### Лабораторная работа №3.2

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

И.Л. Дорошевич

### Цели работы:

- 1. Изучить основные законы равновесного теплового излучения.
- 2. Построить спектральные кривые излучательной способности нагретой нихромовой спирали при различных фиксированных температурах.
  - 3. Проверить закон смещения Вина и закон Стефана Больцмана.

### Методическое обоснование работы

*Тепловым излучением* называют электромагнитное излучение, испускаемое телами за счет их внутренней энергии (энергии теплового движения их атомов и молекул).

Равновесным называется тепловое излучение тел, находящихся в термодинамическом равновесии со своим излучением, т. е. когда распределение энергии между телом и его излучением является постоянным для каждой длины электромагнитной волны (частоты). В дальнейшем мы будем рассматривать только равновесное тепловое излучение.

Тепловое излучение имеет непрерывный (сплошной) спектр, распределение электромагнитной энергии в котором характеризуется непрерывной функцией частоты  $\nu$  или длины волны  $\lambda$ . Введем спектральные характеристики теплового излучения тела при фиксированной температуре T.

Uзлучательная способность тела  $r_{v,T}$  (спектральная излучательная способность тела) – спектральная характеристика теплового излучения, равная

$$r_{v,T} = \frac{d\Phi_v}{dS \, dv},\tag{1}$$

где  $d\Phi_{\rm v}$  – поток электромагнитной энергии, излучаемый элементом поверхнсти тела площадью dS в узком интервале частот от  ${\rm v}$  до  ${\rm v}+d{\rm v}$ . В СИ  $\left\lceil r_{{\rm v},T} \right\rceil = {\rm Д}{\rm ж}/{\rm m}^2$ .

Излучательная способность тела зависит от частоты излучения, температуры этого тела, его химического состава и состояния излучающей поверхности.

Излучательную способность тела можно представить не только как функцию частоты, но и как функцию длины волны:

$$r_{\lambda,T} = \frac{d\Phi_{\lambda}}{dS \, d\lambda},\tag{2}$$

где  $d\Phi_{\lambda}$  — поток электромагнитной энергии, излучаемый элементом поверхности тела площадью dS в узком интервале длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ . В СИ  $\left[ r_{\lambda,T} \right] = \mathrm{Bt/m^3} \ .$ 

Энергетическая светимость тела R (интегральная излучательная способность тела) — поток энергии электромагнитных волн всех частот, испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям:

$$R = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{dW}{dt \ dS}.$$

B СИ  $[R] = B_T/M^2$ .

Энергетическая светимость тела (интегральная излучательная способность) может быть представлена как:

$$R = \int_{0}^{\infty} r_{v,T} dv.$$
 (3)

В общем случае падающее на тело излучение частично поглощается этим телом и частично отражается от него. Поглощательная способность тела  $a_{v,T}$  показывает, какая доля потока электромагнитной энергии  $d\Phi_v^{\text{пад}}$ , падающего на единицу площади поверхности тела в узком интервале частот от v до v+dv, им поглощается:

$$a_{v,T} = \frac{d\Phi_v^{\text{погл}}}{d\Phi_v^{\text{пад}}},$$

где  $d\Phi_{\nu}^{\text{погл}}$  – поглощаемый той же поверхностью тела поток энергии, приходящийся на тот же интервал частот.

Поглощательная способность любого реального тела  $a_{v,T}$  зависит от частоты излучения, температуры этого тела, его химического состава, состояния поверхности.

Абсолютно черным телом называется тело, которое при любой температуре T полностью поглощает все падающее на него излучение. Его поглощательная способность  $a_{v,T}^*$  для любой частоты v равна единице:

$$a_{v,T}^* \equiv 1.$$

*Серым* называется тело, поглощательная способность которого меньше единицы и не зависит от частоты и температуры.

Абсолютно черных тел в природе не существует. Однако замкнутая полость с малым отверстием, температура стенок которой поддерживается постоянной, очень близка по своим свойствам к абсолютно черному телу.

 ${\it 3акон}$  ( ${\it meopema}$ )  ${\it Kupxzoфa}$ : отношение излучательной способности  $r_{v,T}$  тела к его поглощательной способности  $a_{v,T}$  не зависит от природы, геометрической формы и свойств тела, а является oduhakoboŭ для всех тел (т. е. yhubep-canbhoŭ) функцией частоты v и температуры T:

$$\frac{r_{v,T}}{a_{v,T}} = f(v,T), \tag{4}$$

где f(v,T) – универсальная функция Кирхгофа.

Закон Кирхгофа отражает тот факт, что в случае равновесного излучения, чем сильнее тело поглощает излучение какой-либо частоты, тем интенсивней оно испускает данное излучение.

Особый случай представляет собой изучение абсолютно черного тела. Поскольку его поглощательная способность  $a_{\mathbf{v},T}^*\equiv 1$ , то из (4) следует, что излучательная способность  $r_{\mathbf{v},T}^*$  абсолютно черного тела и есть универсальная функция Кирхгофа  $f(\mathbf{v},T)$ :

$$r_{\mathbf{v},T}^* = f(\mathbf{v},T). \tag{5}$$

Связь между универсальными функциями Кирхгофа частоты f(v,T) и длины волны  $\phi(\lambda,T)$  получим заменой переменной  $v=\frac{c}{\lambda}$  (где c – скорость света в вакууме) в выражении (3) для энергетической светимости абсолютно черного тела с учетом (5)

$$R^* = \int_0^\infty r_{v,T}^* dv = \int_0^\infty f(v,T) dv = \begin{vmatrix} v = \frac{c}{\lambda}, & dv = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda \\ v_1 = 0, & \lambda_1 = \infty \\ v_2 = \infty, & \lambda_2 = 0 \end{vmatrix} = -\int_0^0 \frac{c}{\lambda^2} \cdot f\left(\frac{c}{\lambda}, T\right) d\lambda = \int_0^\infty \frac{c}{\lambda^2} \cdot f\left(\frac{c}{\lambda}, T\right) d\lambda = \int_0^\infty \frac{c}{\lambda^2} \cdot f\left(\frac{c}{\lambda}, T\right) d\lambda,$$

откуда:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} \cdot f\left(\frac{c}{\lambda}, T\right). \tag{6}$$

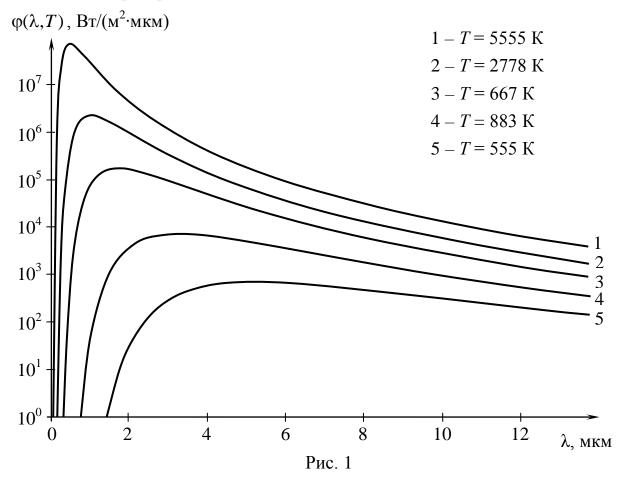
Излучательные способности  $r_{v,T}$  и  $r_{\lambda,T}$  связаны друг с другом выражением, аналогичным (6):

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} \cdot r_{c/\lambda,T}.$$

Нахождение вида функции f(v,T) (или  $\phi(\lambda,T)$ ) является основной задачей теории теплового излучения.

При данной температуре излучательная способность  $(r_{v,T}^*$  или  $r_{\lambda,T}^*)$  абсолютно черного тела максимальна по сравнению с другими телами. Измеряя ее, можно экспериментально определить вид функции f(v,T) или  $\phi(\lambda,T)$ .

Результаты таких опытов приведены на рис. 1. Разные кривые  $\varphi(\lambda, T)$  соответствуют различным фиксированным температурам. Все кривые обнаруживают характерное поведение: при малых длинах волн функция  $\varphi(\lambda, T)$  увеличивается с ростом  $\lambda$ , затем проходит через максимум и после этого стремится к нулю. Положение максимума сдвигается в сторону коротких длин волн по мере повышения температуры T.



Все попытки найти вид функции f(v,T) ( $\phi(\lambda,T)$ ), полностью описывающий экспериментальные кривые во всем диапазоне частот (длин волн), на основе классических представлений потерпели неудачу.

В 1900 г. Макс Планк теоретически получил вид функции f(v,T) ( $\phi(\lambda,T)$ ), хорошо согласующийся с экспериментальными данными. Для этого ему пришлось ввести гипотезу, коренным образом противоречащую классическим представлениям, а именно допустить, что электромагнитное излучение

испускается не непрерывно, а в виде отдельных порций энергии (квантов), величина которых пропорциональна частоте у излучения:

$$\varepsilon_0 = h \nu$$
,

где коэффициент  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж · с впоследствии получил название постоянной Планка.

Закон излучения (формула) Планка:

$$f(\nu,T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}, \text{ или}$$

$$\varphi(\lambda,T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}, \tag{7}$$

где  $k = 1,381 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана.

Из формулы Планка (7) следуют закон излучения Вина, формула Рэлея – Джинса, закон Стефана – Больцмана и закон смещения Вина, полученные ранее на основе классических представлений термодинамики и электромагнитной теории света.

Закон Стефана – Больцмана (1879 г. и 1884 г.): энергетическая светимость  $R^*$  абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры T:

$$R^* = \sigma T^4, \tag{8}$$

где  $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \, \mathrm{Bt/(m^2 \cdot K^4)} - \mathrm{постоянная} \, \mathrm{Стефана} - \mathrm{Больцмана}.$ 

Закон смещения Вина (1893 г.): при повышении температуры T абсолютно черного тела максимум его излучательной способности (спектральной плотности излучения) смещается в сторону коротких длин волн так, что выполняется соотношение

$$\lambda_m \cdot T = b = \text{const}, \tag{9}$$

где  $\lambda_m$  — длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности;  $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м·K}$  — постоянная Вина.

### Описание лабораторной установки

Лабораторная установка изображена на рис. 2. Она состоит из источника теплового излучения 1 (нихромовой спирали в форме цилиндра диаметром 2,5 мм и высотой 3 мм); механического модулятора светового потока, состоящего из обтюратора 2 и электродвигателя 3; набора оптических инфракрасных узко-

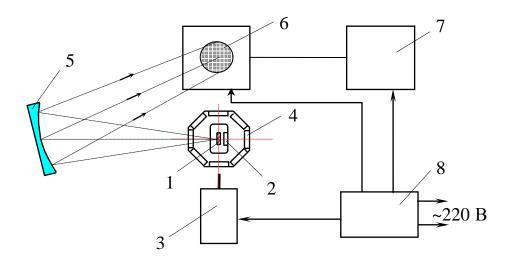


Рис. 2

полосных фильтров 4; сферического зеркала 5; пироэлектрического приемника излучения 6; электронного блока обработки сигнала фотоприемника 7 с цифровым вольтметром и блока питания 8.

Конструктивно установка выполнена в виде прибора, состоящего из оптико-механического блока, расположенного в левой части под прозрачной крышкой, и электронного блока в правой части. Смена оптических фильтров осуществляется поворотом блока фильтров на фиксированный угол с помощью рукоятки, расположенной над крышкой. Поворот следует производить только по часовой стрелке плавно до щелчка, означающего фиксацию положения фильтра. При этом номер установленного в рабочее положение фильтра указывается в прямоугольном окне на верхней поверхности прозрачной крышки. В установке применяются семь инфракрасных узкополосных фильтров (окна 1–7) и нейтральный ослабитель (окно 8), пропускающий волны в диапазоне 2 ÷ 20 мкм. В табл. 1 приведено соответствие между номером окна, при котором один из фильтров на-

ходится в рабочем положении, и длиной  $\lambda$  электромагнитных волн, пропускаемых этим фильтром.

Таблица 1

№ (окна)	1	2	3	4	5	6	7	8
λ, мкм	2,08	2,50	3,20	3,90	4,54	6,20	8,50	2 ÷ 20

Нагревание нихромовой спирали осуществляется с помощью пропускаемого через нее электрического тока. Нажатием одной из кнопок «Т1», «Т2» или «Т3» нихромовая спираль подключается к источнику тока, при этом «загорается» один из светодиодов. (ВНИМАНИЕ. <u>Не допускается одновременное нажатие любых двух кнопок из «Т1», «Т2», «Т3» и «Излучатель»</u>).

В нажатом положении кнопки «Модулятор» подается напряжение на электродвигатель, а вращение обтюратора осуществляет модуляцию теплового излучения для эффективной обработки полезного сигнала. В нажатом положении кнопки «Диапазон» значение цифрового индикатора вольтметра следует увеличить в три раза.

Тепловое излучение нагретой нихромовой спирали (находящейся при постоянной температуре  $T = \mathrm{const}$ ) модулируется, проходит через один из оптических фильтров и, отражаясь от сферического зеркала, попадает на фотоприемник, чувствительность которого практически одинакова в диапазоне длин волн  $2 \div 20$  мкм.

Величина напряжения U сигнала на выходе фотоприемника прямо пропорциональна падающему на него потоку излучения, который, в свою очередь, прямо пропорционален потоку электромагнитной энергии, излучаемому нагретой нихромовой спиралью. Оптический узкополосный фильтр позволяет выделить из потока излучения нихромовой спирали часть потока  $d\Phi_{\lambda}$ , приходящуюся на узкий спектральный интервал длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ . При этом измеренное значение напряжения  $U \sim d\Phi_{\lambda}$ . Поскольку ширина  $d\lambda$  спектра пропускания фильтра мала, то согласно (2) величина излучательной способно-

сти  $r_{\lambda,T}$  нихромовой спирали при данной длине волны  $\lambda$  и фиксированной температуре T прямо пропорциональна  $d\Phi_{\lambda}$ . Таким образом, значение напряжения U, измеренное при рабочем положении одного из узкополосных фильтров, прямо пропорционально величине излучательной способности  $r_{\lambda,T}$  нихромовой спирали для данной длины волны  $\lambda$ , т. е.  $U \sim r_{\lambda,T}$ .

Поскольку поглощательная способность нихромовой спирали практически не зависит от длины волны, то ее можно считать серым телом. Поэтому для данной длины волны  $\lambda$  и температуры T значение функции  $\phi(\lambda,T)$  прямо пропорционально излучательной способности  $r_{\lambda,T}$ , а, значит, и величине напряжения  $U(\lambda,T)$  при этих же значениях  $\lambda$  и T:

$$\varphi(\lambda, T) = \mathbf{x} \cdot U(\lambda, T),$$

где постоянная  $æ = 1,67 \cdot 10^4 \, \mathrm{Br/(B \cdot m^2 \cdot mkm)}$  для данной лабораторной установки.

Применив набор узкополосных фильтров с различными  $\lambda$  (окна 1–7) по результатам измерений напряжения можно построить кривую  $U(\lambda,T)$  при фиксированной температуре  $T=\mathrm{const}$ , вид которой будет практически соответствовать спектральной кривой излучательной способности  $r_{\lambda,T}$  нихромовой спирали, а также кривой  $\phi(\lambda,T)$ , описываемой формулой Планка (7), при той же температуре.

Значение напряжения  $U_{R^*}$  сигнала на выходе фотоприемника при установке в рабочее положение нейтрального ослабителя (окно 8) прямо пропорционально энергетической светимости  $R^*$  нихромовой спирали в интервале длин волн от 2 до 20 мкм.

Построив кривые  $U(\lambda, T)$  для различных фиксированных температур, можно осуществить проверку выполнения законов смещения Вина и Стефана – Больцмана следующим образом.

Из экспериментально полученных кривых  $U(\lambda,T)$  определяются длины волн  $\lambda_m$ , для которых величина U (а, значит, и значение функции  $\phi(\lambda,T)$ ) мак-

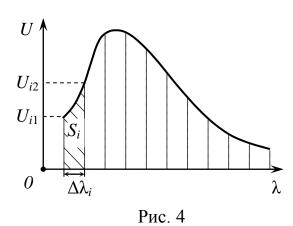
симальна. Используя закон смещения Вина (9), вычисляются экспериментально полученные температуры излучателя по формуле

$$T_{\text{эксп}} = \frac{b}{\lambda_m} \tag{10}$$

и полученные значения сравниваются с приведенными  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  в задании №2.

Проверку закона Стефана – Больцмана (8) можно осуществить двумя способами.

 $1\ cnoco\delta$ . С помощью экспериментально полученной кривой  $U(\lambda,T)$  при температуре  $T_1$  определить площадь  $S_1$  фигуры, ограниченной этой кривой и осью абсцисс. Для этого данную фигуру надо разбить на n криволинейных трапеций таким образом, чтобы каждую из них можно было с достаточно большой точностью считать прямоугольной трапецией (рис. 4). Тогда площадь  $S_i$  каждой из них определяется по формуле



$$S_i = \frac{U_{i1} + U_{i2}}{2} \cdot \Delta \lambda_i,$$

где  $U_{i1}$  и  $U_{i2}$  — длины оснований i-й прямоугольной трапеции,  $\Delta \lambda_i$  — ее высота (см. рис. 4). Затем площадь  $S_1$  фигуры вычисляется как

$$S_1 = \sum_{i=1}^n S_i.$$

Аналогично определить площади  $S_2$  и  $S_3$  криволинейных трапеций, образованных экспериментально полученными кривыми  $U(\lambda,T)$  при температурах  $T_2$  и  $T_3$ , вычислить отношения

$$\frac{S_1}{(T_{\text{эксп1}})^4}, \frac{S_2}{(T_{\text{эксп1}})^4}, \frac{S_3}{(T_{\text{эксп1}})^4}$$
 (11)

и сравнить их. Так как площадь S фигуры, ограниченной кривой  $U(\lambda,T)$  и осью абсцисс, прямо пропорциональна энергетической светимости  $R^*$  нихромовой спирали в интервале длин волн от 2 до 20 мкм при данной температуре T, то со-

гласно закону Стефана – Больцмана значения отношений (11) должны быть равными между собой.

 $2\ cnoco\delta$ . Экспериментально измерить величину напряжения  $U_{R^*}$  (положение 8 окна блока фильтров), прямо пропорциональную энергетической светимости  $R^*$  нихромовой спирали в интервале длин волн от 2 до 20 мкм, для трех температур, вычислить отношения

$$\frac{U_{R^*1}}{(T_{2KCII})^4}, \frac{U_{R^*2}}{(T_{2KCII})^4}, \frac{U_{R^*3}}{(T_{2KCII})^4}$$
(12)

и сравнить их. Согласно закону Стефана – Больцмана значения отношений (12) должны быть равными между собой.

### Порядок выполнения работы

ВНИМАНИЕ! Перед включением установки, убедитесь, что все кнопки находятся в отжатом положении. Затем нажмите кнопку «Сеть», а после загорания светодиода — кнопку «Т1». Выждите 15 минут, что необходимо для прогрева установки, после чего приступите к выполнению измерений.

# Задание 1. Построение кривых излучательной способности при различных фиксированных температурах

- 1. Поворотом рукоятки установить в рабочее положение фильтр 1.
- 2. Включить двигатель модулятора, нажав кнопку «Модулятор» (до окончания измерений не выключать).
- 3. Выждать 10–15 с, пока показания цифрового индикатора вольтметра установятся, и снять показания. Если на индикаторе высвечивается информация 1 (после запятой цифра не светится), то следует нажать кнопку «Диапазон» (при этом показания индикатора вольтметра следует увеличить в три раза.).
- 4. Последовательно осуществляя смену фильтров, снять показания и заполнить табл. 2. Провести не менее трех измерений для каждого фильтра.

Таблица 2

№ фильтра	1	2	3	4	5	6	7	8
(окна)	1	2	3	7	3	O	,	O
λ, мкм	2,08	2,50	3,20	3,90	4,54	6,20	8,50	$U_{_{R}{^{st}}}$
U, B								
при $T_1 = \text{const}$								
-								
среднее								

При величине показаний цифрового вольтметра меньше 2 В лучше работать на диапазоне 1. В положении 8 блока фильтров вместо узкополосного фильтра устанавливается нейтральный ослабитель, что позволяет измерить величину  $U_{R^*}$ , прямо пропорциональную энергетической светимости  $R^*$  в интервале длин волн от 2 до 20 мкм.

- 5. Повторить измерения для температуры  $T_2$ , нажав кнопку «T2» (при этом светодиод против кнопки «T1» должен погаснуть), а затем для температуры  $T_3$ . Результаты измерений занести в таблицы 3 и 4, аналогичные табл. 2. После перехода к новой температуре до начала проведения измерений надо выждать 5 мин.
- 6. Нажатием кнопки «Модулятор» отключить двигатель и излучатель от блока питания. Выключить установку нажатием кнопки «Сеть».
- 7. На миллиметровой бумаге формата A4 построить графики зависимостей  $U(\lambda, T_1)$ ,  $U(\lambda, T_2)$  и  $U(\lambda, T_3)$  для трех температур, выбрав масштаб по оси длин волн 40 мм 1 мкм, а по оси напряжений 100 мм 1 В. Убедиться в их соответствии с теоретическими положениями.

Задание 2. Проверка справедливости закона смещения Вина

1. По графикам  $U(\lambda,T_1),\ U(\lambda,T_2)$  и  $U(\lambda,T_3)$  определить величины  $\lambda_{m1},$   $\lambda_{m2}$  и  $\lambda_{m3}$  и внести их в табл. 5.

Таблица 5

i	$T_i$ , K	$\lambda_{m\ i}$	$T_{ m эксп}$ $i$	$\eta_i$ , %
1	900			
2	740			
3	630			

- 2. По формулам (9) вычислить значения  $T_{3\kappa c \pi 1}$ ,  $T_{3\kappa c \pi 2}$  и  $T_{3\kappa c \pi 3}$ .
- 3. Вычислить относительные отклонения экспериментальных данных от заданных величин температур в процентах

$$\eta_i = \frac{\left|T_i - T_{\text{эксп }i}\right|}{T_i} \cdot 100\%.$$

Задание 3. Проверка справедливости закона Стефана – Больцмана

### 1 способ

1. В табл. 6 внести значения  $T_{\text{эксп1}}$ ,  $T_{\text{эксп2}}$  и  $T_{\text{эксп3}}$  из табл. 5.

Таблица 6

i	$T_{ m эксп}$ $_i$	$S_i$	$S_i/T_{\mathfrak{K}\mathfrak{C}\Pi i}^4$	$\left\langle S/T_{\scriptscriptstyle \mathfrak{HCH}}^4\right\rangle$	η <sub>i</sub> , %
1					
2					
3					

2. Определить площади  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  фигур, ограниченных осью абсцисс и кривыми  $U(\lambda, T_1)$ ,  $U(\lambda, T_2)$  и  $U(\lambda, T_3)$  для трех температур соответственно. Полученные значения внести в табл. 6.

- 3. Вычислить отношения (11) и их среднее значение  $\langle S/T_{
  m skcn}^4 \rangle$ .
- 4. Вычислить величины относительных отклонений отношений (3.2.11) от их среднего значения в процентах

$$\eta_i = \frac{\left| (S/T_{9\text{KCH}}^4)_{\text{cp}} - S_i/T_{9\text{KCH}}^4 \right|}{(S/T_{9\text{KCH}}^4)_{\text{cp}}} \cdot 100\%.$$

#### 2 способ

1. В табл. 7 внести значения  $T_{\text{эксп1}}$ ,  $T_{\text{эксп2}}$  и  $T_{\text{эксп3}}$  из табл. 5 и значения  $U_{R^*1}$ ,  $U_{R^*2}$  и  $U_{R^*3}$  из табл. 2–4.

Таблица 7

i	$T_{ m эксп}$ $_i$	$U_{R^{st_i}}$	$U_{R^{*}i}^{}/T_{{\scriptscriptstyle { m 9KCH}}i}^{4}$	$\left\langle U_{R^{^{*}}}/T_{\scriptscriptstyle  m 9KCH}^{4} ight angle$	η <sub>i</sub> , %
1					
2					
3					

- 2. Вычислить отношения (12) и их среднее значение  $\left< U_{R^*} / T_{
  m skcn}^4 \right>$ .
- 3. Вычислить величины относительных отклонений отношений (12) от их среднего значения в процентах

$$\eta_i = \frac{\left|\left\langle U_{R^*} / T_{\text{эксп}}^4 \right\rangle - U_{R^*i} / T_{\text{эксп }i}^4 \right|}{\left\langle U_{R^*} / T_{\text{эксп}}^4 \right\rangle} \cdot 100\%.$$

Сделать вывод.

## Контрольные вопросы

- 1. Какова природа теплового излучения?
- 2. Дать определение спектральной плотности излучения.
- 3. Дать определение энергетической светимости тела.

- 4. Сформулировать теорему Кирхгофа.
- 5 Записать формулу Планка для равновесного теплового излучения.
- 6. Сформулировать закон Стефана Больцмана.
- 7. Сформулировать закон смещения Вина.

## Литература

- 1. Савельев, И. В. Курс общей физики : в 5 кн. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц / И. В. Савельев. М. : Астрель, АСТ, 2003.
- 2. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : в 5 т. Т. 4. Оптика / Д. В. Сивухин. М. : Физматлит, МФТИ, 2005.