

Prova Scritta di INFORMATICA TEORICA  
Aprile 2002

1. Quali fra le seguenti identità sono vere?

$$(a \cup b)^* = a^* \cup b^*$$

$$a(bca)^*bc = ab(cab)^*c$$

$$(a^*b^*)^* = (a^*b)^*$$

$$(ab \cup a)^* = a(ba \cup a)^*$$

Motivare le risposte.

2. Data l'espressione regolare  $(a \cup b(ab^*a)^*b)^*$  costruire un NFA corrispondente.

3. Costruire un *DFA* che riconosce il linguaggio di tutte le parole, sull'alfabeto  $\{a, b\}$  che contengono un numero pari di  $a$  ed un numero di  $b$  che è multiplo di tre.

4. Costruire un *DFA* per il linguaggio

$$L = \{a^n \mid n \text{ è divisibile per 2 o per 3}\}$$

5. Sia  $L$  il linguaggio, sull'alfabeto  $\{a, b, c\}$  costituito da tutte le stringhe  $w$  tali che per ogni  $a$ :

- Se  $a$  è preceduta da una  $b$ , allora può essere seguita o da  $a$  o da  $c$ ;
- Altrimenti,  $a$  può essere seguita o da  $a$  o da  $b$ .

Costruire un *DFA* che riconosce  $L$

6. Dati due linguaggi  $L_1$  ed  $L_2$  sullo stesso alfabeto, la differenza simmetrica tra  $L_1$  e  $L_2$  è definita nel modo seguente:

$$\Delta(L_1, L_2) = (L_1 \setminus L_2) \cup (L_2 \setminus L_1)$$

Si dice che  $L_1$  ed  $L_2$  hanno differenza finita se  $\Delta(L_1, L_2)$  è un linguaggio finito.

Dati due linguaggi regolari  $L_1$  ed  $L_2$ , è decidibile se hanno differenza finita?

Motivare la risposta.

7. Dato il linguaggio

$$\{a^p \mid p \text{ è un numero primo}\}$$

- Esiste un *DFA* che lo riconosce?
- Esiste una grammatica *CF* che lo genera?

Motivare le risposte.

8. Dato il linguaggio

$$\{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$$

Costruire, se esiste, una grammatica *CF* che genera il linguaggio.

9. Sia  $\Sigma = \{a, b\}$ . Introduciamo la seguente notazione:

$$\text{per } x \in \Sigma, \bar{x} = \begin{cases} a & \text{se } x = b \\ b & \text{se } x = a \end{cases}$$

Consideriamo il linguaggio

$$L = \{x_1 x_2 \dots x_n \bar{x}_n x_{n-1}^- \mid n \geq 1, x_i \in \Sigma\}$$

Costruire, se esiste, una grammatica *CF* che genera  $L$ .

10. Qual è il linguaggio generato dalla grammatica seguente?

$$\Omega \rightarrow \Omega\Omega$$

$$\Omega \rightarrow a\Omega b$$

$$\Omega \rightarrow b\Omega a$$

$$\Omega \rightarrow ab$$

$$\Omega \rightarrow ba$$