

Вопросы и билеты

2023

Содержание

1 Семестр	1
1.1 Математический анализ	1
1.2 Аналитическая геометрия	3
1.3 История	5
2 Семестр	7
2.1 Математический анализ	7
2.2 Физика	8
2.3 Линейная алгебра	10

1 Семестр

1.1 Математический анализ

Билет 1:

1. Мощность множеств. Счётные множества и множества мощности континуум.
2. Число e .
3. Интегралы с переменным верхним пределом и их свойства.

Билет 2:

1. Определение точной верхней и точной нижней границы множества.
2. Вторая теорема Больцано-Коши.
3. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Определение интеграла Римана и его графический смысл.

Билет 3:

1. Теорема о существовании арифметического корня.
2. Первая теорема Больцано-Коши.

3. Формула Ньютона-Лейбница.

Билет 4:

1. Теорема о вложенных отрезках (в т.ч. в случае стремления к нулю длины отрезков).
2. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне.
3. Достаточное условие интегрируемости монотонной функции.

Билет 6:

1. Теорема о единственности предела последовательности.
2. Второй замечательный предел.
3. Интегралы с подстановками Эйлера.

Билет 7:

1. Необходимое условие сходимости.
2. Первый замечательный предел.
3. Критерии интегрирования в терминах колебаний.

Билет 8:

1. Бином Ньютона.
2. Первая теорема Вейерштрасса (возможные вопросы: определения ограниченной и непрерывной функции).
3. Эквивалентные условия интегрируемости в терминах колебаний.

Билет 9:

1. Теорема Больцано-Вейерштрасса о подпоследовательностях.
2. Эквивалентность дифференцируемости и существования производной в точке.
3. Свойства сумм Дарбу.

Билет 10:

1. Критерий Коши для последовательностей.
2. Теорема о непрерывности обратной функции.
3. Интеграл Римана. Необходимое условие интегрируемости.

Билет 11:

1. Теорема Вейерштрасса для монотонной функции.
2. Теорема Лагранжа.
3. Линейные свойства определённого интеграла.

Билет 12:

1. Арифметические свойства предела.
2. Теорема Коши.
3. Аддитивные свойства определённого интеграла.

Билет 13:

1. Неполнота и алгебраическая незамкнутость поля рациональных чисел.
2. Теорема Ролля (возможные вопросы: теорема Вейерштрасса и теорема Ферма).
3. Множества меры ноль и их свойства. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.

Билет 14:

1. Теорема о двух милиционерах.
2. Вторая теорема Вейерштрасса.
3. Условия интегрируемости для непрерывных функций и функций с конечным числом разрывов.

Билет 15:

1. Сравнение бесконечно малых функций (возможные вопросы: определение предела функции по Коши и по Гейне).
2. Параметрически заданные функции и их производные (возможные вопросы: определение производной, теорема Коши).
3. Интегрируемость суммы и произведения интегрируемых функций.

1.2 Аналитическая геометрия

Билет 1: Операции над векторами и их свойства. Доказать свойство ассоциативности.

Билет 2: Определение пропорциональности векторов. Доказать равносильность коллинеарности и пропорциональности векторов.

Билет 3: Геометрическое определение базиса на прямой V_1 , плоскости V_2 и пространстве V_3 . Теоремы о разложении любого вектора по базису (случаи V_1, V_2, V_3).

Билет 4: Определение координат вектора (рассмотреть случай пространства V_3). Операции над векторами в координатной форме. Доказать критерий коллинеарности векторов в координатной форме.

- Билет 5:** Определение линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Алгебраическое определение базиса в векторном пространстве.
- Билет 6:** Определение скалярного произведения векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения векторов в координатной форме в общем случае и случае ортонормированного базиса.
- Билет 7:** Понятие ориентации тройки векторов и циклической перестановки. Определение и свойства векторного произведения векторов.
- Билет 8:** Определение смешанного произведения векторов. Доказать численное равенство модуля смешанного произведения векторов и значения объёма параллелепипеда, построенного на этих векторах.
- Билет 9:** Критерий коллинеарности трёх векторов.
- Билет 10:** Вывод формулы векторного произведения в координатной форме в общем случае и в случае ортонормированного базиса.
- Билет 11:** Вывод формулы смешанного произведения в координатной форме.
- Билет 12:** Матрица перехода в V_2 . Невырожденность матрицы перехода. Закон изменения координат вектора при изменении базиса.
- Билет 13:** Определение аффинного пространства и аффинной системы координат. Определение координат точки и координат вектора. Изменение координат точки при изменении системы координат.
- Билет 14:** Уравнение линии на плоскости. Определение алгебраической линии n -ого порядка. Доказать инвариантность понятия алгебраической линии и её порядка относительно изменения декартовой системы координат для случая алгебраической линии первого порядка.
- Билет 15:** Вывод векторного, параметрического и канонического уравнений прямой на плоскости.
- Билет 16:** Вывод уравнения прямой по двум точкам и общего уравнения прямой.
- Билет 17:** Доказать теорему о взаимном расположении прямых на плоскости.
- Билет 18:** Определение пучка прямых на плоскости. Вывод уравнения пучка прямых на плоскости.
- Билет 19:** Вывод формулы расстояния от точки до прямой на плоскости.
- Билет 20:** Определение алгебраической поверхности и её порядка. Векторно-параметрическое и параметрическое уравнения плоскости.

- Билет 21:** Теорема о задании линейным уравнением в произвольной системе координат и обратный случай. Общее уравнение плоскости.
- Билет 22:** Определение вектора нормали к плоскости. Координаты вектора нормали к плоскости, заданной общим уравнением в прямоугольной системе координат.
- Билет 23:** Вывод формулы расстояния от точки до плоскости.
- Билет 24:** Уравнение линии в пространстве. Вывод уравнений прямых в пространстве.
- Билет 25:** Вывод формулы расстояния между скрещивающимися прямыми.
- Билет 26:** Эллипс и теорема о модулях радиус-векторов эллипса.
- Билет 27:** Критерий принадлежности точки эллипсу ($r_1 + r_2 = 2a$).
- Билет 28:** Гипербола и теорема о модуле радиус-векторов гиперболы.
- Билет 29:** Критерий принадлежности точки гиперболы ($|r_1 - r_2| = 2a$).
- Билет 30:** Парабола.

1.3 История

- Билет 1:** Славяне. Восточные славяне.
- Билет 2:** Киевская Русь и её соседи. Норманская теория. Обзор деятельности первых русских князей.
- Билет 3:** Социально-экономическое и политическое развитие Киевской Руси в IX – X веках.
- Билет 4:** Княжение Владимира. Крещение Руси. Значение принятия христианства.
- Билет 5:** Время Ярослава Мудрого. Киевская Русь в XI веке.
- Билет 6:** Княжение Владимира Мономаха (1113 – 1125). Киевская Русь в XII веке. Феодальная раздробленность Руси. Владимиро-Суздальская Русь.
- Билет 7:** Невская битва (1240 год). Александр Невский. Ледовое побоище (1242 год).
- Билет 8:** Русь и монголо-татары.
- Билет 9:** Великое княжество Московское в XIV – XV веках. Иван Калита.

- Билет 10:** Борьба Московского княжества с Золотой Ордой. Дмитрий Иванович Донской. Куликовская битва.
- Билет 11:** Объединение русских земель вокруг Московского княжества.
- Билет 12:** Объединение русских земель в единое государство. Иван III.
- Билет 13:** Россия в первой половине XVI века.
- Билет 14:** Реформы Ивана IV Грозного. Опричнина.
- Билет 15:** Внешняя политика Ивана IV.
- Билет 16:** Русское государство в конце XVI века. Внутренняя и внешняя политика царя Фёдора (1584 – 1598).
- Билет 17:** «Смута» в России в начале XVII века. Самозванничество.
- Билет 18:** Борьба русского народа с польской интервенцией. Нижегородское ополчение под предводительством Кузьмы (в последствии Козьмы) Минина и Дмитрия Пожарского.
- Билет 19:** Правление царя Михаила Фёдоровича Романова (1613 – 1645).
- Билет 20:** Правление царя Алексея Михайловича (1645 – 1676). Соборное уложение 1649 года.
- Билет 21:** Церковь и раскол в XVII веке. Протопоп Аввакум. Патриарх Никон. Соловецкое восстание.
- Билет 22:** Внешняя политика при Алексее Михайловиче. Воссоединение Украины с Россией.
- Билет 23:** Социальные протесты XVII века. Крестьянская война под предводительством Степана Тимофеевича Разина.
- Билет 24:** Царствование Петра I. Социально-экономическое развитие России на рубеже XVII – XVIII веков.
- Билет 25:** Внешняя политика Петра I.
- Билет 26:** Реформы Петра I Великого и их историческое значение.
- Билет 27:** Дворцовые перевороты.
- Билет 28:** Внутренняя политика Екатерины II. «Уложенная комиссия» (1767 – 1768 годов).
- Билет 29:** Просвещённый абсолютизм.
- Билет 30:** Социально-политическое развитие России во второй половине XVIII века. «Золотой век дворянства».
- Билет 31:** Внешняя политика России в период правления Екатерины II (1762 – 1796 годы).
- Билет 32:** Правление Павла I (1796 – 1801 годы).

2 Семестр

2.1 Математический анализ

Билет 1:

1. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов.
2. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
3. Переход к пределу под знаком интеграла для семейства функций.

Билет 4:

1. Компактные множества в метрических пространствах. Необходимое условие компактности.
2. Признак Раабе.
3. Ряды Фурье. Коэффициенты тригонометрического ряда Фурье.

Билет 5:

1. Связность и линейная связность. Образ связного множества при непрерывном отображении.
2. Признак Дирихле для числового ряда.
3. Переход к пределу под знаком интеграла для семейства функций.

Билет 6:

1. Критерий компактности в \mathbb{R}^n .
2. Признак Даламбера сходимости положительного ряда.
3. Дифференцируемость интеграла, зависящего от параметра.

Билет 7:

1. Образ компакта при непрерывном отображении.
2. Формула Коши-Адамара.
3. Бета-функция и её свойства.

Билет 8:

1. Достаточное условие дифференцируемости в терминах частных производных.
2. Критерий сходимости положительного ряда.
3. Равенство Парсеваля и неравенство Бесселя.

Билет 9:

1. Теорема о дифференцируемости композиции дифференцируемых функций.

2. Равномерная сходимость и интегрирование.
3. Разложение в ряд Тейлора: $\ln(1+x)$, $\arctg(x)$.

Билет 10:

1. Связность и линейная связность. Образ связного множества при непрерывном отображении.
2. Достаточное условие абсолютного экстремума.
3. Интегральный признак сходимости.

Билет 11:

1. Инвариантность первого дифференциала.
2. Совпадение смешанных частных производных.
3. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Аналог теоремы Вейерштрасса.

Билет 12:

1. Равномерная непрерывность. Обобщение теоремы Кантора.
2. Теорема Абеля о поведении степенного ряда на границе интервала сходимости.
3. Признак Дини.

2.2 Физика

Билет 3:

1. Идеальный газ. Агрегатные состояния вещества. Закон Дальтона.
2. Молекулярно-кинетическая формулировка температуры и теплового равновесия.

Билет 4:

1. Теплоёмкость.
2. Распределение Ферми-Дирака

Билет 9:

1. Статистика Бозе-Эйнштейна.
2. Вязкость газа; внутреннее трение; коэффициент вязкости; сила вязкого трения; оценка коэффициента вязкости.

Билет 10:

1. Термодинамические процессы; квазистатические процессы (обратимые); адиабатическое расширение и сжатие (общий вид, примеры).

2. Спектр излучения абсолютно чёрного тела; распределение по степеням свободы для электромагнитного излучения; формула Планка; закон Стефана-Больцмана; закон Вина.

Билет 13:

1. Второе начало термодинамики.
2. Фазы вещества: классификация и условие равновесия.

Билет 14:

1. Обратимые круговые процессы. Идеальный газ. Цикл Карно.
2. Вывод уравнения Клайперона-Клаузиуса.

Билет 17:

1. Энтропия обратимых и необратимых процессов. Неравенство Клаузиуса.
2. Поверхностное натяжение и его термодинамический смысл (связь коэффициента полезного действия с температурой).

Билет 18:

1. Коэффициент полезного действия в необратимом круговом процессе (физические причины необратимости; примеры).
2. Смачивание и несмачивание; условие равновесия границы; краевой угол (примеры).

Билет 19:

1. Реальные газы (определение); газ Ван-дер-Ваальса (уравнение; изотермы в координатах $P(V)$; внутренняя энергия; теплоёмкость).
2. Соотношение между давлением и кривизной поверхности; формулы Лапласа; закон Жюрена.

Билет 20:

1. Термодинамическое и статистическое определение макропараметров физической системы. Эргодические системы.
2. Характер движения отдельной частицы в газе. Длина свободного пробега. Среднеквадратичное отклонение частицы от начального положения.

2.3 Линейная алгебра

Билет 2: Подпространства. Разложение подпространства в прямую сумму подпространств. Примеры разложения на подпространства.

Билет 17: Унитарные операторы и их матрицы. (Всё, что знаете)

Билет 18: Ортогональные операторы и их матрицы. (Всё, что знаете)

Билет 20: Квадратичные формы: определение и диагонализация методом ортогональных преобразований. Закон инерции.

Билет 21: Метод Якоби диагонализации квадратичных форм.

Билет 22: Положительно определённые квадратичные формы и операторы в терминах квадратичных форм. (Определение; Необходимые и достаточные условия)

Билет 24: Одновременная диагонализация квадратичных форм