Prova scritta di INFORMATICA TEORICA

17 Febbraio 2015

PROBLEMA 1

Se L è un linguaggio regolare e $w \in L$, definiamo $L' = L - \{w\}$, cioè il linguaggio che si ottiene da L eliminando la parola w.

Descrivere sinteticamente una procedura che, ricevendo come input un'espressione regolare per L e una parola $w \in L$, restituisce un'espressione regolare per L'.

Applicare la procedure alla seguente coppia (L,w):

$L = (ab + ba)^*$

$w = ab$

PROBLEMA 2

Si consideri il seguente linguaggio L sull'alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$:

$$L = \{ a^n b^m \mid n,m > 0 \ \text{ e } \ n < m \}.$$

- L è un linguaggio regolare ?
- L è un linguaggio context-free ?

Motivare le risposte.

Prova Scritta di Informatica Teorica - Prova in Itinere 17/02/2015

CORREZIONE PROPOSTA DA ALESSIO LOMBARDO | VALUTAZIONE: A-

$\boxed{1}$ Procedura adottata per la risoluzione:

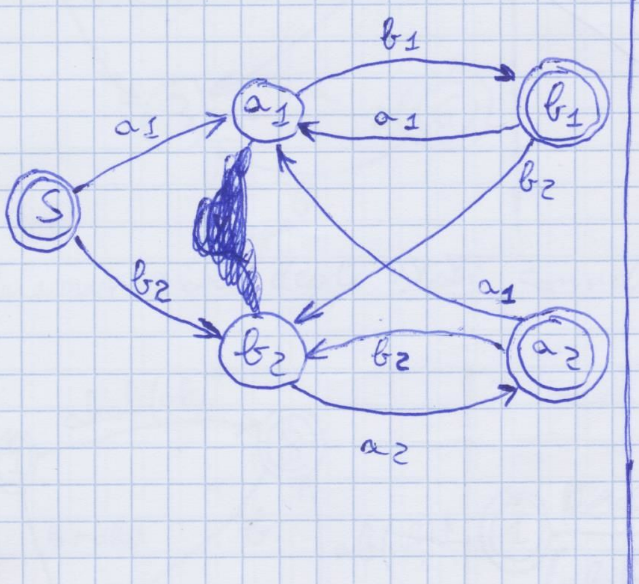
1) Trasformo REG(L) in $\mathcal{A}(L)$ con l'algoritmo di Berry-Sethi.
2) Considero "M": il linguaggio formato dalla parola "ab" e trovo $\mathcal{A}(M)$.
3) Considero il complementare di M e ne ricavo l'automa $\mathcal{A}(M^c)$.
4) Effettuo l'intersezione fra $\mathcal{A}(L)$ e $\mathcal{A}(M^c)$ per ricavare $L' = L - \{w\} = L - M = L \cap M^c$.
5) Ricavo REG(L') con l'algoritmo di eliminazione degli stati.

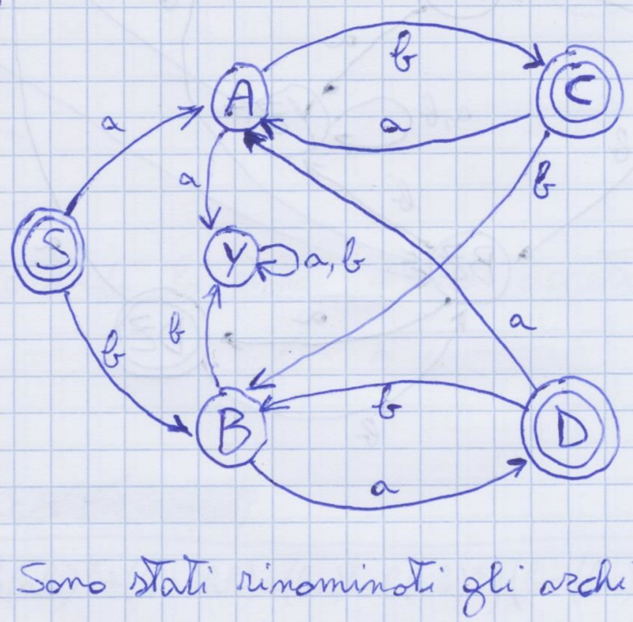
Applico la procedura al caso dato in consegna:

1) $(ab + ba)^*$

$(a_1 b_1 + b_2 a_2)^*$

Quadrupla: $\{ \varepsilon, \{a_1, b_2\}, \{b_1, a_2\}, \{a_1b_1, b_2a_2, b_1a_1, a_2b_2, b_1b_2, a_2a_1\} \}$

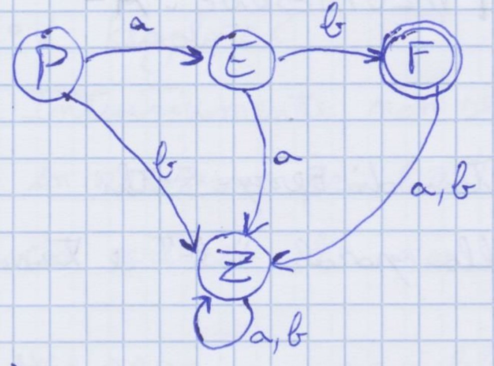




: $\mathcal{A}(L)$

Sono stati rinominati gli archi e gli stati ed è stato aggiunto lo stato "pozzo" Y.

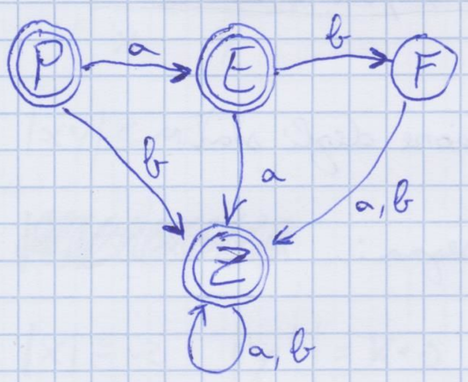
2) "ab"



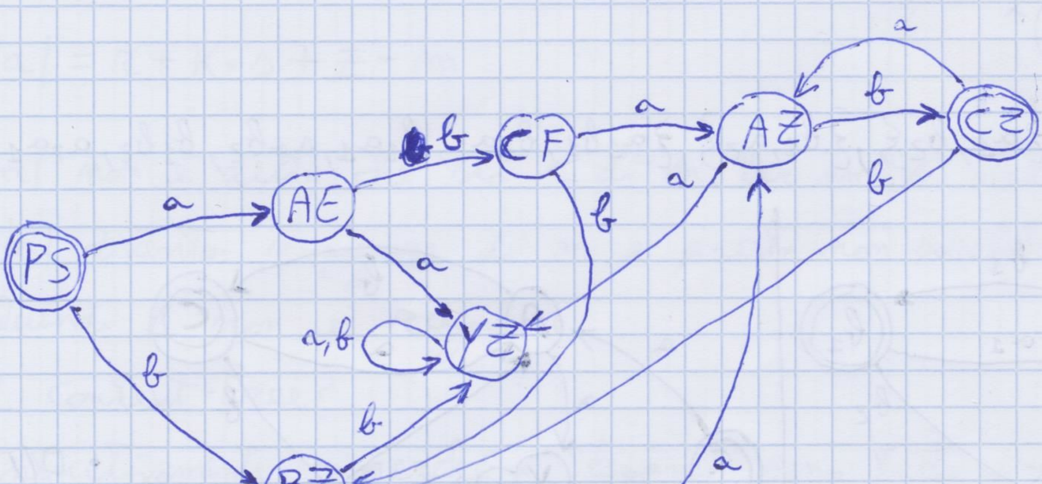
: $R(M)$

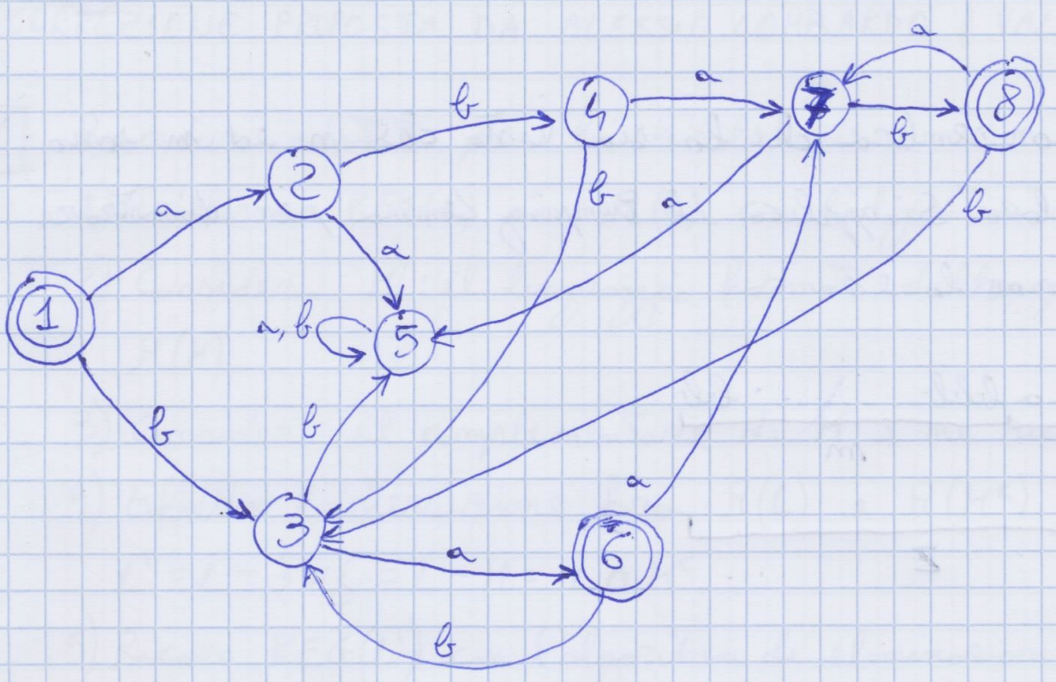
Z : "pozzo"

3)



4)

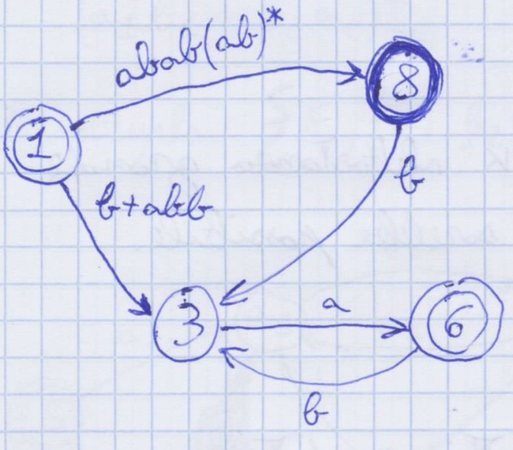


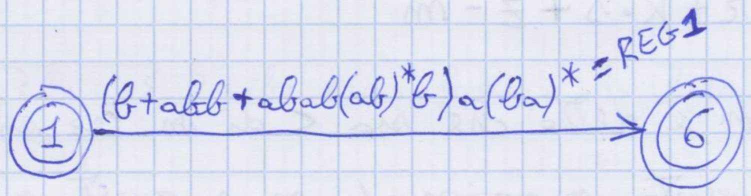


: $R(L')$

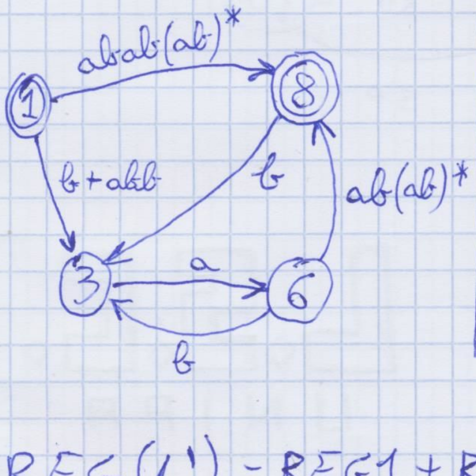
(Sono stati cambiati solamente i nomi degli stati)

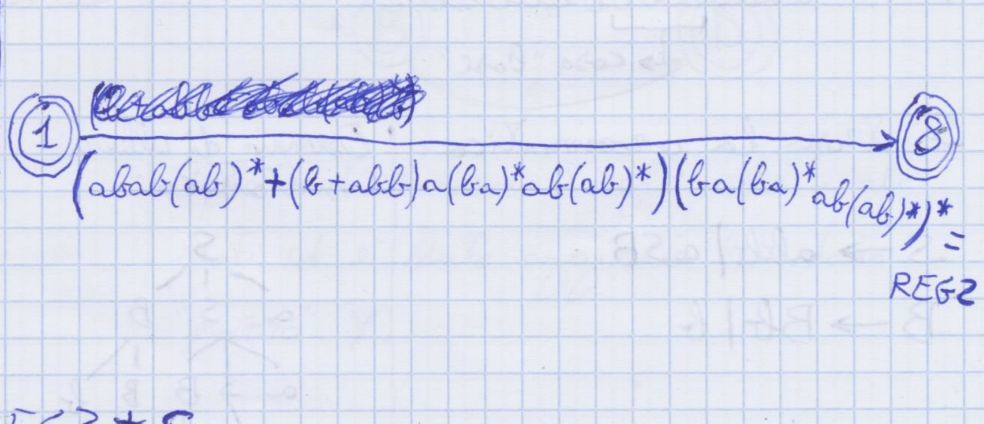
5) Eliminazione degli stati considerando lo stato "6" di accettazione.





Eliminazione degli stati considerando lo stato "8" di accettazione





$REG(L') = REG1 + REG2 + \varepsilon$

$\boxed{2}$ $L = \{a^n b^m \mid n, m > 0 \text{ e } n < m\}$

• L Regolare?

Intuitivamente, non sembra che lo sia visto che n ed m sono in relazione fra loro. Si applica il Pumping Lemma per dimostrare con certezza che non lo è:

$$w = \underbrace{aaaa \ldots aaa}_{n}\underbrace{bbb \ldots bb}_{m}$$

$$\underbrace{\quad}_{x}\underbrace{\quad\quad}_{y}\underbrace{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}_{z}$$

$|xy| < n$

$|x| = r \quad |y^k| = k \cdot s$

$|a| = r + k \cdot s + z - m$

|a| non è detto che sia < di m. Per un "K" abbastanza grande |a| diventa maggiore di m e questo non sarebbe possibile. Quindi L non è regolare.

• L Context-Free?

Intuitivamente si perché i "legami" sono tutti annidati:

$w = \ldots \underbrace{aaaaa\,bbb}_{\text{caso "base"}}bbbbbbb \ldots$

Si trova la grammatica:

$S \rightarrow abb \mid aSB$

$B \rightarrow Bb \mid b$

Esempio di albero sintattico: