

Атомная физика

Лекция 8

М.Ю. Рябиков

канд. физ.-мат. наук, в.н.с. ИПФ РАН

ННГУ им. Н.И. Лобачевского, ВШОПФ

2025

Модели атомов

(часть 1)

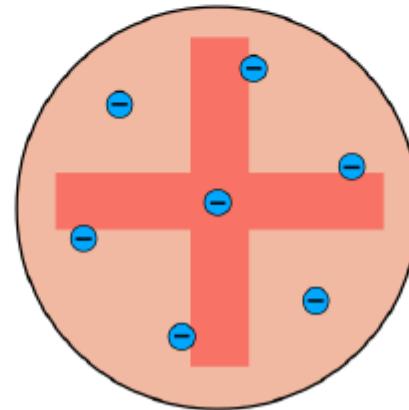
Представления химиков до конца 19 в.: атомы неделимы и вечны; в различных химических реакциях атомы образуют более сложные (молекулярные) структуры, которые могут разрушаться, но сами атомы не могут исчезать или возникать.

Открытие электрона (Дж. Томсон) → атомы имеют сложную структуру; электрон является частью атома (катодным лучам неоткуда взяться, кроме как из атомов).

Исследования начала 20 в. → атомы могут содержать большое количество электронов.

Атом Томсона

Одна из первых моделей атома – «пудинг с изюмом» (Дж. Томсон, 1904): положительно заряженное «облако» диаметром $\sim 1\text{\AA}$, в котором находятся электроны («корпускулы», по Томсону). Положительный заряд полностью компенсирует суммарный отрицательный заряд совокупности электронов.



Схематическое представление модели атома Томсона

Положения электронов стабилизируются тем, что при удалении электрона от центра положительно заряженного облака электрон испытывает увеличение силы притяжения, возвращающей его обратно (по закону Гаусса), так как теперь его орбита охватывает больше вещества противоположного заряда, чем ранее.

Центр шара определяет положение равновесия. Смещение электрона из этой точки → возвращающая сила.

Сила, действующая на электрон в поле равномерно заряженного шара → колебательное движение электрона при отклонении от равновесия.

Напряженность электрического поля на расстоянии r от центра шара может быть найдена из теоремы Гаусса. Поток поля \mathbf{E} через замкнутую поверхность:

$$\Phi_E \equiv \int_S E_n ds = 4\pi Q \rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0. \quad (8.1)$$

Плотность положительного заряда связана с радиусом шара соотношением

$$e = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_0. \quad (8.2)$$

Подставим (8.2) в (8.1) →

$$\mathbf{E} = \frac{4}{3} \pi \rho_0 r = \frac{e}{R^3} \mathbf{r} \quad (8.3)$$

Уравнение движения электрона:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{e^2}{R^3} \mathbf{r} \quad (8.4)$$

или

$$\ddot{\mathbf{r}} + \Omega_0^2 \mathbf{r} = 0, \quad (8.5)$$

где $\Omega_0 = \sqrt{e^2/mR^3}$ – круговая частота колебаний. Следующая отсюда оценка размера атома $R \approx (e^2/m\Omega_0^2)^{1/3} \approx 3 \times 10^{-8}$ см для $\lambda = 2\pi c/\Omega_0 = 600$ нм (видимый свет) соответствует реальным значениям. Решение уравнения (8.5) – гармонические колебания с частотой Ω_0 . Представления об атоме как гармоническом осцилляторе согласуются с классической электронной теорией Лоренца.

Томсон допускал, что электроны могут образовывать различные структуры. Как один из вариантов таких структур он рассматривал вращающиеся кольца. Томсон предполагал, что наблюдаемые спектральные линии атомов могут быть объяснены различиями в энергиях различных кольцевых структур, однако его попытки количественного объяснения определенных известных атомарных спектральных линий не принесли существенного успеха. Вызывала вопросы и физическая природа положительного «облака». Модель Томсона была опровергнута экспериментами Гейгера и Марсдена – молодых сотрудников Резерфорда (1909).

Опыты Резерфорда. Планетарная модель атома

Опытам Резерфорда и его сотрудников предшествовали важные события – открытие рентгеновских лучей и радиоактивности.

Открытие рентгеновских лучей

Вильгельм Конрад Рентген (немецкий физик, 1895 г.): исследования катодных лучей. 8 ноября 1895 г.: случайное обнаружение свечения в темноте экрана, покрытого платиносинеродистым барием (находился в метре от катодно-лучевой трубы, закрытой черным картонным футляром). Оказалось, что трубка не была выключена. При выключении трубы пропало свечение, при включении снова появилось. «*X-лучи*». Высокие проникающие свойства излучения, проходившего из трубы к экрану. Рука на пути X-лучей → силуэты костей на экране.



Снимок в X-лучах руки Альберта Кёллихера, сделанный Рентгеном 23 января 1896 г.

50-дневные исследования свойств X-лучей и их источника. 28 декабря 1895 г. – первое публичное сообщение об открытых X-лучах. Анод, бомбардируемый катодными лучами (т.е. электронами) как источник X-лучей → идея конструкции рентгеновской трубы.

Начало 1896 г. – первые медицинские применения X-лучей.

Нобелевская премия по физике (1901 г.)

Открытие и исследования радиоактивности

Открытие радиоактивности (Анри Беккерель, французский физик, 1896).

Исследование природы рентгеновских лучей (открытых Рентгеном в 1895 г.).
Возможная связь люминесценции и рентгеновских лучей (не является ли
флюоресцирующий слой в трубке Крукса источником рентгеновских лучей?
– гипотеза Пуанкаре).

Февраль 1896 г.: Беккерель освещал ярким солнечным светом в течение нескольких часов разные фосфоресцирующие соединения, в том числе одну из солей урана → заворачивал в черную бумагу → клал в темный шкаф на фотопластинку, тоже завернутую в черную бумагу → через некоторое время проявлял пластинку → изображение куска соли. Происхождение засветки – не оптическая люминесценция (использовалась непрозрачная черная бумага). Гипотеза: рентгеновские лучи (в согласии с гипотезой Пуанкаре). Дальнейшее продолжение экспериментов.

25-29 февраля 1896 г. – непогода в Париже. Образцы удалось лишь слегка облучить рассеянным солнечным светом. Эксперимент отложили.

1 марта 1896 г.: Беккерель проявил пластинку, ожидая увидеть лишь слабую её засветку слабо облученным куском урановой соли.

Результат: сильная засветка пластиинки!

Люминесценция – нетепловое свечение вещества, происходящее после поглощения им энергии возбуждения.

Типы люминесценции:

- Фотолюминесценция
 - Флуоресценция
 - Фосфоресценция
- Хемилюминесценция
- Катодолюминесценция
- ... (сонолюминесценция, радиолюминесценция, биолюминесценция и др.)

Эксперименты с другими соединениями урана (в том числе не фосфоресцирующими) → всегда наблюдалась засветка. Металлический мальтийский крест между образцом и пластиинкой → слабые контуры креста.

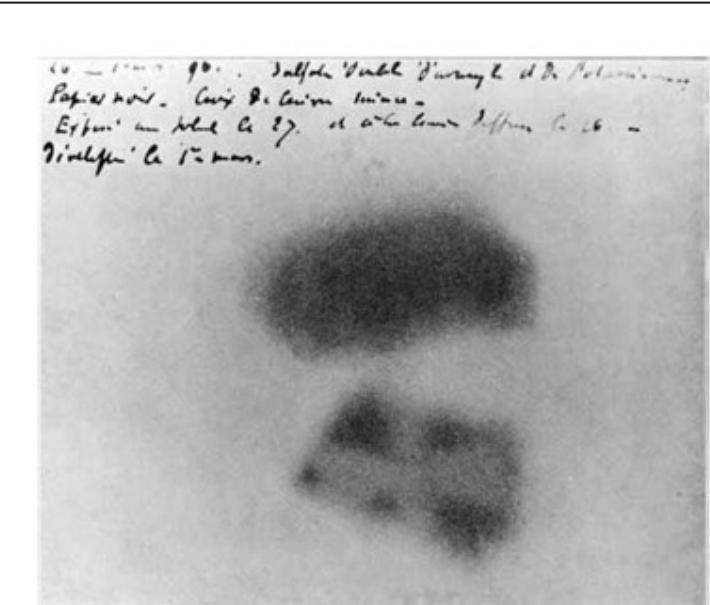
Выводы:

- (1) о неизвестных ранее лучах, проходящих через непрозрачные предметы, подобно рентгеновским, но не связанных с внешним воздействием на излучающий материал;
- (2) об источнике (уран).

9 марта 1896 г.: доклад А. Беккереля на заседании Парижской Академии наук об обнаружении ранее неизвестных «урановых лучей», т.е. об открытии самопроизвольной радиоактивности урана.

Опыты Пьера и Марии Кюри (французские физики, с 1898 г.). Радиоактивность тория. Открытие элементов радия и полония (обнаружены в отходах после выделения урана из урановой руды). Обнаружение биологического действия радиоактивности (1902 г.).

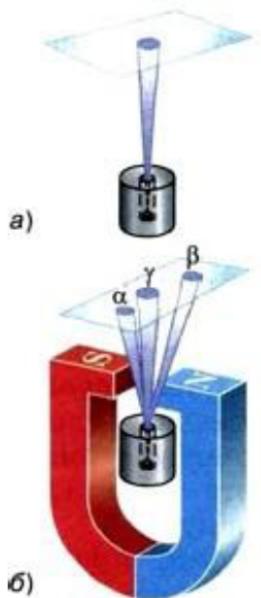
Нобелевские премии по физике (А. Беккерель / П. и М. Кюри, 1903 г.) и химии (М. Кюри, 1911 г.)



Отпечаток куска урановой соли и тень мальтийского креста, обнаруженные Беккерелем на фотопластинке

Исследования Резерфорда по радиоактивности

Эрнест Резерфорд (британский физик новозеландского происхождения, 1899):
3 типа лучей, испускаемых ураном (по-разному отклоняются в магнитном поле):



α -лучи – положительно заряженные частицы зарядом $2e$ и массой 4 а.е.м. (энергии 4-9 МэВ) с относительно невысокой проникающей способностью (позднее было установлено, что это ядра атома гелия-4);

β -лучи – быстрые отрицательно заряженные частицы (электроны) с энергиями (у различных радиоактивных изотопов) от десятков кэВ до нескольких МэВ и высокой проникающей способностью;

γ -излучение – коротковолновые ЭМ волны с длинами меньше рентгеновских; энергии – от десятков кэВ до нескольких МэВ (открыто Полем Вилларом (французский физик, 1900), но название позже дано Резерфордом).

1903 (совместно с Фредериком Содди): идея о преобразовании элементов в процессе радиоактивного распада и установление законов радиоактивности.

Нобелевская премия по химии (1908) за эти и другие исследования по радиоактивности.

Опыты Резерфорда по рассеянию а-частиц

Эксперименты Гейгера и Марсдена (под руководством Резерфорда).

Ханс Гейгер – молодой немецкий ученый, работавший с 1907 г. по приглашению Резерфорда в его лаборатории в Манчестерском университете (позднее Гейгер стал широко известен как изобретатель первых счетчиков ионизирующих частиц (счетчики Гейгера)). Эрнест Марсден – студент Манчестерского университета.

Первоначальная мотивация экспериментов Гейгера и Марсдена – работы над счетчиком а-частиц. В этих работах наблюдалось (неожиданно!) слишком сильное рассеяние а-частиц на молекулах воздуха в трубке счетчика → вариации возникающего тока → ошибки счета а-частиц. Задача – исследовать подробнее рассеяние а-частиц веществом. Мишени – фольги различной толщины из различных металлов (серебро, золото и др.). Окончательный выбор – золото, что позволило получать фольги вплоть до очень малой толщины. Источник а-частиц – радий (в несколько млн. раз более радиоактивный, чем уран). Детектирование – по вспышкам, возникающим на прозрачном экране, покрытом флюoresцирующим веществом, при попадании на него а-частицы (**сцинтилляция**). Вспышки – слабые → работа в темноте; использование микроскопа.

Эксперименты 1908 г. → наблюдение рассеяния как воздухом (без фольги), так и золотом (при откаченном воздухе). Трубка позволяла измерять лишь рассеяния на небольшие углы. Резерфорд: могут ли α -частицы рассеиваться на большие (может быть, более 90°) углы?

Эксперименты 1909 г. → наблюдение небольшой (1:8000) доли рассеянний более чем на 90° (иногда почти на 180°) → противоречие с моделью атома Томсона (по Томсону, $W(\theta=180^\circ) \sim 10^{-3500}$). Электроны, имеющие массу почти на 4 порядка меньше массы α -частицы, не могут рассеивать тяжелые α -частицы на большие углы.

Эксперименты 1910 г.: измерение характеристик распределений рассеянных α -частиц в зависимости от толщины слоя материала, его атомной массы, скорости α -частиц; исследование вероятности рассеянний более чем на 90° .

1911 г.: теоретическая работа Резерфорда – обсуждение результатов экспериментов → гипотеза о компактном положительно заряженном ядре внутри атома.

Математическое рассмотрение задачи о кулоновском рассеянии α -частицы на точечной тяжелой положительно заряженной частице.

Эксперименты 1913 г.: проверка согласия закономерностей рассеяния α -частиц на атомах с основными выводами теории Резерфорда.

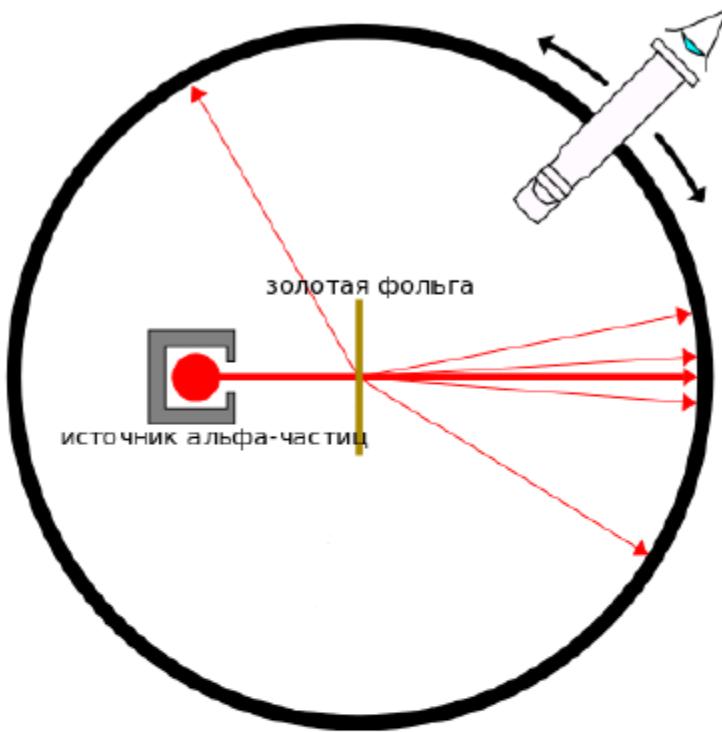


Схема опыта Резерфорда по рассеянию α -частиц на металлической фольге

Гипотеза Резерфорда: в центре атома находится массивное положительно заряженное **ядро** малого размера. Вокруг ядра движутся электроны. $m_e \ll m_N \rightarrow m_N \approx m_A$.

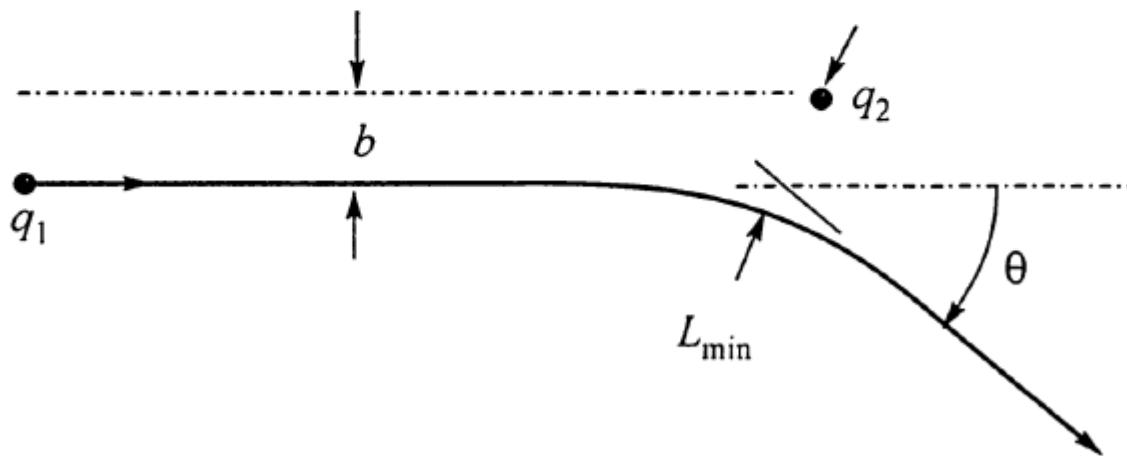
Золото: $m_{Au} \approx 200$ а.е.м.; α -частица: $m_\alpha \approx m_{Au}/50 \rightarrow \alpha$ -частица может рассеяться назад (вплоть до 180° при лобовом столкновении с ядром атома золота).

Теория рассеяния α -частиц на ядрах

α -частица и рассеивающая частица считаются точечными. Взаимодействие – кулоновское.

Теоретическая механика: взаимодействие двух частиц с зарядами q_1 и q_2 .

$m_1 \ll m_2 \rightarrow$ 2-я частица может считаться неподвижной. Начальная кинетическая энергия 1-й частицы = E_0 , прицельный параметр = b . Проходя мимо массивной неподвижной частицы-мишени, более легкая рассеивается на угол θ . Расстояние максимального сближения = L_{\min} .



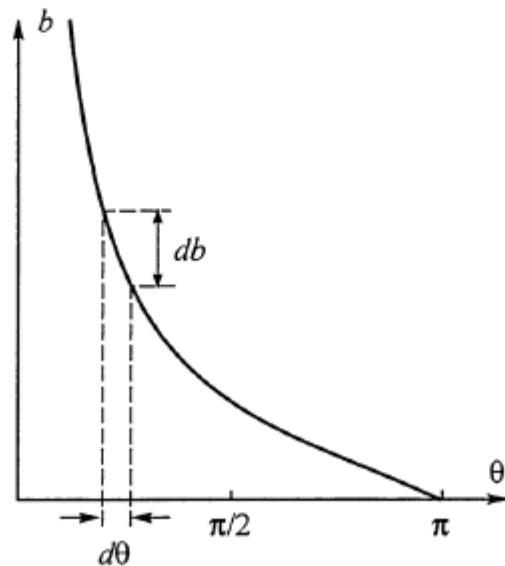
Кулоновское рассеяние легкой частицы на более массивной

Если в процессе движения наименьшее расстояние между центрами частиц превышает сумму радиусов $r_1 + r_2$ этих частиц, то связь угла рассеяния с прицельным параметром выражается следующим образом [Ландау, Лифшиц, Теоретическая механика]:

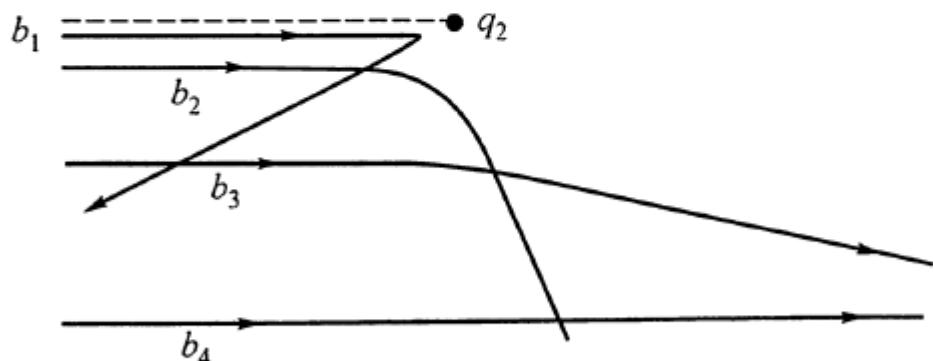
$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{1}{b} \frac{q_1 q_2}{2E_0}. \quad (8.6)$$

Траектория рассеивающейся частицы – гипербола.

$\theta \in (0, \pi) \rightarrow$ зависимость θ от b является монотонно убывающей (см. рисунок слева).



Связь прицельного параметра с углом отклонения рассеивающейся частицы



Примеры траекторий рассеивающихся частиц с одинаковой начальной кинетической энергией и различными прицельными параметрами
 $b_1 < b_2 < b_3 < b_4$

В реальности измерить величину прицельного параметра для каждой частицы невозможно. Вместо этого, как правило, измеряются угловые распределения рассеянных частиц, где любому определенному интервалу углов рассеяния соответствует определенный интервал прицельных параметров (см. следующий слайд). Резерфорд получил соответствующую формулу для кулоновского рассеяния точечных частиц и провел тщательные измерения с целью сравнения полученных экспериментально угловых распределений с теоретической формулой.

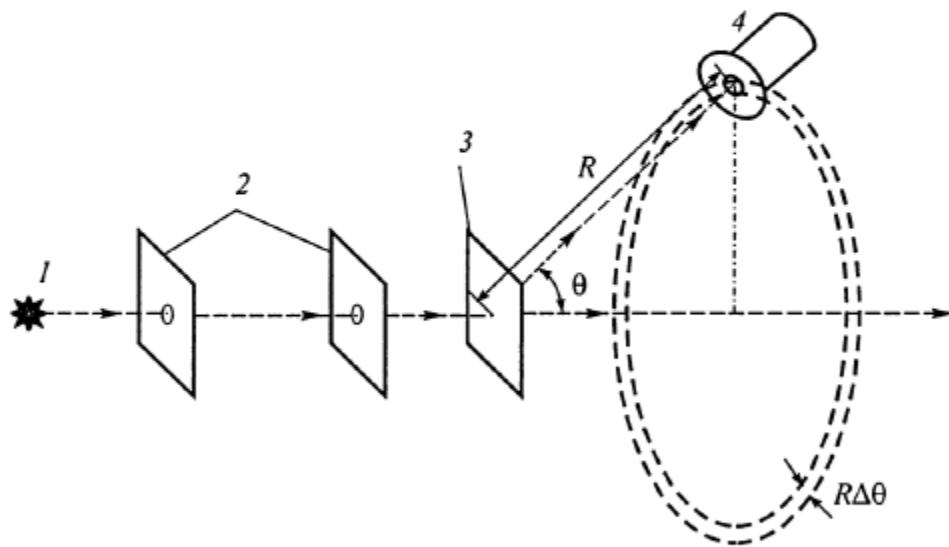


Схема опыта Резерфорда по рассеянию α -частиц на металлической фольге

1 – источник α -частиц, 2 – диафрагмы, 3 – металлическая фольга, 4 – детектор рассеянных α -частиц, θ – угол рассеяния, R – расстояние от мишени до детектора. Детектор может перемещаться по окружности вокруг оси пучка первичных α -частиц при $\theta = \text{const}$

Схема опыта Резерфорда: узкий пучок из большого числа α -частиц с одинаковой кинетической энергией $E_0 \rightarrow$ тонкая фольга из тяжелого металла (золото, серебро и т.п.) \rightarrow регистрация рассеянных частиц с помощью детектора, установленного под углом θ относительно первичного пучка α -частиц. Детектор – сцинтиллоскоп или цилиндр Фарадея. Экспериментальное наблюдение: пространственное распределение рассеянных частиц аксиально симметрично, т.е. зависит только от угла θ .

Пусть в детектор за 1 с попадает $n(\theta)$ частиц. Очевидно, что величина $n(\theta)$ пропорциональна плотности потока исходных α -частиц n_α , количеству атомных ядер на единицу площади поверхности облучаемой фольги N и телесному углу $\Delta\Omega$, под которым видно окно детектора из мишени:

$$n(\theta) \sim n_\alpha N \Delta\Omega.$$

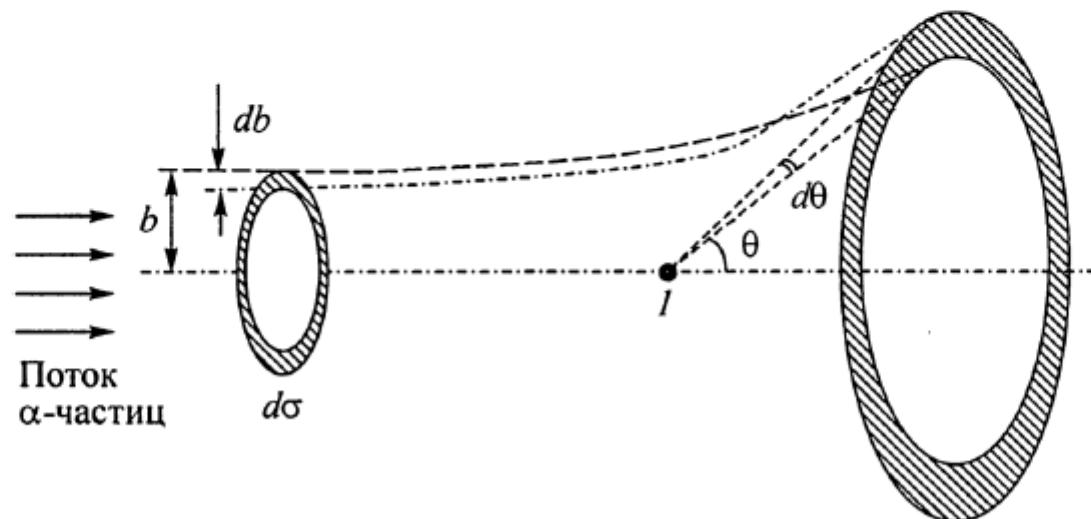
Кроме того, вид зависимости $n(\theta)$ определяется законом взаимодействия частиц. Влияние особенностей рассеивающего поля на величину $n(\theta)$ описывается физической величиной, называемой *дифференциальным эффективным сечением*, которая является важнейшей характеристикой процессов рассеяния частиц.

Рассмотрим единичный рассеивающий центр. Плотность числа частиц, рассеянных в элементарный интервал углов $(\theta, \theta + d\theta)$:

$$dn(\theta) = n_\alpha d\sigma, \quad (8.7)$$

где n_α – плотность потока исходных частиц, $d\sigma$ – некоторый коэффициент, имеющий размерность площади (см. далее).

Монотонно убывающая зависимость b от $\theta \rightarrow$ все α -частицы, рассеянные в интервал углов $(\theta, \theta + d\theta)$, обладали перед рассеянием прицельными параметрами в интервале $(b, b - db)$ (см. рисунок).



К выводу эффективного дифференциального сечения рассеяния

→ Поток частиц, через кольцо, ограниченное углами θ и $\theta + d\theta$:

$$dn(\theta) = n_\alpha 2\pi b db. \quad (8.8)$$

(8.7), (8.8) → величина $d\sigma$ равна площади этого кольца:

$$d\sigma = 2\pi b db. \quad (8.9)$$

Поэтому величину (8.9) называют **эффективным сечением** рассеяния.

В экспериментах измеряются не прицельные параметры, а углы рассеяния
→ эффективное сечение также следует выразить через углы θ .

Дифференциал db можно представить как

$$db = \left| \frac{db(\theta)}{d\theta} \right| d\theta, \quad (8.10)$$

где зависимость $b(\theta)$ определяется из соотношения (8.6):

$$b(\theta) = \frac{q_1 q_2}{2E_0} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}. \quad (8.11)$$



$$d\sigma = 2\pi b(\theta) \left| \frac{db(\theta)}{d\theta} \right| d\theta. \quad (8.12)$$

Элементарный телесный угол, соответствующий диапазону углов рассеяния $(\theta, \theta + d\theta)$:

$$d\Omega = \frac{r d\theta r \sin \theta \int_0^{2\pi} d\phi}{r^2} = 2\pi \sin \theta d\theta. \quad (8.13)$$

Отношение эффективного сечения к элементарному телесному углу:

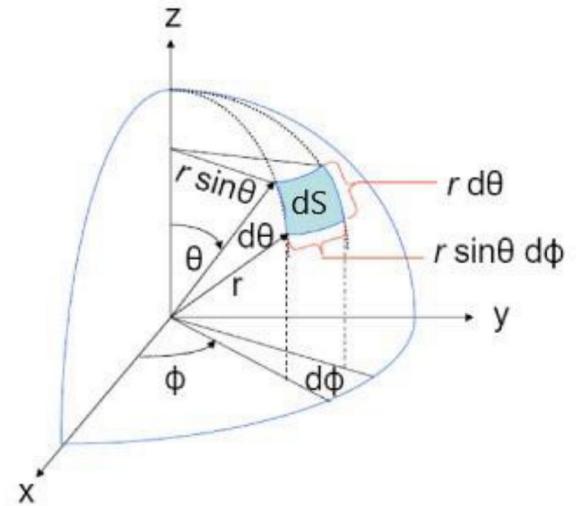
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b(\theta)}{\sin \theta} \left| \frac{db(\theta)}{d\theta} \right| \quad (8.14)$$

– дифференциальное эффективное сечение.

Используя задаваемую (8.11) зависимость $b(\theta)$, получаем выражение для дифференциального эффективного сечения рассеяния при кулоновском взаимодействии заряженных частиц:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{E_0} \right)^2 \frac{1}{16 \sin^4(\theta/2)} \quad (8.15)$$

(формула Резерфорда).



Количество электронов в атоме – целое число →
 заряд ядра кратен элементарному заряду: $q_2 = Ze$ (Z – целое число);
 заряд α -частицы равен $2e \rightarrow$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Ze^2}{E_0} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4(\theta/2)} . \quad (8.16)$$

Доля частиц, регистрируемых детектором, определяется телесным углом $\Delta\Omega$ его окна и эффективностью регистрации $C_A < 1$ (характеризующей неизбежные просчеты детектора при проведении эксперимента) →
 количество регистрируемых в единицу времени рассеянных α -частиц:

$$n(\theta) = C_A n_\alpha N \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega = C_A n_\alpha N \left(\frac{Ze^2}{E_0} \right)^2 \frac{\Delta\Omega}{4 \sin^4(\theta/2)} , \quad (8.17)$$

где N – поверхностная плотность распределения атомных ядер на мишени.
 Эксперименты дали согласие с теоретическим угловым распределением (8.17) в пределах погрешности измерений для углов $0^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$.
 Количество рассеянных α -частиц квадратично зависит от зарядового числа Z .
 Подбором числа Z можно попытаться добиться совпадения теоретической кривой $n(\theta)$ с результатами экспериментов.



Антониус Ван ден Брук (1913 г.): наилучшее согласие теории и опыта наблюдается, если число Z равно порядковому номеру химического элемента в таблице Менделеева.

Гипотеза Ван ден Брука была подтверждена в 1920 г. Джеймсом Чедвиком, создавшим более совершенную экспериментальную установку, чем у Резерфорда. С её помощью он с высокой точностью измерил заряды ядер у атомов меди, платины и серебра (см., напр., [Фаддеев М.А., Чупрунов Е.В. Лекции по атомной физике, дополнение 7.2]).

Атом электронейтрален → **порядковый номер химического элемента равен числу электронов в атоме.**

Резерфорд признавал, что альтернативная гипотеза об отрицательном компактном заряде вместо положительного в принципе приводит к тем же результатам.

Демонстрация положительной заряженности – эксперименты по рассеянию α -частиц на атомах водорода и азота (1917).

Наблюдалось, что ядра водорода (протоны) получают толчок в прямом (а не обратном) направлении по отношению к направлению пучка α -частиц; ядра азота при попадании α -частиц испускают протоны.

Исследования рассеяния α -частиц на атомных ядрах позволили Резерфорду также сделать оценку **размера атомного ядра**. Закон сохранения энергии при лобовом столкновении α -частицы и атомного ядра:

$$E_0 = \frac{2e \cdot Ze}{L_{\min}}, \quad (8.18)$$

где L_{\min} – кратчайшее расстояние, на которое сближаются частицы.

Расчеты для серебра и золота ($Z=47$ и $Z=79$) $\rightarrow L_{\min} \sim 10^{-12}$ см \rightarrow радиус атомного ядра на 4 порядка меньше радиуса атома.

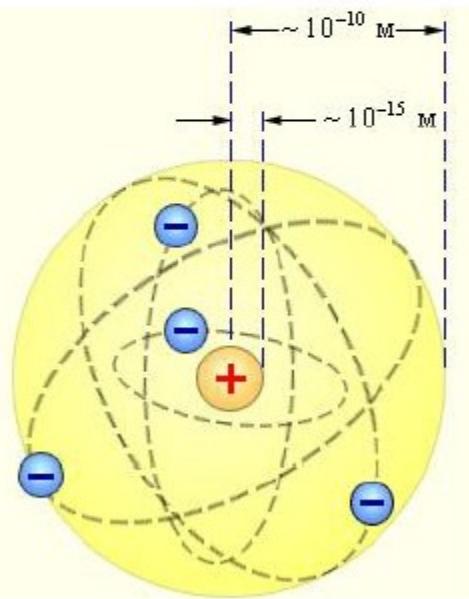
Исследования на ускорителях \rightarrow приближенная формула для оценки радиуса атомного ядра:

$$R_A \approx \sqrt[3]{m_A (\text{а.е.м.})} \times 10^{-13} \text{ см}. \quad (8.19)$$

Модель атома Резерфорда

Результаты исследований рассеяния α -частиц → отказ Резерфорда от модели атома Томсона. Выдвижение **планетарной модели атома**.

Согласно модели Резерфорда, атом содержит в центре ядро, вокруг которого, как планеты вокруг Солнца, вращаются электроны. Количество электронов равно порядковому номеру Z химического элемента.



Планетарная модель атома

Ядро имеет положительный электрический заряд Ze , что обеспечивает электронейтральность атома (позднее было установлено, что заряд ядра объясняется содержанием в нем Z протонов с зарядом e).

Движение электронов вокруг ядра в модели Резерфорда обеспечивается кулоновскими силами, подчиняющимися закону обратных квадратов, как и сила гравитационного притяжения. Аналогия с движением планет вокруг Солнца → название «планетарная модель». Как и в задаче Кеплера, стационарные орбиты электронов могут иметь вид окружностей или эллипсов.

Рассмотрим планетарную модель атома водорода. Электрон движется по круговой орбите радиусом r . На электрон действует сила Кулона величиной e^2/r^2 , при этом электрон движется с центростремительным ускорением v^2/r . 2-й закон Ньютона в проекции на мгновенную ось, направленную вдоль силы Кулона:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}. \quad (8.20)$$

Отсюда модуль скорости электрона равен

$$v = \frac{e}{\sqrt{m_e r}}. \quad (8.21)$$

$r \sim 1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ см} \rightarrow v \sim 10^8 \text{ см/с} \rightarrow$ электрон в атоме водорода является **нерелятивистским**.

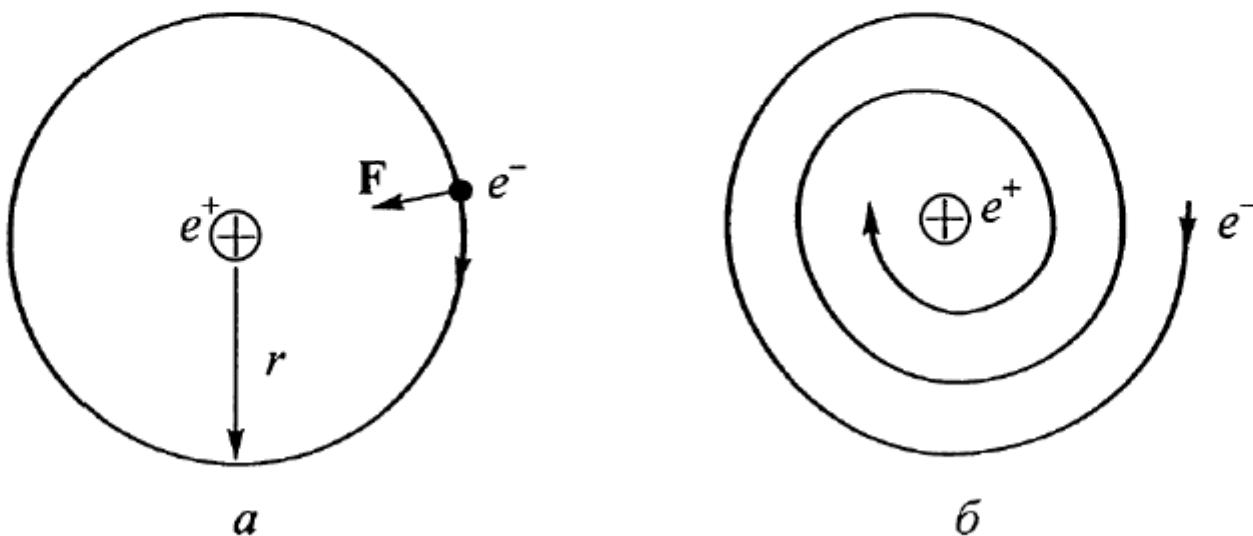
Потенциальная энергия электрона на круговой орбите: $U = -e^2/r$. Кинетическая энергия нерелятивистского электрона: $K = m_e v^2/2$. Используя (8.20), получаем $K = e^2/2r$. Отсюда для полной механической энергии ($E=K+U$) получаем

$$E = -\frac{e^2}{2r}. \quad (8.22)$$

Полезные для дальнейшего соотношения для кулоновской системы: $K=-E$, $U=2E$.

Неудовлетворительность модели Резерфорда

Движение электрона по замкнутой орбите обязательно происходит с ускорением. Согласно классической электродинамике, любая ускоренно движущаяся заряженная частица излучает электромагнитные волны. Электрон, вращающийся вокруг ядра, должен непрерывно терять энергию и в результате упасть на ядро → атом в модели Резерфорда **неустабилен**. Это противоречит экспериментально наблюдаемой стабильности атома в отсутствие внешних воздействий.



К вопросу о классической модели атома водорода: *a)* круговая орбита электрона,
б) падение электрона на ядро

Оценим **время жизни атома** относительно падения электрона на ядро. Это можно сделать, например, исходя из энергетических соображений. Скорость потери энергии заряженной частицы на излучение (см. классическую электродинамику):

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2e^2}{3c^3} |\ddot{\mathbf{r}}|^2.$$

Для круговой орбиты $|\ddot{\mathbf{r}}| = v^2/r$.

Воспользуемся соотношениями $K=-E$, $U=2E \rightarrow$ полная энергия:

$$E = -m_e v^2/2 = -e^2/2r$$

→ можно выразить скорость движения электрона по круговой орбите и её радиус через полную энергию электрона:

$$v^2 = -2E/m_e, \quad r = -e^2/2E \rightarrow$$

$$|\ddot{\mathbf{r}}| = \frac{v^2}{r} = \frac{4E^2}{m_e e^2} \rightarrow \frac{dE}{dt} = -\frac{2e^2}{3c^3} \frac{16E^4}{m_e^2 e^4}$$

$$\frac{dE}{dt} = -\beta E^4, \quad (8.23)$$

где

$$\beta = \frac{32}{3} \frac{1}{m_e^2 c^3 e^2}. \quad (8.24)$$

Интегрируя (8.23), найдем

$$\int_{-|E_0|}^{-\infty} \frac{dE}{E^4} = -\beta \tau. \quad (8.25)$$

Здесь τ – время падения электрона на ядро. Из (8.25) получаем

$$\tau = \frac{1}{3\beta|E_0|^3} = \frac{1}{32} \left(\frac{m_e c^2}{|E_0|} \right)^3 \frac{r_e}{c}, \quad (8.26)$$

где $r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \approx 2.818 \times 10^{-15}$ м – «классический радиус» электрона; $m_e c^2 \approx 511$ кэВ.

→ время жизни атома сильно зависит от энергии начального состояния.

Сильно возбужденные состояния могут жить достаточно долго. Однако для энергии порядка -10 эВ, характерной для большинства невозбужденных атомов, время жизни должно составлять порядка 10^{-10} с, что является нереалистичной цифрой.

Период кругового движения T электрона по орбите радиуса r равен отношению длины окружности к величине скорости. Используем выражение (8.21) для модуля скорости электрона →

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{e} \sqrt{m_e r^3} \quad (8.27)$$

→ частота кругового движения электрона

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{e}{\sqrt{m_e r^3}} \quad (8.28)$$

зависит от радиуса его орбиты.

В процессе падения электрона на ядро радиус его орбиты непрерывно уменьшается → частота испускаемого электроном излучения непрерывно возрастает. Это означает, что атом водорода (в рассматриваемом нами примере) должен испускать непрерывный спектр, что противоречит результатам спектроскопических исследований (см. раздел о линейчатых спектрах атомов в следующей лекции).

Вывод:

Классическая механика и электродинамика не в состоянии построить модель стабильного атома, согласующуюся с результатами экспериментальных исследований.