Prova Scritta di INFORMATICA TEORICA

17 Settembre 2003

1. Sia N l'insieme degli interi non negativi. Una funzione $f : N \to N$ si dice parziale se il suo dominio $Dom(f)$ é un sottinsieme proprio di N.

   Sia $f : N \to N$ una funzione parziale calcolabile da una macchina di Turing e sia $g : N \to N$ una sua estensione cosi definita:

   $$g(n) = \begin{cases} f(n) & \text{se } n \in Dom(f) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

   La funzione g é anch'essa calcolabile da una macchina di Turing? Motivare la risposta.

2. Costruire un DFA che riconosca il linguaggio delle stringhe, sull'alfabeto $\{a, b\}$, tali che abbiano lunghezza pari e la prima a si trovi in una posizione pari.

3. Scrivere un'espressione regolare per il linguaggio nel problema precedente.

4. Si considerino le seguenti identitá tra espressioni regolari:

   $$(ab + b)^* = (ab + a)^*$$

   $$(ab + bb)^* = ((ab)^*(bb)^*)^*$$

   Stabilire se sono valide motivando la risposta.

5. Data l'espressione regolare

   $$(bb^* + a)^*a$$

   costruire, usando l'algoritmo di Berry e Sethi, un automa a stati finiti che riconosce il linguaggio corrispondente.

6. Costruire una grammatica in forma normale di Chomsky che genera il linguaggio del punto 2.

7. Sia L il linguaggio delle stringhe, sull'alfabeto $\{a, b\}$, che contengono il fattore ab, ma mai due volte consecutive. L é regolare? In caso di risposta affermativa fornire un DFA che riconosca il linguaggio.

8. I linguaggi

$$L_1 = \{a^n b^k c^{2n+1} \,|\, k, n > 0\}$$

$$L_2 = \{a^{2n} (ab)^m c^n (ba)^m \,|\, n, m \geq 0\}$$

possono essere generati da grammatiche context-free? In caso di risposta affermativa fornire una grammatica che li genera, altrimenti motivare la risposta.

9. Sia L un linguaggio sull'alfabeto $\{a, b\}$ costituito dalle stringhe tali che possono avere un gruppo pari di a consecutive solo se contengono anche almeno un gruppo dispari di b consecutive. Il linguaggio L é regolare? Motivare la risposta.

10. Fornire un'espressione regolare ed una grammatica per il linguaggio, sull'alfabeto $\{a, b\}$, costituito dalle stringhe in cui in ogni posizione dispari si trova una b.