

# Атомная физика

## Лекция 3

М.Ю. Рябиков

*канд. физ.-мат. наук, в.н.с. ИПФ РАН*

ННГУ им. Н.И. Лобачевского, ВШОПФ

2025

# **Тепловое излучение**

## **(часть 2)**

## **Закон смещения Вина**

Найдем аналог формулы Планка в шкале длин волн.

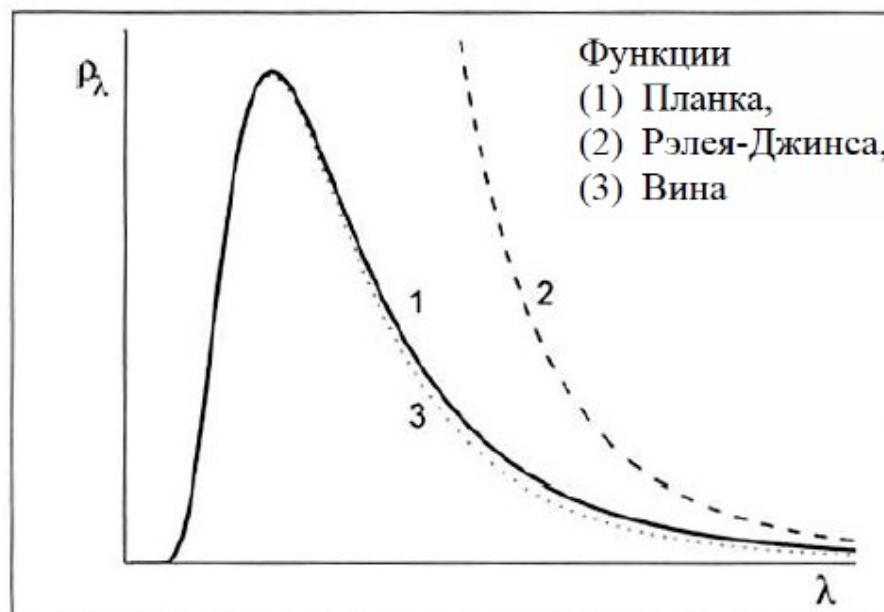
Исходим из равенства  $|\rho_\omega d\omega| = |\rho_\lambda d\lambda|$ .

$$\omega = 2\pi c / \lambda \rightarrow d\omega = |d\omega / d\lambda| d\lambda = (2\pi c / \lambda^2) d\lambda$$



$$\rho_\lambda d\lambda = \frac{16\pi^2}{\lambda^5} \frac{\hbar c}{\exp(2\pi\hbar c / \lambda k_B T) - 1} d\lambda \quad (1.19.1)$$

– формула Планка в шкале длин волн.



Максимум планковской функции (закон смещения Вина) в шкале длин волн:

$$\frac{2\pi\hbar c}{\lambda_{\max} k_B T} \approx 4.95 . \quad (1.21.1)$$

Максимумы планковской функции в шкалах частот и длин волн

не совпадают:  $\omega_{\max} \neq \frac{2\pi c}{\lambda_{\max}} !$

(1.21), (1.21.1) →

$$\frac{2\pi c / \lambda_{\max}}{\omega_{\max}} \approx 1.76 . \quad (1.21.2)$$

**Примеры** физических систем с планковским спектром излучения:

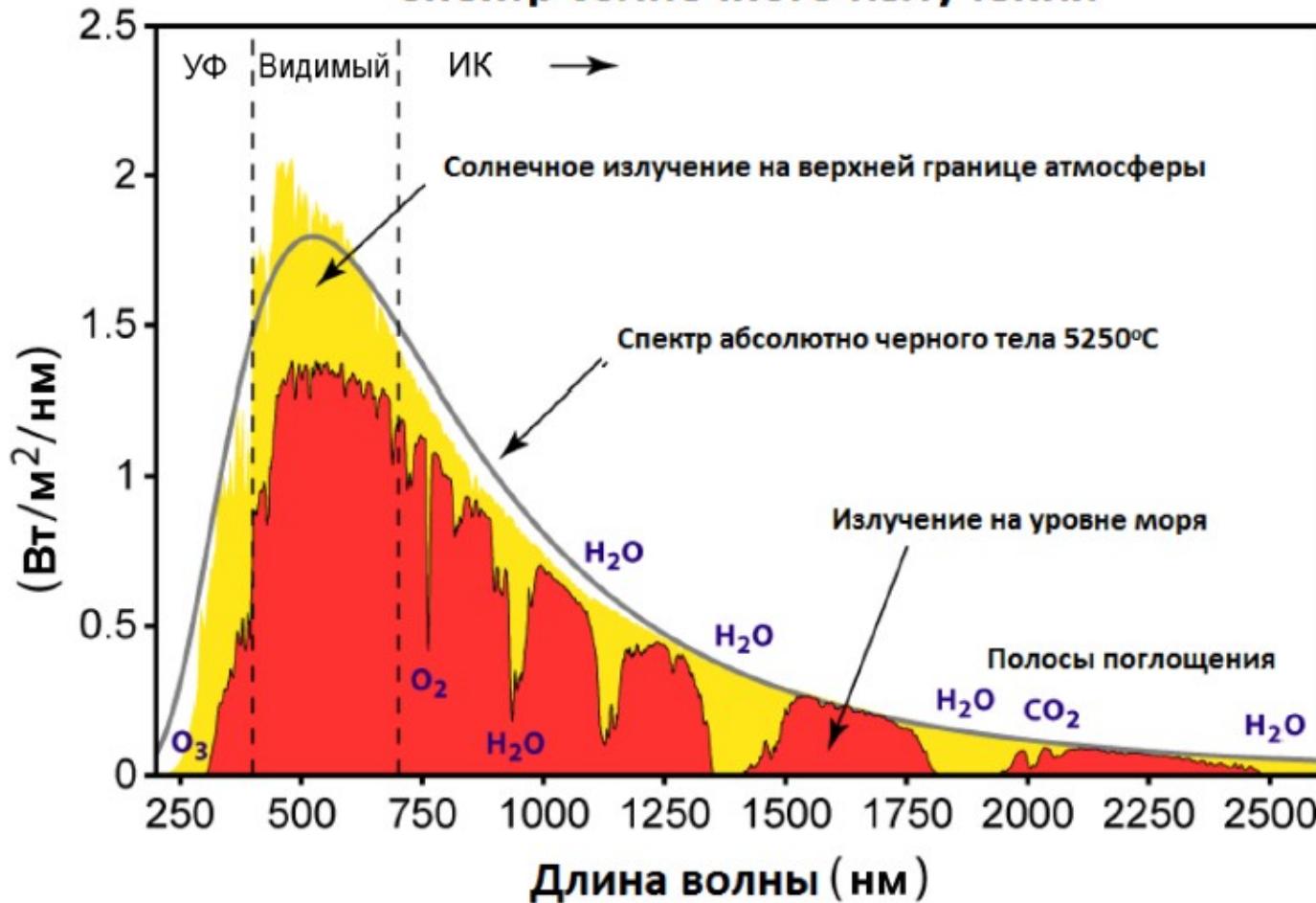
(1) Излучение звезд типа Солнца.

Наше Солнце:  $T=5770$  К.

(2) Реликтовое излучение.

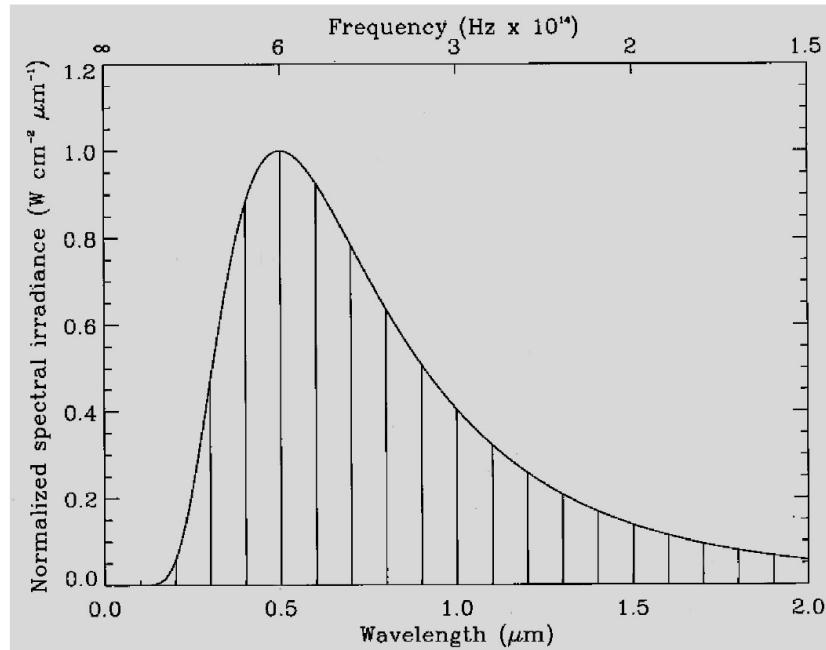
В настоящее время:  $T=2.725$  К.

## Спектр солнечного излучения

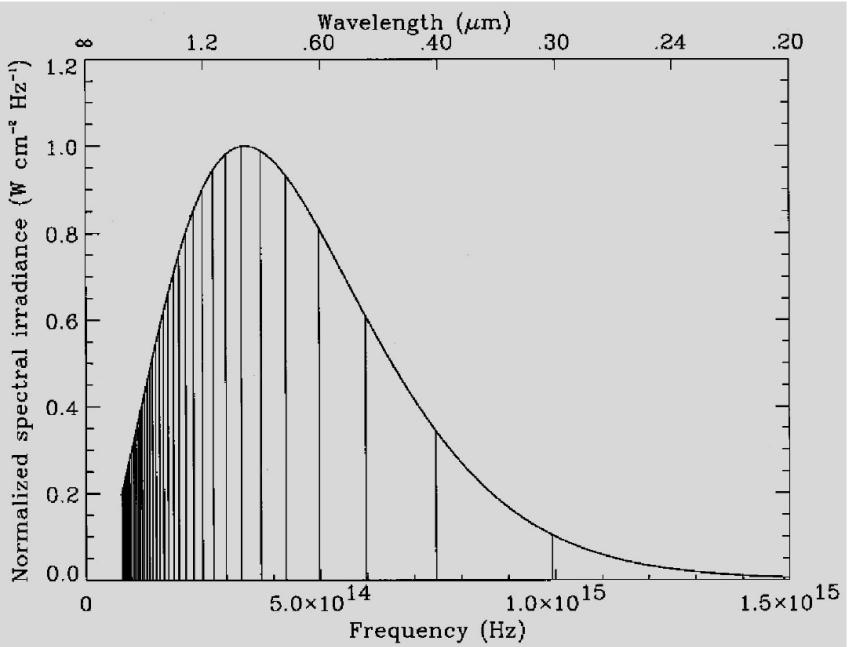


Максимумы излучения в спектре Солнца в шкалах **частот** и **длин волн** соответствуют ближнему инфракрасному ( $\approx 900 \text{ нм}$ ) и желто-зеленому ( $\approx 500 \text{ нм}$ ) цвету.

# Планковская функция в шкалах длин волн и частот

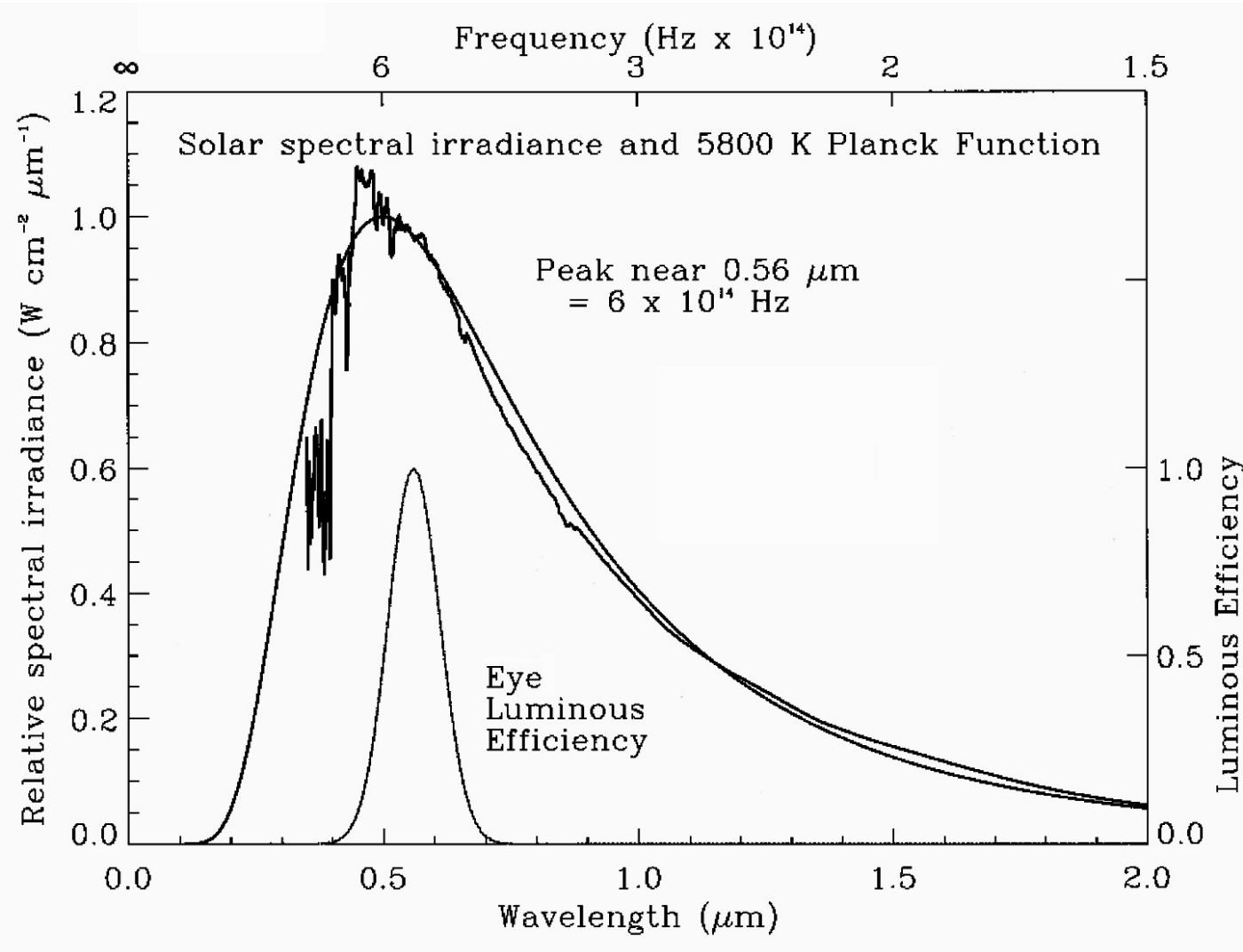


(1)



(2)

Вертикальные линии на обоих рисунках соответствуют длинам волн, отстоящим друг от друга на одинаковую величину  $\Delta\lambda = 0.1 \mu\text{мкм}$ . Очевидно, что равномерному разбиению на спектральные интервалы в шкале длин волн (1) соответствует неравномерное разбиение в шкале частот (2): на интервал одной и той же длины  $\Delta\omega$  в области низких частот приходится больше интервалов длиной  $\Delta\lambda$ , а в области высоких частот – меньше. Соответственно, при равномерной градуировке по частотам в единичный спектральный интервал в области низких частот попадет относительно больше фотонов, а в области высоких частот – меньше, чем при градуировке по длинам волн. → Максимум спектрального распределения в случае (2) смещается в область меньших  $\omega$  (больших  $\lambda$ ) по сравнению со случаем (1).

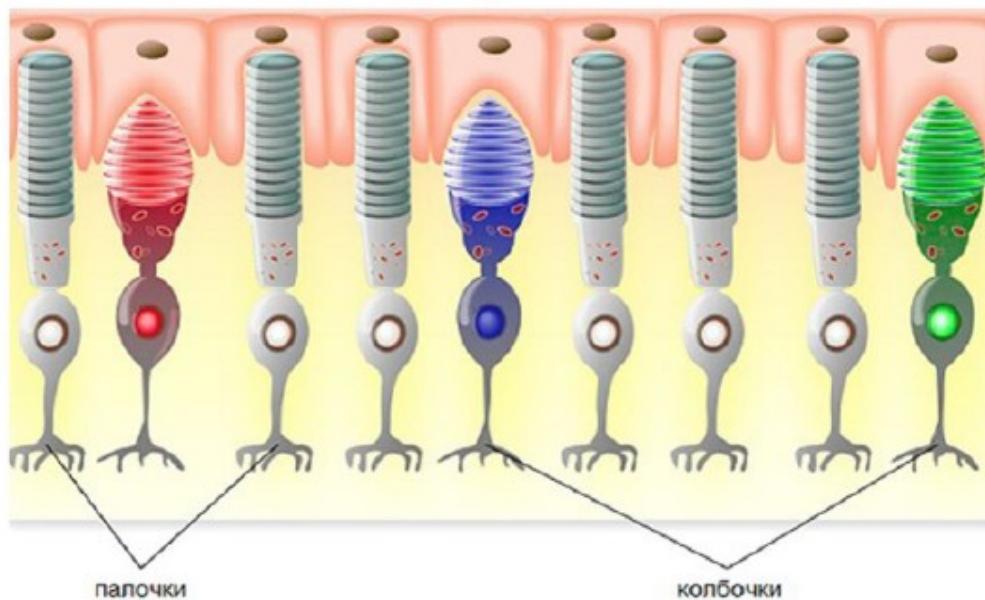


Максимумы излучения в спектре Солнца в шкалах **частот** и **длин волн** соответствуют ближнему инфракрасному ( $\approx 900 \text{ нм}$ ) и желто-зеленому ( $\approx 500 \text{ нм}$ ) цвету.  
Глаз как прибор, «проградуированный» в шкале длин волн.

# Почему мы не видим солнце зеленым?

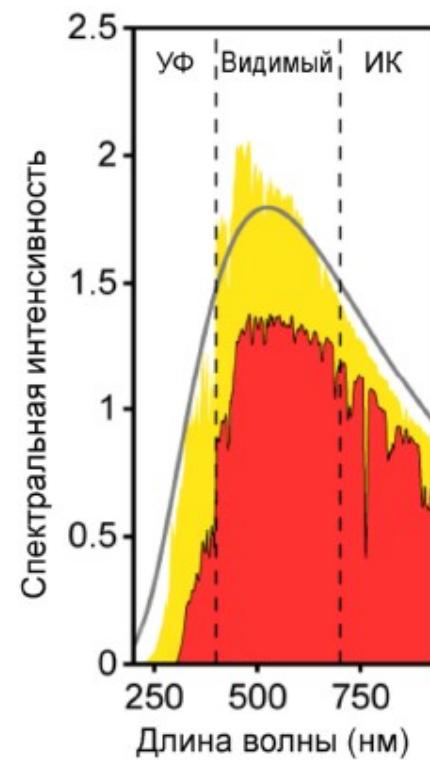
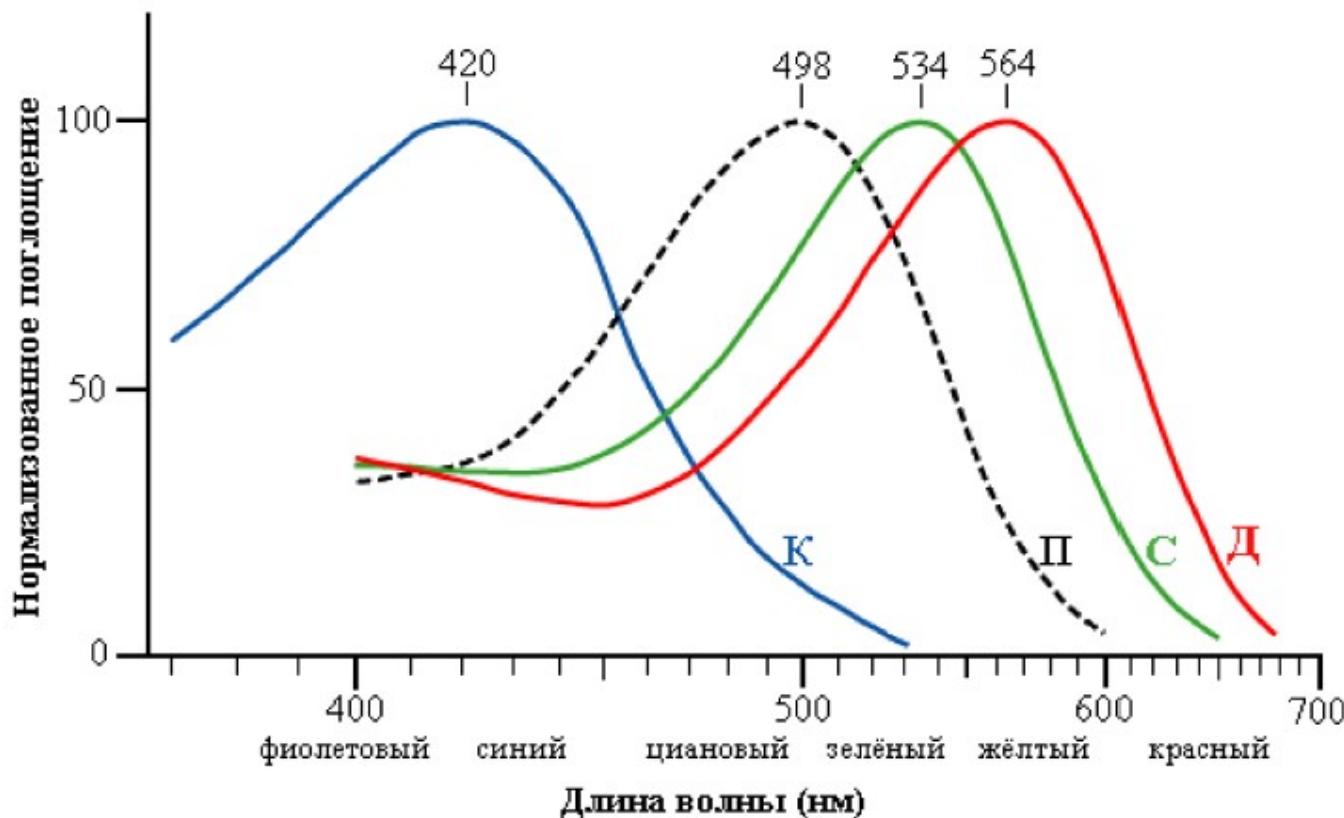
Сетчатка глаза. Палочки и колбочки.

Наличие трёх видов колбочек, чувствительных к свету с различными длинами волн (и палочек, чувствительных в изумрудно-зелёной части спектра) даёт человеку цветное зрение.



КОЛБОЧКИ	ПАЛОЧКИ
острота зрения	зрение в темноте
восприятие цветов	определение дистанции “опознавание” движущихся предметов

## Нормализованные графики спектральной зависимости чувствительности к свету у человеческих клеток-колбочек



Гладкость планковского спектра Солнца в области чувствительности глаза (т.е. в видимом диапазоне). Почти равномерное возбуждение различных типов колбочек + адаптация глаза к восприятию очень яркого объекта → восприятие Солнца как белого объекта.

## **Реликтовое излучение**

Термин введен Иосифом Шкловским. В мировой литературе чаще используется термин «космическое микроволновое фоновое излучение (Cosmic Microwave Background radiation, CMB).

Теория ***Большого Взрыва***.

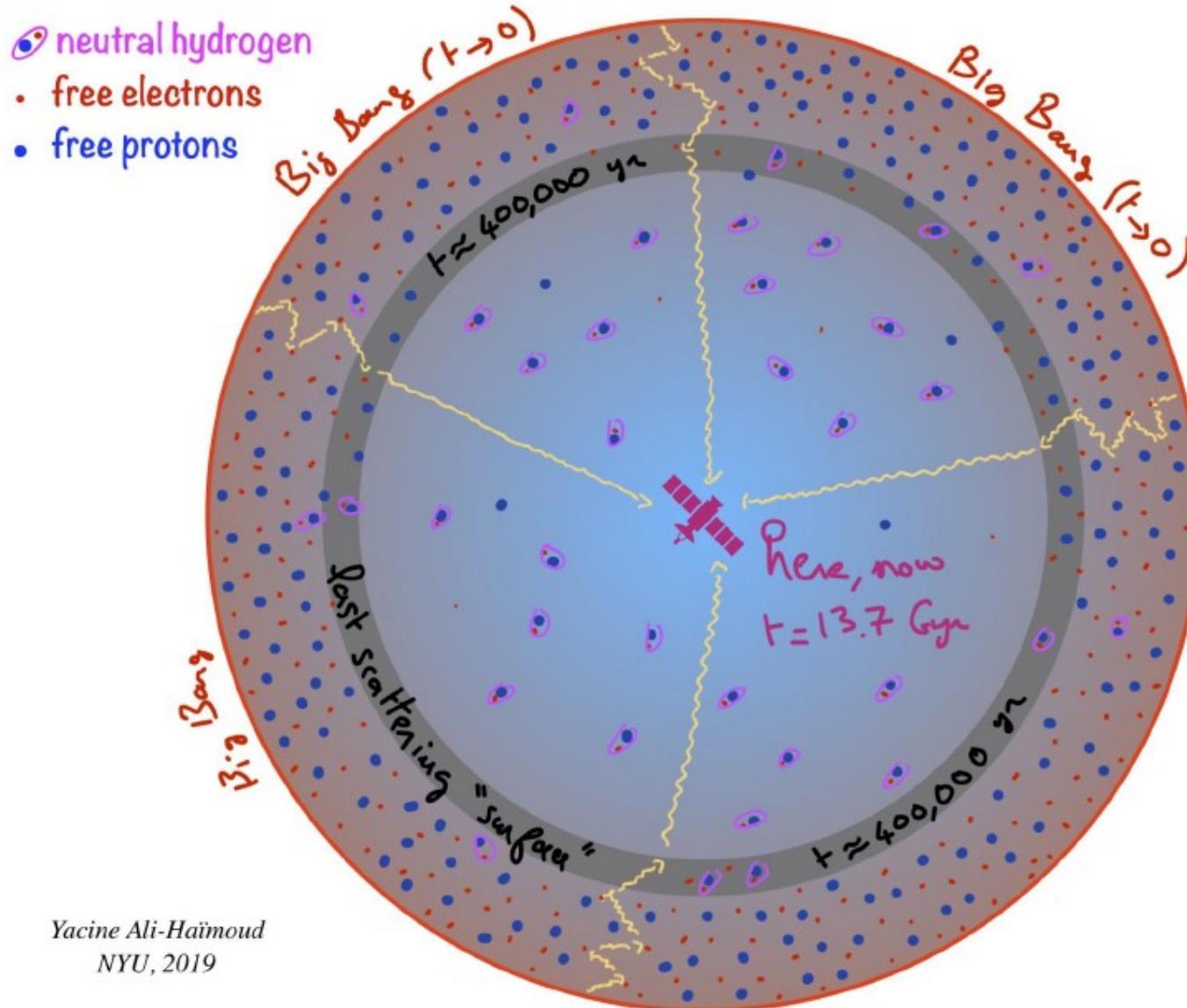
13,799 ± 0,021 млрд лет назад: сингулярное состояние Вселенной → экспоненциальное расширение → кварк-глюонная плазма → бариогенезис. Взаимная аннигиляция материи и антиматерии → генерация ЭМ излучения. Образование физических сил и элементарных частиц в их современной форме → эпоха нуклеосинтеза → эра рекомбинации. Равновесие процессов ионизации и рекомбинации протонов с электронами, обмен энергией между частицами и фотонами (рассеяние Томсона и Комптона) → равновесие фотонов с веществом → спектр излучения, соответствующий АЧТ. Возникновение атомов водорода (через 380 тысяч лет после Большого взрыва).

После эры рекомбинации материя стала прозрачной для излучения, которое, свободно распространяясь в пространстве, дошло до нас в виде

***реликтового излучения***. Приходящие к нам сейчас реликтовые фотоны были испущены >13.7 млрд лет назад «поверхностью последнего рассеяния».

За это время Вселенная расширилась ≈ в  $10^3$  раз → реликтовые фотоны «покраснели» ≈ в  $10^3$  раз.

# Поверхность последнего рассеяния



Предсказание реликтового излучения (РИ) – Георгий Гамов, 1948.

Открытие РИ – Арно Аллан Пензиас, Роберт Вудро Уилсон, 1965.

Задача – выяснить природу шумов в радиодиапазоне, создающих помехи для радиосвязи.

Вывод об источнике стабильного фонового шума за пределами нашей Галактики.

Нобелевская премия по физике (1978).

Температура Вселенной в момент начала рекомбинации:  $T \sim 3000$  К.

Температура РИ в настоящее время:  $T = 2.725$  К.

Максимум спектра РИ:  $\nu = 160.4$  ГГц ( $\lambda = 1.9$  мм, микроволновое излучение).

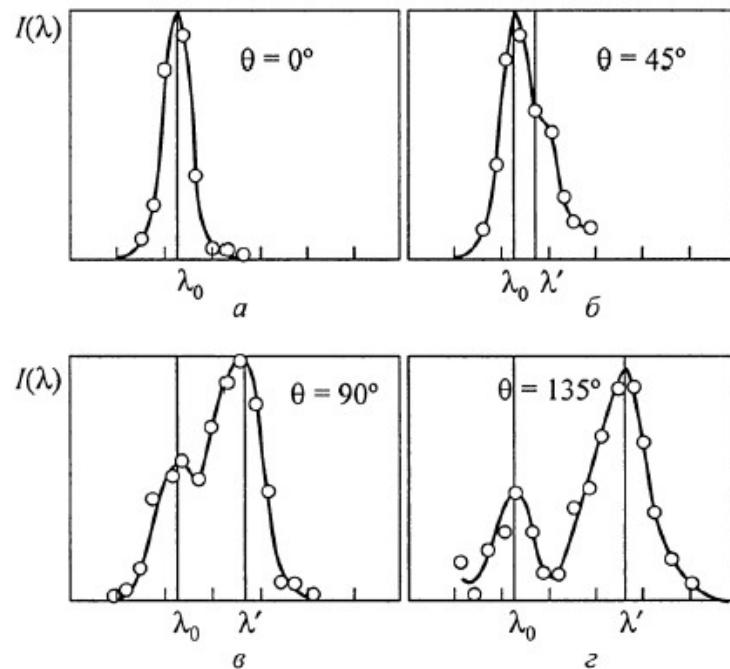
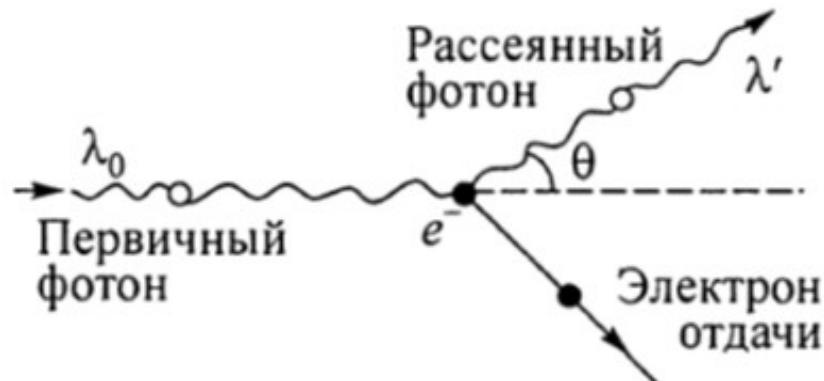
Плотность энергии РИ:  $0.25$  эВ/см<sup>3</sup> (400–500 фотонов /см<sup>3</sup>).

Радиотелескопы для наблюдения РИ.

**Эффект Суняева-Зельдовича** (1969): изменение интенсивности радиоизлучения реликтового фона из-за обратного эффекта Комптона на горячих электронах межзвездного и межгалактического газа → исследование скоплений галактик.

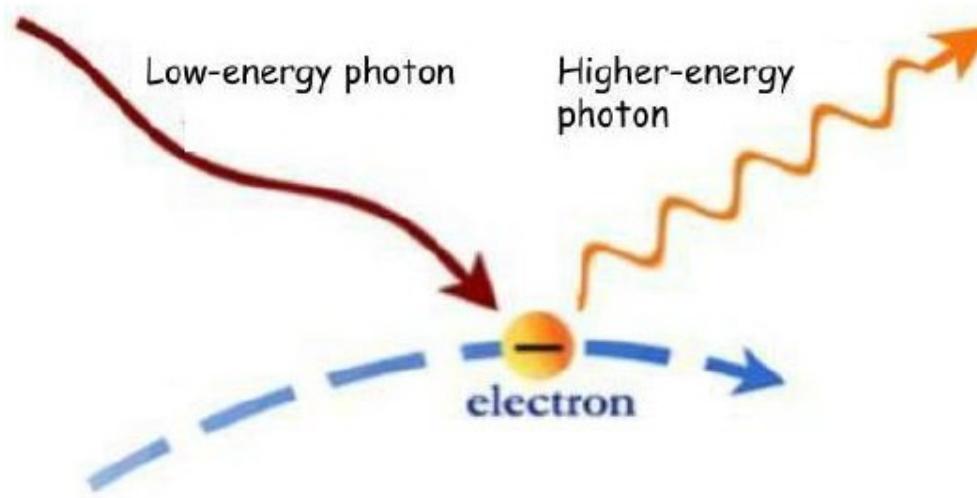
Космические («Планк») и наземные (South Pole Telescope, Sunyaev-Zel'dovich Array и др.) обсерватории для исследования структуры Вселенной на основе эффекта Суняева-Зельдовича.

# Эффект Комптона



# Обратный эффект Комптона

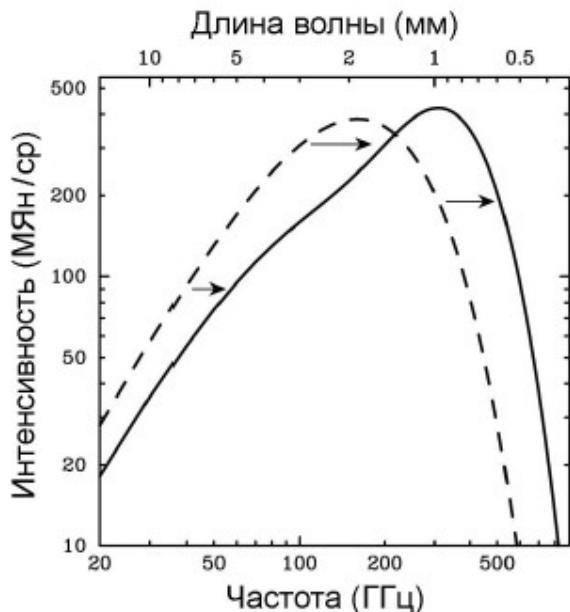
Получение пучков  $\gamma$ -излучения (до ГэВ) путем рассеяния лазерных низкоэнергетических фотонов на релятивистских электронах (позитронах) в ускорителях.



$$E_{\text{emitted}} \sim \gamma^2 E_{\text{incident}}$$

$\gamma = \frac{E_e}{m_e c^2}$  – релятивистский  $\gamma$ -фактор электрона.

# Наблюдение скоплений галактик с помощью эффекта Сюняева-Зельдовича

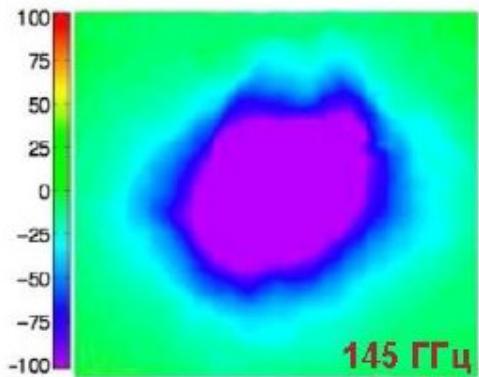


Спектры реликтового излучения: невозмущенный (пунктирная линия) и возмущенный вследствие эффекта Сюняева-Зельдовича (сплошная линия). Показано искажение планковского спектра для модельного скопления галактик с массой в 1000 раз больше массы типичного скопления. Эффект Сюняева-Зельдовича вызывает уменьшение интенсивности реликтового излучения на частотах меньше 218 ГГц и увеличение на более высоких частотах.

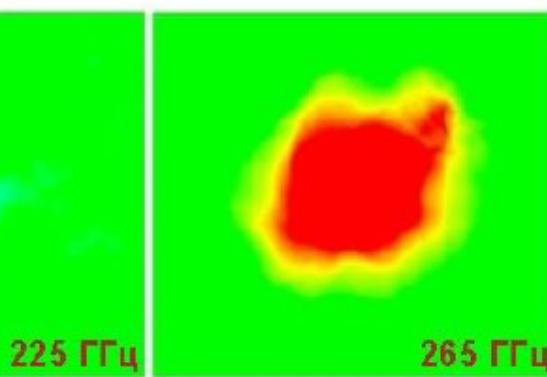
Atacama Cosmology Telescope:

Данные наблюдений массивного скопления галактик

в радиодиапазоне



в субмиллиметровых лучах



145 ГГц

225 ГГц

265 ГГц

## **Закон Стефана-Больцмана**

Получим выражение для объемной плотности энергии на основе формулы Планка. Интегрируем (1.19) по частотам.

$$U = \int_0^{\infty} \rho_{\omega} d\omega = \frac{1}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \frac{\hbar \omega^3}{\exp(\hbar \omega / k_B T) - 1} d\omega = \frac{k_B^4 T^4}{\pi^2 c^3 \hbar^3} \int_0^{\infty} \frac{\xi^3}{\exp(\xi) - 1} d\xi \quad (1.22)$$

Интеграл в (1.22) равен  $\pi^4 / 15$ . Это можно показать, выразив этот интеграл через числа Бернулли:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{e^{2\pi x} - 1} dx = \frac{1}{4n} |B_{2n}|, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$n=2 \rightarrow |B_4| = 1/30$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\xi^3}{\exp(\xi) - 1} d\xi = (2\pi)^4 \frac{1}{8} |B_4| = \frac{\pi^4}{15}$$

$$U = \alpha T^4, \quad \alpha = \frac{\pi^2 k_B^4}{15 c^3 \hbar^3} = 7.57 \times 10^{-15} \text{ эрг/(см}^3 \text{К}^4\text{)}, \quad (1.22a)$$

т.е. плотность энергии ЭМ излучения растет как 4-я степень  $T$ .

Это **закон Стефана-Больцмана**, установленный ранее эмпирически (Стефан, 1879) и полученный из термодинамических соображений (Больцман, 1884).

$\alpha$  – **постоянная Стефана-Больцмана** для плотности энергии, которую стало возможным вычислить теоретически лишь благодаря появлению формулы Планка. На практике часто используют величину **энергетической светимости**  $S$ .

$S$  – кол-во энергии, излучаемой в единицу  $t$  с единицы поверхности тела в одну сторону, т.е. в телесный угол  $2\pi$ .

Связь между  $S$  и удельной интенсивностью  $I$  (которая, в свою очередь, в соответствии с (0.3), связана с объемной плотностью энергии излучения  $U$ ).

В соответствии с определением видимой величины площадки (см. (0.1.1)) энергия равновесного ТИ, испускаемого за время  $dt$  с единичной площадки  $ds$  в телесный угол  $d\Omega$  с осью, составляющей угол  $\theta$  с нормалью:

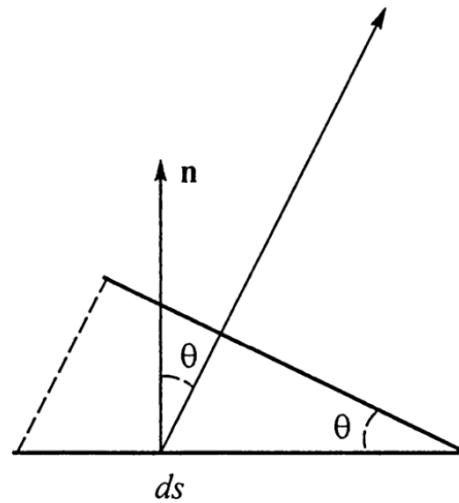
$$dS_{d\Omega} = I \cos \theta \, d\Omega. \quad (1.22.1)$$

Чтобы вычислить энергетическую светимость, надо проинтегрировать (1.22.1) по полусфере, т.е. по телесному углу  $\Omega=2\pi$ :

$$S = \int_{\Omega=2\pi} I \cos \theta \, d\Omega$$

$$d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \text{ (см. рисунок ниже)} \rightarrow$$

$$S = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I \cos \theta \sin \theta \, d\theta. \quad (1.22.2)$$



К вычислению энергетической светимости

Величина  $I$  не зависит от углов (она характеризует излучение по нормали к площадке) → выносим  $I$ , вычисляем интегралы по углам →

$$S = \pi I \quad (1.22.3)$$

$$\frac{4\pi I}{c} = U \rightarrow \text{Подставляем } I = \frac{cU}{4\pi} \rightarrow S = \frac{c}{4} U \rightarrow$$

**закон Стефана-Больцмана** для энергетической светимости  $S$ :

$$S = \sigma T^4, \quad \sigma = \frac{\alpha c}{4} = \frac{\pi^2 k_B^4}{60 c^2 h^3} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Дж/(см}^2 \times \text{К}^4\text{)} \quad (1.22.4)$$

$\sigma$  – **постоянная Стефана-Больцмана** для энергетической светимости.

# **Примеры использования закона Стефана-Больцмана**

## ***Нахождение температур тел. Яркостная, цветовая и радиационная температуры***

### **Методы определения температуры**

Температура характеризует среднюю кинетическую энергию одной частицы вещества. Если хотят подчеркнуть, что термин “температура” упоминается именно в указанном выше смысле, то говорят: **кинетическая температура**.

#### **Определение температуры по ширине спектральных линий.**

Доплеровское удлинение спектральных линий атомов или молекул из-за теплового движения.

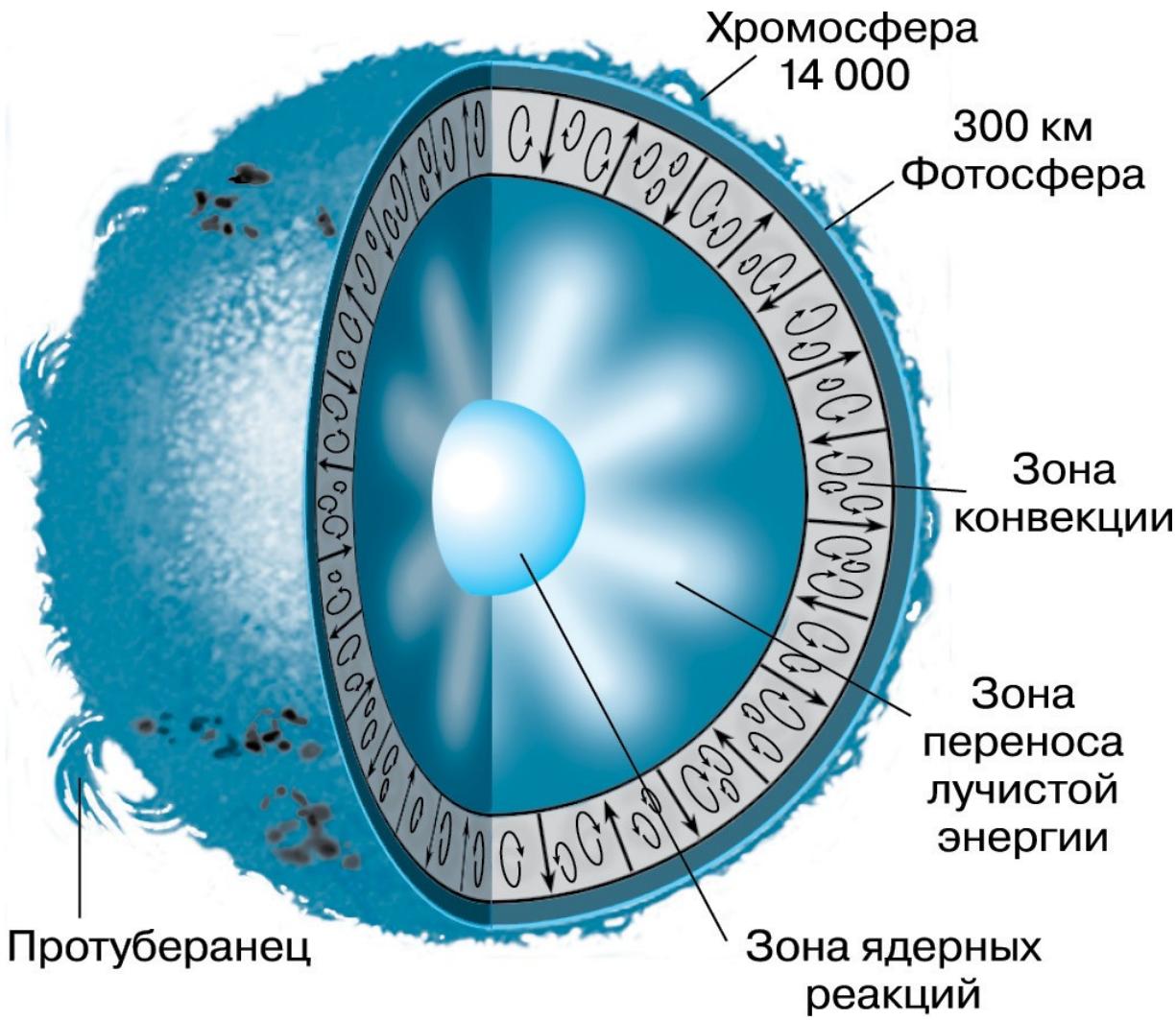
#### **Определение температуры на основании применения законов излучения АЧТ.**

Глубокие слои атмосферы звезды хорошо изолированы от окружающего пространства → их излучение близко к равновесному. Но излучение из этих слоев до нас не доходит из-за их низкой прозрачности (большой оптической толщины).

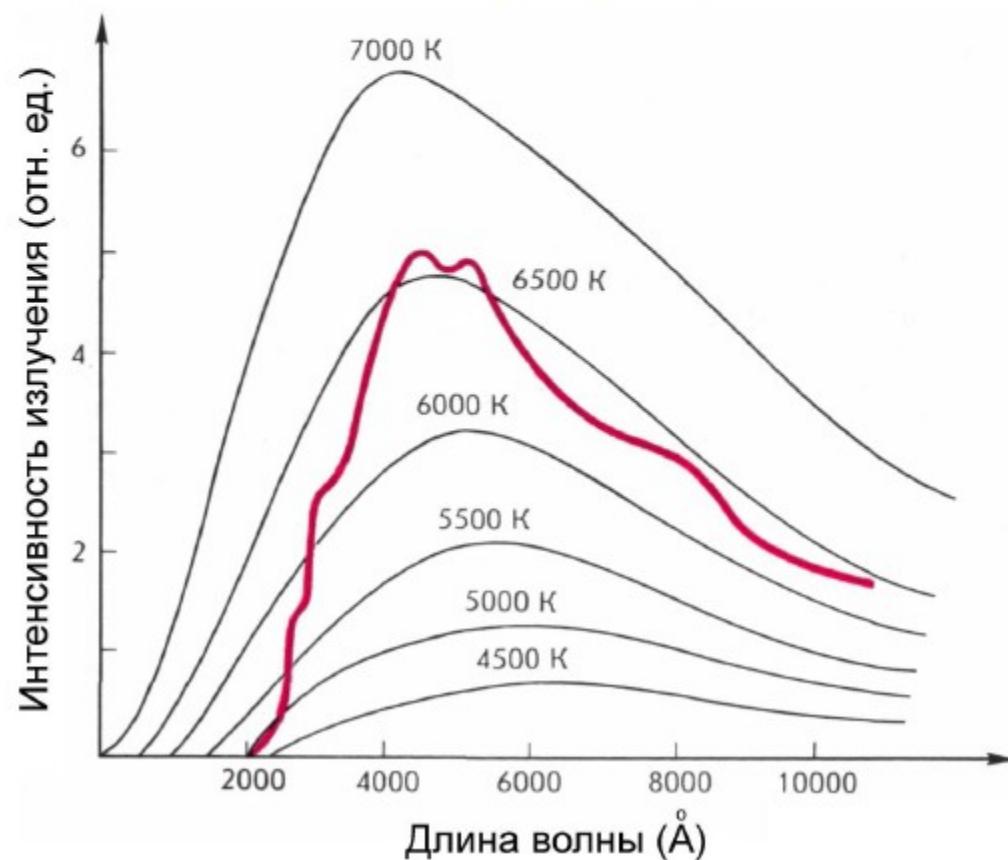
Самые внешние слои наименее изолированы от внешнего мира. Спектр их излучения далек от равновесного, а интенсивность излучения мала из-за низкой концентрации излучающих частиц.

То, что мы видим – это излучение промежуточных слоев (у Солнца – фотосферы), находящихся за границей области непрозрачности, но обладающих достаточно высокой концентрацией излучающих частиц. Законы теплового излучения для этих слоев выполняются лишь приблизительно.

# Внутреннее строение Солнца



На рисунке – наблюдаемое распределение энергии в спектре центра солнечного диска (жирная линия) вместе с несколькими планковскими кривыми для различных  $T$ . Видно, что ни одна из них в точности не совпадает с кривой для Солнца. Если принять, что максимум приходится на длину волны  $\lambda_{\max} = 4300 \text{ \AA}$ , то температура, определенная по закону смещения Вина, окажется равной  $T(\lambda_{\max}) = 6750^\circ$ . Определенная таким образом температура – частный случай *цветовой температуры* (см. ниже).



К спектральным температурным характеристикам тел относятся **яркостная** и **цветовая температуры**.

**Яркостная температура** – это температура такого АЧТ, каждый  $\text{см}^2$  которого на некоторой длине волн излучает такой же поток энергии, как и данное тело на той же длине волн.

На приведенном выше рисунке кривая для Солнца пересекает различные планковские кривые, соответствующие температуры которых показывают изменение яркостной температуры Солнца в различных участках спектра.

**Цветовая температура** тела – это температура такого АЧТ, у которого относительное распределение энергии в некотором участке спектра такое же, как и у данного тела.

Найденная выше на основе закона смещения Вина температура Солнца – это его цветовая температура в максимуме спектра излучения.

Еще один характеризующий температуру тел параметр – **радиационная** (или **эффективная**) **температура** – является не спектральной, а интегральной по спектру характеристикой.

**Эффективная температура** тела – это температура такого АЧТ, каждый  $\text{см}^2$  которого во всем спектре суммарно излучает такой же поток энергии, как и  $1 \text{ см}^2$  данного тела.

**Пример.** Эффективная температура Солнца.

Полный поток энергии, излучаемой 1 см<sup>2</sup> поверхности Солнца:

$$E_s = 6.28 \times 10^{10} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек} \rightarrow$$

подставляем в формулу (1.22.4) закона Стефана-Больцмана → получаем эффективную температуру Солнца:

$$T_{\text{эфф}} = \sqrt[4]{E_s / \sigma} = 5770 \text{ К.}$$

Введенные выше понятия яркостной, цветовой и эффективной температуры являются лишь параметрами, характеризующими свойства наблюдаемого излучения. Чтобы выяснить, с какой точностью они дают представление о действительной (кинетической) температуре тела на той или иной глубине, необходимы дополнительные исследования.

## *О средней температуре у поверхности Земли*

Мощность, излучаемая Солнцем:

$$E_S = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4.$$

Здесь  $T_S \approx 6 \times 10^3$  К – эффективная температура Солнца,

$R_S \approx 6.96 \times 10^{10}$  см ( $\approx 696$  тыс. км) – радиус Солнца.

Вычисляем поток излучения, падающий от Солнца на внешний слой атмосферы Земли.  
Делим  $E_S$  на площадь сферы радиуса  $r=1$  а.е. (астрономическая единица),

где 1 а.е. =  $1.496 \times 10^{13}$  см (среднее расстояние от Солнца до Земли)

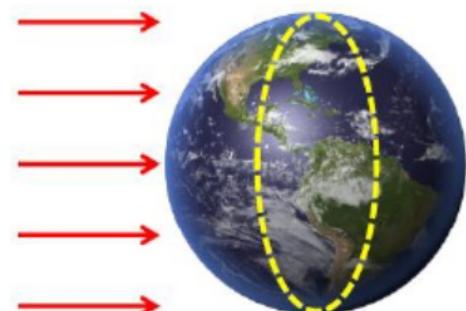


поток излучения через единичную площадку на расстоянии  $r=1$  а.е. от Солнца  
(«солнечная постоянная»):

$$f = \frac{E_S}{4\pi r^2} \approx 1367 \text{ Вт/м}^2.$$

Сечение всей облучаемой области, равной площади круга радиусом  $R_E$ :  $\pi R_E^2$  ( $R_E$  – радиус Земли) →  
падающая на Землю мощность солнечного излучения:

$$E_{\text{пад}} = \pi R_E^2 \times f.$$



Считаем далее, что вся падающая на Землю мощность солнечного излучения поглощается ею (Земля как АЧТ).

Полагаем, что имеет место равновесное состояние: излучаемая Землей мощность равна поглощенной от Солнца:

$$4\pi R_E^2 \sigma T_E^4 = \pi R_E^2 \times f = \pi R_E^2 \times \frac{4\pi R_S^2 \sigma T_S^4}{4\pi r^2}$$



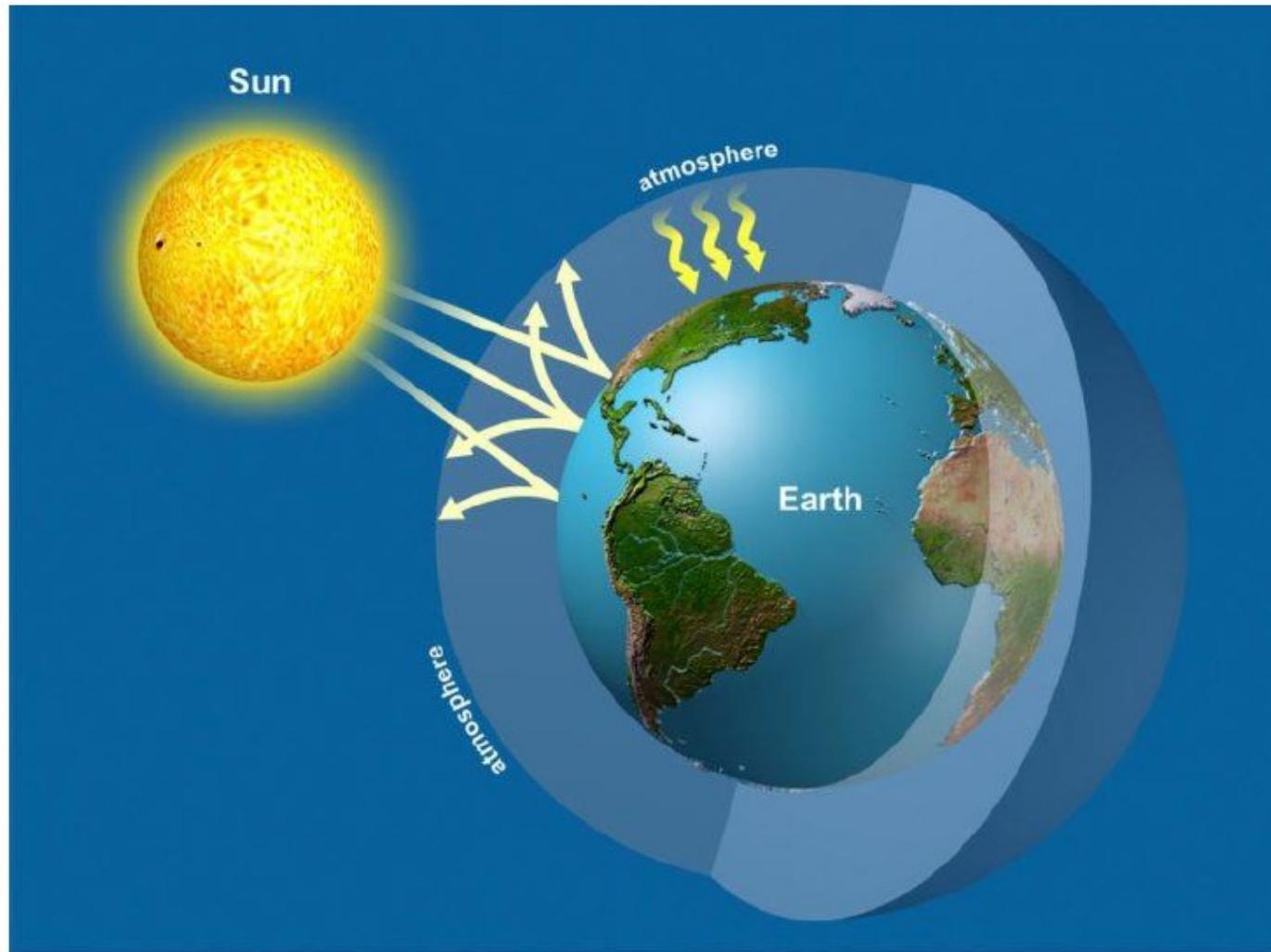
$$T_E^4 = \frac{R_S^2 T_S^4}{4r^2}$$



$$T_E = T_S \sqrt{\frac{R_S}{2r}} \approx 279 \text{ K } (6^\circ\text{C}).$$

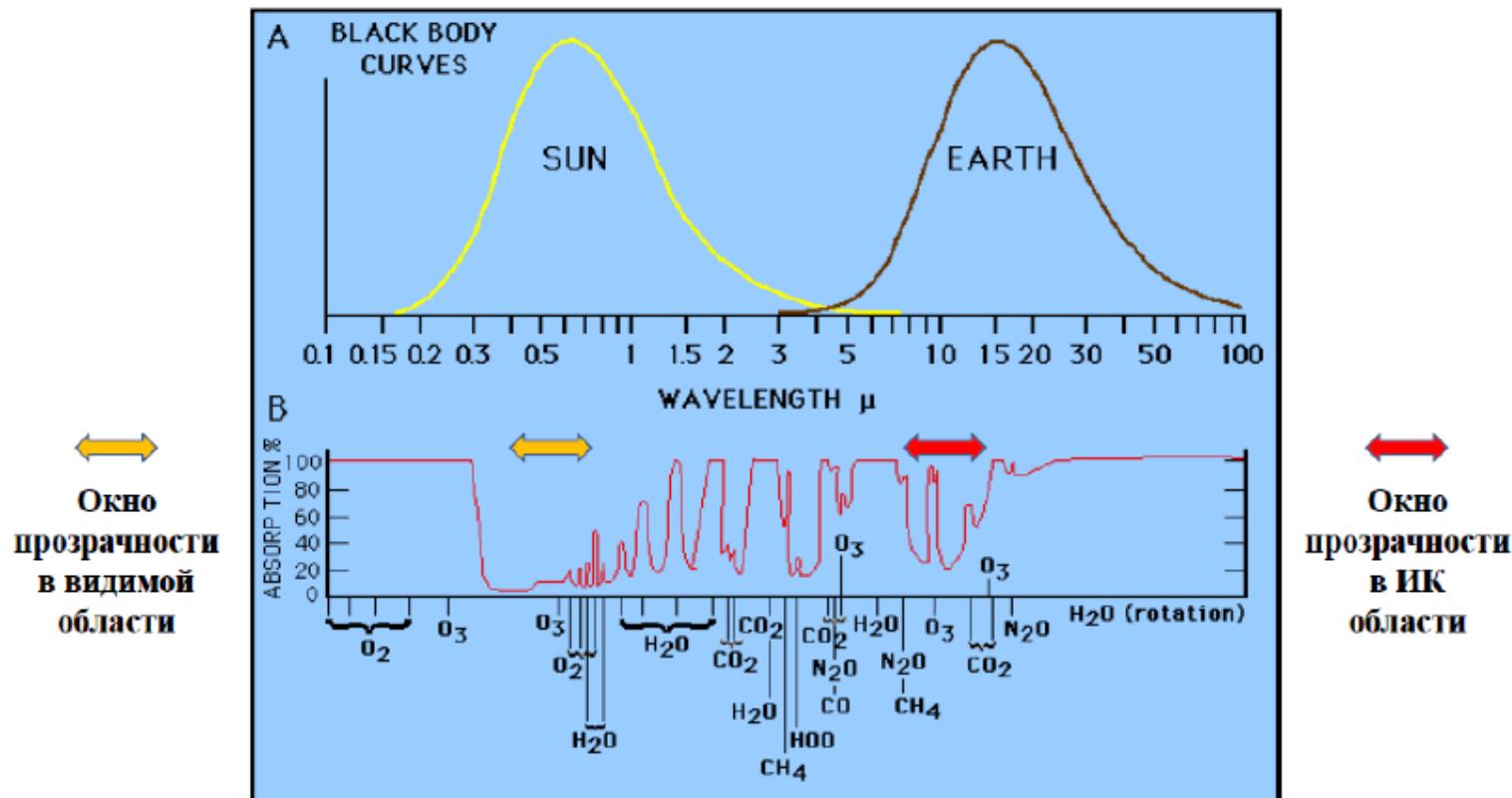
Учтем **альбедо** Земли. **Сферическое альбедо**  $A_c$  – отношение светового потока, рассеянного сферическим телом во всех направлениях, к потоку, падающему на тело. У Земли  $A_c \approx 0.3$  (около 30% солнечной энергии рассеивается Землей обратно без поглощения). Умножаем поглощаемую энергию на 0.7 и по-прежнему считаем Землю АЧТ  $\rightarrow T$  уменьшится на фактор  $0.7^{1/4} \rightarrow T_E \approx 255 \text{ K } (-18^\circ\text{C})$ .

Важную роль играет **парниковый эффект** – частичное поглощение парниковыми газами (вода, углекислый газ, метан) и затем переизлучение в окружающее пространство энергии, излучаемой нагретой поверхностью Земли.



Излучение, испускаемое Землей, подавляется больше, чем излучение, падающее от Солнца (парниковые газы больше поглощают в ИК, чем в видимом и УФ диапазоне) → температура равновесного излучения оказывается выше, чем получается из простых оценок для АЧТ. В реальности:  $T_E \approx 288$  K ( $15^\circ\text{C}$ ).

### Спектры излучения Солнца ( $6000^\circ\text{ K}$ ) и Земли ( $255^\circ\text{ K}$ ) и спектральные области поглощения компонент атмосферы



## *О солнечных батареях*

Мощность, излучаемая Солнцем:

$$E_S = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4 \approx 3.826 \times 10^{33} \text{ эрг/с.}$$

Поток излучения, падающий от Солнца на внешний слой атмосферы Земли (солнечная постоянная):

$$f = \frac{E_S}{4\pi r^2} \approx 1.367 \times 10^6 \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с} = 1.367 \text{ кВт/м}^2.$$

Большой вклад в альбедо Земли вносят облака. В безоблачную погоду остается только рассеяние атмосферными газами (около 6% падающей энергии), а также поглощение (около 16% энергии) озоном (в УФ диапазоне), водяным паром и другими газами (в ИК диапазоне) → около 78% ( $\sim 1 \text{ кВт/м}^2$ ) поступает на поверхность Земли. Средний расход энергии на 1 человека – несколько кВт → необходимая площадь поверхности солнечных батарей составляет несколько м<sup>2</sup>.

Учет КПД солнечных батарей (в теории: до ≈40%, серийные элементы: ≈10%); смен времен суток, облачности → необходимо около 70-80 м<sup>2</sup> солнечных батарей.

Новые дома в Испании с 2007 г. оборудуются солнечными водонагревателями, обеспечивающими от 30% до 70% потребностей в горячей воде.

Экологический фактор.

