ANDRONIC
ALEXANDRA 331

EXERCIȚIU BONUS

Să se calculeze $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx =$$

σ este o constantă $\Rightarrow$ putem să aducem $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ în fața integralei

$$\Leftrightarrow I = \underbrace{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}}_{ct.} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx}_{} =$$

aceasta este o integrală Gaussiană de forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}. \quad (1)$$

În cazul nostru $a = \frac{1}{2\sigma^2}$ (2)

Din (1) și (2) $\Rightarrow I = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \sqrt{\pi \cdot 2\sigma^2} = \frac{|\sigma| \sqrt{2\pi}}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \begin{cases} \frac{-\sigma\sqrt{2\pi}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \\ \frac{\sigma\sqrt{2\pi}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \end{cases}$

$$\Rightarrow I = \begin{cases} -1 \\ 1 \end{cases}$$