

Prova Scritta di INFORMATICA TEORICA

21 Gennaio 2003

1. Sia L un linguaggio riconosciuto da una macchina di Turing T e tale che anche il suo complementare L^c é riconosciuto da una macchina di Turing R . Cosa può dirsi sul "membership problem" per L ?
2. Sia L il linguaggio costituito da tutte le parole sull'alfabeto $\{a, b, c\}$ tali che ogni a é seguita da b e nessuna c é seguita da b . Costruire un DFA che riconosce L .
3. Scrivere un'espressione regolare per il linguaggio nel problema precedente.
4. Sia (u, v) una coppia di stringhe sull'alfabeto $\{0, 1\}$, di uguale lunghezza. Se la stringa u viene scritta sopra la stringa v , alla coppia (u, v) si può fare corrispondere una parola sull'alfabeto $\{A, B, C, D\}$ dove

$$A = \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}, \quad B = \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}, \quad C = \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}, \quad D = \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}$$

Ad esempio alla coppia (u, v) con $u = 011$ e $v = 110$ corrisponde la parola BDC .

Sia L il linguaggio sull'alfabeto $\{A, B, C, D\}$ costituito dalle parole corrispondenti a coppie (u, v) tali che v rappresenti in binario un intero che é il doppio di quello rappresentato da u . Ad esempio $BDC \in L$, in quanto u e v rappresentano in binario rispettivamente 3 e 6.

Costruire un DFA che riconosce L .

5. Data l'espressione regolare

$$(a + b(ab)^*b)^*,$$

costruire, usando l'algoritmo di Berry e Sethi, un automa a stati finiti che riconosce il linguaggio corrispondente.

6. Una parola v sull'alfabeto $A = \{a, b, c\}$ si dice *senza quadrati* se, comunque presi $x, y, z \in A^*$, $v = xy^2z$ implica che $y = \epsilon$.

Denotiamo con SQ il linguaggio delle parole senza quadrati sull'alfabeto A . E' noto che il linguaggio SQ é infinito. Esiste un automa a stati finiti che riconosce SQ ? Motivare la risposta.

7. Dati due linguaggi L_1 e L_2 sullo stesso alfabeto, la *differenza simmetrica* tra L_1 e L_2 é definita nel modo seguente:

$$\delta(L_1, L_2) = L_1 \setminus L_2 \cup L_2 \setminus L_1.$$

Si dice che L_1 e L_2 hanno *differenza finita* se $\delta(L_1, L_2)$ é un linguaggio finito. Dati due linguaggi regolari, é decidibile se hanno differenza finita? Motivare la risposta.

8. Costruire una grammatica context-free che genera il linguaggio definito nel problema 2.
9. Costruire una grammatica in forma normale di Chomsky per il linguaggio $\{a^n b^n | n \geq 1\}$.

10. Il linguaggio

$$L = \{a^n b^m c^n d^m | n, m \geq 1\}$$

puó essere generato da una grammatica context-free?