RIPASSO

• MILLIKANN:
↳ CARICA QUANTIZZATA: $\alpha \cdot e^-$
↳ $1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

$$\left(F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \;/\; \gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N\,m^2}{kg^2} \right)$$

• C1:

• FORZA COULOMB:
$$\vec{F} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}_{K} \frac{q_1 q_2}{r^2} \;/\; \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N\,m^2}$$
$$K = 9 \cdot 10^9 \frac{N\,m^2}{C^2}$$

• PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

• CAMPO ELETTRICO:
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$
q_0 ⤳ CARICA DI PROVA

• $$\vec{F}_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_0 q_1}{r^2} u_x \;/\; u_x = \frac{x - x_0}{r}$$
$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} \qquad \left(\sqrt{}\right)^3$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_1}{r^2} \cdot \frac{x - x_0}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q_0 q_1 \cdot \frac{x - x_0}{\left((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right)^{3/2}}$$

• ANALOGO PER $\vec{E}$:
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{x - x_0}{\left((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right)^{3/2}}$$

• EQ. MAXWELL: ($\vec{E}$: CAMPO ELETTRO-STATICO)
• $\nabla \times \vec{E} \overset{\text{T. STOKES}}{=} 0$ → $\vec{E}$ IRROTAZIONALE, ESSENDO CONSERVATIVO
• $\nabla \cdot \vec{E} \overset{\text{T. GAUSS}}{=} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ → IL FLUSSO DI $\vec{E}$ ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA È σ/ε_0
• $\nabla \times \vec{B} \overset{\text{T. AMPERE}}{=} \mu_0 \vec{J}_c$ → CORRENTI CONCATENATE AL CIRCUITO
• $\nabla \cdot \vec{B} = 0$
• (SE $\exists\, t$: $\nabla \times \vec{E}(x,y,z,t) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$)

• DENSITÀ DI CARICA (ES. LINEARE: $\lambda = q/l$)
$$\hookrightarrow \vec{E} = \int_l \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda l}{r^2}\, dl$$

• MOTO DI UNA CARICA: $\vec{F} = ma = qE \rightarrow a = \frac{q}{m} E$

• C2:

(2.1)

• $$W = \int F\, ds = \int q_0 E\, ds = q_0 \int E\, ds$$
$$\rightarrow \frac{W}{q_0} = \int \underbrace{E\, ds}_{} = T_{(A \to B)}$$ ⤳ TENSIONE $\quad [T] = V$
↳ ε: FORZA ELETTRO MOTRICE

→ È UNA FORZA NON CONSERVATIVA → $V_B - V_A = \int E\, ds$
→ $W = q(V_A - V_B) = -q\Delta V$
→ $\varepsilon = \oint E\, ds = 0$

(2.2) CALCOLO DEL POTENZIALE ELETTROSTATICO

LO POSSO SCRIVERE COME DIFF. DEL PUNTO DI PARTENZA E ARRIVO

$\vec{s}$ CONSERVATIVO

• PER $\vec{E}$ ELETTROSTATICO: $W = q_0 \int_s \vec{E}\, ds = q_0 \mathcal{E} \longrightarrow W = U_A - U_B$

$\rightarrow dW = q_0 \vec{E}\, ds = q_0 \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{u}{r^2} \cdot ds = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r^2} dr$

$-\Delta U$

$\rightarrow \int_A^B dW = W_{A\to B} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$

• $\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$

(2.3)

• $U_{e,\text{SISTEMA}} = \frac{1}{2} \sum_{i\neq j}^{n} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}}$

OGNI COPPIA VIENE PRESA 2 VOLTE

$q_0 \vec{E}\, ds$

$\rightarrow$ VALE PRINCIPIO DI CONS. DELL'ENERGIA: $E_{TOT} = E_K + U_e = \frac{1}{2} m v^2 + qV = K$

(2.4) $E = -\nabla V$

• $\nabla V = \underbrace{\frac{\partial V}{\partial x}}_{= -E_x} dx + \underbrace{\frac{\partial V}{\partial y}}_{= -E_y} dy + \underbrace{\frac{\partial V}{\partial z}}_{= -E_z} dz \rightarrow \vec{E} = -\nabla V$

TRASFORMA UNO SCALARE IN UN VETTORE

$\rightarrow \vec{E}$ UN MODO PER TROVARE E IN UN PUNTO SPECIFICO INVECE CHE SU UN PERCORSO

(2.5) SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

$\vec{E} = -\nabla V, \quad V = \int \vec{E}\, ds \rightarrow$ SE $ds = 0 \rightarrow V = 0 \rightarrow V \perp \vec{E}$

$\rightarrow V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon r}$, PER UNA SUP. EQUIPOTENZIALE

(2.6) ROTORE IN CAMPO VETTORIALE, T. DI STOKES

• $d\Gamma_E = E \cdot ds = \oint E\, ds$

$\rightarrow d\Gamma_E = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) d\Sigma_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) d\Sigma_y + \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) d\Sigma_z$

• $d\Gamma_E = (\nabla \times E)\, d\Sigma_n = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$

• T. DI STOKES:

FLUSSO DEL ROTORE DEL CAMPO $\vec{E}$

$$\oint_C d\Gamma \left(= \oint_C E\, dl_s \right) = \int_\Sigma \underbrace{\nabla \times E}_{\text{ROTORE DI } E} \, d\Sigma_n$$

$\rightsquigarrow$ SUPERFICIE Σ

$\rightarrow$ CAMPO CONSERVATIVO $\bar{E}$ IRROTAZIONALE $\left(\vec{E} = -\nabla V \right.$
$\rightarrow$ f DI STATO
$\left. \rightarrow \nabla \times \vec{E} = 0 \right)$

CONSERVATIVO $\rightarrow$ IRROTAZIONALE $(\nabla \times \vec{E} = 0)$ $\rightsquigarrow$ OGNI CAMPO CONS. $\vec{E}$ IRROTAZ.

(2.7) DIPOLO ELETTRICO

q_1^+ e q_2^-, a = DIST. DI $\overline{q_1 q_2}$, θ: tra u_n e a, $\rightsquigarrow \simeq a\cos\theta$, SE $r \gg a$,

• $V_{(r)} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{r_2 - r_1}{r_1 r_2 \rightsquigarrow r^2} = \dfrac{q\, a \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{p\, \vec{u}_n}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

• $p = a q$ $\rightsquigarrow$ MOMENTO DI DIPOLO $\rightsquigarrow$ $\vec{p} = q\vec{a}$

• $V_{(P)} = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \dfrac{z}{r \rightsquigarrow (x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

• $E = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$

(NO 2.8)

(2.9)

SE q_1 e q_2 SONO POSTE A DIST. a INFINITESIMA

$U_E = qV = q\left(\dfrac{\delta V}{\delta x} a_x + \dfrac{\delta V}{\delta y} a_y + \dfrac{\delta V}{\delta z} a_z\right) = -qa\vec{E} = -pE$ $\quad \rightsquigarrow \vec{E} = -\nabla V$

• MOMENTO DELLE FORZE: $\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + r_2 \times \vec{F}_2 = (r_2 - r_1) \times \vec{F} =$
$= a \times q\vec{E} = p \times \vec{E}$ $\rightsquigarrow$ $\cdot \vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

$\rightarrow dW = M\, d\theta = -dV_e$

• SE q_1 e q_2 SONO IMMERSE IN $\vec{E}$: $F_1 = qE(x,y,z)$, $F_2 = qE(x+a_x, y+a_y, z+a_z)$

$\rightarrow$ SVIL. DI TAYLOR DI E $\rightarrow$ $\vec{F} = q\dfrac{\delta E}{\delta x} a_x + q\dfrac{\delta E}{\delta y} a_y + q\dfrac{\delta E}{\delta z} a_z = p(\nabla E) = \nabla(pE)$

C3: LEGGE DI GAUSS

(3.1)

- CONSIDERO UN CAMPO $\vec{E}$ E UNA SUPERFICIE $d\Sigma$

$$\phi_\Sigma(\vec{E}) = \vec{E}\,\vec{u}_N\,d\Sigma \rightarrow d\phi_\Sigma(\vec{E}) = \int_\Sigma E\,u_N\,d\Sigma$$

↳ VALE SOLO PER I CAMPI $\propto \frac{1}{r^2}$

$$\rightarrow \phi_\Sigma(\vec{E}) = \int_\Sigma \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\overbrace{u_N u_r}^{\cos\theta}\,d\Sigma}{r^2} = \dots \int_\Sigma \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\overbrace{d\Sigma_0}^{d\Sigma\cos\theta}}{r^2}$$

- $\frac{d\Sigma_0}{r^2}$ È UN ANGOLO SOLIDO $= d\Omega\left(\frac{\text{SUPERFICIE}}{r^2}\right) \Big/ \int_\Sigma d\Omega = 4\pi$

$$\rightarrow \phi_\Sigma(\vec{E}) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

↗ SE q È INTERNA $\rightarrow \phi > 0$ o $\phi < 0$

↘ SE q È ESTERNA $\rightarrow \phi = 0$

- SE q INTERNA È CONTINUA $\rightarrow \phi_\Sigma(\vec{E}) = \int \frac{\rho(x,y,z,t)\,d\tau}{\varepsilon_0}$

- IL FLUSSO ATTRAVERSO $d\Sigma$ CHIUSA CONTENENTE UN DIPOLO $= 0$

(3.2) APPLICAZIONI DEL T. DI GAUSS

- DISTRIBUZIONE SFERICA DI CARICA
- CARICA SU UN PIANO INFINITO

$\cdot\ \vec{E} = \frac{q}{\varepsilon_0 \Sigma}$

- GRADIENTE! $(s \mapsto v)$

$\nabla E \xrightarrow{\text{SOMMA}} (\text{es. } x+2y+z)$: VETTORE

- DIVERGENZA $(v \mapsto s)$

$\nabla \cdot \vec{E} \rightarrow$ SCALARE

- ROTORE $\rightarrow$ VETTORE $(v \mapsto v)$

$\nabla \times \vec{E} \rightarrow$ VETTORE

↳ VETTORE

(3.3) $\vec{E}$ IN UNO STRATO SUPERFICIALE DI CARICA

$$\vec{E}_{1,n} - \vec{E}_{2,n} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,u_N$$

(3.4) LEGGE DI GAUSS IN FORMA DIFFERENZIALE

$\cdot\ \phi_\Sigma(\vec{E}) = \nabla \cdot \vec{E}\,d\tau = \frac{q}{\varepsilon_0}$ $\quad \sigma \cdot d\tau$

- $\vec{E}$ LUNGO $x \rightarrow (E_x' - E_x)\,dy\,dz = \frac{\partial E}{\partial x}\,dx\,dy\,dz$

↳ POSSO ESTENDERE A TUTTE LE COMPONENTI

$$\rightarrow \phi_\Sigma(\vec{E}) = \vec{E}\,u_N\,d\Sigma = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)\overbrace{dx\,dy\,dz}^{d\tau}$$

$$= \frac{dq}{\varepsilon_0} \rightarrow \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right) = \frac{\rho(x,y,z,t)}{\varepsilon_0} = \nabla \cdot \vec{E}$$

DIVERGENZA

(3.5) EQ. DI POISSON

• $E_x = -\frac{\delta V_x}{\delta x}$, ANALOG. PER LE ALTRE COMPONENTI

$$\to \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\delta^2 V_x}{\delta x} + \frac{\delta^2 V_y}{\delta x} + \frac{\delta V_z}{\delta z} = -\frac{\rho(x,y,z,t)}{\varepsilon_0}$$

$$\to \nabla \cdot \vec{E} = -\nabla \cdot \nabla V = -\nabla^2 V$$

• SE NON C'È CARICA $\frac{\rho(x,y,z,t)}{\varepsilon_0} = 0 \to -\nabla^2 V = 0$

↳ EQ. DI LAPLACE

C. 4 CONDUTTORI

(4.1)

SE CONSIDERO UNA S CHIUSA → q SI DISTRIBUIRÀ SULLA SUPERFICIE, IN RELAZIONE ALLA SUA FORMA (PIÙ q DOVE C'È MAGGIORE CURVATURA)

→ ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE $q_{INT} = 0 \to \vec{E}_{INT} = 0$, $\phi_S(\vec{E}) = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_0} = 0$

→ V È COST. → S È UNA SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE $\left(V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} E\, dl_s = 0\right)$

• $\phi_S(\vec{E}) = E\, d\Sigma = \frac{q_{INT}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\, d\Sigma}{\varepsilon_0} \to \vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{u}_N$ → $\vec{E}$ È SEMPRE ⊥ A S

• SE IMMERGO UN CONDUTTORE IN UN $\vec{E}_{EXT}$: SE $P \subset$ CONDUTTORE → $\vec{E}_{TOT} = \vec{E}_{COND} + \vec{E}_{EST} = 0$
↳ SU P

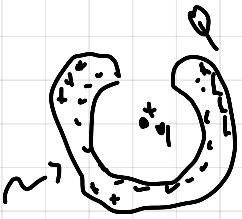
(4.2)

$q = CV$ / C : CAPACITÀ , $[C]$ = Farad → C DIPENDE SOLO DAL RAGGIO SU UN CONDUTTORE SFERICO

• $[\varepsilon_0] = F/m$

(4.3)

SE HO UN CONDUTTORE CAVO : q SI DISTRIBUISCE SOLO SULLA S ESTERNA
→ ALL'INTERNO DELLA CAVITÀ $q = 0$



(4.4)

• SCHERMO ELETTROSTATICO : SE IN UNA CAVITÀ INSERISCO q : LA CARICA + SU Q NON RISENTE DI MOVIMENTI DI q

(4.5)

- C conduttore sferico ; $C = \frac{q}{V} = \frac{q}{V_1 - V_2}$ / $V_1 - V_2 = k\frac{q}{r_1} - k\frac{q}{r_2}$

se $r_1 - r_2$ molto piccolo -> $4\pi R_1 R_2 \simeq 4\pi R^2 = \Sigma$ $\leftarrow$ $\rightarrow C = \frac{q}{kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

- C conduttore piano : $C = \frac{q}{V} = \frac{q}{V_1 - V_2}$ / $V_1 - V_2 = E h = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} h$

se $r_1 - r_2$ molto piccolo allora $r_1 - r_2 = h$ $\leftarrow$ $\rightarrow C = \frac{q}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} h} = \frac{q\varepsilon_0}{\sigma h} = \frac{\sigma d\Sigma \, \varepsilon_0}{\sigma h} = \frac{\varepsilon_0 d\Sigma}{h}$

- $[\varepsilon_0] = \frac{C^2}{N m^2} = \frac{F}{m}$

(4.6)

- condensatori in parallelo : $C_{eq} = C_1 + C_2$
- condensatori in serie : $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

(4.7)

$$W = V' dq = \frac{q}{C} dq \rightarrow W = \frac{1}{C}\int_0^q q\, dq = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \overset{q = CV}{=} \frac{1}{2} C V^2$$

-> in un condensatore piano : $C = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h}$, $V = E h$, è un volume $\tau = \Sigma h$

$$\rightarrow W = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h} \cdot E^2 h^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \Sigma \cdot E^2 h = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \tau$$

- densità di energia : $U_e = \frac{W}{d\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

C. 5 DIELETTRICI

(5.1) - considerando 2 lastre piane cariche (condensatore) : $E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$, $V_0 = \frac{q_0}{C_0} = E_0 h$

-> se inserisco un conduttore di spessore s; $V = E(h - s) < V_0$

-> se inserisco un isolante con spessore s : $V_{isol} < V < V_0$, V_{min} se h è compreso da solo materiale isolante

- Faraday : $K = \frac{V_0}{V_K} > 1$ -> le sostanze che fanno diminuire V sono DIELETTRICI

- $E_K = \frac{V_K}{h} = \frac{V_0}{K h} = \frac{E_0}{K} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 K} \rightarrow E_0 - E_K = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{1}{K}\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{\chi}{\chi + 1}\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$ / $\chi = K - 1$ suscettività

$\rightarrow E_K = E_0 - \frac{K-1}{K}\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0}$ / $\sigma_p = \frac{K-1}{K}\sigma_0$

capacità del condensatore piano : $C_K = \frac{q_0}{V_K} = \frac{q_0}{V_0} K = K C_0$

-> $V_K = \frac{V_0}{K}$, $C_K = K C_0 = \frac{\varepsilon \Sigma}{h}$

-> $\varepsilon_K = K \varepsilon_0$

(5.2)

• A livello microscopico $\vec{E}$ agisce sugli atomi:

• Quando non c'è $\vec{E}$, nell'atomo c'è una simmetria sferica tra carica + del nucleo ed e^- all'esterno
Nel momento in cui viene applicato un $\vec{E}$, la q^+ subisce uno spostamento infinitesimo generando un momento di dipolo

→ $p_a = Z e^- \cdot \vec{x}$ / $Z = n° e^-$, $e^- = q$ elett., $\vec{x}$ = vett. distanza tra il centro di q^+ e il centro di q^-

→ POLARIZZAZIONE ELETTRONICA

• $\langle p \rangle$: momento di dipolo medio degli atomi in una sostanza, // e concorde a $\vec{E}$

• considero un volume $d\tau$, e $p = \Delta N \langle p \rangle$ (ΔN: n° atomi in $d\tau$)

$$P = \frac{\Delta p}{\Delta \tau} = \frac{\Delta N}{\Delta \tau}\langle p \rangle = n \langle p \rangle$$ / n: atomi in $d\tau$

$\vec{P} \propto \vec{E}$

• Nei dielettrici lineari (isotropi, simmetria spaziale): $\vec{P} = \varepsilon_0 (k-1)\vec{E} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$

↳ $[\vec{P}] = \frac{N}{C} \cdot \frac{C^2}{N\,m^2} = \frac{C}{m}$

(5.3)

• Considero un conduttore in un conduttore ed i suoi volumetti $d\tau = d\Sigma\, dh$

• $dp = P\, d\tau = P\, d\Sigma\, dh$ ⇝ questo volume può essere assimilato a 2 lastre con carica $dq = P\, d\Sigma_0$ a dist. dh

→ considero più volumi consecutivi: $q_{int} = 0$, ma $q_{superficiali} = \pm P\, d\Sigma_0$

↳ non sono q libere
↳ non ci sono trasf. di q nel dielettrico e lastre

• Se considero un dielettrico di qualsiasi forma in cui $\vec{P}$ forma un angolo θ con $\vec{u}_N$ della superficie

$$\sigma_p = \frac{dq_p}{d\Sigma} = P \frac{d\Sigma_0}{d\Sigma} = P \cos\theta = P \vec{u}_N$$

→ In un dielettrico ci sono solo q^+ e q^-, se la polarizzazione è uniforme, $\vec{q}_{int} = 0$

$$\to \oint q_{int} = \oint \sigma_p\, d\Sigma = \oint \vec{P} \cdot u_N\, d\Sigma = 0$$

• Se la q non è distribuita uniformemente:

su q^+: $dq = P u_x\, d\Sigma = P_x\, dy\, dz$

su q^-: $dq' = P' u_x\, d\Sigma' = P'_x\, dy\, dz$

$$\to dq - dq' = -(P'_x - P_x)\, dy\, dz = -\frac{\delta P}{\delta x} dx\, dy\, dz = -\frac{\delta P}{\delta x} d\tau$$

Generalizzando:

$$dq_p = \left(-\frac{\delta P}{\delta x} - \frac{\delta P}{\delta y} - \frac{\delta P}{\delta z}\right) dx\, dy\, dz \to \rho_p = \frac{dq_p}{d\tau} = -\nabla \cdot \vec{P}$$

- $\oint P\, u_N\, d\Sigma = \int_\tau \nabla \cdot P\, d\tau$

- $V(Q) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint \frac{P \cdot \vec{u}_N\, d\Sigma}{r} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_\tau \frac{\nabla \cdot P\, d\tau}{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint \frac{\sigma_l\, d\Sigma'}{r'}$

(5.4)

↝ carica libera

- IN UN DIELETTRICO $\vec{E}$ VALE: $\vec{E} = \frac{(\sigma_0 - \sigma_p)}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} < E_0$
- NEL DIELETTRICO VALE $\int_A^B E\, ds = Eh \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{h} \int_A^B \vec{E}\, ds$ ↝ campo elettrico medio

→ CONSIDERIAMO UN VOLUME: $\langle E \rangle = \frac{1}{\tau} \int_A^B E\, d\tau$

(5.5)

- RIPASSO: SE $\vec{F}$ CONSERVATIVO: $\oint \vec{E}\, ds = 0$, $\nabla \times \vec{E} = 0$ $\rightarrow \vec{E} = -\nabla \vec{V}$
- LEGGE DI GAUSS (CON DIELETTRICO): $\Phi_S(\vec{E}) = \oint E \cdot u_N\, d\Sigma = \frac{q_l + q_p}{\varepsilon_0}$

$\rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_l + \rho_p}{\varepsilon_0}$ (1)

- SAPENDO (1) e $\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$: $\vec{\nabla} \cdot \varepsilon_0 \vec{E} = \rho_l - \nabla \cdot \vec{P}$

$\rightarrow \nabla \cdot (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_l \rightarrow$ (GAUSS: $\oint (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot \vec{u}_N\, d\Sigma = q_l$

- INTRODUCO $\vec{D}$:
- $\vec{D}$ = VETTORE INDUZIONE ELETTRICA $= \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$\rightarrow \nabla \cdot \vec{D} = \rho_l$

$\oint \vec{D} \cdot u_N\, d\Sigma = q_l$, GAUSS (FINO A FORMULA 5.24)

(5.6)

SAPPIAMO CHE $P = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$

- $D = \varepsilon_0 E + \vec{P} = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \chi \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 k \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$

$\rightarrow \vec{P} = D - \varepsilon \vec{E}$

↝ IN UN DIELETTRICO LINEARE $\rightarrow \vec{P} \parallel \vec{D} \parallel \vec{E}$

$\rightarrow \vec{P} = \frac{k-1}{k} \vec{D}$

- SE IL DIELETTRICO È OMOGENEO ($k = \text{cost.}$)

APPLICO ∇ A ENTRAMBI I MEMBRI: $\nabla \cdot \vec{P} = \frac{k-1}{k} \nabla \cdot \vec{D}$

$\rightarrow \nabla \cdot \vec{D} = \rho_l \rightarrow -\rho_p = \nabla \cdot \vec{P} = \frac{k-1}{k} \rho_l$, NEL DIELETTRICO NON CI SONO ρ_l $\rightarrow -\rho_p = \nabla \cdot \vec{P} = 0$

(5.7)

- CONSIDERANDO 2 DIELETTRICI DIVERSI:

→ LE COMPONENTI TANGENTI DI E_1 e E_2 SONO UGUALI: $E_1 \sin\theta_1 = E_2 \sin\theta_2$ (1)

→ APPLICO LA LEGGE DI GAUSS AI VETTORI $\vec{D}$: $\vec{D}_1 \cdot \vec{u}_n \, d\Sigma = \vec{D}_2 \cdot u_n \, d\Sigma$

$\to (\vec{D}_1 - \vec{D}_2)\, d\Sigma = 0 \to \vec{D}_1 = \vec{D}_2 \to \varepsilon_0 \vec{E}_{1n} + \vec{P}_{1n} = \varepsilon_0 \vec{E}_{2n} + \vec{P}_{2n}$

$\to \vec{E}_{2n} - E_{1n} = \dfrac{P_{1n} - P_{2n}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma_{1p} - \sigma_{2p}}{\varepsilon_0}$

- SAPENDO CHE $D_{1n} = D_{2n}$ e $D = k\varepsilon$ → $k_1 \varepsilon_0 E_1 \cos\theta_1 = k_2 \varepsilon_0 E_2 \cos\theta_2$ (2)

→ DIVIDENDO MEMBRO A MEMBRO (1)/(2): $\dfrac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \dfrac{k_2}{k_1}$

SE $\theta_1 = 0 \to \theta_2 = 0 \to D_1 = D_2 \to k_1 E_1 = k_2 E_2$

(NO 5.8)

(5.9)

- DENSITÀ DI ENERGIA NEI DIELETTRICI: $u_e = \dfrac{V_e}{\Sigma h} = \dfrac{1}{2}\varepsilon E^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{D^2}{\varepsilon}$ $(D = \varepsilon E)$

$\to dW = \vec{E}\, d\vec{P} = E \varepsilon_0 (k-1)\, d\vec{E}$

$\to W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 (k-1) E^2$

- **C6**

(6.1)

- IN UN MATERIALE CONDUTTORE, ALCUNI e^- SONO LIBERI: $n = \dfrac{N_A \rho}{A} = e^-/m^3$ (ρ: DENSITÀ; A: NUM. DI MASSA)
- $V_m = \dfrac{1}{N}\sum V_i = 0$, VELOCITÀ MEDIA DEGLI e^-
- GENERATORE DI f.e.m: DISPOSITIVO CAPACE DI MANTENERE UNA ΔV TRA 2 PUNTI DELLO STESSO CONDUTTORE
  → CUI e^- PASSANO DA V_{MINORE} A $V_{MAGGIORE}$

(6.2) • SE DELLE $q^+ = e$ SONO POSTE ALL'AZIONE DI $\vec{E}$

→ ESSE SI MUOVONO TRA LE 2 D.D.P, PER VIA DI $\vec{F} = e\vec{E}$, CON VELOCITÀ $// \vec{E} = V_d$ (VELOCITÀ DI DERIVA)

- $i = \lim_{t\to 0} \dfrac{\Delta q}{\Delta t} = \dfrac{dq}{dt}$ IN UNA SUPERFICIE Σ

• SE DEFINIAMO $d\tilde{\imath}$ IL VOLUME IN CUI PASSANO LE CARICHE IN Δt:

$d\tilde{\imath} = V_d \, \Delta t \, d\Sigma \cos\theta$, $\vec{E}$ FORMA θ CON $\vec{u}_N$ DI Σ

$\rightarrow \Delta q = \underbrace{n^+ e \, d\tilde{\imath}}_{} = n^+ e \, V_d \, \Delta t \, d\Sigma \cos\theta$

n^+ → PORTATORI DI q POSITIVA

n° DI e^- · LA CARICA e

• ESSENDO $i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n^+ e V_d \, d\Sigma \cos\theta$, DEFINISCO $\vec{J} = n^+ e \vec{V}_d$ → VETTORE DENSITÀ DI CORRENTE

$\rightarrow d i = \vec{J} \, d\Sigma \cdot \vec{u}_N \rightarrow i = \int_\Sigma \vec{J} u_N \, d\Sigma = \phi_\Sigma(\vec{J})$ → FLUSSO DELLA DENSITÀ DI CORRENTE

• SE $d\Sigma \perp \vec{V}_d$: $i = \vec{J}\Sigma$

• SE IN UN CONDUTTORE SONO PRESENTI SIA q^+ CHE q^- : $\vec{J} = n^+ e V_+ - n_- e V_-$

• $[i] = A$, $[\vec{J}] = \frac{A}{m^2}$

(6.3) CONSERVAZIONE DELLA CARICA

• $i = \oint_\Sigma \vec{J} \cdot \vec{u}_N \, d\Sigma = \phi_\Sigma(\vec{J}) = -\frac{\delta q_{INT}}{\delta t}$ / $q_{INT} = \int_{\tilde{\imath}} \rho \, d\tilde{\imath}$

$\rightarrow i = \oint \vec{J} \cdot \vec{u}_N \, d\Sigma = -\int_{\tilde{\imath}} \frac{\delta \rho}{\delta t} d\tilde{\imath}$, → APPLICO IL T. DELLA DIVERGENZA

$\rightarrow \oint_\Sigma \vec{J} \cdot u_N \, d\Sigma = \int_{\tilde{\imath}} \nabla \cdot \vec{J} \, d\tilde{\imath}$

$\rightarrow \int_{\tilde{\imath}} \left(\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\delta \rho}{\delta t} \right) d\tilde{\imath} = 0 \rightarrow \forall \tilde{\imath}$ VALE CHE $\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\delta \rho}{\delta t} = 0$

• ALL'INTERNO DI Σ LA q NON VARIA → $\frac{\delta \rho}{\delta t} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = 0$, $\oint \vec{J} \cdot u_N \, d\Sigma = 0$

→ $\vec{J}$ È SOLENOIDALE, IN CONDIZ. STAZIONARIE

• IN UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE:

$$\oint \vec{J} \cdot \vec{u}_N \, d\Sigma = \underbrace{\int_{\Sigma_1} \vec{J}_1 \cdot \vec{u}_{N_1} \, d\Sigma_1}_{i_1} + \underbrace{\int_{\Sigma_2} \vec{J}_2 \, \vec{u}_{N_2} \, d\Sigma_2}_{i_2} = 0 \rightarrow i_1 = i_2$$

(6.9) CARICA E SCARICA DI UN CONDENSATORE (NO 6.6, 6.7, 6.8)

- **CARICA DI UN CONDENSATORE:**

CONSIDERO UN CIRCUITO CON fem ($\mathcal{E}$), R, e C, CON UN INTERRUTTORE CHE SI CHIUDE A $t=0$

-> QUANDO SI CHIUDE L'INTERRUTTORE, C INIZIA A CARICARSI FINO A $q_0 = CV$
↳ q MAX

- $\mathcal{E} = V_R + V_C = R\,i(t) + \dfrac{q(t)}{C}$

$$\rightarrow R\frac{dq}{dt} = \mathcal{E} - \frac{q(t)}{C} = \frac{C\mathcal{E} - q(t)}{C}$$

$$\rightarrow \frac{dt}{RC} = \frac{dq}{C\mathcal{E} - q(t)} \rightarrow \dots \rightarrow \ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$$

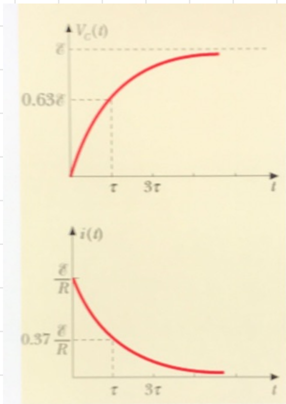
OTTENGO:

$$q(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\rightarrow V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\rightarrow i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\rightarrow V_R(t) = R\,i(t) = \mathcal{E}\,e^{-\frac{t}{RC}}$$



- $P_{\mathcal{E}}$ GENERATA $= i\mathcal{E} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-t/RC}$

P_R ASSORBITA $= Ri^2 = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-2t/RC}$

$$P_C = V_C\,i = P_{GEN} - P_R = \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{\mathcal{E}^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}$$

$\rightarrow P_{GEN} = P_R + P_C$

- $W_{GEN.} = \int_0^\infty P_{GEN}\,dt = C\mathcal{E}^2$

$W_R = \int_0^\infty P_R\,dt = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$ $\rightarrow W_C = W_{GEN} - W_R = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$

$i = \dfrac{dq}{dt}$

- **SCARICA DI UN CONDENSATORE:**

QUANDO INTERRUTTORE VIENE CHIUSO, q_0 SU C SI SPOSTA $\rightarrow V_C = \dfrac{q}{C} = V_R = Ri$

$$\rightarrow \int_{q_0}^{q}\frac{dq}{q} = -\int_0^t\frac{dt}{RC} \rightarrow \dots \rightarrow q(t) = q_0\,e^{-t/RC}, \quad V_C = \frac{q(t)}{C}$$

$, \; i(t) = -\dfrac{dq(t)}{dt} = \dfrac{V_0}{R}e^{-t/RC}$ = ΔV_C INIZIALE

- $P_R = Ri^2 = \dfrac{V_0^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}$, $W_R = \frac{1}{2}CV_0^2 = \dfrac{q_0^2}{2C}$

- i_S : CORRENTE DI SPOSTAMENTO
↳ $i_S = \varepsilon_0\dfrac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$ -> QUANDO UNA q ARRIVA SU UN ARMATURA, UNA q LASCIA L'ALTRA

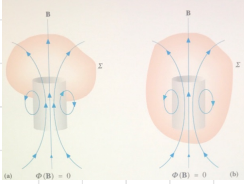
• C7

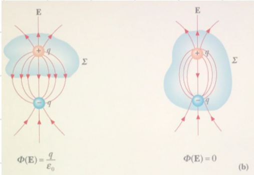
(7.1)

• NON ESISTONO MONOPOLI MAGNETICI

• ESPERIENZE DI OERSTED (AGHI ATTORNO A $\vec{i}$) e AMPERE (INTERAZ. TRA CORRENTI)

(7.2) • $\phi_\Sigma(\vec{B}) = \oint \vec{B} \cdot u_n \, d\Sigma = \nabla \cdot \vec{B} = 0$





DIFF. COL CAMPO ELETTRICO:

$\rightarrow \phi_\Sigma(\vec{D}) = \oint \vec{D} \cdot u_n \cdot d\Sigma = 0$

(7.3)

⊙ FORZA DI LORENTZ: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, MAX SE $\vec{v} \perp \vec{B}$, MIN SE $\vec{v} // \vec{B}$

$\rightarrow \vec{F}_L$ NON COMPIE LAVORO SU $q \rightarrow$ NON IMPONE $\vec{a}$, $v =$ COST $\rightarrow \Delta E_k = 0$

↳ IMPONE SOLO UN' $\vec{a}$ CENTRIPETA, $\vec{F}_{TOT} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$

$\rightarrow W = \int_P^a F_q \, d\vec{s} = q(V_p - V_a)$

• SE $\theta = \frac{\pi}{2}$:

$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}_N = m\frac{v^2}{r} \rightarrow$ • $r = \frac{mv}{qB}$, $w = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$, $T = \frac{2\pi m}{qB}$ (w)

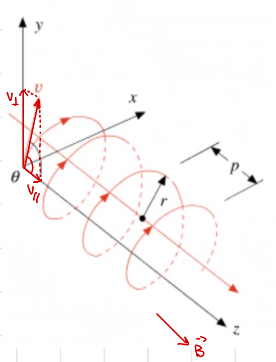
• $qv \times \vec{B} = m w \times \vec{v} = -m\vec{v} \times \vec{w} \rightarrow \vec{w} = -\frac{q}{m}\vec{B}$ ⇝ w OPPOSTO A $\vec{B}$ SE $q > 0$

• $[\vec{B}] = T$, $[\phi(\vec{B})] = Wb$, WEBER

• SE θ GENERICO:

• $\vec{v} = \vec{v}_n + \vec{v}_{//}$

↳ MOTO ELICOIDALE



• PASSO: $p = v_{//} T = \frac{2\pi m}{q\vec{B}} v\cos\theta$

(7.4) $\vec{F}$ SU UN CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE

• $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \mapsto -e\,\vec{v}_d \times \vec{B}$, $\forall\, \bar{e}$

$\rightarrow$ SU UN VOLUME Σds DI FILO: $\vec{F} = n \Sigma ds \cdot \vec{v}_d \times \vec{B} = \Sigma ds \vec{J} \times \vec{B}$

⇝ DENSITÀ DI e^-

$\vec{i} = \Sigma \vec{J}$ — DENSITÀ DI $\vec{i}$

• $\rightarrow \vec{F}_\sim = \vec{J} \times \vec{B}$, $d\vec{F} = i\, d\vec{s} \times \vec{B} \rightarrow \vec{F} = i\vec{l}\vec{B}$, SE FILO RETTILINEO / $\vec{F} = 0$ SE FILO CHIUSO

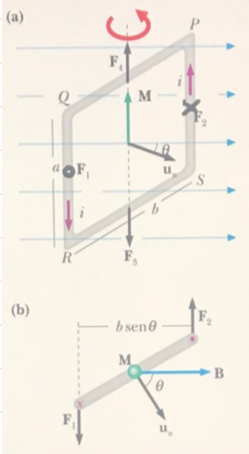
⇝ $\vec{F}$ PER UNITÀ DI VOLUME

↳ II LEGGE ELEMENTARE DI LAPLACE

(7.5)

- $\vec{F}$ su $\overline{QP}$ e $\overline{RS}$ sono opposte $\rightarrow$ si annullano
- $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ creano un momento sulla spira

$$\vec{M} = b \sin\theta \cdot \vec{F} = b\sin\theta \cdot i a \vec{B} = i \Sigma \vec{B} \sin\theta$$



$\vec{m}$ = momento magnetico $= i \Sigma \vec{u}_N$

- $\rightarrow \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = i \Sigma \vec{u}_N \times \vec{B}$

$$\rightarrow \vec{M} = \int_\Sigma \left(i \, d\Sigma \, \vec{u}_N \times \vec{B}\right) = i \int_\Sigma d\Sigma \cdot \vec{u}_N \times \vec{B}$$

se $\vec{m} \parallel \vec{B}$: eq. stabile

- se $\vec{m}$ antiparallelo $\vec{B}$ $\rightarrow$ oscillazioni, $\vec{m}$ cerca di riportare la spira in eq.

$\rightarrow$ per piccole oscillazioni: $\sin\theta \simeq \theta$

$$\rightarrow |\vec{M}| = -mB\sin\theta \simeq -mB \cdot \theta = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\alpha = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$\rightsquigarrow$ antiparalleli

$$\rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mB}{I}\theta = 0 \rightsquigarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_1^2 \theta = 0$$

$\rightsquigarrow$ moto armonico

$$\hookrightarrow \omega = \sqrt{\frac{mB}{I}}$$

- principio di Ampere: $d\vec{m} = i \, d\Sigma$ $\rightsquigarrow$ un ago magnetico ha stesso comportamento di una spira di area $d\Sigma$, con i corrente

(7.6) (un pezzo)

- energia potenziale: $U_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -mB\cos\theta = -i\Sigma B\cos\theta$

minima a $\theta = 0$
$\rightsquigarrow$ max a $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\rightarrow \vec{M} = -\frac{dU_p}{d\theta} = -mB\sin\theta$$

- $U_p = i\vec{B} \cdot u_N \, d\Sigma = -i \, d\phi(\vec{B})$

$$\rightsquigarrow dW = -dU_p = i \, d\phi(\vec{B}) \rightarrow W = i \Delta\phi(\vec{B})$$

- per uno spostamento dx: $dW = F_x dx = i \frac{\partial \phi(\vec{B})}{\partial x} dx$

$\rightsquigarrow \vec{F} = i \nabla \phi(\vec{B})$, considerando tutte le direzioni

Proprietà dei dipoli

	p	m
Momento di dipolo	$\mathbf{p} = q\mathbf{a}$	$\mathbf{m} = i\Sigma\mathbf{u}_n$
Momento meccanico	$\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$	$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$
Energia potenziale	$U_e = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$	$U_p = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$
Periodo delle piccole oscillazioni	$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{pE}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mB}}$
Forza in un campo non uniforme parallelo al momento di dipolo	$F_x = p\frac{\partial E}{\partial x}$	$F_x = m\frac{\partial B}{\partial x}$

• C8 LEGGE DI AMPERE

(8.1)

⊙ $\vec{B}$ prodotto da $\vec{i}$: $d\vec{B} = K_m\, i\, \dfrac{d\vec{s} \times \vec{u}_r}{r^2} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{i\, ds}{r^2}\, u_t \times u_r$

verso corrente $\hat{i}$, $\vec{u}_r$ → moto, K_m

↳ 1° legge elementare Laplace

- μ_0: permeabilità magnetica nel vuoto
- legge di Ampere-Laplace: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi} \oint \dfrac{d\vec{s} \times \vec{u}_r}{r^2}$
- per un conduttore non filiforme: $di\, ds = \vec{J}\, d\Sigma\, ds = \vec{J}\, d\tau$

$\rightarrow \vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \displaystyle\int_\tau \dfrac{\vec{J} \times \vec{u}_r}{r^2}\, d\tau$

- sapendo che $\vec{J} = nq\vec{v} \rightarrow \vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$, $\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, \vec{u}_r$

$\rightarrow \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0\, \vec{v} \times \vec{E} = \dfrac{1}{c^2}\, \vec{v} \times \vec{E} \rightarrow c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3 \cdot 10^8\ m/s$

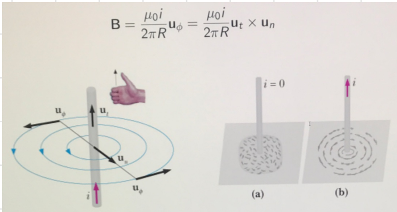
(8.2)

- FILO RETTILINEO:

$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi} \dfrac{d\vec{s} \times \vec{u}_r}{r^2} \rightarrow d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi} \dfrac{ds \sin\theta}{r^2}$

$\left(ds = \dfrac{R\, d\theta}{\sin^2\theta} \right.$, $\dfrac{1}{r^2} = \dfrac{\sin^2\theta}{R^2}$, $\left(s' = \left(-\dfrac{R}{tg\,\theta}\right)' \right)$, $tg\,\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$, $\left(R = r\sin(\pi - \theta) \right)$

$\rightarrow d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi} \dfrac{\sin\theta\, d\theta}{R} = -\dfrac{\mu_0 i}{4\pi} \dfrac{d(\cos\theta)}{R}$



Legge di Biot-Savart ⊙ per un filo infinito: $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi R}\, u_\phi$

$\rightarrow d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i\, ds}{4\pi r^2} \sin\theta$, $d\vec{E} = \dfrac{\lambda\, ds}{2\pi\varepsilon_0 r^2} \sin\theta$

↳ $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2\pi} \dfrac{i}{r}$

- SPIRA CIRCOLARE:

$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi} \dfrac{|d\vec{s} \times \vec{u}_n|}{r^2} = \dfrac{\mu_0\, i\, ds}{4\pi r^2} \rightarrow dB_x = d\vec{B} \cdot \cos\theta$

→ si sommano solo le componenti // all'asse: $B = \oint \dfrac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \cos\theta\, ds\, u_n = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \cos\theta\, 2\pi R\, u_n$

$= \dfrac{1}{2} \dfrac{\mu_0 i \cos\theta R}{r^2}\, u_n$, da $r^2 = x^2 + R^2 \rightarrow \cos\theta = \dfrac{R}{r}$

• $\rightarrow B(x) = \dfrac{\mu_0 i R^2}{2 r^3}\, \vec{u}_N = \dfrac{\mu_0 i R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}\, \vec{u}_N$, il campo è max in $x = 0$, centro della spira:

→ a grandi dist.: $B(x) = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \dfrac{2\vec{m}}{r^3}$

• $\rightarrow B_{max} = \dfrac{\mu_0}{2} \dfrac{i}{R}$, se $x = 0$, centro spira

• $\rightarrow B = \dfrac{\mu_0}{2} \dfrac{iR^2}{r^3}$, se $x \neq 0$ / , $r^2 = x^2 + R^2$

• SOLENOIDE RETTILINEO:

• 1 spira : $B(x) = \frac{\mu_0 i R^2}{2 r^3} \vec{u}_N = \frac{\mu_0 i R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}} \vec{u}_N$

• sia $n = \frac{N}{d}$ ⤳ spire per lunghezza → n° spire $= n\,dx$

→ $d\vec{B}$ lungo l'asse : $\frac{\mu_0 i R^2}{2 r^3} n\,dx$

....

⤳ in $x=0$: $B(0) = \mu_0 n i \frac{d}{\sqrt{d^2+4R^2}}$, se $d \mapsto \infty$ ⤳ $B = \mu_0 n i$

↳ solenoide molto lungo

• → per una spira agli estremi $(x = \frac{1}{2}d)$: $B(\frac{d}{2}) = \frac{\mu_0 n i}{2} \frac{d}{\sqrt{d^2+R^2}}$

→ se $d \mapsto \infty$, $\vec{B} = \frac{\mu_0 n i}{2}$

(8.3) azioni tra circuiti percorsi da corrente

$dF_{1,2} = i_2 ds_2 \times dB_1$ / $dB_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds_1 \times u_1}{r^2}$ (analog. $dF_{2,1}$)

⤳ $dF_{1,2} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{4\pi} \frac{ds_2 \times (d_1 \times u_1)}{r^2}$ (analog. $dF_{2,1}$)

• ⤳ $dF_{1,2} = -dF_{2,1}$ → $F_{1,2} = B_1 i_2 d = \frac{\mu_0 i_1 i_2 d}{2\pi\, r}$, $F_d = \mu_0 \frac{i_1 i_2}{2\pi r}$

⤳ lunghezza filo

↳ distanza

• se i_1 e i_2 stesso verso : $\vec{F}$ attrattiva

se i_1 e i_2 verso opposto : $\vec{F}$ repulsiva

(8.4) legge di AMPERE

$\vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{u}_\phi \cdot ds$ / $u_\phi ds = r d\phi$

→ $\vec{B} ds = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\phi$

• $\Gamma_B = \oint \vec{B} d\vec{s} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \overbrace{\oint d\phi}^{2\pi} = \pm \mu_0 i$

⤳ sommiamo solo le i concatenate

• legge di ampere : $\Gamma_B = \oint \vec{B} ds = \mu_0 \sum i_k = \mu_0 i$

⤳ $\oint \vec{B} ds = \mu_0 \int J\, u_n\, d\Sigma \xrightarrow[\text{stokes}]{7.01} \int_\Sigma (\nabla \times \vec{B}) \cdot u_N\, d\Sigma = \mu_0 \int \vec{J}\, u_N\, d\Sigma$

• ⤳ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

(8.5)

SE HO 2 SPIRE : $\phi_{1,2} = M_{1,2}\, i_1$, $\phi_{2,1} = M_{2,1}\, i_2$

↳ COEFF. DI MUTUA INDUZIONE

$$\rightarrow \phi_{1,2} = \int_{\Sigma_2} \underbrace{\left(\oint \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s}_1 \times \vec{u}_r}{r^2} \right)}_{\vec{B}_1} \vec{u}_N \, d\Sigma_2$$

- AUTOFLUSSO : L : COEFF. DI AUTO INDUZIONE $\rightarrow \phi = L i$

↳ 1 SOLA SPIRA

- $[M] = [L] = \frac{V}{A} = H$ (HENRY)

(8.7) POTENZIALE VETTORE

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \rightarrow \oint \vec{B}\, ds = \mu_0 \int \vec{J}\, \vec{u}_N\, d\Sigma \overset{\text{DIVERSO DA } \vec{F}}{=} \mu_0 i_c$$

→ L'INTEGRALE DI LINEA È DIVERSO A SECONDA DEL PERCORSO SEGUITO

$$\rightarrow \int_P^Q (\vec{B}\, ds)_1 \neq \int_P^Q (\vec{B}\, ds)_2$$

- A : POTENZIALE VETTORE : $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

- C10

10.1

- SE HO UN CIRCUITO E UN $\vec{B}$ C'È UNA VELOCITÀ RELATIVA

→ NEL CIRCUITO SI FORMA UNA $\mathcal{E}_i$ INDOTTA, CHE SI AGGIUNGE A $\mathcal{E}$

$$\rightarrow \mathcal{E}_i = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$, LA CUI CORRENTE INDOTTA $i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$

$$\rightarrow i_{TOT} = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{R} \quad , \quad \mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_i\, ds = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int_\Sigma \vec{B}\cdot\vec{u}_N\, d\Sigma\right)$$

↳ CAMPO INDOTTO, NON CONSERVATIVO

- LEGGE DI LENZ : $\vec{B}_i$ SI OPPONE A $d\phi(\vec{B})$:

SE $\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} > 0 \rightarrow \vec{B}_i$ SI OPPONE A $\vec{B}$, $\mathcal{E}_i < 0$

SE $\frac{d\phi(\vec{B})}{dt} < 0 \rightarrow \vec{B}_i$ STESSO VERSO DI $\vec{B}$, $\mathcal{E}_i > 0$

- PRODURRE UNA VARIAZIONE DI $\phi(\vec{B})$:
  - VARIARE INTENSITÀ $\vec{B}$
  - VARIARE AREA Σ DEL CIRCUITO
  - " ANGOLO TRA $\vec{B}$ E $\vec{u}_N$
  - NUOVO CIRCUITO / NUOVO $\vec{B}$

10.2

campo elettromotore: $\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{-e} = \vec{v}\times\vec{B} \to d\mathcal{E}_i = \vec{E}_i\, ds = \vec{v}\times\vec{B}\, ds$

$\to \mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_i\, ds = \oint \vec{v}\times\vec{B}\, ds$ ⇝ $\vec{v}$: velocità di spostamento della spira: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

$\to \mathcal{E}_i = \oint ds \times \frac{dr}{dt}\, \vec{B}$ / $ds \times dr$ = prodotto vettoriale $= d\Sigma'\, u_N$

$\to ds \times dr\, \vec{B} = d\Sigma'\, \vec{u}_N \cdot \vec{B} = d\phi'$ ⇝ flusso attraverso la sup. che si crea dallo spostamento della spira in dt

$$\to d\phi_t(\vec{B}) = \int_{d\Sigma} d\phi' = \int_{d\Sigma} \vec{B}\, \vec{u}_n\, d\Sigma'$$

$$\to d\phi(\vec{B}) = \underbrace{\phi_2(\vec{B})}_{\text{finale}} - \underbrace{\phi_1(\vec{B})}_{\text{iniziale}} = -d\phi_t(\vec{B})$$

$$\to \mathcal{E}_i = \oint \vec{v}\times\vec{B}\, ds = \frac{d\phi_t(\vec{B})}{dt} = -\frac{d\phi(\vec{B})}{dt}$$

- se circuito fermo ($\vec{v} = 0$) e $\vec{B}$ varia $\to \vec{F} = -e(\vec{E} + \overset{0}{\vec{v}\times\vec{B}})$

$$\to \mathcal{E}_i = \oint \vec{E}\, ds = -\frac{d}{dt}\int_\Sigma \vec{B}\, \vec{u}_n\, d\Sigma = -\int_\Sigma \frac{\partial B}{\partial t}\, u_n\, d\Sigma$$

- → T. di Stokes → $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \to \vec{E} = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla V$

↳ eq. Maxwell per campo EM

10.4 Legge di Felici

$$i(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\phi(t)}{dt} \to q = \int_{t_1}^{t_2} i(t)\, dt = -\frac{1}{R}\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi(t) = \frac{\phi_1 - \phi_2}{R}$$

10.5 autoinduzione

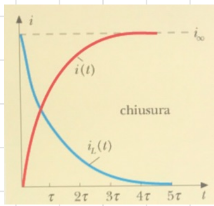
$$\phi(\vec{B}) = Li \to \mathcal{E}_L = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

$\to \mathcal{E} + \mathcal{E}_L = Ri \to \mathcal{E} = L\frac{di}{dt} + Ri \to \frac{di}{\mathcal{E} - Ri} = \frac{dt}{L}$ chiusura del circuito

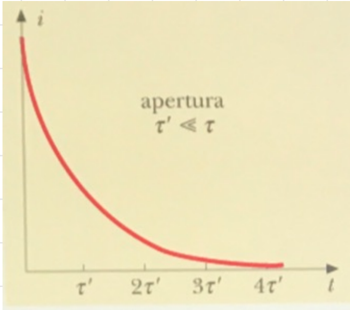
$\to \ln(\mathcal{E} - Ri) = -\frac{R}{L}t + c \to \mathcal{E} - Ri = A e^{-\frac{R}{L}t}$ $(i(t=0) \Rightarrow A = \mathcal{E})$

$$\to i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\to \mathcal{E}_L = -\mathcal{E}\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$



• APERTURA DEL CIRCUITO:



SOSTITUISCO L'INDUTTANZA RAMO CON UNA $R_t \to \infty = R + R'$

$$\to \mathcal{E} - (R+R')\, i(t) = A e^{-\frac{R+R'}{L} t}$$

$$\cdot\ i(t=0) = i_\infty \to A = \mathcal{E} - (R+R')\, i_\infty = \mathcal{E}\left(1 - \frac{R'}{R}\right)$$

$$\to i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau'}}\right) + \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = i_\infty e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\to \mathcal{E}_L = \frac{R'}{R} \mathcal{E} e^{-\frac{t}{\tau'}}$$

10.6 ENERGIA MAGNETICA

PER ARRIVARE A REGIME, i PASSA DA 0 A i_∞

• $\to W = \int_0^{i_\infty} L i = \frac{1}{2} L i_\infty^2$ $\rightsquigarrow$ DIPENDE SOLO DAL VALORE DI i

$\to$ E IMMAGAZZINATA DALLA CORRENTE: $U_L = \frac{1}{2} L i^2$

• IN UN TRATTO d DI UN SOLENOIDE RETTILINEO: $U_L = \frac{1}{2}(\mu_0 n^2 \Sigma d) i^2 = \frac{1}{2\mu_0}(\mu_0 n i)^2 \Sigma d$

• $\rightsquigarrow U_L = \frac{B^2}{2\mu_0}(\Sigma d) = \frac{B^2}{2\mu_0} \tilde{\tau}$

10.8 MUTUA INDUZIONE

$$\phi_{1,2} = M i_1 \ , \ \phi_{2,1} = M i_2$$

$$\to \mathcal{E}_{M_1} = -\frac{d\phi_{2,1}}{dt} = -\frac{d(M i_2)}{dt} = -M \frac{d i_2}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{M_2} = -\frac{d\phi_{2,1}}{dt} = \frac{d(M i_1)}{dt} = -M \frac{d i_1}{dt}$$

• TENENDO CONTO DI $\phi_{L1} = L i_1$, $\phi_{L2} = L i_2$

$\to \mathcal{E}_{L_1} = -\frac{d\phi_{L_1}}{dt} = -\frac{d(L_1 i_1)}{dt} = -L_1 \frac{d i_1}{dt}$, ANALOG. $\mathcal{E}_{L_2}$

$\rightsquigarrow \mathcal{E} - L_1 \frac{d i_1}{dt} - M \frac{d i_2}{dt} = R_1 i_1$, ANALOG. $\mathcal{E}_2$

10.10 LEGGE DI AMPERE-MAXWELL

LEGGE DI AMPERE: $\oint_C \vec{B}\, ds = \mu_0 i = \mu_0 \int_\Sigma \vec{J}\, u_N\, d\Sigma = \int_\Sigma \mu_0 J \cdot u_N\, d\Sigma$

• T. DI STOKES: $d\Gamma = \nabla \times \vec{B} \cdot d\Sigma\, \vec{u}_N$

$$\oint_C \vec{B}\, d\vec{s} = \int_\Sigma \nabla \times \vec{B}\, d\Sigma\, \vec{u}_N$$

$\rightarrow \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ ⇝ VALIDA $\Leftrightarrow \nabla \cdot \vec{J} = 0$, INDIPENDENTE DA t E STAZIONARIETÀ

• $\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\delta \rho}{\delta t} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\delta \rho}{\delta t}$

• DALLE LEGGE DI GAUSS:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \rightarrow \rho = \varepsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}$$

$$\rightarrow \frac{\delta \rho}{\delta t} = \varepsilon_0 \frac{\delta}{\delta t} \nabla \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \nabla \cdot \frac{\delta E}{\delta t}$$

$$\rightarrow \nabla \cdot \vec{J}_c = -\varepsilon_0 \nabla \cdot \frac{\delta \vec{E}}{\delta t} \rightarrow \nabla \cdot \vec{J}_c + \varepsilon_0 \nabla \cdot \frac{\delta \vec{E}}{\delta t} = 0$$

$\rightarrow \nabla \cdot \left(J_c + \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}}_{J_s}\right) = 0$ / J_s ⇝ CORRENTE DI SPOSTAMENTO

$$\rightarrow \oint_C \vec{B}\, ds = \mu_0 i_{TOT} = \mu_0 (i_c + i_s)$$

• $J_s = \varepsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{\delta t} \rightarrow i_s = \varepsilon_0 \int \frac{\delta E}{\delta t} u_N\, d\Sigma \rightarrow i_s = \varepsilon_0 \frac{\delta \phi(\vec{E})}{\delta t}$

• $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_{TOT} = \mu_0 \left(\vec{J}_c + \varepsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}\right)$

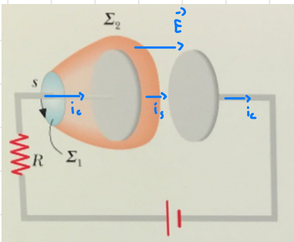
• CARICA/SCARICA CONDENSATORE:

• $\vec{J}_{TOT} = \vec{J}_c + \vec{J}_s = \vec{J}_c + \varepsilon_0 \frac{\delta E}{\delta t}$

$\int_{\Sigma_1} \vec{J}_{TOT}\, \vec{u}_N\, d\Sigma = \int_{\Sigma_1} \vec{J}_c\, \vec{u}_N\, d\Sigma = i_c$ ⇝ NON È PRESENTE $\vec{E}$

$\int_{\Sigma_2} \vec{J}_{TOT}\, \vec{u}_N\, d\Sigma = \int_{\Sigma_2} \varepsilon_0 \frac{\delta \vec{E}}{\delta t}\, \vec{u}_N\, d\Sigma = i_s$ ⇝ ENTRA IN GIOCO $\vec{E}$

$\Big\} \; i_c = i_s$



• LEGGE FARADAY: $\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \mapsto \vec{E}$, LEGGE AMPERE-MAXWELL $\frac{\delta E}{\delta t} \mapsto \vec{B}$

• i_s NEI DIELETTRICI: → SE LO SPAZIO È RIEMPITO DI DIELETTRICO → $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_\ell \rightarrow J_{TOT} = J_c = \frac{\delta D}{\delta t}$

C.12 ONDE ELETTROMAGNETICHE

12.1

• f d'onda : $\xi(x,y,z,t)$

• EQ. D'ONDA PIANA : $\xi(x,t) \rightsquigarrow \dfrac{\delta^2 \xi}{\delta x^2} = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\delta^2 \xi}{\delta t^2}$ ⤷ VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE

x e t sotto forma di COMB. LINEARE

• TIPI DI SOLUZIONI : $\xi(x-vt)$ o $\xi(x+vt) \rightsquigarrow$ es. $\xi = \xi_0 \sin k(x-vt)$

12.3 ONDE PIANE ARMONICHE

PULSAZIONE : $\omega = kv$

$\xi(x,t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$ ⤳ OPPURE CON $\cos()$ $\left(\rightsquigarrow \xi(x,t) = \xi_0 \sin k(x-vt)\right)$

• PERIODO DELL'ONDA : $T = t_2 - t_1 = \dfrac{2\pi}{\omega}$

• LUNGHEZZA D'ONDA : $\lambda = vT$, $\lambda f = v$ $\left(\lambda = \dfrac{2\pi}{k}\right)$

• ONDA COMPLETA : $\xi(x,t) = \xi_0 \sin(\underbrace{kx - \omega t + \delta}_{\text{FASE}})$

12.5

⤳ es. ONDA ELASTICA → MOLLA

• ONDE LONGITUDINALI : PERTURBAZIONE STESSO VERSO DELLA PROPAGAZIONE DELL'ONDA

• ONDE TRASVERSALI : $\vec{n}_{\text{PERTURBAZIONE}} \neq \vec{n}_{\text{PROPAGAZIONE}}$ ⤳ ONDE ELETT. PIANE

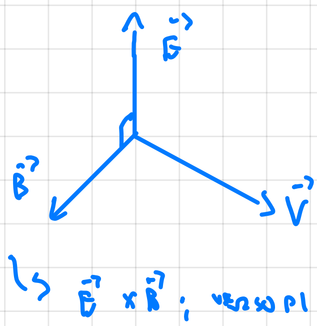
C13 ONDE ELETTROMAGNETICHE PIANE

⤳ $B_x = \text{cost.}$, $E_x = \text{cost.}$ $\xrightarrow{\text{se NO SORGENTI}}$ $B_x = 0$, $E_x = 0$

• DALLE EQ. DI MAXWELL, CONSIDERANDO $\vec{E}$ e $\vec{B}$ DIPENDENTI SOLO DA x e t, OTTENGO LE RELAZIONI

$$\frac{\delta^2 E_y}{\delta x^2} = \varepsilon\mu \frac{\delta^2 E_y}{\delta t^2} \quad , \quad \frac{\delta^2 B_z}{\delta x^2} = \varepsilon\mu \frac{\delta^2 B_z}{\delta t^2}$$

$$\rightsquigarrow \frac{\delta^2 \xi}{\delta x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\delta^2 \xi}{\delta t^2} = \varepsilon\mu \frac{\delta^2 \xi}{\delta t^2} \rightsquigarrow \frac{1}{v^2} = \varepsilon\mu$$



⤷ $\vec{E} \times \vec{B}$; VERSO DI PROPAGAZIONE

• $v = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, IN PARTICOLARE $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \simeq 3\cdot 10^8 \ m/s$

• $\vec{E} = \vec{E}_y(x-vt)\vec{u}_y + \vec{E}_z(x-vt)\vec{u}_z$, $\vec{B} = -\dfrac{1}{v}\vec{E}$

$B_y(x-vt) = -\dfrac{1}{v}E_z(x-vt)$.

gamente a partire da (13.2) si ottiene

$B_z(x-vt) = \dfrac{1}{v}E_y(x-vt)$.

$\mathbf{E} = E_y(x-vt)\,\mathbf{u}_y + E_z(x-vt)\,\mathbf{u}_z$,

$v\,\mathbf{B} = -E_z(x-vt)\,\mathbf{u}_y + E_y(x-vt)\,\mathbf{u}_z$,

• $E = vB$, $\vec{E}\cdot\vec{B} = 0$ ⤳ $\vec{E} \perp \vec{B}$ SEMPRE

• $\vec{E} \times \vec{B} = \dfrac{1}{v}(E_y^2 + E_z^2)\,u_x = \dfrac{E^2}{v}\,u_x = vB^2\,u_x = EB\,u_x$

• INDICE DI RIFRAZIONE ASSOLUTO DEL MEZZO: $n = \dfrac{c}{v} = \sqrt{k_e k_m} \simeq \sqrt{k_e}$, $\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\Omega$

• IMPEDENZA DEL MEZZO : $Z = \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} = \mu v = \dfrac{E}{H \rightsquigarrow \mu B}$ → $= \dfrac{1}{n} Z_0$

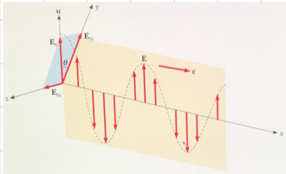
• 13.2 POLARIZZAZIONE DELLE ONDE

• $E_y(x,t) = E_{0y}\sin(kx-\omega t)$, $E_z(x,t) = E_{0z}\sin(kx-\omega t+\delta)$

• POLARIZZAZIONE RETTILINEA $(\delta=0,\ \delta=\pi)$ ~> 1 DIREZIONE DI OSCILLAZIONE DI $\vec{E}$

LA DIREZIONE DI $\vec{E}$ (E QUELLA DI $\vec{B}$) GIACE SEMPRE NELLO STESSO PIANO

-> $E_y = E_{0y}\sin(kx-\omega t)$ $\qquad$ $E_z = \pm E_{0z}\sin(kx-\omega t)$



$\frac{E_z}{E_y} = cost. = tg\,\theta$

• POLARIZZAZIONE ELLITTICA $(\delta=\frac{\pi}{2},\ \delta=\frac{3}{2}\pi)$

$\vec{E}$ SI MUOVE NEL t FORMANDO UN'ELLISSE : $|\vec{E}_{0y}| \neq |E_{0z}|$

• POLARIZZ. CIRCOLARE:

ANALOG. ELLITTICA, MA $|\vec{E}_{0y}| = |\vec{E}_{0z}|$

• ONDE NON POLARIZZATA: δ VARIA IN MODO CASUALE ~> ES. LUCE SOLARE

• ONDE COERENTI: $\delta_1 - \delta_2 = cost.$ NEL TEMPO PER LE 2 ONDE ~> ONDA POLARIZZATA: Δ DI 2 ONDE COERENTI

• DENSITÀ DI ENERGIA ELETTRICA: $u_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

• DENSITÀ DI ENERGIA MAGNETICA: $u_m = \frac{B^2}{2\mu}$ $\qquad$ ~> $u = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}$

• $u_m = \frac{B^2}{2\mu} \underset{E=vB}{=} \frac{E^2}{2\mu v^2} \underset{v=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}}{=} \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = u_e$

-> $u = 2u_e = \varepsilon E^2$

• 13.3

• VETTORE POYNTING:

SUPPONIAMO $d\Sigma$ CON $\vec{u}_N$, FORMA α CON DIR. PROPAG. ONDA, CIOÈ $\vec{v}$

• $dU = u\,d\tau = u\,\underbrace{d\Sigma\cos\alpha}_{\text{BASE PRISMA}}\ \underbrace{v\,dt}_{\text{h PRISMA}} = \varepsilon E^2\,d\Sigma\cos\alpha\,v\,dt$

• $dP = \frac{dU}{dt} = \varepsilon E^2\,d\Sigma\cos\alpha\,v$ $\qquad$ ~> $|\vec{S}|$: U_{em} ATTRAVERSO $d\Sigma\,\vec{u}_N$, IN dt

↳ $[S] = \frac{W}{m^2}$

• VETTORE POYNTING: $\vec{S} = \underbrace{\varepsilon E^2}_{u}\,\vec{v} = \frac{1}{\mu}\vec{E}\times\vec{B}$

-> $dP = \vec{S}\cdot\vec{u}_N\,d\Sigma = \varepsilon E^2 v\,d\Sigma_0 = S\,d\Sigma_0$ $\qquad$ ~> $= \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}E_0^2 = \frac{n}{Z_0}E_{eff}^2$

$\Phi_{d\Sigma}(\vec{S}) =$ ↳ $P = \int_\Sigma \frac{1}{\mu}\vec{E}\times\vec{B}\cdot u_N\,d\Sigma$ $\qquad$ • INTENSITÀ: $I = \frac{1}{2}\varepsilon v E_0^2 = \varepsilon v E_{eff}^2$

• I = INTENSITÀ DELL'ONDA = $\langle S \rangle_m = \frac{1}{2} v \varepsilon E_0^2$ / E_0 : AMPIEZZA DI E

↳ $I = \langle u \rangle_m v = \frac{1}{2}\varepsilon E_0^2 v = \frac{1}{2}\frac{n}{Z_0}E_0^2$ / $\frac{n}{Z_0} = \frac{1}{Z}$, Z_0 : IMPEDENZA NEL VUOTO, n : INDICE DI RIFRAZIONE ASSOLUTA DEL MEZZO

• 13.4

CONSIDERO UNA σ DISTRIBUITA $\perp \vec{v}$

$\sigma \vec{v}_c \times \vec{B} \cdot \vec{v}_d = 0$ ⇝ PRODOTTO SCALARE TRA I 2 VETT. $\vec{v}_d = 0$

$\rightarrow \vec{F}_{L,\sigma} = \sigma(\vec{E} + \vec{v}_c \times \vec{B})$ PER UNITÀ DI SUPERFICIE $\rightarrow P_{ASS.} = \vec{F}_\sigma \cdot \vec{v}_c = \sigma v_d E$

$\rightarrow I = \sigma \langle v_d E \rangle_m$

• $\langle F_\sigma \rangle_m = \sigma \langle v_d \times B \rangle = \frac{\sigma \langle v_d \langle B \rangle_m}{c} u_x = \frac{I}{c} u_x$

↳ p_{RAD} = PRESSIONE DI RADIAZIONE $= \frac{I}{c} \rightarrow \vec{p}_I = \begin{cases} \frac{I}{c}\vec{u}_x & \text{SUP. COMPL. ASSORBENTE} \\ \frac{2I}{c}\vec{u}_x & \text{SUP. COMPL. RIFLETTENTE} \end{cases}$

⇝ QUANTITÀ DI MOTO TRASPORTATA DALL'ONDA PER UNITÀ DI SUPERFICIE E DI TEMPO

• SE $\vec{V}_{ONDA}(=c)$ FORMA θ CON $\vec{u}_N$ DI Σ: $\begin{cases} p_{RAD} = \frac{I}{c}\cos^2\theta & \text{ASS. COMPLETO} \\ p_{RAD} = \frac{2I}{c}\cos^2\theta & \text{RIFL. COMPLETO} \end{cases}$

• 13.5

$\vec{k} \parallel \vec{v}$

ONDA PIANA ARMONICA IN PIÙ DIMENSIONI: $\xi(r,t) = \xi_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \delta)$ — VETTORE PROPAGAZIONE

DOVE $\vec{k} = k_x\vec{u}_x + k_y\vec{u}_y + k_z\vec{u}_z$, $\vec{r} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$ ⇝ POSIZIONE, $k = \frac{\omega}{v}$, $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}_v$

$$\rightarrow \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$$

• FRONTE D'ONDA: SUPERFICIE SU CUI IN UN CERTO ISTANTE LA FASE = COST.

• ONDE SFERICHE e CIRCOLARI:

$P = I\Sigma \propto [\xi_0(r)]^2 \cdot 4\pi r^2$ (DOVE ENERGIA COST.), $\xi(r,t) = \frac{\xi_0}{r}\sin(kr - \omega t)$ / $\xi_0(r) = \frac{\xi_0}{r}$, $I = I_0/r^2$

↳ $\xi_0 \propto \frac{1}{r}$

• ONDE CILINDRICHE:

$P = I\Sigma \propto [\xi_0(r)]^2 \cdot 2\pi r h$, $\xi(r,t) = \frac{\xi_0}{\sqrt{r}}\sin(kr - \omega t)$ / $\xi_0(r) = \frac{\xi_0}{\sqrt{r}}$, $I = \frac{I_0}{r}$

• 13.6 DIPOLO ELETTRICO OSCILLANTE

⇝ METODO PER CREARE UN'ONDA em

$\vec{p} = q\vec{a} = qa\vec{u}_z$ / $q = q_0\sin(\omega t)$ ⇝ GRAZIE AD UNA fem SINUSOIDALE, FACCIO SCORRERE UNA i ALTERNATA

$\rightarrow i = \frac{dq}{dt} = \omega q_0\cos(\omega t) = i_0\cos(\omega t) \rightarrow \vec{p} = q_0 a\sin(\omega t)\vec{u}_z = p_0\sin(\omega t)\vec{u}_z$

$\rightarrow E_r = \frac{2p_0\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sin(\omega t)$, $E_\theta = \frac{p_0\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sin(\omega t)$ ⇝ $\exists$ SOLO $\vec{E}_\theta$

• SE $r \gg \lambda \gg a$: ONDA SFERICA POLARIZZATA LINEARMENTE, $\vec{E} = \frac{\pi p_0\sin\theta}{\varepsilon_0}\frac{1}{\lambda^2 r}\sin(kr - \omega t)$

• $I(r,\theta) = I_0\frac{\sin^2\theta}{r^2}$, $I_{max} = \frac{I_0}{r^2}$ / $I_0 = \frac{p_0\sin\theta\,\omega^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}$

• $P = \frac{8\pi}{3}I_0 = \frac{1}{2}R_{ANT}\,i_0^2$ / $R_{ANT} = \frac{a^2\omega^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3}$