Wielomian Lagrange'a w postaci Newtona

Maja Andrzejczuk

December 8, 2021

1 Wstep

Moim zadaniem było wyzanczenie wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a w postaci Newtona. Do obliczenia wielomianu miałam użyć uogólniony schemat Hornera. Wzorami z których bede korzystała sa:
Postać Newtona wielomianu interpolacyjnego:

$$p_n(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + c_n(x - x_0)\cdots(x - x_{n-1})$$

Schemat Hornera obliczania wartości wielomianu w postaci Newtona w punkcie x R. Zapiszmy pn(x) jako:

$$p_n(x) = c_0 + (x - x_0)(c_1 + (x - x_1)(\cdots + (x - x_{n-3})(c_{n-2} + (x - x_{n-2})(c_{n-1} + (x - x_{n-1})c_n))\cdots))$$

2 Opis programu Obliczeniowego

2.1 Funkcja - Newton

Funkcja na wejściu przyjmuje: x - wektor wezłów, y - wektor wartości funkcji w podanych wezłach oraz p - wektor argumentów dla których mamy policzyć wartości już zinterpolowanego wielomianu. Funkcja Newton ma za zadanie wyznaczenie wielomianu interpolacyjnego dla podanych wezłów x i odpowiadajacych argumentom x wartości w funkcji. Nastepnie funkcja liczy uogólnionym schematem Hornera wartości wielomianu w podanych argumentach p.

2.2 Funkcja - wywolanie

Funkcja na wejscie przyjmuje x - wektor wezłów, a - poczatek przedziału, b - koniec przedziału, m - ilość punktów na przedziale dla których mamy policzyć wartości, funk - funkcje dla której mamy policzyc wielomian interpolacyjny. Funkcja ma za zadanie narysowanie wykresów: funkcji, wielomianu interpolacyjnego oraz błedu interpolacji. Funkcje i wielomian rysuje na tym samym wykresie oznaczajac innymi kolorami, aby łatwo było porównać ich wartości. Dla łatwości odczytywanie bład wywołuje w innym oknie.

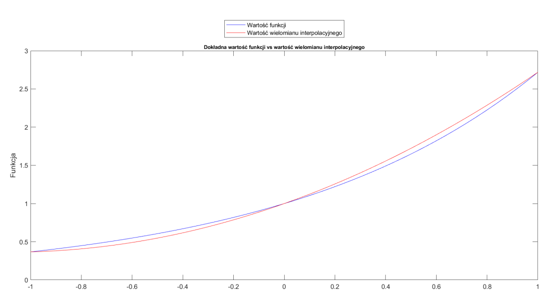

Figure 1: Przykladowy wykres wartości funkcji i wielomianu interpolacyjnego

3 Porównanie błedów interpolacji wzgledem ilości podanych wezłów

Program został przetestowany na wielu przykładach, tutaj pokazuje szczególnie dla 4 funkcji, przy czym maksymalny bład odczytany z wykresu jest maksymalnym błedem interpolacji w badanym przeze mnie zakresie (różnym dla każdej funkcji):

$$func1(x) = exp(x)$$

Liczba wezłów	Maksymalny bład odczytany z wykresu
3	0.0784
5	0.00112
11	2.22022e-10

$$func2(x) = \frac{1}{1+6x^2}$$

Liczba wezłów	Maksymalny bład odczytany z wykresu
3	0.04777
5	0.02195
8	0.004177

$$func3(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + 1$$

Liczba wezłów	Maksymalny bład odczytany z wykresu
3	6.064
4	1.0658e-14

$$func4(x) = x^3 - 5(x-1)^2 + 3$$

Liczba wezłów	Maksymalny bład odczytany z wykresu
3	273
4	2.2734e-13

4 Analiza wyników

Przy coraz wiekszej ilości wezłów metoda jest coraz dokładniejsza, co widać po coraz bardziej zbliżonym lub prawie identycznym kształcie wykresu wielomianu interpolacji do wykresu funkcji oraz po zmniejszajacym sie zakresie błedu interpolacji.