Soluzioni Prova Scritta del 5 Settembre 2007

Anthony Morsellino

10 settembre 2007

Sommario

Manca solo l'esercizio 7. Se qualcuno ha capito come si fa mi farebbe piacere saperlo!

Esercizio 1

L puó esprimersi come segue

$$L = \bigcup_i a_i L' b_i \ , \ a_i, b_i \in \Sigma$$

dove L' é il linguaggio delle stringhe di L a cui é stato tolto il primo e l'ultimo carattere. Essendo L regolare, per le proprietá di chiusura rispetto all'unione e alla concatenazione si ha

$$L \in REG \Rightarrow a_i, b_i, L' \in REG \Rightarrow M = \bigcup_i b_i L' a_i \in REG$$

Quindi M é regolare

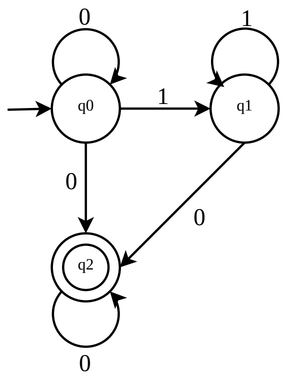
Esercizio 2

L é regolare in quanto puó esprimersi con la seguente espressione regolare

$$a(\Sigma^2)^* a + b(\Sigma^2)^* b + a\Sigma(\Sigma^2)^* b + b\Sigma(\Sigma^2)^* a$$

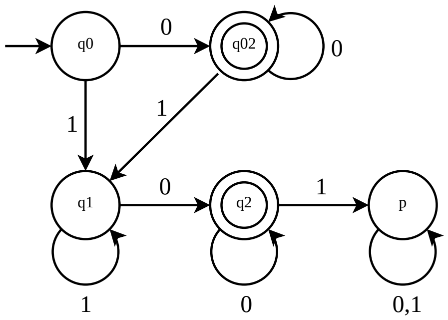
Esercizio 3

Un possibile NFA con tre stati puó essere il seguente



Esercizio 4

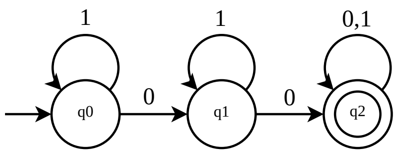
Determinizzando l'NFA precedente si ottiene il seguente DFA



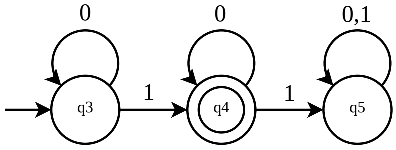
Applicando l'algoritmo di minimizzazione non é possibile trovare un automa con un numero di stati minore. Pertanto, anche togliendo lo stato pozzo p, non si puó ottenere un DFA con tre stati.

Esercizio 5

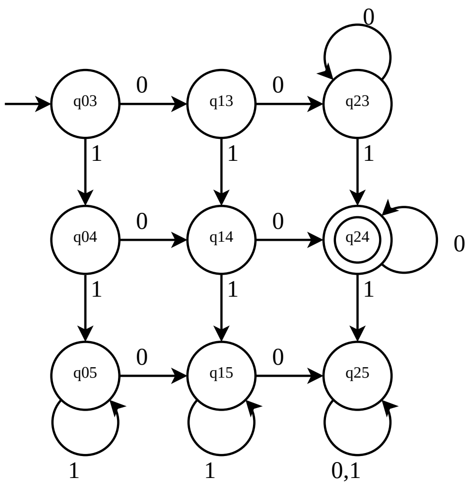
L'automa che riconosce stringhe con almeno due occorrenze di 0 é dato da



L'automa che riconosce al piú un'occorrenza di 1 é dato da



L'automa richiesto si ottiene dall'automa che riconosce l'intersezione



Esercizio 6

1. L_1 é regolare e puó esprimersi con la seguente espressione regolare

$$L_1 = L\Big(a\Big[(a+b)(a+b)\Big]^* a\Big)$$

2. L_2 non é regolare e si dimostra col contronominale del Pumping Lemma, scegliendo la stringa $w = a^N aab^N$. Il fattore iterante y sará formato solo di a ed esisterá un $k \neq 1$ tale che la fattorizzazione xy^kz conterrá un numero di a diverso dal numero di b.
   L_2 é Context-Free poiché é generato da una grammatica Context-Free che ha le seguenti produzioni

$$\Omega \to a\Omega a \mid a\Omega b \mid b\Omega a \mid b\Omega b \mid aa$$

3. L_3 non é regolare e si dimostra con lo stesso procedimento usato per L_2, scegliendo la stringa $w = a^N ab^N a$. L_3 é Context-Free poiché é generato da una grammatica Context-Free che ha le seguenti produzioni

$$\begin{aligned} &\Omega \to Aa \\ &A \to aAa \mid aAb \mid bAa \mid bAb \mid a \end{aligned}$$

Esercizio 7

Mancante

Esercizio 8

É Context-Free poiché é generato da una grammatica Context-Free che ha le seguenti produzioni

$$\begin{aligned} &\Omega \to 0\Omega 0 \mid 0A1 \mid \varepsilon \\ &A \to 0A1 \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Esercizio 9

L non é Context-Free e si dimostra col contronominale del Pumping Lemma per i linguaggi context-free, scegliendo la stringa $w = a^N b^N c^N$. Per ogni fattorizzazione di $w = xuyvz$ soddisfacente le condizioni del teorema, si ha che il fattore uyv puó contenere o a e b, oppure b e c. Nel primo caso scegliendo un $k > 1$ il numero di a o di b risulterá maggiore del numero delle c. Nel secondo caso si sceglie $k = 0$ in modo da avere un numero di c inferiore alle a o alle b. Il caso in cui uyv contiene a e c non puó essere preso in considerazione in quanto $|uyv| \leq N$.

Esercizio 10

$$\Omega \to aa\Omega a \mid aa\Omega b \mid b$$