ), чтобы вычислить удельную электрическую проводимость полупроводника  $\sigma$  (в  $\text{Ом}^{-1}\text{с}^{-1}$ )

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{l_{56}}{R_{56} * S} = \frac{l_{56}}{R_{56} * l_y * l_z} \quad (25)$$

$$\sigma =$$

6. Включили ток  $i$  в обмотках электромагнита, определили с помощью компаса, что при нахождении переключателя  $\Pi_B$  в нижнем положении направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  в образце совпадает с выбранным нами направлением оси  $Z$  (рис.4-5). Поле, направленное таким образом, будем обозначать  $B^+$ , а противоположное -  $B^-$ .

7. Мы установили ток в образце  $J^+=5\text{мА}$  и измерили разность потенциалов между контактами 3-4 при выключенном магнитном поле  $U_{34} = 0,081\text{В}$  и при  $B^+ = 2000\text{ Гс}$

$U_{34}^B = -0,0008\text{ В}$ , тогда по формуле (22)  $U_H = U_{34}^B - U_{34} = -0,0008 - 0,081 = -0,0818\text{ В}$ . Так как холловская разность потенциалов отрицательна, то основные носители заряда – электроны.

8. Мы установили ток в образце  $J^+=2\text{мА}$  и сняли зависимость разности потенциалов  $U_{34}^B(B)$  между контактами 3-4 от величины поля  $B$  (для двух направлений), аналогично поступили для значений  $J^+=5\text{мА}$  и  $J^+=7\text{мА}$ . Результаты занесли в табл.2.

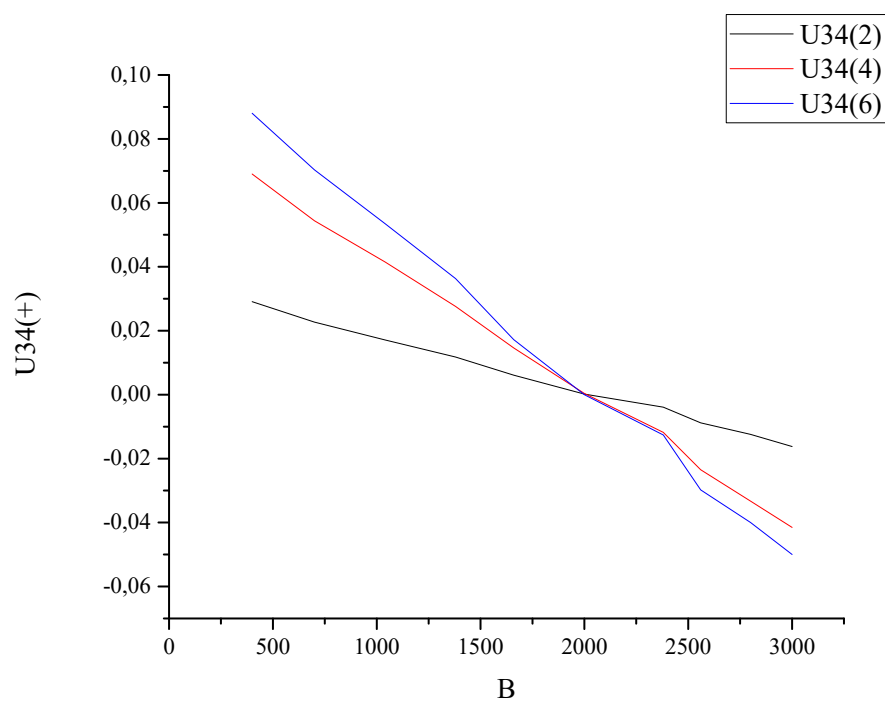
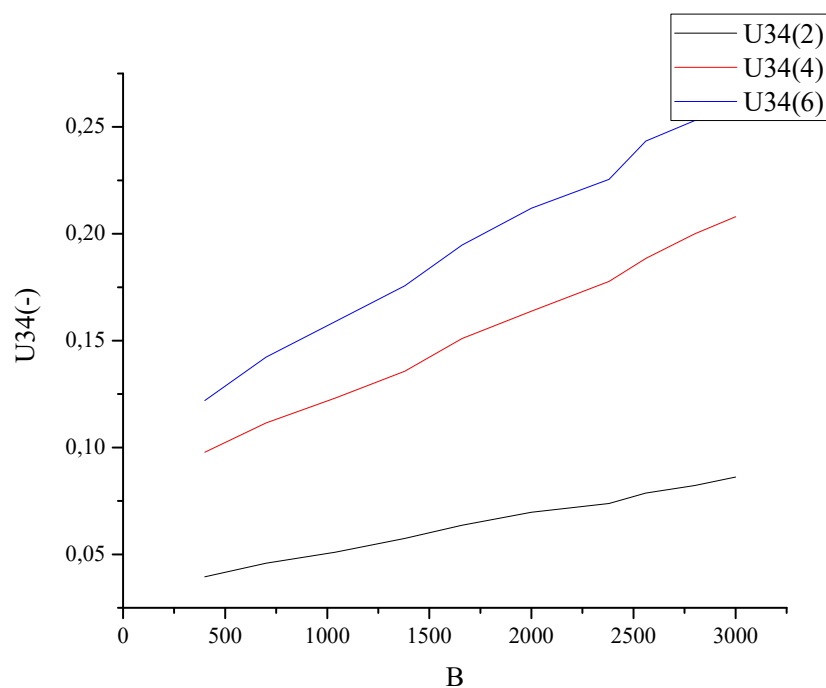
B, Гс	400	700	1040	1380	1660	2000	2380	2560	2800	3000
I, А	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$U_{34}^+$ , мВ $J^+ = 2\text{мА}$	29,1	22,7	17,1	11,8	6,1	0,2	-3,9	-8,8	-12,4	-16,2
$U_{34}^-$ , мВ $J^+ = 2\text{мА}$	39,5	45,9	51	57,5	63,6	69,7	73,8	78,7	82,2	86,2
$U_{34}^+$ , мВ $J^+ = 5\text{мА}$	69	54,4	41,5	27,6	14,6	0,4	-11,8	-23,5	-33,3	-41,5
$U_{34}^-$ , мВ $J^+ = 5\text{мА}$	97,8	111,5	123,2	135,7	151	163,8	177,7	188,5	200	208
$U_{34}^+$ , мВ $J^+ = 7\text{мА}$	88	70,3	53,5	36,3	17,2	0	-12,6	-29,8	-40	-50
$U_{34}^-$ , мВ	122	142,3	159	175,7	194,7	212	225,5	243,4	253	262



$J^+ = 7\text{mA}$										
--------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Таблица 2.

9. По результатам измерений таблицы 2 построили графики (на одном чертеже!) зависимости  $U_{34}^B(B)|_{J=const.}$ , по ним определили коэффициент Холла R.



$$k_2 = 1,73 * 10^{-5} \frac{\text{В}}{\text{Гс}}; k_5 = 4,21 * 10^{-5} \frac{\text{В}}{\text{Гс}}; k_3 = 5,31 * 10^{-5} \frac{\text{В}}{\text{Гс}}$$

10. Снимем зависимость  $U_H(J)|_{B=\text{const}}$ , результаты занесем в таблицу 3. Температура окружающей среды во время проведения эксперимента  $t=23^\circ\text{C}$ .

J, мА		1	2	3	4	5	6	7	8	9
B=0	$J^+$	18,6	38,7	60,1	81,3	103,6	124,5	144,6	170,4	183,9
$U_{34}$ , мВ	$J^-$	-17,8	-35,2	-52,1	-67,2	-81,9	-95,1	-108,9	-120,2	-128,7
$B^+=700\text{Гс}$	$J^+$	12,5	26,4	42	57,7	75,8	91,7	110,2	130,1	145,8
$U_{34}$ , мВ	$J^-$	-11,8	-29,9	-34,1	-43,9	-53,9	-62,7	-72,4	-82,8	-88,8
$U_H =$ $U_{34}^B - U_{34}$	$J^+$	-6,1	-12,3	-18,1	-23,6	-27,8	-32,8	-34,4	-40,3	-38,1
$U_H$ , мВ	$J^-$	6	5,3	18	23,3	28	32,4	36,5	37,4	39,9
$B^+=1500\text{Гс}$	$J^+$	6,4	12,5	20,5	30,5	41,2	53,2	67	83,7	94,6
$U_{34}$ , мВ	$J^-$	-5,7	-9	-12,8	-16,7	-20,2	-23,8	-29,1	-34	-38
$U_H =$ $U_{34}^B - U_{34}$	$J^+$	-12,2	-26,2	-39,6	-50,8	-62,4	-71,3	-77,6	-86,7	-89,3
$U_H$ , мВ	$J^-$	12,1	26,2	39,3	50,5	61,7	71,3	79,8	86,2	90,7
$B^+=2400\text{Гс}$	$J^+$	-1,7	-2,4	-1,8	0,3	6,3	11,9	21	29	40,9
$U_{34}$ , мВ	$J^-$	2,4	5,8	9,7	13,3	14,6	17,4	17,9	19,1	17,8
$U_H =$ $U_{34}^B - U_{34}$	$J^+$	-20,3	-41,1	-61,9	-81	-97,3	-112,6	-123,6	-141,4	-143

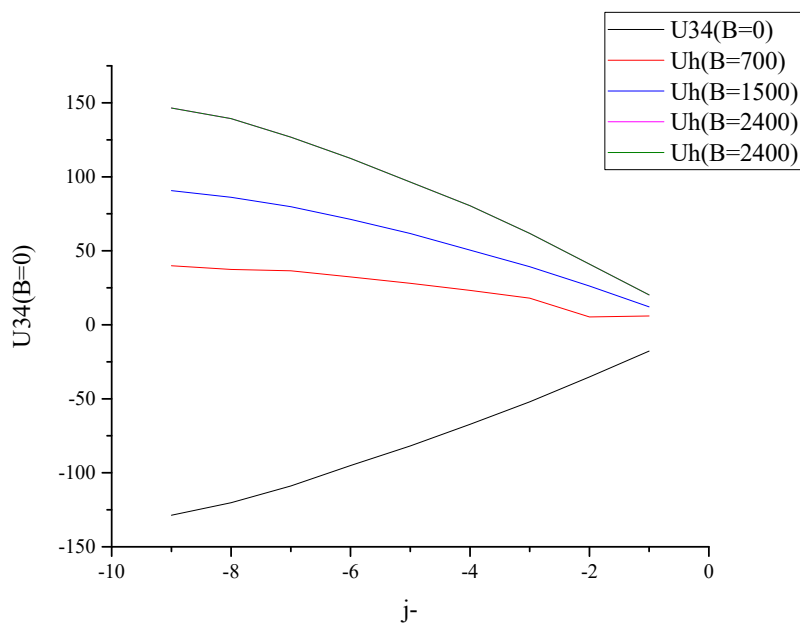
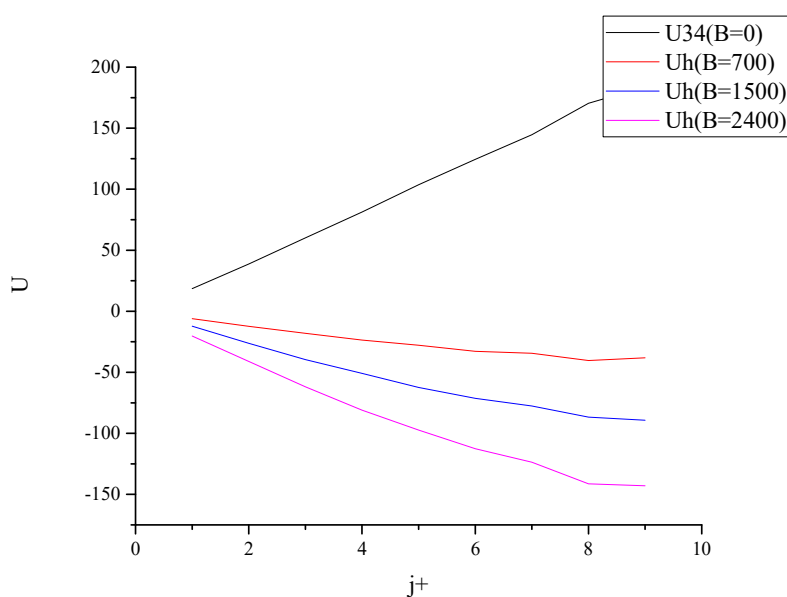
$U_H, \text{мВ}$	$J^-$	20,2	41	61,8	80,5	96,5	112,5	126,8	139,3	146,5
------------------	-------	------	----	------	------	------	-------	-------	-------	-------

Таблица 3.

11. По результатам таблицы 3. Построили графики  $U_H(J)|_{B=\text{const}}$  и  $U_{34}(J)|_{B=0}$ . По ним определим:

а) коэффициент Холла R по тангенсу угла наклона линейных участков экспериментально найденных зависимостей

б) сопротивление  $R_{34}$  по формуле (19)  $U_{34} = R_{34}J$ .  $R_{34} = \frac{U_{34}}{J}$



$$r_{700} = 4,43 \text{ мОм}; r_{1500} = 9,85 \text{ мОм}; r_{2400} = 15,9 \text{ мОм}$$

12. По найденным значениям  $R_{34}$  и  $\sigma$  вычислим смещение  $\Delta x$  контактов Холла в исследуемом образце по формуле:  $R_{3-4} = \rho \frac{\Delta x}{bc}$

$$\text{Тогда } \Delta x = \sigma * R_{34} * l_y * l_z =$$

13. Вычислим холловскую подвижность по формуле  $\mu_H = \gamma \mu$ , где  $\mu$  найдем по формуле  $R = \mu / \sigma$ , а  $\gamma \approx 1,18$  при комнатной температуре в слабом магнитном поле.

$$\text{Тогда } \mu_H = R * \sigma * \gamma =$$

14. а) Проверим выполнение условия слабого магнитного поля по формуле (13):  $\mu_H B_z \ll 1$

б) вычислим угол Холла при  $B^+ = 2000 \text{ Гс}$  по формуле (14):  $\theta \approx -\mu_H B_z$

15. Оценим концентрацию основных носителей зарядов в образце из соотношения (10):

$$R = \gamma \frac{1}{qn}, \quad n = \frac{\gamma}{qR}$$

**Выводы.**