|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | | |
| Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  «Пермский государственный национальный исследовательский университет» | | |
| **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ** *Лабораторная работа №2*  **«**Решение нелинейных уравнений**»** | | |
| Варианты: №17, №4 | | |
|  | Работу выполнили студенты группы ПМИ-1:  Васильевых Михаил,  Жуков Андрей |
|  | Проверил:  профессор, доктор физико-математических наук  С. В. Русаков  “\_\_\_\_” 2021 г. |
| Пермь 2021 | | |

# Задание

Найти корни системы нелинейных уравнений



с точностью .

1. Приближенно определить корни геометрически.
2. Уточнить корни методом:

- простой итерации;

- Ньютона;

- градиентного спуска, сведя к нахождению минимума функции



1. Провести анализ скорости сходимости и точности решения рассмотренными методами.

# Исходные Данные

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант №4 | Вариант №17 |
|  |  |

# Решение

Вариант №4

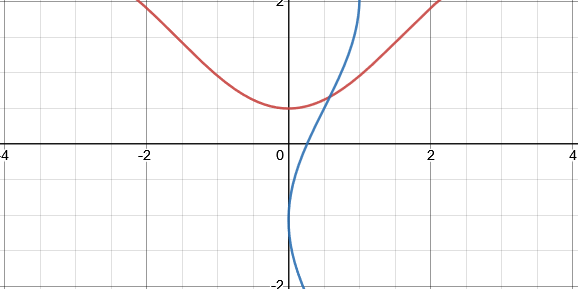


Рис 1 – Графики функций

x0 = 0.5 y0 = 0.5

Метод простой итерации

Fi1(x,y)=1.5-cos(x)

Fi2(x,y)=0.5+0.5sin(y-0.5)

Якобиан

sin(x) 0.0

0.0 -cos(y-0.5)

Значение

0.4794 0.0000

0.0000 0.5000

Норма

00007FF646FF10CD0.5000

Itr x y Норма невязки F1 F2 Норма якобиана

1 | 0.5000000 | 0.6224174 || 0.122111908583826 | 0.000000000000000 | -0.122111908583826 | 0.496258169147374

2 | 0.5610560 | 0.6224174 || 0.030888831479617 | -0.030888831479617 | 0.000000000000000 | 0.532080564278679

3 | 0.5610560 | 0.6533063 || 0.030594544894771 | 0.000000000000000 | -0.030594544894771 | 0.532080564278679

4 | 0.5763532 | 0.6533063 || 0.008238127919848 | -0.008238127919848 | 0.000000000000000 | 0.544969909858891

5 | 0.5763532 | 0.6615444 || 0.008136233886942 | 0.000000000000000 | -0.008136233886942 | 0.544969909858891

6 | 0.5804213 | 0.6615444 || 0.002223933241478 | -0.002223933241478 | 0.000000000000000 | 0.548376326389379

7 | 0.5804213 | 0.6637683 || 0.002194578190639 | 0.000000000000000 | -0.002194578190639 | 0.548376326389379

8 | 0.5815186 | 0.6637683 || 0.000602230671871 | -0.000602230671871 | 0.000000000000000 | 0.549293583962668

9 | 0.5815186 | 0.6643706 || 0.000594143171029 | 0.000000000000000 | -0.000594143171029 | 0.549293583962668

10 | 0.5818157 | 0.6643706 || 0.000163216386287 | -0.000163216386287 | 0.000000000000000 | 0.549541801483239

11 | 0.5818157 | 0.6645338 || 0.000161014301593 | 0.000000000000000 | -0.000161014301593 | 0.549541801483239

12 | 0.5818962 | 0.6645338 || 0.000044244752129 | -0.000044244752129 | 0.000000000000000 | 0.549609060707401

Метод Ньютона

Матрица производных

-sin(x) 1

2 -cos(y-0.5)

Itr x y Норма невязки F1 F2

1 | 0.5805074 | 0.6610147 || 0.002885683674212 | -0.002800780732154 | 0.000694836353400 | 0.548448255325522

2 | 0.5819263 | 0.6645937 || 0.000001333403136 | -0.000000841510089 | 0.000001034323302 | 0.549634190207069

3 | 0.5819262 | 0.6645945 || 0.000000000000048 | -0.000000000000008 | 0.000000000000048 | 0.549634073195838

Метод градиентного спуска

Itr x y Alfa Норма невязки F1 F2 FF k

1 | 0.4853275 | 0.5306044 || 0.1250000 | 0.103907904261576 | -0.084873416654431 | -0.059944605373930 | 0.103907904261576

2 | 0.5254755 | 0.5430828 || 0.2500000 | 0.092169248744793 | -0.091831658353804 | 0.007881429957171 | 0.092169248744793

3 | 0.5100185 | 0.5680092 || 0.1250000 | 0.076206954371057 | -0.059255273455287 | -0.047919854572521 | 0.076206954371057

4 | 0.5434743 | 0.5737323 || 0.2500000 | 0.071593456343218 | -0.070350424982447 | 0.013283098130985 | 0.071593456343218

5 | 0.5277380 | 0.5946317 || 0.1250000 | 0.056901167820048 | -0.041419920306952 | -0.039014524232021 | 0.056901167820048

6 | 0.5420307 | 0.5952767 || 0.1250000 | 0.049319151377323 | -0.048060450806615 | -0.011071213160455 | 0.049319151377323

7 | 0.5407053 | 0.6137964 || 0.2500000 | 0.043194613444095 | -0.028857725413631 | -0.032140415593708 | 0.043194613444095

8 | 0.5530619 | 0.6130277 || 0.1250000 | 0.036662795936972 | -0.036052187789906 | -0.006663359623900 | 0.036662795936972

9 | 0.5502563 | 0.6277434 || 0.2500000 | 0.033427454245225 | -0.019866066349363 | -0.026883714496314 | 0.033427454245225

10 | 0.5611011 | 0.6260437 || 0.1250000 | 0.027511135987101 | -0.027286556155471 | -0.003508055939561 | 0.027511135987101

11 | 0.5573493 | 0.6379469 || 0.2500000 | 0.026452249707720 | -0.013392957602196 | -0.022811185880295 | 0.026452249707720

12 | 0.5669839 | 0.6356465 || 0.1250000 | 0.020867015810112 | -0.020828750372849 | -0.001263133692442 | 0.020867015810112

13 | 0.5648187 | 0.6405408 || 0.1250000 | 0.018090752481327 | -0.014773535283581 | -0.010441167586310 | 0.018090752481327

14 | 0.5713060 | 0.6427585 || 0.2500000 | 0.016049601057289 | -0.016046041575589 | 0.000337999781944 | 0.016049601057289

15 | 0.5689679 | 0.6468536 || 0.1250000 | 0.013588749242292 | -0.010688881665867 | -0.008390584884441 | 0.013588749242292

16 | 0.5744791 | 0.6480479 || 0.2500000 | 0.012560614018965 | -0.012476584807273 | 0.001450467538537 | 0.012560614018965

17 | 0.5720589 | 0.6515257 || 0.1250000 | 0.010281447050375 | -0.007686133577570 | -0.006828726387652 | 0.010281447050375

18 | 0.5768071 | 0.6519936 || 0.2500000 | 0.010043399929805 | -0.009798297063550 | 0.002205279303047 | 0.010043399929805

19 | 0.5743686 | 0.6549881 || 0.1250000 | 0.007854943580658 | -0.005476406677188 | -0.005631084137302 | 0.007854943580658

20 | 0.5764403 | 0.6549663 || 0.1250000 | 0.006785848455875 | -0.006625568422938 | -0.001466145401748 | 0.006785848455875

21 | 0.5761009 | 0.6575548 || 0.2500000 | 0.006078466805158 | -0.003852098028926 | -0.004702031420243 | 0.006078466805158

22 | 0.5779273 | 0.6573569 || 0.1250000 | 0.005118076881650 | -0.005046366145623 | -0.000853756224455 | 0.005118076881650

23 | 0.5774026 | 0.6594585 || 0.2500000 | 0.004784696191121 | -0.002658302260295 | -0.003978284395846 | 0.004784696191121

24 | 0.5790290 | 0.6591411 || 0.1250000 | 0.003886464996181 | -0.003864548705698 | -0.000412157091199 | 0.003886464996181

25 | 0.5783838 | 0.6608699 || 0.2500000 | 0.003847312200161 | -0.001782859146588 | -0.003409285031929 | 0.003847312200161

26 | 0.5798448 | 0.6604743 || 0.1250000 | 0.002979604855387 | -0.002978031628365 | -0.000096812781724 | 0.002979604855387

27 | 0.5794853 | 0.6611949 || 0.1250000 | 0.002564723942234 | -0.002060499280030 | -0.001527138375152 | 0.002564723942234

28 | 0.5804483 | 0.6614715 || 0.2500000 | 0.002315052117554 | -0.002311629688557 | 0.000125835169849 | 0.002315052117554

29 | 0.5800684 | 0.6620804 || 0.1250000 | 0.001938602316429 | -0.001494428470837 | -0.001234853224807 | 0.001938602316429

30 | 0.5808937 | 0.6622183 || 0.2500000 | 0.001830670765490 | -0.001809175382226 | 0.000279713939530 | 0.001830670765490

31 | 0.5805057 | 0.6627396 || 0.1250000 | 0.001475598850498 | -0.001074976304519 | -0.001010850093888 | 0.001475598850498

32 | 0.5808637 | 0.6627590 || 0.1250000 | 0.001290771051039 | -0.001252021463450 | -0.000313898329497 | 0.001290771051039

33 | 0.5808341 | 0.6632301 || 0.2500000 | 0.001134443773314 | -0.000764630684703 | -0.000838034957994 | 0.001134443773314

34 | 0.5811482 | 0.6632145 || 0.1250000 | 0.000972243850666 | -0.000952605318203 | -0.000194425340143 | 0.000972243850666

35 | 0.5810812 | 0.6635949 || 0.2500000 | 0.000884351360390 | -0.000535411920912 | -0.000703854675036 | 0.000884351360390

36 | 0.5813596 | 0.6635552 || 0.1250000 | 0.000735981369811 | -0.000728055497199 | -0.000107720795144 | 0.000735981369811

37 | 0.5812674 | 0.6638661 || 0.2500000 | 0.000702104886162 | -0.000366546370103 | -0.000598828046886 | 0.000702104886162

38 | 0.5815165 | 0.6638100 || 0.1250000 | 0.000561245421319 | -0.000559412805784 | -0.000045318160557 | 0.000561245421319

39 | 0.5814624 | 0.6639387 || 0.1250000 | 0.000489411393838 | -0.000400988431807 | -0.000280591856573 | 0.000489411393838

40 | 0.5816328 | 0.6640007 || 0.2500000 | 0.000432552809135 | -0.000432551880406 | -0.000000896352426 | 0.000432552809135

41 | 0.5815739 | 0.6641087 || 0.1250000 | 0.000368999696802 | -0.000292243569006 | -0.000225287533199 | 0.000368999696802

42 | 0.5817189 | 0.6641437 || 0.2500000 | 0.000338277544934 | -0.000336924514746 | 0.000030225300164 | 0.000338277544934

43 | 0.5816575 | 0.6642353 || 0.1250000 | 0.000279696089764 | -0.000211506400062 | -0.000183016243438 | 0.000279696089764

44 | 0.5817824 | 0.6642508 || 0.2500000 | 0.000269638163144 | -0.000264665659089 | 0.000051544426687 | 0.000269638163144

45 | 0.5817203 | 0.6643297 || 0.1250000 | 0.000213676176022 | -0.000151646008566 | -0.000150535697711 | 0.000213676176022

46 | 0.5817747 | 0.6643305 || 0.1250000 | 0.000185687725749 | -0.000180773694264 | -0.000042435868742 | 0.000185687725749

47 | 0.5817675 | 0.6643999 || 0.2500000 | 0.000165084498205 | -0.000107344706389 | -0.000125419318918 | 0.000165084498205

48 | 0.5818154 | 0.6643958 || 0.1250000 | 0.000140128296521 | -0.000137797373118 | -0.000025452376069 | 0.000140128296521

49 | 0.5818030 | 0.6644522 || 0.2500000 | 0.000129521735772 | -0.000074633371443 | -0.000105857167468 | 0.000129521735772

50 | 0.5818457 | 0.6644447 || 0.1250000 | 0.000106351546909 | -0.000105534407574 | -0.000013158280584 | 0.000106351546909

51 | 0.5818299 | 0.6644910 || 0.2500000 | 0.000103655037592 | -0.000050552098943 | -0.000090492276525 | 0.000103655037592

52 | 0.5818682 | 0.6644813 || 0.1250000 | 0.000081396632335 | -0.000081280766193 | -0.000004341520759 | 0.000081396632335

# Краткие выводы

Вариант №4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Название метода | Количество итераций | Норма погрешности | F1 | F2 | x | y |
| Простых итераций | 12 | 0.0000442 | -0.0000442 | 0 | 0.5818962 | 0.6645338 |
| Ньютона | 3 | 48E-17 | 8E-16 | 48E-17 | 0.5819262 | 0.6645945 |
| Градиентного спуска | 52 | 0.0000813 | -0.00008128 | -0.00000434 | 0.5818682 | 0.6644813 |

# Текст программы