

# Analisi sintattica: metodo di Early

*Prof. A. Morzenti*  
*aa 2008-2009*

## UN METODO GENERALE DI ANALISI SINTATTICA: EARLY

Il METODO DI EARLY tratta qualsiasi grammatica libera

Costruisce tutte le derivazioni delle frasi ambigue.

Complessità: cubo lunghezza stringa, si riduce se grammatica non è ambigua,  
ulteriormente se deterministica.

Early simile a LR(k), ma non usa pila

invece usa vettore di insiemi:

rappresenta efficientemente più pile con parti comuni

simula automa a pila indeterministico, ma senza complessità esponenziale

NB: anche metodo LR simula più calcoli in parallelo, ma solo fino alla riduzione.

IPOTESI INIZIALE: LA GRAMMATICA È PRIVA DI REGOLE VUOTE

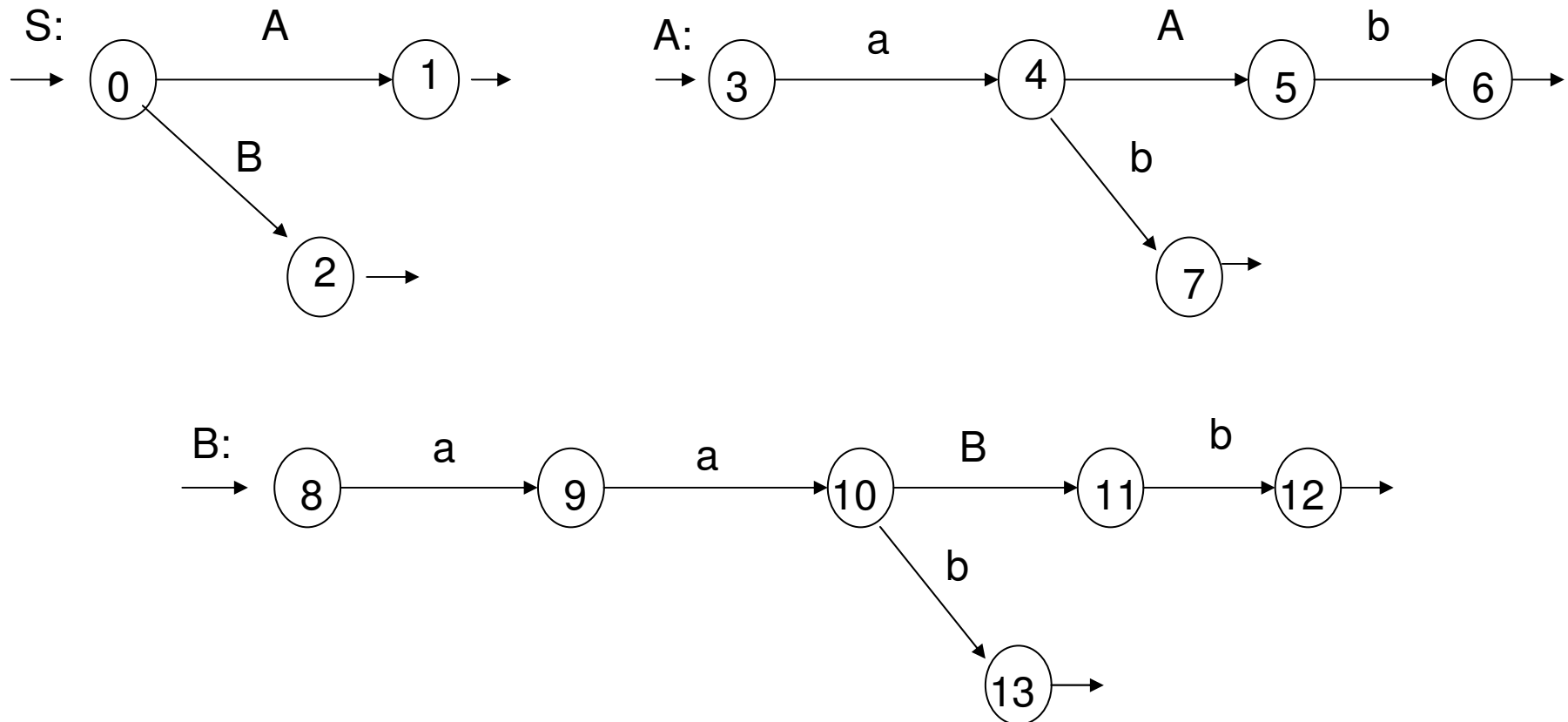
L'algoritmo con o senza prospezione senza modifica della complessità

Per semplicità non usiamo prospezione.

ESEMPIO - grammatica non LR(k)

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\} \cup \{a^{2n} b^n \mid n \geq 1\}$$

$$S \rightarrow A \mid B \quad A \rightarrow aAb \mid ab \quad B \rightarrow aaBb \mid aab$$



analisi della stringa: aabb

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\} \cup \{a^{2n} b^n \mid n \geq 1\}$$

$$S \rightarrow A \mid B \quad A \rightarrow aAb \mid ab \quad B \rightarrow aaBb \mid aab$$

E[0]

$$\begin{aligned} (0 \equiv S \rightarrow \bullet(A \mid B), p=0) \\ (3 \equiv A \rightarrow \bullet aAb \mid \bullet ab, p=0) \\ (8 \equiv B \rightarrow \bullet aaBb \mid \bullet aab, p=0) \end{aligned}$$

a E[1]

$$\begin{aligned} (4 \equiv A \rightarrow a \bullet Ab \mid a \bullet b, p=0) \\ (9 \equiv B \rightarrow a \bullet aBb \mid a \bullet ab, p=0) \\ (3 \equiv A \rightarrow \bullet aAb \mid \bullet ab, p=1) \end{aligned}$$

a E[2]

$$\begin{aligned} (10 \equiv B \rightarrow aa \bullet Bb \mid aa \bullet b, p=0) \\ (4 \equiv A \rightarrow a \bullet Ab \mid a \bullet b, p=1) \\ (8 \equiv B \rightarrow \bullet aaBb \mid \bullet aab, p=2) \\ (3 \equiv A \rightarrow \bullet aAb \mid \bullet ab, p=2) \end{aligned}$$

b E[3]

$$\begin{aligned} (13 \equiv B \rightarrow aab \bullet, p=0) \\ (7 \equiv A \rightarrow ab \bullet, p=1) \\ (2 \equiv S \rightarrow B \bullet, p=0) \\ (5 \equiv A \rightarrow aA \bullet b, p=0) \end{aligned}$$

perchè in 1 c'è  
( $A \rightarrow a \bullet Ab, 0$ )

perchè in 0 c'è  
( $S \rightarrow \bullet B, 0$ )

b E[4]

$$\begin{aligned} (6 \equiv A \rightarrow aAb \bullet, p=0) \\ (1 \equiv S \rightarrow A \bullet, p=0) \end{aligned}$$

perchè in 0 c'è  
( $S \rightarrow \bullet A, 0$ )

Se la stringa in analisi fosse *aab*, verrebbe accettata per la presenza in E[3] della coppia ( $s = 2, p = 0$ ). Ma la stringa in analisi è *aabb* che viene accettata perché in E[4] figura la coppia ( $s = 1, p = 0$ )

L'algoritmo è un analizzatore discendente che sviluppa simultaneamente tutte le possibili derivazioni sinistre della stringa. L'algoritmo legge la stringa  $x_1 \dots x_n$  da sinistra a destra e, quando esamina il carattere  $x_i$ , produce strutture a due campi (coppie) aventi la forma:

*<stato della rete, puntatore>* scritte come  $(s, p = \dots)$  con  $0 \leq p \leq i$

Lo stato può essere scritto come regola grammaticale marcata  $A \rightarrow \alpha \bullet \beta$

Intuitivamente la coppia  $(s \equiv A \rightarrow \alpha \bullet \beta, j)$  rappresenta un asserzione e un obiettivo

Asserzione: è stata trovata una sottostringa  $x_{j+1 \dots i}$  con  $1 \leq j \leq i$  che deriva da  $\alpha$

Obiettivo: trovare tutte le posizioni  $k$  tali che la sottostringa  $x_{i+1 \dots k}$  derivi da  $\beta$

Se l'algoritmo trova tale posizione  $k$ , può asserire che dal nonterminale  $A$  deriva la sottostringa  $x_{j+1 \dots k}$

$$\begin{array}{c} * \\ \alpha \Rightarrow x_{j+1 \dots i} \\ * \\ \beta \Rightarrow x_{i+1 \dots k} \\ * \\ A \Rightarrow x_{j+1 \dots k} \end{array}$$

Una coppia  $(q \equiv A \rightarrow \alpha \bullet, j)$  in cui lo stato  $q$  è finale (marca in fondo), è detta completata

## ALGORITMO – Riconoscitore di Early

Il compito del riconoscitore è trovare la derivazione dell'intera stringa  $x$ , ma l'algoritmo produce più di quanto richiesto: per ogni prefisso proprio della stringa, dice se esso appartiene al linguaggio. Es.: in  $E[3]$  c'è  $(2 \equiv S \rightarrow B \bullet, p=0)$ , dice che  $aab \in L$

L'algoritmo costruisce un vettore  $E[0 \dots n]$  dimensionato sulla lunghezza della stringa sorgente i cui elementi sono insiemi di coppie

PASSO 0: *Inizializzazione* - predispone gli obiettivi per trovare ogni prefisso di  $x$  derivabile dall'assioma  $S$ . L'insieme iniziale è riempito con coppie ricavate dall'assioma; tutti gli altri insiemi sono inizialmente vuoti.

$$E[0] := \{(q_\alpha, 0) \mid \alpha \text{ e' lo stato iniziale della rete}\}$$
$$E[i] := \emptyset; \text{ per ogni } i = 1, \dots, n$$
$$i := 0;$$

Poi si applicano nell'ordine naturale  $0, 1, \dots, n$  le operazioni di *predizione*, *completamento* e *scansione* per calcolare tutti gli insiemi  $E[i]$ .

L'algoritmo al passo  $i$  può aggiungere elementi solo all'insieme corrente  $E[i]$  e a quello successivo  $E[i + 1]$ .

Se nessuna delle operazioni ha aggiunto nuove coppie a  $E[i]$ , si passa al calcolo di  $E[i + 1]$ .

L'algoritmo termina prematuramente e rifiuta la stringa se  $E[i + 1]$  è vuoto e  $i < n$

L'algoritmo termina con successo e accetta la stringa quando l'insieme  $E[n]$  è stato completato e contiene (almeno) una coppia completata ( $q_\omega \equiv S \rightarrow \alpha \bullet, 0$ ) dell'assioma.

### OPERAZIONE DI PREDIZIONE (analoga a CHIUSURA)

Ogni obiettivo presente nell'insieme  $E[i]$  può aggiungere altri sotto obiettivi all'insieme stesso; al puntatore è assegnato l'insieme corrente.

per ogni coppia  $(q \equiv A \rightarrow \alpha \bullet B\gamma, j)$  presente in  $E[i]$ ,  
aggiungi all'insieme  $E[i]$  la coppia  $(r, i)$   
dove  $r$  è lo stato iniziale della macchina  $B$

### OPERAZIONE DI SCANSIONE (analoga a SPOSTAMENTO)

Aggiorna gli obiettivi dell'insieme  $E[i + 1]$  in funzione del prossimo carattere sorgente.  
Il puntatore è posto eguale a quello della coppia esaminata.

per ogni coppia  $(q \equiv A \rightarrow \alpha \bullet a\gamma, j)$  presente in  $E[i]$ ,  
se  $a = x_{i+1}$   
aggiungi la coppia  $(r \equiv A \rightarrow \alpha a \bullet \gamma, j)$  all'insieme  $E[i + 1]$

Ciascun carattere  $x_{i+1}$  della stringa è esaminato dall'algoritmo una sola volta nella scansione, la testina di lettura non torna mai indietro



## OPERAZIONE DI COMPLETAMENTO (analoga a RIDUZIONE)

Una coppia completata ( $q \equiv A \rightarrow \alpha \bullet, j$ ) asserisce che è stata trovata la derivazione della stringa  $x_{j+1 \dots i}$  dal nonterminale  $A$ . Occorre aggiornare l'insieme  $E[i]$  con tale asserzione.

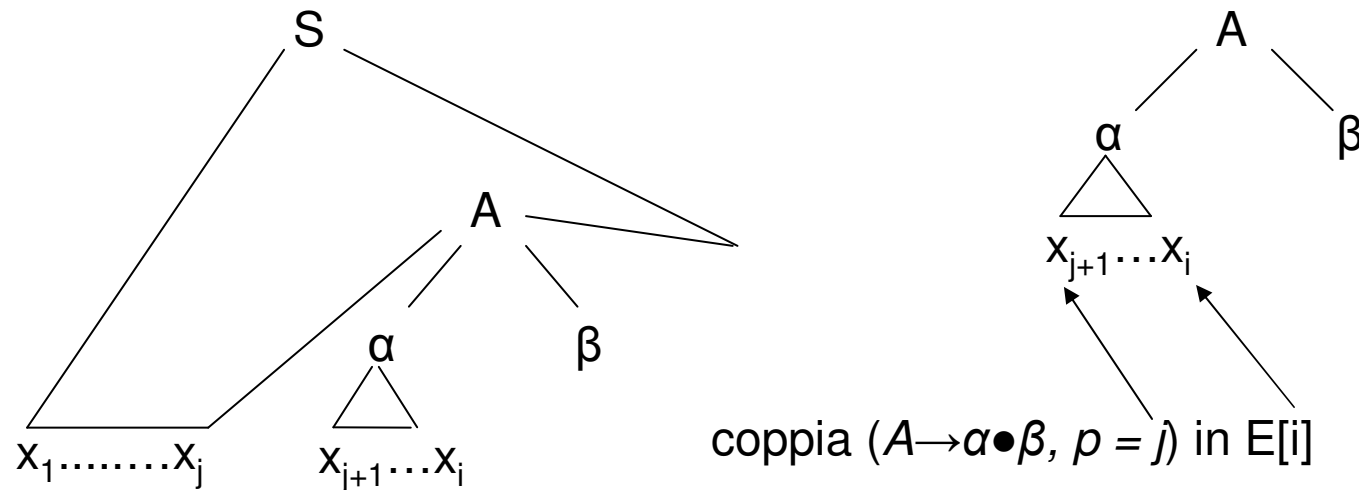
per ogni coppia completata ( $q \equiv A \rightarrow \alpha \bullet, j$ ) presente in  $E[i]$ ,  
per ogni coppia ( $r \equiv B \rightarrow \beta \bullet A \gamma, k$ ) presente in  $E[j]$ ,  
aggiungi a  $E[i]$  la coppia ( $s \equiv B \rightarrow \beta A \bullet \gamma, k$ )

Complessità quadratica,  
=> algoritmo cubico

Nel completamento, se nella coppia ( $r \equiv B \rightarrow \beta \bullet A \gamma, k$ )  $\in E[j]$  la stringa  $\gamma$  è vuota, la nuova coppia ( $s \equiv B \rightarrow \beta A \bullet, k$ ) aggiunta a  $E[i]$  è completata, quindi occorre iterare di nuovo.

È facile mostrare che l'algoritmo accetta solo stringhe appartenenti al linguaggio  $L(G)$ : una coppia viene aggiunta all'insieme solo se la derivazione da essa asserita è possibile. Più complessa è la dimostrazione che ogni frase del linguaggio è riconosciuta dall'algoritmo.

## LA COSTRUZIONE PROGRESSIVA DELL'ALBERO SINTATTICO



È significativo ripensare le tre operazioni come costruzione progressiva di alberi sintattici: a ogni insieme corrisponde un insieme di alberi.

In  $E[i]$  vi è la coppia  $(A \rightarrow \alpha \bullet \beta, p = j)$  se e solo se, per la grammatica esiste un albero sintattico della forma presentata in figura. L'albero di destra mostra l'albero associato alla coppia considerata.

Al termine dell'algoritmo, la stringa è accettata se, e solo se, tra gli alberi associati all'ultimo insieme ( $E[n]$ ) vi è un albero sintattico completo con radice nell'assioma.

E[0]

$(0 \equiv S \rightarrow \bullet(A|B), p=0)$   
 $(3 \equiv A \rightarrow \bullet aAb | \bullet ab, p=0)$   
 $(8 \equiv B \rightarrow \bullet aaBb | \bullet aab, p=0)$

a E[1]

$(4 \equiv A \rightarrow a \bullet Ab | a \bullet b, p=0)$   
 $(9 \equiv B \rightarrow a \bullet aBb | a \bullet ab, p=0)$   
 $(3 \equiv A \rightarrow \bullet aAb | \bullet ab, p=1)$

a E[2]

$(10 \equiv B \rightarrow aa \bullet Bb | aa \bullet b, p=0)$   
 $(4 \equiv A \rightarrow a \bullet Ab | a \bullet b, p=1)$   
 $(8 \equiv B \rightarrow \bullet aaBb | \bullet aab, p=2)$   
 $(3 \equiv A \rightarrow \bullet aAb | \bullet ab, p=2)$

b E[3]

$(13 \equiv B \rightarrow aab \bullet, p=0)$   
 $(7 \equiv A \rightarrow ab \bullet, p=1)$   
 $(2 \equiv S \rightarrow B \bullet, p=0)$   
 $(5 \equiv A \rightarrow aA \bullet b, p=0)$

b E[4]

$(6 \equiv A \rightarrow aAb \bullet, p=0)$   
 $(1 \equiv S \rightarrow A \bullet, p=0)$

$S_{1...4}$   
 $|$   
 $A_{1...4}$

$S_{1...4}$   
 $|$   
 $A_{1...4}$   
 $\swarrow \quad \downarrow \quad \searrow$   
 $a \quad A_{2...3} \quad b$

$S_{1...4}$   
 $|$   
 $A_{1...4}$   
 $\swarrow \quad \downarrow \quad \searrow$   
 $a \quad A_{2...3} \quad b$   
 $\swarrow \quad \searrow$   
 $a \quad b$

Se la grammatica è ambigua, l'analisi di una frase produce tutti gli alberi possibili, rappresentati in modo fattorizzato.

ESEMPIO – parsificazione di un linguaggio ambiguo – La grammatica è ricorsiva bilateralmente, quindi ambigua. Analizzata stringa  $a + a + a$

$$S \rightarrow E \quad E \rightarrow E + E \quad E \rightarrow a$$

$$E[0] \quad \begin{array}{|l} S \rightarrow \bullet E, 0 \\ E \rightarrow \bullet E + E \mid \bullet a, 0 \end{array}$$

$$a \ E[1] \quad \begin{array}{|l} E \rightarrow a \bullet, 0 \\ S \rightarrow E \bullet, 0 \\ E \rightarrow E \bullet + E, 0 \end{array}$$

$$+ \ E[2] \quad \begin{array}{|l} E \rightarrow E + \bullet E, 0 \\ E \rightarrow \bullet E + E \mid \bullet a, 2 \end{array}$$

$$a \ E[3] \quad \begin{array}{|l} E \rightarrow a \bullet, 2 \\ E \rightarrow E + E \bullet, 0 \\ E \rightarrow E \bullet + E, 2 \\ S \rightarrow E \bullet, 0 \\ E \rightarrow E \bullet + E, 0 \end{array}$$

$$+ \ E[4] \quad \begin{array}{|l} E \rightarrow E + \bullet E, 0 \\ E \rightarrow E + \bullet E, 2 \\ E \rightarrow \bullet E + E \mid \bullet a, 4 \end{array}$$

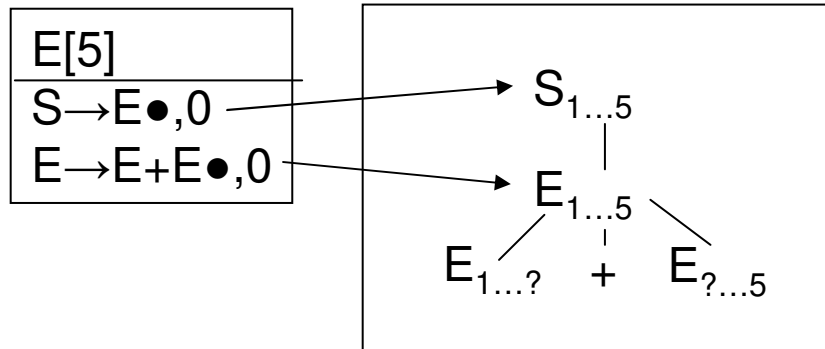
$$a \ E[5] \quad \begin{array}{|l} E \rightarrow a \bullet, 4 \\ E \rightarrow E + E \bullet, 2 \\ E \rightarrow E \bullet + E, 4 \\ E \rightarrow E + E \bullet, 0 \\ E \rightarrow E \bullet + E, 2 \\ S \rightarrow E \bullet, 0 \\ E \rightarrow E \bullet + E, 0 \end{array}$$

NB: linea orizzontale separa successive iterazioni del completamento

NB: se in  $E[i]$  c'è  $(A \rightarrow \alpha, j)$  allora albero  $\triangle_{j+1..i}^A$

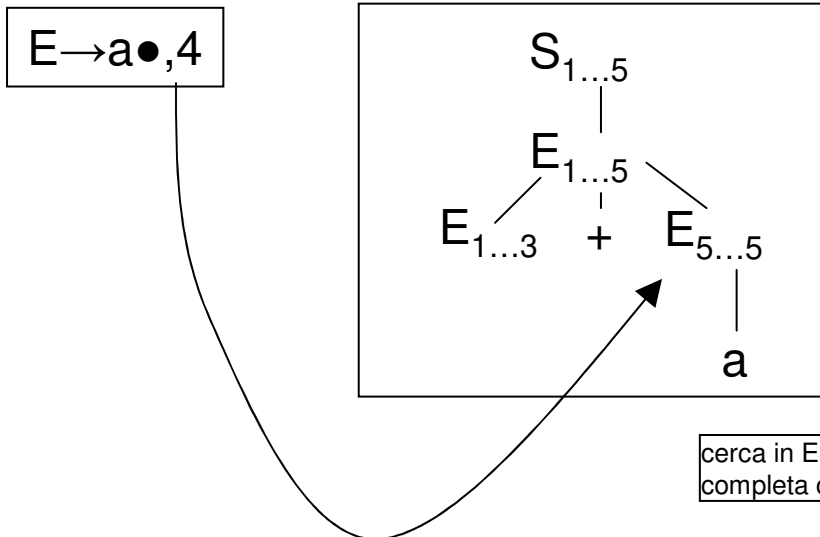
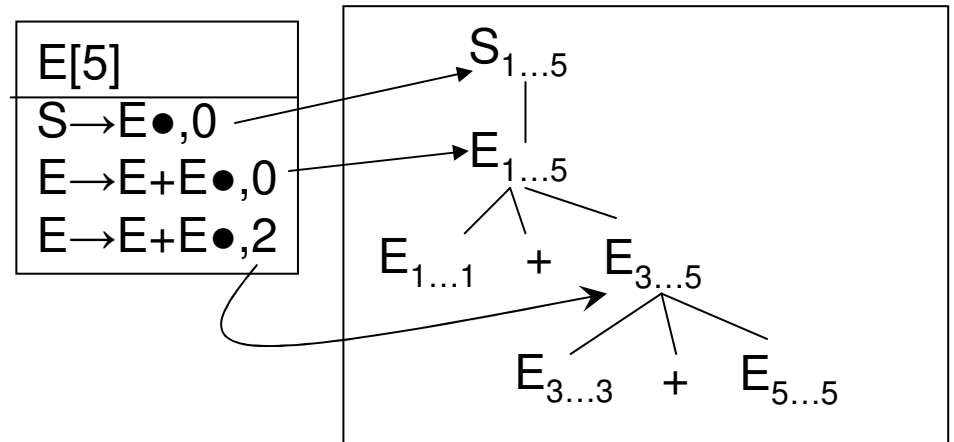
Coppie

I Albero

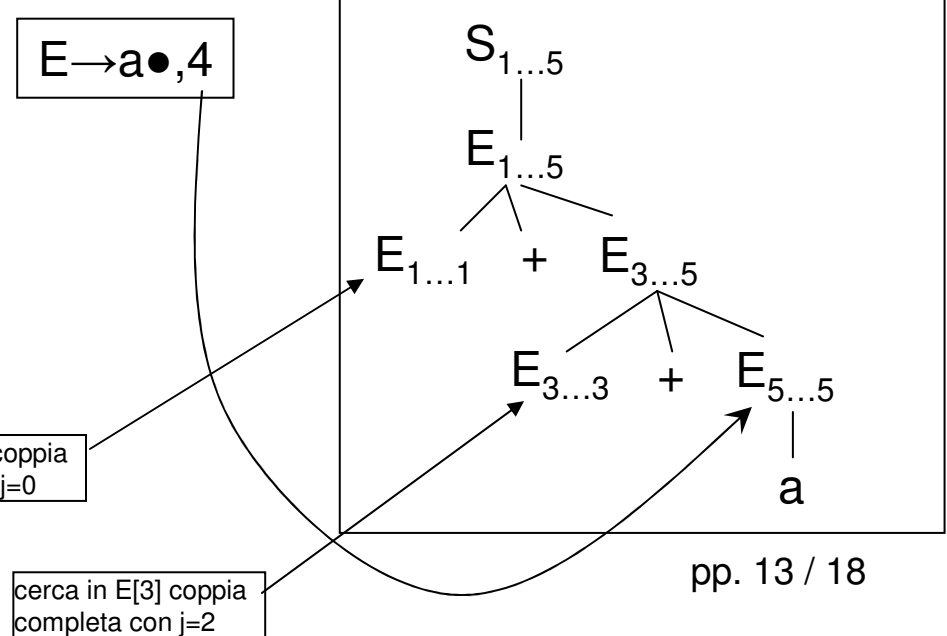


Coppie

II Albero



cerca in  $E[1]$  coppia completa con  $j=0$



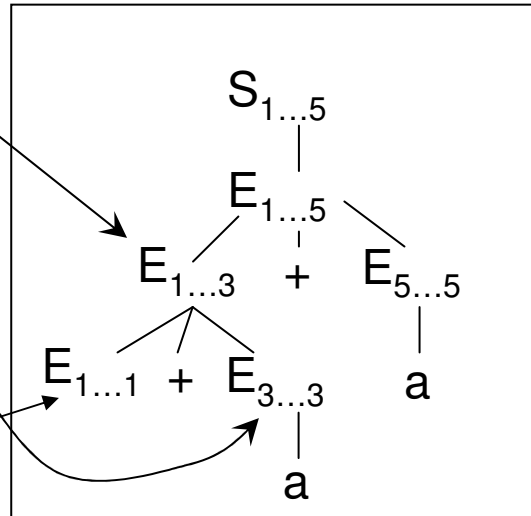
cerca in  $E[3]$  coppia completa con  $j=2$

## Coppie

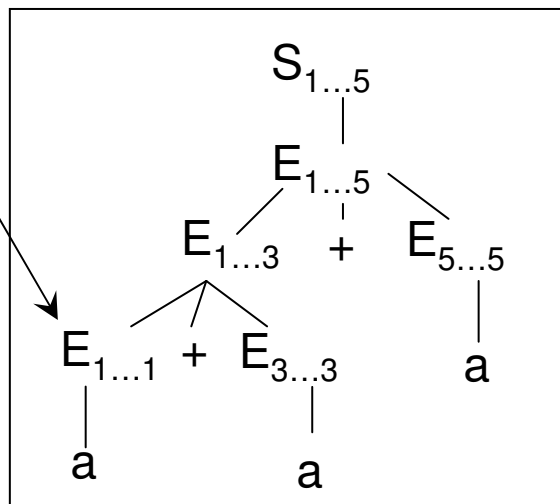
## I Albero

E[3]
$E \rightarrow E + E \bullet, 0$
$E \rightarrow a \bullet, 2$

cerca in E[1] coppia completa con j=0



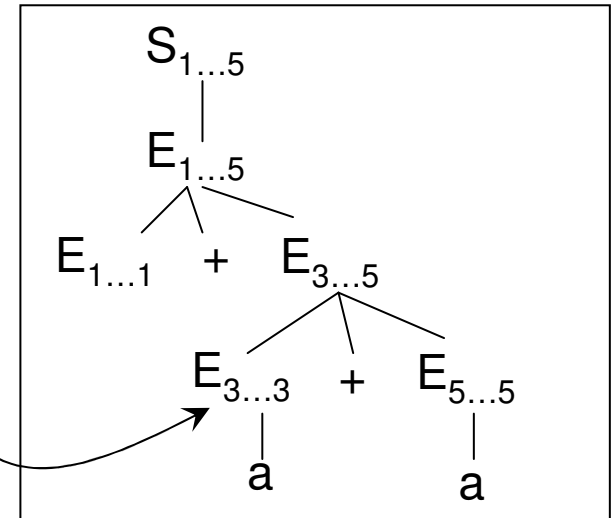
E[1]
$E \rightarrow a \bullet, 0$



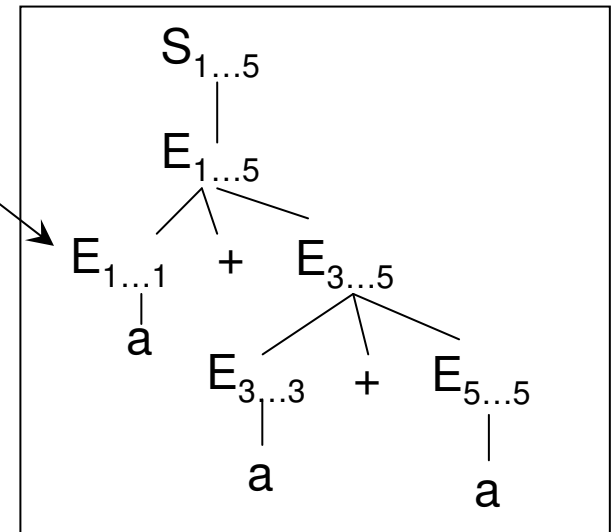
## Coppie

## II Albero

E[3]
$E \rightarrow a \bullet, 2$



E[1]
$E \rightarrow a \bullet, 0$



## TRATTAMENTO DELLE REGOLE VUOTE

L'algoritmo presentato, costruisce due insiemi di coppie:  $E[i]$  che riceve coppie dai passi di predizione e completamento e l'insieme  $E[i + 1]$  che riceve coppie dai passi di scansione.

In presenza di  $\varepsilon$ -regole il *completamento* dovrebbe esaminare l'insieme  $E[i]$  parzialmente costruito, poi chiamare la *predizione*, la quale dovrebbe riattivare il *completamento*, e così via fino a quando nessuna delle due operazioni ha più nulla da aggiungere all'insieme. Questo metodo risulta corretto ma inefficiente.

Il metodo di *Aycock e Horspool* risulta più efficiente e modifica così l'operazione di predizione:

## OPERAZIONE DI PREDIZIONE (con $\varepsilon$ -regole)

per ogni coppia  $(q \equiv A \rightarrow \alpha \bullet B \gamma, j)$  presente in  $E[i]$ ,  
aggiungi all'insieme  $E[i]$  la coppia  $(r \equiv B \rightarrow \bullet \delta, i)$   
dove  $r$  è lo stato iniziale della macchina  $B$   
se  $B$  è annullabile  
aggiungi all'insieme  $E[i]$  anche le coppie  $(s \equiv A \rightarrow \alpha B \bullet \gamma, j)$

Il passo sposta la marca a destra di un simbolo nonterminale, se da esso può derivare la stringa vuota, in accordo con il fatto che la derivazione farebbe sparire il nonterminale stesso



ESEMPIO – Grammatica con tutti i nonterminali annullabili: ALTAMENTE AMBIGUA

$$S' \rightarrow S \quad S \rightarrow AAAA \quad A \rightarrow a \quad A \rightarrow E \quad E \rightarrow \varepsilon$$

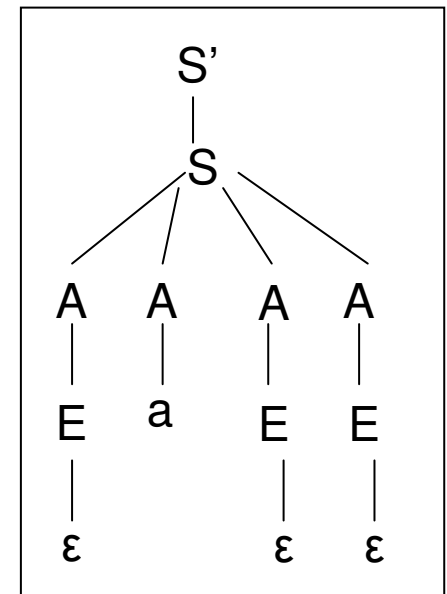
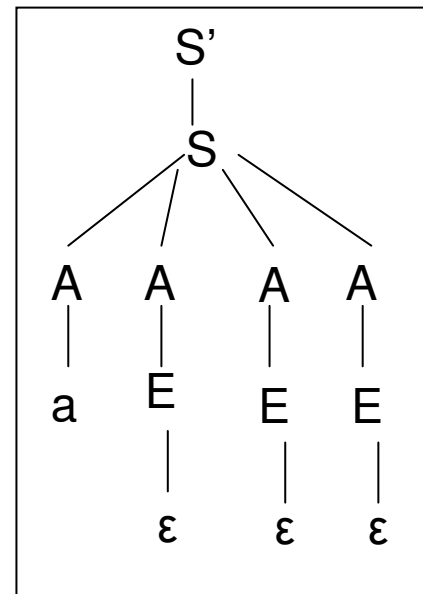
Traccia del riconoscimento della stringa  $a$

$E[0]$

$S' \rightarrow \bullet S, 0$   
 $S \rightarrow \bullet AAAA, 0$   
 $S' \rightarrow S \bullet, 0$   
 $A \rightarrow \bullet a, 0$   
 $A \rightarrow \bullet E, 0$   
 $S \rightarrow A \bullet AAA, 0$   
 $E \rightarrow \bullet, 0$   
 $A \rightarrow E \bullet, 0$   
 $S \rightarrow AA \bullet AA, 0$   
 $S \rightarrow AAA \bullet A, 0$   
 $S \rightarrow AAAA \bullet, 0$

$aE[1]$

$A \rightarrow a \bullet, 0$   
 $S \rightarrow A \bullet AAA, 0$   
 $S \rightarrow AA \bullet AA, 0$   
 $S \rightarrow AAA \bullet A, 0$   
 $S \rightarrow AAAA \bullet, 0$   
 $A \rightarrow \bullet a, 1$   
 $A \rightarrow \bullet E, 1$   
 $S' \rightarrow S \bullet, 0$   
 $E \rightarrow \bullet, 1$   
 $A \rightarrow E \bullet, 1$



eccetera .....

## SVILUPPI DEL METODO DI EARLY

### 1) USO DELLA PROSPEZIONE

Le coppie presenti negli insiemi possono essere arricchite con la prospezione, calcolate come nel metodo LR(1).

Affiancando a ogni coppia un insieme di prospezione l'algoritmo evita di inserire negli insiemi coppie corrispondenti a scelte destinate al fallimento. Ma in questo modo il numero delle coppie per certe grammatiche può aumentare invece che diminuire. I vantaggi della prospezione sono controversi.

Le implementazioni più efficienti del metodo di Early non usano la prospezione.

### 2) GRAMMATICHE BNF ESTESE

L'algoritmo di Early può essere modificato per accettare anche regole grammaticali BNF estese.