RIPASSO

- CIRCUITI A PARAMETRI CONCENTRATI: $\Delta T \gg T_{AB} = \frac{D}{c}$ (D ~> DIMENSIONE FISICA DEL CIRCUITO; c ~> VELOCITÀ LUCE; ΔT → PERIODO $\frac{1}{f}$)
  - ↳ LA FORMA DEL CIRCUITO È INSIGNIFICANTE
  - ~> BASTA STUDIARNE LA TOPOLOGIA
  - ↳ MAXWELL ↦ LEGGI DI KIRCHOFF

- SEPARAZIONE TRA CARICHE ~> GENERA TENSIONE: $V = \frac{W}{q}$

- MOVIMENTO DI CARICHE ~> GENERA CORRENTE: $i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, $i = \frac{dq}{dt}$
  - ↳ $Q = \int_0^t i(t)\,dt$

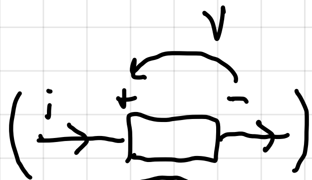
n° KCL: n − 1 (n = NODI)

n° KVL: b − n + 1 (b = BRANCHES)

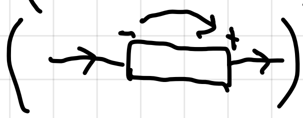
- KCL @ A (~ NODO): $\sum_i i_{ent + usc.} = 0$
- KVL @ M_1 (~> MAGLIA): $\sum_i V = 0$ (SI SCEGLIE UN VERSO DELLA MAGLIA: $-V_i$ SE SENSO OPPOSTO, V_i SE CONCORDE)

- $P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = V(t) \cdot i(t)$

- CONV. DEGLI UTILIZZATORI: $P_{ASSORBITA} > 0$, $P_{EROGATA} < 0$



- CONV. DEI GENERATORI: $P_{ASSORBITA} < 0$, $P_{EROGATA} > 0$



- POSSO CREARE LA <u>MATRICE DI INCIDENZA RIDOTTA</u> DELLA KCL: $(n-1) \times b$
  - ↳ RAPPRESENTANO I RAMI (colonne)
  - ↳ RAPPRESENTANO I NODI (righe)
  - → SCARTO UN NODO (LIN. DIP.) ~> $\forall$ NODO:
    - → 1 SE i È USCENTE
    - → 0 SE NON C'È i
    - → −1 SE i ENTRANTE

- <u>T. DI TELLEGEN</u>: $\sum P_{k,A} = 0$, $\sum P_{k,E} = 0$ ~> $\sum P_{k,A} = \sum P_{k,E} = 0$

- <u>LEGGE DI OHM</u>: $V = Ri$, $i = \frac{1}{R} V \to i = GV$
  - ↳ CONDUTTANZA, $[G] = S$ (SIEMENS)
  - ↳ $P = iV = i(Ri) = Ri^2$, $P = \left(\frac{V}{R}\right)V = \frac{V^2}{R}$
  - ↳ CONV. DEI GENERATORI: $V = -Ri$

→ RISOLVERE UN CIRCUITO: $\begin{cases} \text{KCL, KVL} \\ \text{EQ. COSTITUTIVE} \end{cases}$ ~> $\begin{cases} \text{KVL @} \\ \text{KCL @} \\ \text{OHM'S LAW} \\ \text{GEN DI } i/V \end{cases}$

• Posso scrivere la matrice delle tensioni

→ $V = M V_n$

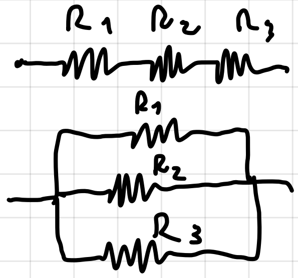
→ si scopre che $M = A^t$ / $I = A i$

• In un circuito si può quindi costruire la matrice!

$MV + NI = u_s$ / $N = A$: coeff. correnti
V_s = gen di V e I

• Matrice di Tableau

• R in serie → $R_{eq} = \sum_i R_i$



• R in parallelo → $G_{eq} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

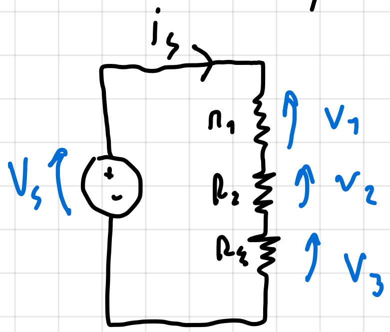
↳ $R_{eq} = G_{eq}^{-1}$

↳ per 2 R

↳ $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ⇝ (per 2 R equivalenti $R_{eq} = \frac{1}{2} R$)

• Partitore di V:

• $i_s = \frac{V_s}{R_1 + R_2 + R_3}$ → $V_k = V_s \cdot \frac{R_k}{\sum R_i}$



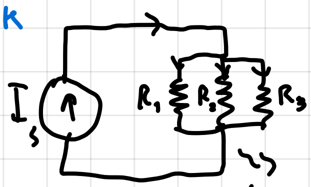
• V_s è positiva ⟺ ha verso opposto a V_k

• R_k in serie, V_s: tensione ai capi delle R_k

• Partitore di corrente

• R_k in parallelo, I: corrente ai capi di R_k

• I_s è positiva ⟺ ha stesso verso di i_k



⇝ $i > 0$

• $i_k = I_s \frac{G_k}{\sum G_i}$ ⇝ si usano le conduttanze

• Teorema di Millman:

$$V_M = \frac{[A] + [B]}{[C]}$$

$[A] = \sum G_k V_k$ (⇝ gen. di V), segno − se V opposta a V_M

$[B] = \sum I_k$ (⇝ gen di I), " − se I opposta a V_M ⇝ cioè se è un utilizzatore

$[C] = \sum G_k$, NO se R_k in serie con gen I

• La matrice del Tableau è molto complessa -> new metodo

partenza, arrivo

• Faccio le KCL ∀ nodo

• Per le i_K ignote le scrivo tramite la legge di Ohm / $V_K = V_{\hat{p}} - V_{\hat{a}}$

-> ottengo una matrice del tipo $[G][V] = [i]$

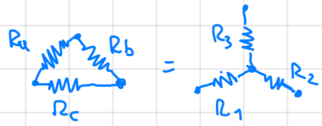
-> può essere creata per ispezione (senza calcoli) -> ogni riga è riferita ad un nodo

$[G]$ -> • su diag.: $\sum G_K$ sul nodo
• negli altri punti: $-G_K$ tra i 2 nodi di incide i, j

$[i]$ -> • gen di corrente: $-I$ se uscente dal nodo, $+I$ se entrante

se più gen. di I -> ↳ $\sum I_s$

• se ci sono gen. di V -> sostituisco nelle eq. la loro corrente passante

• relazioni Δ, Y: 

: $\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \\ G_a = \dfrac{G_1 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \end{cases}$

• Trasformazione delle sorgenti:

Posso trasformare un gen. di V_s in serie con R_s $\longmapsto$ gen. di $I_s // R_s$

↳ $V_s = R_s I_s$, V_s e I_s avranno stesso verso nello schema

• Teorema di sovrapposizione degli effetti:

ogni V o i è combinazione lineare degli attivi: $\begin{cases} V_K = \sum_1^M \alpha_m e_m + \sum_1^K \beta_K a_K \\ i_K = \sum_1^M \alpha'_m e_m + \sum_1^K \beta'_K a_K \end{cases}$

gen. V, gen. I

-> $V = V' + V'' + \dots + V^{(m)}$

-> $i = i' + i'' + \dots + i^{(m)}$

gen. V spento -> cortocircuito
gen I spento -> spezzo il circuito

N.B. $p \neq p' + p''$
$\neq V'i' + V''i''$

• per applicarlo calcolo i contributi (V', i'), (V'', i''), ecc.

-> si tratta di spegnere tutti i gen. indip. tranne quello considerato

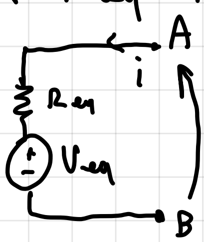
• Teoremi di Thevenin e Norton:

retta nel piano

dal T. di sovrapp. degli effetti $V = \sum \alpha V + \sum \beta i = V_{eq} + R_{eq} \cdot i$

-> $V = V_{eq} + R_{eq} \cdot i = f(i)$ -> è equivalente ad un circuito con una V_{eq} ed una R_{eq}

-> $V = V_{eq}\big|_{i=0}$, $R_{eq} = \dfrac{V}{i}\Big|_{V_{eq}=0}$



• T. di Thevenin:

equivalente Thevenin

la caratteristica di un circuito si può scrivere come $V = V_{eq} + R_{eq} \cdot i$

2 metodi: (1) 1-step: • aggiungo gen. I_p (prova) su a,b • ricavo -> V_{eq}, R_{eq}
(2) 2-step • R_{eq}: spengo tutte le sorg. indip. • V_{eq}

• **MNA** (METODO DEI NODI MODIFICATO):

$$\begin{bmatrix} Y_n & P \\ P^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ i_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma I \\ \Sigma V \end{bmatrix}$$

• Y_n : MATRICE CONDUTTANZE
↳ DIAG: ΣG_k ADIACENTI
P_{ij} : $-G_k$ TRA I 2 NODI

• P : MATRICE CORRENTI → +1 USCENTE
−1 ENTRANTE

→ È IL METODO UTILIZZATO DAI SOFTWARE

• **T. DI NORTON** :

DAL T. DI SOVR. DEGLI EFFETTI:

→ $i = I_{eq} + G_{eq} V$, ATTACCANDO UN GEN. DI V AI NODI a, b

• $G_{eq} = 1/R_{eq}$ / R_{eq} : SPENGO TUTTI I GEN. INDIPENDENTI

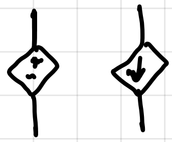
• I_{eq} : LA TROVO CON QUALSIASI METODO

• SI PUÒ FARE IL PASSAGGIO THEVENIN → NORTON o VICEVERSA $(V_{eq} = R_{eq} I_{eq})$

• SE RIESCO A RICAVARE UNA QUALSIASI V_x → PER I CALCOLI SUCCESSIVI POSSO CONSIDERARLO COME UN GEN. DI V (es. PER IL PARTITORE DI V)

• **GENERATORI PILOTATI**:

SONO COMPONENTI NEL CIRCUITO, IL CUI COMPORTAMENTO DIPENDE DA ALTRE VARIABILI (es. αi_x)



• 2 METODI PER RISOLVERE : (1) METODO SISTEMATICO (2) KCL e KVL
→ SI PUÒ ANCHE USARE MNA

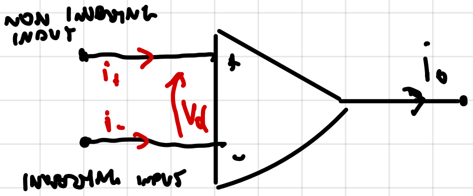
• **THEVENIN e NORTON CON GEN. PILOTATI**

• SE LA VAR. INDIP. È DENTRO L'EQ. THEV/NORT → GEN. PILOTATO NON COMPARIRÀ
→ NON POSSO CALCOLARE R_{eq} CON SOLO e CAMBIARE → $R_{eq} = \dfrac{V_T}{i(v_s)}$ V $R_{eq} = \dfrac{V(i_s)}{i(s)}$

• **OP-AMP**:

$$\begin{cases} i^+ = i^- = 0 \\ V_d = 0 \end{cases}$$

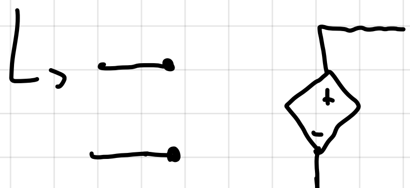
• GAIN: $G = \dfrac{V_0}{V_{IN}}$, CON $A \to \infty$



TERMINALE + COLLEGATO A TERRA

$G_{STADIO\ INVERTENTE} = -\dfrac{R_f}{R_i}$ / $G_{STADIO\ NON-INVERTENTE} = 1 + \dfrac{R_f}{R}$

TERMINALE + COLLEGATO AL CIRCUITO



• **MULTIMETRO**: STRUMENTO CHE SI PUÒ USARE COME VOLTMETRO O AMPEROMETRO

• RIPASSO OP-AMP:

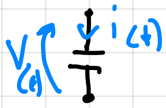
• $i_0 \neq i^+ + i^- = \sim i_{gnd} \rightsquigarrow i$ CORRENTE A TERRA

• STADIO "NON INVERTENTE": TERMINALE + COLLEGATO AL CIRCUITO
• STADIO "INVERTENTE": TERMINALE + COLLEGATO A TERRA

• **ELEMENTI DINAMICI**:

-> NON SONO COST. NEL TEMPO

• **CONDENSATORE**



$$\begin{cases} q = CV \\ i = \dfrac{dq}{dt} \end{cases} \to i_{(t)} = C\frac{dV_{(t)}}{dt} \to V_{(t)} = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tilde{\tau})\, d\tilde{\tau} + \overset{\nearrow \text{C.I.}}{V_{(t_0)}}$$

$i_{(t)} = V'_{(t)}$

• NEI CONDENSATORI $V(t)$ È LA VARIABILE DI STATO -> È CONTINUA

↳ C SI COMPORTA COME UN CIRCUITO APERTO ($V = \text{cost.}$)

• I CONDENSATORI SONO ELEMENTI PASSIVI -> ASSORBONO ENERGIA ($W > 0$)

• POTENZA: $P_{(t)} = i_{(t)}\, V_{(t)}$

• ENERGIA: $W_{(t)} = \int_{t_1}^{t_2} P_{(t)}\, dt = \frac{1}{2} C V^2_{(t)}$

• C IN SERIE: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}$, • C IN PARALLELO: $C_{eq} = \sum C_i$ ($/ R_{eq}$)

• **INDUTTORE**

$$\begin{cases} \psi(t) = \overset{\nearrow \text{INDUTTANZA}}{L}\, i(t) \\ V(t) = \dfrac{d\psi(t)}{dt} \end{cases} \to V_{(t)} = L\frac{di(t)}{dt} \to i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} V(\tilde{\tau})\, d\tilde{\tau} + i(t_0)$$

RISOLUZ. I ORDINE:

• $x(0)$: { C/L SPENGO INTERRUTTORE

• $x(\infty)$: { INTERRUTTORE (C/L SEMPRE SPENTI) (REGIME)

• $\tilde{\tau}$: { RICAVA DA DOVE R_{eq} $\rightsquigarrow$ VISTA DA C/L SPENGO GEN. INDIP.

• NEGLI INDUTTORI $i(t)$ È LA VARIABILE DI STATO -> È CONTINUA

↳ L SI COMPORTA COME UN CORTOCIRCUITO ($i = \text{cost.}$)

• ENERGIA: $W(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$

• L IN SERIE: $L_{eq} = \sum L_i$, • L IN PARALLELO: $\frac{1}{L_{eq}} = \sum \frac{1}{L_i}$

• **CIRCUITI DEL PRIMO ORDINE**: $\tilde{\tau} = R_{eq}C,\ \frac{L}{R_{eq}}$ $\rightsquigarrow$ INDICA QUANTO CI METTE IL CIRCUITO A CARICARSI/SCARICARSI

-> CONTENGONO SOLO UN ELEMENTO TRA L e C: SI RISOLVONO TRAMITE LA SOLUZ. DI UN EQ. DIFF.:

• $x(t) = (x(t_0) - x(\infty))\, e^{-\frac{t - t_0}{\tilde{\tau}}} + x(\infty)$

/ $\tilde{\tau}$: COST. DI TEMPO
↳ SE ↑ $\tilde{\tau}$ -> LA CURVA SI APPIATTISCE -> INCLINAZIONE TANGENTE IN $x(t_0)$

• $x(t_0)$: C.I. ↳ FASE TRANSITORIA ↦ $x(\infty)$: SOLUZ. A REGIME

• PONTE DI WHEATSTONE: $V_{out} = V_s\left(\frac{R_2}{R_1+R_2} - \frac{R_4}{R_3+R_4}\right) = V_{R_2} - V_{R_4}$

→ $R_1 R_4 = R_2 R_3$

• R_x di precisione: $\frac{R_2}{R_1}\Delta R_3$ ~> tolleranza

• Temperatura: $R_T = R_0(1+\alpha T) = \frac{R_2}{R_1} R_3$

L ↦ corto circuito
C ↦ circ. aperto

Req:
gen. V ↦ cortocircuito
gen. I ↦ circ. aperto

• MNA & SPICE: se ci sono gen. dipendenti, li considero come indip,
→ svolgo i calcoli della matrice → faccio sì che restino gen. indip.

• Se nei circuiti con L, C ci sono da calcolare var. non di stato?

→ stimo le var. di stato in t_0^- e t_0^+ per calcolare le altre var. nei diversi momenti

→ utilizzo T. di sostituzione quando calcolo una var. ~> sostituendo la $x(t)$ trovata al condensatore/induttore per trovare le altre variabili

• $x(t) = \left(x(0) - x(\infty)\right) e^{-t/\tau} + x(\infty)$

• MNA: se ci sono gen. pilotati, li considero come indip.

→ scrivo i gen. dip. in f delle altre incognite

• OP AMP in SPICE: lo sostituisco con una R ↦ ∞ e un gen. pilotato di V

$$V_{out} = -V_s \frac{R_f}{R_i}$$

RISOL. II ORDINE

• calcolo C.I.: $i_L(t_0), V_C(t_0)$

cioè le DERIVATE di ciò che ho calcolato

• calcolo V_L, i_C per $t \geq 0$, considerando: $\begin{cases} \text{induttore} \mapsto \text{gen. } I_L \\ \text{condens.} \mapsto \text{gen. } V_C \end{cases}$

• Circuiti del II ordine

→ contengono all'interno 2 tra cui elementi dinamici

• considero L ↦ gen. di I, C ↦ gen. di V ~> voglio trovare V_C, I_L

→ trovare. T. di sovrapposizione: $\begin{pmatrix} V_L \\ i_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i_L \\ V_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ / $V_L = C\frac{di_L}{dt}$, $i_C = L\frac{dV_C}{dt}$

Arrivo a trovare che:

→ $V_L = L\frac{di_L}{dt}$

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} i_L \\ V_C \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}}^{A}\begin{pmatrix} i_L \\ V_C \end{pmatrix} + \overbrace{\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}}^{b} = \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + b + \text{c.i.}$$

↳ $i_C = C\frac{dV_C}{dt}$

↳ $x(t) = \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix}$

Soluzione: $X(t) = e^{At}\left[x(0^+) - x(\infty)\right] + x(\infty)$, se i gen. indip. = cost

↳ difficile da risolvere a mano (A è una matrice)

• TRASFORMATA DI LAPLACE:

-> serve per trasformare un'eq. differenziale, in un eq. più semplice nel dominio di Laplace

$$F(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt$$

• Delta di Dirac (impulso unitario)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) = 1$$

$$\begin{cases} \sin z = \frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i} \\ \cos z = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2} \end{cases}$$

Proprietà:

linearità: $a f(t) + b g(t) = aF(s) + bG(s)$

time-shift: $f(t-T) = e^{-sT} F(s)$

s-shift: $e^{-at} f(t) = F(s+a)$

$\frac{d}{dt} f(t) = sF(s) - f(0^-)$

• $L[u(t)] = 1/s$

• ANTITRASFORMATA DI LAPLACE

$$F(s) = \frac{\prod_m (s-z_m)}{\prod_n (s-p_n)} = \sum_n \frac{\overbrace{K_n}^{\text{residui}}}{\underbrace{(s-p_n)}_{\text{poli}}}$$

/ z_m: sono zeri di $F(s)$

p_n: sono poli di $F(s)$

• Calcolo dei residui:

se $\mu = 1$ -> $A = (s-\sigma_A) F(s)\Big|_{\sigma_A}$

se $\mu = 2$: $B = \frac{d}{ds}\left[(s-\sigma_2)^2 \cdot F(s)\right]\Big|_{\sigma_2}$ e $(s-\sigma_2)^2 F(s)$ per $\mu = 2$

• T. DEL VALORE INIZIALE E FINALE:

$$f(0^+) = \lim_{s\to\infty} s F(s) \quad , \quad f(\infty) = \lim_{s \to 0^+} s F(s)$$

• Ris. circ. simb.

- trovo C.I. $(I(0), V(0^-))$ — spengo C e L
- trasformo C e L
- ricavo in s
- trasformo in t

• METODO SIMBOLICO

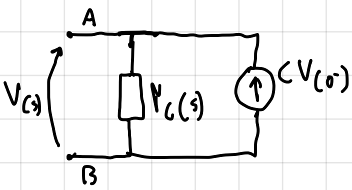
-> serve a risolvere circuiti con più elementi dinamici, creando un circuito astratto nel dominio di Laplace -> cambiano solo gli elementi dinamici

• CONDENSATORE IN $\mathcal{L}$:

$$i(t) = C \frac{dV(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} I(s) = \overbrace{sC}^{Y_c(s)} V(s) - C V(0^-) \quad / \quad V(s) = \overbrace{\frac{1}{sC}}^{Z_c(s)} I(s) + \frac{1}{s} V(0^-)$$

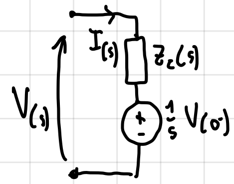
• $Y(s) = sC$: ammettenza -> analog. G

• $C V(0^-)$: C.I. (gen. di I)



• $Z(s) = \frac{1}{sC}$: impedenza -> analog. R

• $\frac{1}{s} V(0^-)$ = C.I. (gen. di V)

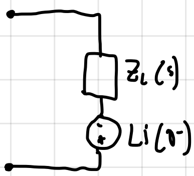


• INDUTTORE IN $\mathcal{L}$:

$$V(t) = L\frac{di(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} V(s) = \overset{Z_L(s)}{sL}\, I(s) - L I(0^-) \;/\; I(s) = \frac{1}{sL}\overset{V_L(s)}{V(s)} + \frac{1}{s} I(0^-)$$

• $Z_L(s) = sL$: IMPEDENZA ⤳ ANALOG. R

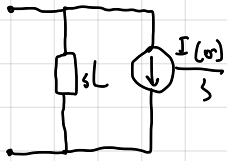
• $L I(0^-)$ = C.I. (GEN. DI V)



• $Z(s) = \frac{1}{Y(s)}$

• $Y_L(s) = \frac{1}{sL}$: AMMETTENZA ⤳ ANALOG. G

• $\frac{1}{s} I(0^-)$ = C.I (GEN. DI I)



• ES:
- TROVO C.I.
- CIRC. SIMBOLICO
- RISOLVO IN s
- ANTITRASFORMATA

• $\delta(t) \xrightarrow{s} 1$

• PROPRIETÀ GENERALI:

$$X_s = \underbrace{X_{ZI}}_{\text{RISP. LIBERA}}\Big|_{S_k=0} + \underbrace{X_{ZS}}_{\text{RISP. FORZATA}}\Big|_{C.I.=0}$$

① ② ⤳ SORGENTI INDIP.

• $\forall n$:

SE $\sigma_n > 0$, $|X_{ZI}(t)|_{t \mapsto \infty} \mapsto \infty$: INSTABILE

SE $\sigma_n < 0$, $|X_{ZI}(t)|_{t \mapsto \infty} \mapsto 0$: STABILE

SE $\sigma_n \leq 0$, $|X_{ZI}(t)|_{t \mapsto \infty} \mapsto$ cost. : DEBOLMENTE STABILE

① $X_{ZI}(s) = \sum_{1}^{N} \frac{A_n}{s-\lambda_n}$ ⤳ POLI DEL CIRCUITO ⤳ FREQ. NATURALI DEL CIRCUITO

$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$

$$X_{ZI}(t) = \overbrace{A_1 e^{\lambda_1 t}}^{\text{MODI DEL SIST.}} + \ldots + A_n e^{\lambda_n t}$$

② $X_{ZS}(s) = \sum_{1}^{k} H_k(s) S_k(s) \;/\; H_k(s) = \sum_{1}^{N} \frac{B_{n,k}}{s-\lambda_n} = \frac{X_{ZS}(s)}{S_k(s)}\Big|_{S_n=0}$

⤷ FUNZ. DI TRASFERIMENTO

$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$

⤳ INDICA LA RISP. ALL'IMPULSO, CON C.I.=0, $S_k(s) = \delta(t)$ ⤳ DELTA DI DIRAC

$h_k(t) \mapsto 0$, PER $t \mapsto \infty$ SE IL SIST. È STABILE

• CALCOLO DELLE λ_n

- SPENGO I GEN. INDIP.
- CIRCUITO SIMBOLICO, CON C.I.=0
- MNA
- RICAVO λ_n (ZERI): $\det(MNA(s)) = 0$

• CALCOLO DI $H_k(s) = \frac{X(s)}{S_k(s)}$

- CIRCUITO SIMBOLICO, CON C.I.=0
- SPENGO TUTTI I GEN. INDIP., NO $S_k(s)=1$
- CALCOLO $X(s)$

-> $X(s) = H_k(s)$, DATO CHE $S_k(s)=1$

$\rightsquigarrow$ # NATURALI

- $N = n_D - n_{e,L} - n_{t,C}$ ~> PER I CIRCUITI SINGOLARI

$\hookrightarrow$ EC. DINAMICI $\hookrightarrow$ LOOPS DI CONDENSATORI $\hookrightarrow$ TAGLI DI INDUTTORI

- $i_p(t) = i(t)\big|_{t \mapsto \infty}$ ~> $i(t)$ A TRANSITORIO ULTIMATO

~> PERMANENTE

- REGIME SINUSOIDALE:

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi) \quad / \omega = 2\pi f,\ T = 1/f$$

$\hookrightarrow$ AMPIEZZA $\hookrightarrow$ VEL. ANGOLARE $\hookrightarrow$ FASE

- FASORE:

$$\cos\alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}$$

- $Xe^{j\varphi}$: $x(t) = X\cos(\omega t + \varphi) = X\,\mathrm{Re}\{e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\} = \mathrm{Re}\{\overbrace{Xe^{j\varphi}}^{\text{FASORE}} \cdot e^{j\omega}\}$

$\hookrightarrow$ NON CONTIENE ω

- T. FONDAMENTALE DEL REGIME SINUSOIDALE:

SE UN CIRCUITO HA GEN. INDIP. SINUSOIDALI, ISOFREQUENZIALI (ω = cost. per tutti):

- $t \mapsto \infty$: LA SOLUZ. SINUSOIDALE CONTIENE ω

- SI OTTIENE DALL'ANALISI DEI FASORI

- RESISTORI: $V(t) = R\,i(t) \mapsto \hat{V} = Z_R \hat{I} \;/\; \hat{V} = Ve^{j\varphi},\ \hat{I} = Ie^{j\varphi}$
- CONDENSATORI: $i(t) = C\dfrac{dV(t)}{dt} \mapsto \hat{I} = j\omega C\hat{V} \to Y_c = j\omega C,\ Z_c = 1/Y_c$
- INDUTTORI: $V(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} \mapsto \hat{V} = j\omega L\hat{I} \to Z_L = j\omega L,\ Y_L = 1/Z_L$

$\hookrightarrow = R + jX \rightsquigarrow$ REATTANZA

- MNA & SPICE CON EC. DINAMICI: SI USANO 2 MATRICI

$$M_0 x + M_d \underbrace{\frac{d}{dx}}_{\text{DINAMICI}} x = u \quad / M_d: \text{SE } i = j \to +C,\ -L$$

- $X(s) = H(s) \cdot E(s) \to X(t) \xrightarrow[t \mapsto \infty]{} x_p(t) = E_0 |H(j\omega)| \cos(\omega t + \varphi + \angle H(j\omega))$

- CIRCUITI NON ISOFREQUENZIALI: USO LA SOVR. DEGLI EFFETTI PER LA RISOLUZIONE

$\hookrightarrow$ COSÌ IL CIRC. DINAMICO AVRÀ ω = COST.

$\to X_{tot} = \sum X_i$

POTENZA NEL REGIME SINUSOIDALE:

- $P(t) = i(t)\,V(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_I)\, V_m \cos(\omega t + \varphi_V) =$

$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)$

$$= \underbrace{\tfrac{1}{2} V_m I_m \cos(\varphi_V - \varphi_I)}_{P:\ \text{POTENZA ATTIVA} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt\ = \text{COST.}} + \underbrace{\tfrac{1}{2} V_m I_m}_{A:\ \text{POTENZA REATTIVA}} \cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I)$$

↳ DIPENDE DA t → NON È COSTANTE!

- $P(t)$ su R:

Element	Z	Y	P	Q	
R	R	G	$R\lvert\hat I\rvert^2/2 = G\lvert\hat V\rvert^2/2$	0	
L	$j\omega L$	$1/j\omega L$	0	$j\omega L\lvert\hat I\rvert^2/2 = j(1/2\omega L)\lvert\hat V\rvert^2$	+
C	$1/j\omega C$	$j\omega C$	0	$-j\omega C\lvert\hat V\rvert/2 = -j(1/2\omega C)\lvert\hat I\rvert^2$	−

- $i(t) = I_m \cos(\underbrace{\omega t + \varphi_I}_{\alpha,\ \beta})$

$V(t) = \underbrace{R I_m}_{V_m} \cos(\omega t + \varphi_I)$ → $\begin{cases} \alpha - \beta = 0 \\ \alpha + \beta = 2\omega t + 2\varphi_i \end{cases}$

→ $p(t) = I(t)\,V(t) = \frac{1}{2} R I_m^2 \underbrace{\cdot}_{\cos(0°)=1} + \frac{1}{2} R I_m^2 \cos(2\omega t + 2\varphi_I)$ ⇝ $P_R(t) \geq 0,\ \forall t$

- FATTORE DI POTENZA: $\dfrac{P_m}{P_{\text{ATTIVA}}} = \cos(\varphi)$

- $P(t)$ su C:

- $i(t) = C\dfrac{dV(t)}{dt}$ / $V(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi_V)$

→ $i(t) = C \cdot (-\omega V_m \sin(\omega t + \varphi_V)) = \omega C V_m \cos(\omega t + \varphi_V + \frac{\pi}{2})$

→ $p(t) = \frac{1}{2}\omega C V_m^2 \underbrace{\cos(-\tfrac{\pi}{2})}_{=0} + \frac{1}{2}\omega C V_m^2 \cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I) = \frac{1}{2}\omega C V_m^2 \cos(2\omega t + \varphi_V + \varphi_I)$

- $p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\overset{\varphi_V - \varphi_I}{\varphi}) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \underbrace{\varphi_V + \varphi_I}_{2\varphi_I}) =$ ⇝ $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$$= \underbrace{\tfrac{1}{2} V_m I_m \cos\varphi}_{P:\ \text{POTENZA ATTIVA}\ ([\,]=\text{Watt})}\big(1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_I)\big) - \underbrace{\tfrac{1}{2} V_m I_m \sin\varphi}_{Q:\ \text{POTENZA REATTIVA}\ ([\,]=\text{VAR})} \sin(2\omega t + 2\varphi)$$

- POTENZA COMPLESSA:

$$S = \frac{1}{2}\hat V \hat I^* = \frac{1}{2}(V_m e^{j\varphi_V})(I_m e^{-j\varphi_I}) = \overset{\frac{1}{2}V_m I_m}{|S|}\, e^{j\varphi} = \underbrace{A e^{j\varphi}}$$

⇝ $\varphi = \varphi_V - \varphi_A$, $A = |S|$ ↳ $[\,] = VA$

$X_{eff} = \dfrac{X_m}{\sqrt{2}}$

↳ $S = V_{eff} I^*_{eff}$

$$= \underbrace{\tfrac{1}{2} V_m I_m \cos(\varphi_V - \varphi_I)}_{P} + j \cdot \underbrace{\tfrac{1}{2} V_m I_m \sin(\varphi_V - \varphi_I)}_{Q} = P + jQ$$

↳ $A = \sqrt{P^2 + Q^2}$, $\varphi = \arctg \frac{Q}{P}$

- T. DI BOUCHEROT:

$$\sum S_k = \sum \tfrac{1}{2}\hat V_k \hat I^* = 0 \to \sum P_k = 0,\ \sum Q_k = 0 \quad (\text{ma } \underset{\overset{\Updownarrow}{\sum \frac{1}{2} P_m I_m \neq 0}}{\sum A_k \neq 0}\,!)$$

- $S = \frac{1}{2}\hat V \hat I^*$
  - $= \frac{1}{2}(Z\hat I)\hat I^* = \frac{1}{2}|Z||I|^2 = \frac{1}{2}(R + jX)|I|^2 = \underbrace{\frac{1}{2}R|I|^2}_{P} + j\underbrace{\frac{1}{2}X|I|^2}_{Q}$
  - $= \frac{1}{2}\hat V(Y\hat V)^* = \frac{1}{2}Y^*|V|^2 = \underbrace{\frac{1}{2}G|V|^2}_{P} + j\underbrace{(-\tfrac{1}{2}B|V|^2)}_{Q}$

- MASSIMO TRASF. DI $P(t)$:

VOGLIO MASSIMIZZARE $P_L = \frac{1}{2}|I_L|^2 R_L = \frac{1}{2}\dfrac{V_s^2 R}{(R_s + R_L)^2 + (X_L + X_s)^2} \xrightarrow[\ R_L = R_s,\ X_L = -X_s\ \}\ Z_L = Z_s^*\ ]{\text{CON}} P_L$ È MAX

⇒ $Z_L = Z_s^* = R_s - jX_s$

↳ $= \frac{1}{2}\dfrac{V_s^2 R_s}{4R_s^2 + (0)^2} = \dfrac{V_s^2}{8R_s}$

• DIAGRAMMI DI BODE

SERVONO PER VISUALIZZARE APPROSSIMATIVAMENTE $H(s)\big|_{s=jw}$

SI USA LA SUA LOGARITMICA PER SEMPLICITÀ

$$\cdot\ H(jw) = M_0 \cdot \frac{\prod_{k=1}^{m}\left(1-\frac{jw}{z_k}\right) \text{ zeri}}{\prod_{k=1}^{n}\left(1-\frac{jw}{p_k}\right) \text{ poli}} \quad , \quad M(jw) = |H(jw)|$$

$$P(w) = \angle H(jw)$$

• MODULO M_{dB}:

$$M_{dB}(w) = \overbrace{20\log_{10}|M_0|}^{M_{0,dB}} + \sum_{k=1}^{m} 20\log_{10}\left|1-\frac{jw}{z_k}\right| - \sum_{k=1}^{n} 20\log\left|1-\frac{jw}{p_k}\right|$$

• SOLUZ. ESERCIZI:

1 • NORMALIZZARE ESPRESSIONE DI $M(jw)$: RACCOLGO
• $p_k = -$(n° sotto s a denominatore), $z_k = -$(n° sotto s a numeratore)

• GRAFICO (asse x: $w(\log_{10})$, y: M_{dB}):

• M_0 indica il punto di partenza del grafico: $X_{0,dB} = 20\log_{10} M_0$

2 • p_k: grafico $-20\ dB/dec$, z_k: grafico $+20\ dB/dec$, se $\mu = 1$

↳ se $\mu > 1$: il grafico $\pm \mu\, 20\ dB/dec$

3 • SE $s^{\pm\mu}$: il grafico parte da $-\infty$, con inclinazione $\pm\mu\, 20\ dB/dec$

• FASE P_{dB}:

$$P_{dB}(w) = \angle M_0 + \sum_{k=1}^{m} \mu_k \arg\left(-\frac{w}{z_k}\right) - \sum_{k=1}^{n} \mu_n \arg\left(-\frac{w}{p_k}\right)$$

• SOLUZ. ESERCIZI:

Uguale 1

• GRAFICO (asse x: $w(\log_{10})$, asse y: $P(w)$):

• P_0: $H(s)\big|_{s=0}$

• Valgono analogamente 2 e 3, ma al posto di $20\ dB/dec \mapsto 45°$

• Per tracciare il grafico per $w = p_k/z_k$, bisogna partire e terminare una decade prima e una decade dopo

• SE IL DENOM. È DI 2° ORDINE :

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{Q}\frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

~> Z : AL NUM.

~> P COMPLESSI CONIUGATI : AL DENOM

~> LO SCOMPONGO IN POLI

• VALE LA (1)

~> DA DEFINIZIONE ↓ IN GRAFICO

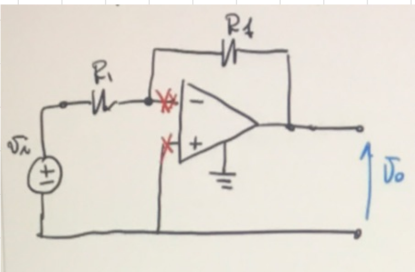
• $\omega_0 = |p_1| = |p_1^*|$: IN QUESTO PUNTO SI TROVA UN PICCO NEL GRAFICO

• Q = VALORE $Q(\omega_0)$: INDICA IL VALORE DI $H(s)$ QUANDO $\omega = \omega_0$ → $H(s) = 20 \log_{10} Q$

• DOPO VALUTO p_k / z_k : $\lim_{\omega \to \infty} |H(j\omega)|$ ~> SCENDE COME $-M$ 40 dB/dec

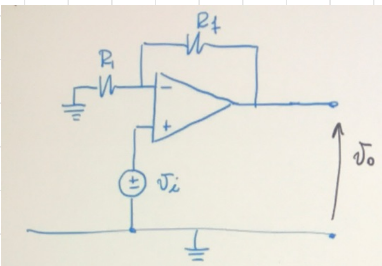
• **OP. AMP :**

INVERTENTE :



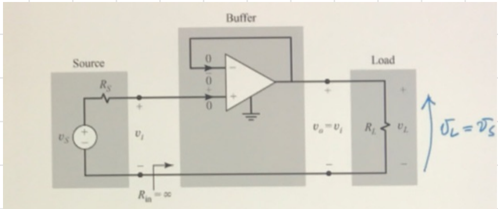
$$G = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R_i}$$

NON INVERTENTE



$$G = \frac{V_o}{V_1} = 1 + \frac{R_f}{R_i}$$

BUFFER



$$G = \frac{V_o}{V_1} = 1$$