

Вопросы по математическому анализу

1 семестр

Национальный исследовательский
Нижегородский Государственный Университет
имени Н.И. Лобачевского

Высшая Школа Общей и Прикладной Физики

Последнее обновление: 19 февраля 2024 г.

1. Отношение порядка. Определения и примеры.
2. Отношение эквивалентности. Определение и примеры.
3. Множества и операции над множествами.
4. Мощность множеств. Счетные множества и множества мощности континуум.
5. Функции (отображения) и их виды: сюръекция, инъекция, биекция. Примеры.
6. Композиция отображений (сложная функция). Примеры.
7. Обратная функция. Примеры.
8. Натуральные числа: Математическая индукция, примеры. Операции на \mathbb{N} и их свойства.
9. Целые числа. Модели множества целых чисел. Операции на \mathbb{Z} и их свойства.
10. Рациональные числа. Операции в \mathbb{Q} и их свойства.
11. Свойства неравенств. Соотношение для разности степеней двух чисел.
12. Бином Ньютона.
13. Неполнота множества рациональных чисел и алгебраическая незамкнутость.
14. Ограниченные и неограниченные множества. Примеры.
15. Определение точной верхней и точной нижней грани.

16. Действительные числа. Аксиоматическое определение, разные формы полноты \mathbb{R}
17. Модель сечений Дедекинда. Определение операций и порядка в этой модели
18. Другие модели \mathbb{R} (числовая прямая, бесконечные десятичные дроби).
19. Теорема о существовании арифметического корня .
20. Теорема о вложенных отрезках.
21. Графики функций. Преобразование графиков.
22. Типы числовых функций: ограниченные, монотонные.
23. Типы числовых функций: четные (нечетные), периодические.
24. Алгебраические свойства степеней с рациональным показателем.
25. Степенные функции и их графики.
26. Показательная и логарифмическая функции.
27. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.
28. Последовательности и их типы.
29. Формулы общего члена и суммы для арифметической и геометрической прогрессии
30. Определение предела последовательности. Примеры. Доказательства по определению.
31. Теорема о единственности предела последовательности.
32. Необходимое условие сходимости (теорема об ограниченности сходящейся последовательности)
33. Бесконечно малые последовательности и бесконечно большие последовательности; их свойства.
34. Теорема об арифметических свойствах предела последовательности.
35. Переход к пределу в неравенствах.
36. Теорема «О двух милиционерах».
37. Теоремам Вейерштрасса о монотонной последовательности.
38. Число e .
39. Теорема Больцано-Вейерштрасса о подпоследовательностях.

40. Частичные пределы последовательности. Верхние и нижние пределы последовательности и их свойства.
41. Критерий сходимости Коши.
42. Предел функции. Определение на языке «эпсилон-дельта» (по Коши) и на языке последовательностей (по Гейне). Примеры. Доказательства по определению.
43. Эквивалентность определений предела по Коши и по Гейне.
44. Арифметические свойства предела функции.
45. Односторонние пределы. Бесконечные пределы.
46. Первый замечательный предел.
47. Второй замечательный предел.
48. Критерий Коши для предела функции. Переход к пределу функции в неравенствах.
49. Сравнение бесконечно малых функций.
50. Сравнение бесконечно больших функций и последовательностей.
51. Свойство предела монотонной функции.
52. Непрерывность функции. Определение и примеры.
53. Непрерывность арифметических операций и композиции непрерывных функций.
54. Точки разрыва и их классификация.
55. 1-ая Теорема Больцано – Коши.
56. 2-ая Теорема Больцано – Коши.
57. 1-ая Теорема Вейерштрасса.
58. 2-ая Теорема Вейерштрасса.
59. Теорема о непрерывности обратной функции.
60. Непрерывность основных элементарных функций.
61. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора
62. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной.
63. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной.

64. Определение дифференцируемости функции в точке. Дифференциал и его геометрический смысл.
65. Дифференцируемость и существование производной. Эквивалентность этих понятий
66. Свойства производных (производная суммы, разности, произведения, частного).
67. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Примеры
68. Производная элементарных функций
69. Лемма о возрастании функции в точке
70. Теорема Ферма об экстремуме
71. Теорема Ролля
72. Теорема (формула) Лагранжа
73. Следствия из теоремы Лагранжа (о монотонности)
74. Односторонние производные. Существование односторонних производных (следствие из теоремы Лагранжа).
75. Теорема Дарбу
76. Теорема Коши
77. Параметрически заданные функции и их производные
78. Производные высших порядков для основных элементарных функций
79. Формула Лейбница
80. Инвариантность формы первого дифференциала и не инвариантность высших дифференциалов
81. Формула Тейлора для многочлена
82. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано
83. Разложение Тейлора-Маклорена для e^x , $\sin x$, $\cos x$
84. Разложение Тейлора-Маклорена для $\ln(1+x)$, $(1+x)^a$
85. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Кош
86. Правило Лопиталя для неопределённости
87. Правило Лопиталя для неопределённости

88. Выпуклые (вогнутые) функции. Определение и эквивалентные условия
89. Эквивалентные условия выпуклости для дифференцируемых функций
90. Условия выпуклости в терминах касательных
91. Неравенство Иенсена. Примеры
92. Асимптоты графика функции и их уравнения
93. Необходимые и достаточные условия экстремума (в терминах п.
94. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано
95. Разложение Тейлора-Маклорена для e^x , $\sin x$, $\cos x$.
96. Разложение Тейлора-Маклорена для $\ln(1+x)$, $(1+x)^a$.
97. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши
98. Неопределенный интеграл и первообразная: определение, описание множества первообразных.
99. Свойства первообразных (линейность, замена переменных, интегрирование по частям).
100. Интегрирование рациональных функций.
101. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
102. Интегралы с подстановками Эйлера.
103. Биномиальный дифференциал и его интегрирование.
104. Интегрирование тригонометрических функций.
105. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
106. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.
107. Суммы Дарбу и их свойства.
108. Критерий интегрируемости (эквивалентные условия в терминах колебаний).
109. Достаточные условия интегрируемости (для непрерывных функций и функций с конечным множеством точек разрыва).
110. Достаточные условия интегрируемости для монотонных функций.

- 111. Множества меры 0 и их свойства. Критерий Лебега интегрируемости (без доказательства).
- 112. Теорема об интегрируемости суммы и произведения функций, интегрируемость модуля от функции.
- 113. Линейные свойства определенного интеграла.
- 114. Свойства неравенств для определенных интегралов.
- 115. Аддитивное свойство определенного интеграла.
- 116. Первая теорема о среднем и ее обобщение. Вторая теорема о среднем (без доказательства).
- 117. Свойства интеграла с переменным верхним пределом.
- 118. Формула Ньютона – Лейбница.
- 119. Интегрирование по частям и замена переменных для определенного интеграла.
- 120. Формула Тейлора с интегральным остаточным членом.
- 121. Понятия квадратуемой фигуры и площади. Площадь в декартовых и полярных координатах.
- 122. Длина кривой, заданной параметрически и в явном виде.
- 123. Объем тела вращения.
- 124. Площадь поверхности вращения.
- 125. Физические приложения определенного интеграла.