

Вопросы к коллоквиуму по математическому анализу

1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода (определения, примеры).
2. Основные свойства несобственных интегралов.
3. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
4. Критерий сходимости несобственного интеграла от положительной функции.
5. Признаки сравнения для несобственных интегралов от положительных функций.
6. Признак Абеля сходимости несобственных интегралов.
7. Признак Дирихле сходимости несобственных интегралов.
8. Пространство \mathbf{R}^n : основные определения и свойства операций.
9. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.
10. Метрические пространства (определения и примеры).
11. Последовательности и пределы в метрических пространствах.
12. Множества в метрическом пространстве (открытые, замкнутые).
13. Точки (внутренние, внешние, предельные, граничные) множеств в метрическом пространстве.
14. Компактные множества в метрических пространствах.
Необходимое условие компактности.
15. Критерий компактности в \mathbf{R}^n .
16. Функции на метрических пространствах, непрерывность, различные эквивалентные определения.
17. Образ компактного множества при непрерывном отображении.
Обобщение 1-й и 2-й теоремы Вейерштрасса.
18. Равномерная непрерывность. Обобщение теоремы Кантора для непрерывной функции на компакте.
19. Связность, линейная связность. Образ связного множества при непрерывном отображении.
20. Покоординатная сходимость в \mathbf{R}^n .
21. Дифференцируемость функций нескольких переменных, определение оператора дифференцирования.
22. Частные производные. Матрица Якоби. Производная по направлению и градиент.

23. Необходимые условия дифференцируемости (непрерывность; существование частных производных).
24. Линии уровня функции, связь с градиентом.
25. Свойства дифференцируемых функций. Действия с ними.
26. Нормированные пространства (определение и примеры). Норма линейного оператора.
27. Теорема о дифференцируемости композиции дифференцируемых функций.
28. Следствия из теоремы о дифференцируемости композиции.
Инвариантность формы 1-го дифференциала.
29. Достаточное условие дифференцируемости в терминах частных производных.
30. Касательная плоскость и её уравнение.
31. Производные высших порядков. Совпадение смешанных частных производных.
32. Дифференциалы высших порядков и их вычисление.
Неинвариантность формы второго дифференциала.
33. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
34. Экстремумы функции нескольких переменных, необходимое условие экстремума.
35. Достаточные условия экстремума.