

«Московский физико-технический институт»

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

# Билеты с экзамена (I семестр) по аналитической геометрии

г. Долгопрудный

2024

### Билет №1.

**Задача:** линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Связь линейной зависимости с коллинеарностью и компланарностью.

**Теория:** посчитать определитель порядка  $n$ : на главной диагонали  $-1$ , остальные тройки.

### Билет №2.

**Задача:**  $(x - y - 3)^2 - (x + y + 3)^2 = 4$  – какую линию задает данное уравнение?

**Теория:** скалярное произведение векторов, свойства (доказать линейность), формула через координаты в произвольном базисе, формула проекции.

### Билет №3.

**Задача:** Дано уравнение гиперболы  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ . Найти координаты точек в которых касательные к гиперболе перпендикулярны прямой  $\sqrt{2}x - y + 1 = 0$

**Теория:** смешанное произведение и его свойства. Смешанное произведение через координаты в произвольном базисе.

### Билет №4.

**Задача:** найти инвариантные прямые аффинного преобразования.

**Теория:** векторное произведение и его свойства. Выражение через координаты в любом базисе.

### Билет №5.

**Задача:** дано уравнение оси кругового цилиндра и точка лежащая на нем. Найти уравнение цилиндра (система координат прямоугольная).

**Теория:** сопряженный(взаимный) базис. Двойное векторное произведение.

### Билет №6.

**Задача:** найти уравнение биссектрисы тупого угла, образованного 2 прямыми в пространстве с заданными уравнениями

**Теория:** переход из одного базиса в другой, формулы для переходов в плоскости.

### Билет №7.

**Задача:** найти формулы аффинного преобразования. Известны 2 неподвижные прямые, образ точки.

**Теория:** различные формы уравнения прямой на плоскости. Условие параллельности(или совпадения) и перпендикулярности прямых в координатах на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

**Билет №8.**

**Задача:** прямая  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{2}$ . Какая поверхность получится при вращении вокруг оси  $z$ . Написать уравнение. Система координат декартова прямоугольная

**Теория:** различные уравнения плоскостей. Условия параллельности и перпендикулярности в общем виде. Расстояние от точки до плоскости.

**Билет №9.**

**Задача:** эллипс вписан в параллелограмм. Эллипс касается параллелограмма  $ABCD$  в точках  $M, N, K$  на сторонах  $AB, BC, CD$  соответственно. Найти отношения площадей треугольников  $MBN$  и  $NCK$ , если  $BN = 2NC$

**Теория:** уравнения, задающие прямые в пространстве. Задание прямой как пересечение плоскостей, записанных общим уравнением (с доказательством).

**Билет №10.**

**Задача:** найти формулы аффинного преобразования. Известна прямая неподвижных точек, образ точки, не лежащей на этой прямой.

**Теория:** алгебраические линии и поверхности, их порядок. Инвариантность порядка плоскости при замене СК

**Билет №11.**

**Задача:** расстояние между 2 прямыми в каноническом виде (у них ещё были одинаковые числители, т.е. они были параллельные)

**Теория:** эллипс, гипербола, парабола, канонические уравнения. Теоремы о фокусах и директрисах.

**Билет №12.**

**Задача:** составить уравнение прямой симметричной данной относительно данной плоскости.

**Теория:** касательные к эллипсу, гиперболе и параболе(доказательство для одной кривой). Эллипс, гипербола и парабола в полярной системе координат.

**Билет №13.**

**Задача:** Найти радиус вектор симметричной точки( $r$  нулевое) относительно плоскости  $(r, n) = D$

**Теория:** поверхности вращения. Конус второго порядка.

**Билет №14.**

**Задача:** составить уравнение плоскости параллельной данной, отстоящей от данной точки на данное расстояние

**Теория:** детерминант матрицы. Разложение по строке/столбцу.

**Билет №15.**

**Задача:** прямая проходит через точку параллельно данной прямой. Найти радиус-вектор пересечения прямой и плоскости.

**Теория:** алгебраические линии второго порядка на плоскости, их классификация. Приведение к каноническому виду в случае линии эллиптического вида.

**Билет №16.**

**Задача:** даны 4 точки  $A, B, C, D$ . Найти расстояние между  $AB$  и  $CD$ .

**Теория:** ортогональные преобразования. Геометрический смысл модуля и знака определителя аффинного преобразования плоскости.

**Билет №17.**

**Задача:** замена СК на плоскости.

**Теория:** Аффинное преобразование плоскости, основные свойства.

**Билет №18.**

**Задача:** на эллипсе найти все точки, в которых касательная перпендикулярна данной прямой.

**Теория:** Даны координаты четырех точек  $A, B, C, D$ . Найти расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

**Билет №19.**

**Задача:** в ОДСК составить уравнение плоскости, проходящей через прямую и равноудаленную от двух точек.

**Теория:** Детерминант матрицы. Разложение по строке и столбцу.

**Билет №20.**

**Задача:**  $(-2 + 1)^2 + (2 + 4 + 5)^2 = 26$  – определить тип кривой.

**Теория:** свойства детерминанта матрицы. Детерминант транспонированной матрицы.

**Билет №21.**

**Задача:**

**Теория:** элементарные преобразования матриц. Детерминант произведения матриц.

**Билет №22.**

**Задача:**

**Теория:** алгебраические операции с матрицами. Обратная матрица и ее свойства. Необходимое условие обратимости.

**Билет №23.**

**Задача:** В ОДСК Прямая задается уравнением \*пересечение двух уравнений плоскости\*. Составить уравнение плоскости, проходящей через эту прямую и равноудалённую от точек  $N(0, 0, 1)$  и  $M(0, 0, 2)$ .

**Теория:** Правило Крамера. Метод нахождения обратной матрицы.