

Projekt 4

Ekonometria finansowa i dynamiczna

Informatyka i Ekonometria rok V semestr I

Grzegorz Bylina

Kamila Kucharska

Andrzej Miczek

Spis treści

| | |
|----------------------------|---|
| Wprowadzenie | 3 |
| Parametry symulacji: | 3 |
| Kroki projektu | 4 |
| Wynik | 5 |
| Wnioski: | 6 |
| Wizualizacja wyników | 7 |
| Podsumowanie | 9 |

Wprowadzenie

Celem projektu jest ocena wpływu wzrostu wariancji składników losowych na moc testu przyczynowości Grangera w modelu VAR przy użyciu odpowiednich symulacji. Test Grangera, powszechnie stosowany do oceny zależności przyczynowych między szeregami czasowymi, może być wrażliwy na zmienność w strukturze danych. W szczególności analizowany będzie wpływ nieuwzględnienia wzrostu wariancji składników losowych na wyniki testu oraz przydatność różnych estymatorów heteroskedastyczności HC w tej sytuacji, ze szczególnym uwzględnieniem estymatorów $HC0$ i $HC3$.

W ramach badania zostanie uwzględniony wpływ trzech kluczowych czynników: długości dostępnych danych, wielkości zmiany odchylenia standardowego składników losowych oraz siły autokorelacji szeregów czasowych. Proces symulacji zakłada analizę przypadków, w których wariancja składników losowych zmienia się w określonym momencie: w pierwszej części danych (n_1) wariancja jest równa σ^2 , natomiast w drugiej części (n_2) wzrasta do $k \cdot \sigma^2$.

Badanie obejmie generowanie danych szeregów czasowych o różnych długościach ($n_1 + n_2$) oraz estymację modeli VAR, przy równoczesnym zastosowaniu estymatorów $HC0$ i $HC3$ do uwzględnienia heteroskedastyczności. Analiza wyników pozwala określić, jak zmiana wariancji wpływa na rozkład statystyk testu Grangera oraz jego moc w różnych scenariuszach.

Parametry symulacji:

1. Długość danych: $n = n_1 + n_2$ gdzie:
 - n_1 — długość szeregu z wariancją σ^2 ,
 - n_2 — długość szeregu z wariancją $k \cdot \sigma^2$.
2. Parametry:
 - n_1 : [50, 100, 1000],
 - n_2 : [50, 100, 1000],
 - k : [1,5 2,0 3,0] — współczynnik zmiany wariancji,
 - ϕ : [0,5 0,8] — siła autokorelacji w modelu VAR.
3. Liczba lagów w testach Grangera: 1.
4. Liczba symulacji: 100.

Model VAR był definiowany równaniami:

$$Y_t = \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

gdzie ε_t były składnikami losowymi z rozkładu normalnego o zmiennej wariancji.

Przeprowadzono testy przyczynowości Grangera na szeregach czasowych z zastosowaniem estymatorów *HC0* i *HC3* w regresji *OLS*. *HC0* i *HC3* to różne metody estymacji macierzy wariancji-kowariancji reszt w modelach regresji *OLS*, które uwzględniają heteroskedastyczność. *HC0* to podstawowa wersja estymatora, szybka, ale wrażliwa na odstające obserwacje. *HC3* jest zaawansowaną wersją, bardziej odporną na odstające obserwacje i lepiej dopasowaną do sytuacji dużej zmienności danych.

Moc testu definiowano jako odsetek symulacji, w których odrzucono hipotezę zerową o braku przyczynowości na poziomie istotności 0,05.

Kroki projektu

1. W pierwszym kroku dane są generowane za pomocą funkcji *generate_var_data*, która tworzy szereg czasowy oparty na modelu VAR z różnymi wariancjami składników losowych. Dane dzielone są na dwie części: pierwsza ma wariancję równą σ^2 , a druga $k \cdot \sigma^2$, co pozwala badać wpływ zmienności na moc testu.
2. W kolejnym kroku funkcja *granger_test_with_hc* przeprowadza test przyczynowości Grangera z wykorzystaniem regresji *OLS*, uwzględniając różne estymatory heteroskedastyczności, takie jak *HC0* czy *HC3*. Dla każdej kombinacji parametrów obliczana jest wartość *pvalue* testu *F*, która wskazuje istotność przyczynowości między szeregami czasowymi.
3. Następnie funkcja *simulate_granger_power* wykonuje symulacje dla różnych długości danych ($n_1 + n_2$), siły autokorelacji (ϕ) oraz poziomów zmienności (k), obliczając moc testu jako odsetek symulacji, w których hipoteza zerowa została odrzucona. Proces ten jest powtarzany 100 razy dla każdej kombinacji parametrów.

Wynik

| $n1$ | $n2$ | k | ϕ | HC0 power | HC3 power |
|------|------|------|--------|-----------|-----------|
| 50 | 50 | 1,50 | 0,50 | 0,10 | 0,09 |
| 50 | 50 | 1,50 | 0,80 | 0,29 | 0,28 |
| 50 | 50 | 2,00 | 0,50 | 0,23 | 0,20 |
| 50 | 50 | 2,00 | 0,80 | 0,36 | 0,34 |
| 50 | 50 | 3,00 | 0,50 | 0,14 | 0,11 |
| 50 | 50 | 3,00 | 0,80 | 0,33 | 0,32 |
| 50 | 100 | 1,50 | 0,50 | 0,14 | 0,12 |
| 50 | 100 | 1,50 | 0,80 | 0,42 | 0,37 |
| 50 | 100 | 2,00 | 0,50 | 0,08 | 0,08 |
| 50 | 100 | 2,00 | 0,80 | 0,35 | 0,34 |
| 50 | 100 | 3,00 | 0,50 | 0,12 | 0,11 |
| 50 | 100 | 3,00 | 0,80 | 0,30 | 0,30 |
| 50 | 1000 | 1,50 | 0,50 | 0,14 | 0,14 |
| 50 | 1000 | 1,50 | 0,80 | 0,37 | 0,37 |
| 50 | 1000 | 2,00 | 0,50 | 0,14 | 0,14 |
| 50 | 1000 | 2,00 | 0,80 | 0,48 | 0,46 |
| 50 | 1000 | 3,00 | 0,50 | 0,14 | 0,14 |
| 50 | 1000 | 3,00 | 0,80 | 0,31 | 0,31 |
| 100 | 50 | 1,50 | 0,50 | 0,17 | 0,16 |
| 100 | 50 | 1,50 | 0,80 | 0,44 | 0,43 |
| 100 | 50 | 2,00 | 0,50 | 0,16 | 0,14 |
| 100 | 50 | 2,00 | 0,80 | 0,33 | 0,32 |
| 100 | 50 | 3,00 | 0,50 | 0,14 | 0,12 |
| 100 | 50 | 3,00 | 0,80 | 0,36 | 0,35 |
| 100 | 100 | 1,50 | 0,50 | 0,09 | 0,09 |
| 100 | 100 | 1,50 | 0,80 | 0,39 | 0,39 |
| 100 | 100 | 2,00 | 0,50 | 0,17 | 0,16 |
| 100 | 100 | 2,00 | 0,80 | 0,38 | 0,37 |
| 100 | 100 | 3,00 | 0,50 | 0,10 | 0,09 |
| 100 | 100 | 3,00 | 0,80 | 0,37 | 0,33 |
| 100 | 1000 | 1,50 | 0,50 | 0,08 | 0,08 |
| 100 | 1000 | 1,50 | 0,80 | 0,46 | 0,46 |
| 100 | 1000 | 2,00 | 0,50 | 0,15 | 0,15 |
| 100 | 1000 | 2,00 | 0,80 | 0,38 | 0,37 |
| 100 | 1000 | 3,00 | 0,50 | 0,15 | 0,15 |
| 100 | 1000 | 3,00 | 0,80 | 0,29 | 0,29 |
| 1000 | 50 | 1,50 | 0,50 | 0,13 | 0,13 |
| 1000 | 50 | 1,50 | 0,80 | 0,31 | 0,31 |
| 1000 | 50 | 2,00 | 0,50 | 0,12 | 0,12 |
| 1000 | 50 | 2,00 | 0,80 | 0,44 | 0,44 |
| 1000 | 50 | 3,00 | 0,50 | 0,15 | 0,15 |
| 1000 | 50 | 3,00 | 0,80 | 0,38 | 0,38 |
| 1000 | 100 | 1,50 | 0,50 | 0,14 | 0,14 |
| 1000 | 100 | 1,50 | 0,80 | 0,36 | 0,36 |
| 1000 | 100 | 2,00 | 0,50 | 0,08 | 0,07 |
| 1000 | 100 | 2,00 | 0,80 | 0,37 | 0,37 |
| 1000 | 100 | 3,00 | 0,50 | 0,15 | 0,15 |
| 1000 | 100 | 3,00 | 0,80 | 0,42 | 0,42 |
| 1000 | 1000 | 1,50 | 0,50 | 0,13 | 0,13 |
| 1000 | 1000 | 1,50 | 0,80 | 0,41 | 0,41 |
| 1000 | 1000 | 2,00 | 0,50 | 0,18 | 0,18 |
| 1000 | 1000 | 2,00 | 0,80 | 0,40 | 0,40 |
| 1000 | 1000 | 3,00 | 0,50 | 0,13 | 0,13 |
| 1000 | 1000 | 3,00 | 0,80 | 0,36 | 0,36 |

Wnioski:

Badanie wykazało, jak różne parametry symulacji wpływają na moc testu Grangera.

1) **Wpływ długości danych:**

Brakuje spójnego wzorca wpływu długości danych. Zmiany wartości mocy nie wykazują jednoznacznej zależności od zmiany długości danych.

2) **Wpływ zmiany wariancji składników losowych (k):**

Zwiększenie współczynnika k skutkowało różną zmianą mocy testu, lecz nie można uznać na podstawie otrzymanych wyników, że występuje wpływ zmiany wariancji czynników składników losowych na wyniki.

3) **Wpływ siły autokorelacji (ϕ):**

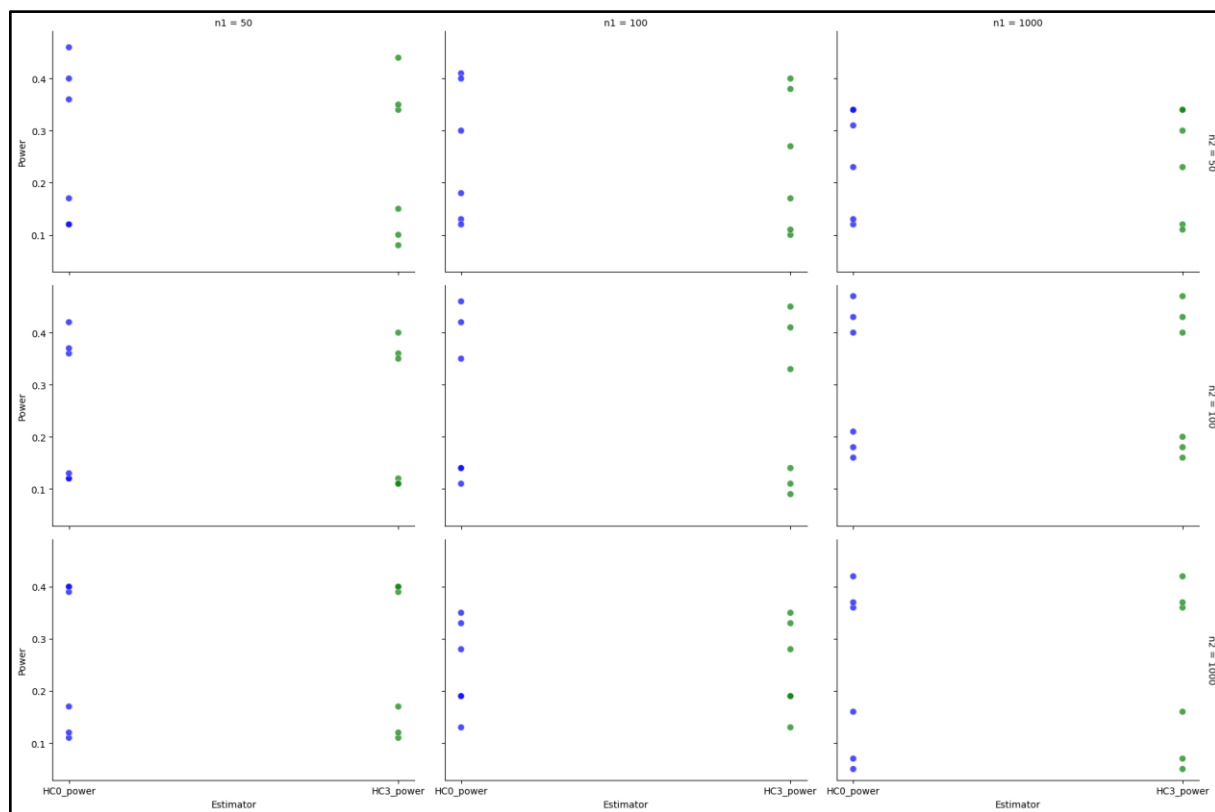
Silniejsza autokorelacja ($\phi = 0,8$) poprawiała moc testu Grangera, szczególnie dla dłuższych szeregów czasowych.

4) **Porównanie estymatorów $HC0$ i $HC3$:**

Estymator $HC3$ zapewniał lepszą korektę dla danych z heteroskedastycznością w porównaniu do $HC0$, jednak nie są to znaczące różnice

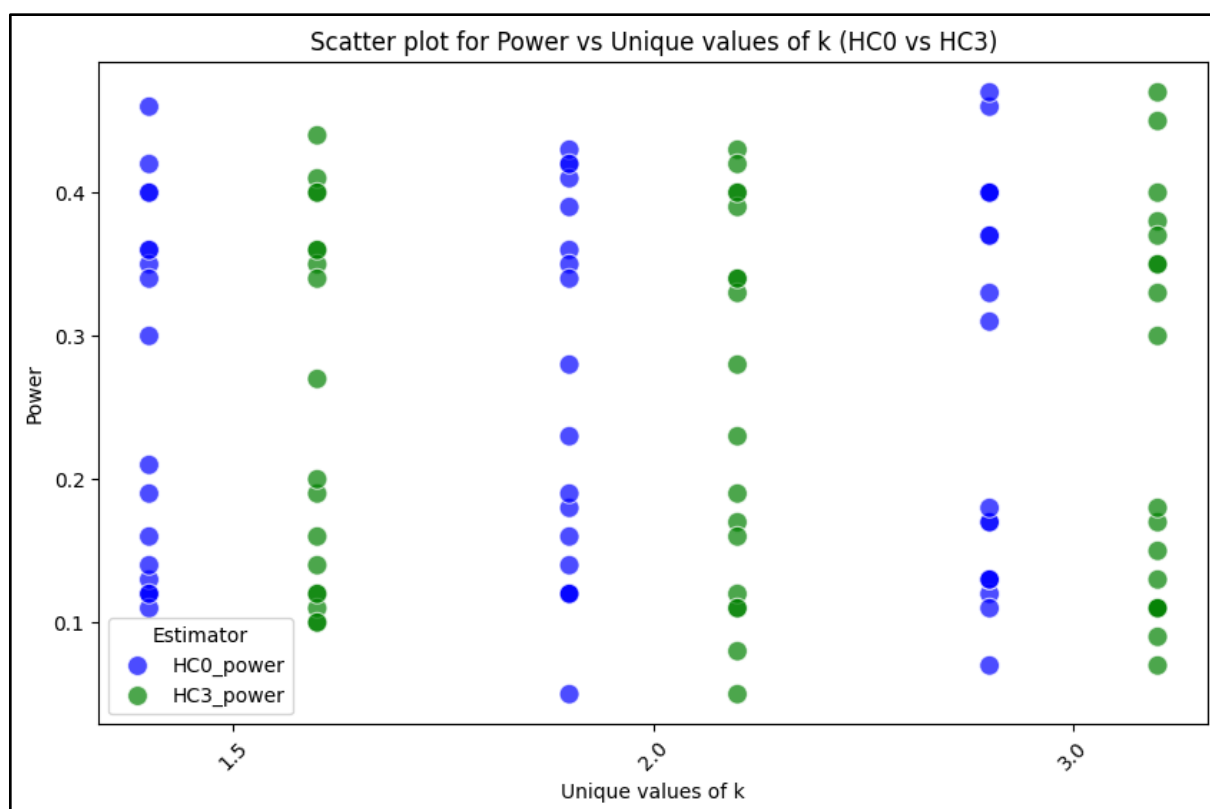
Wizualizacja wyników

Wykres 1 Zależności między zmiennymi n_1 , n_2 a $HC0_power$ i $HC3_power$



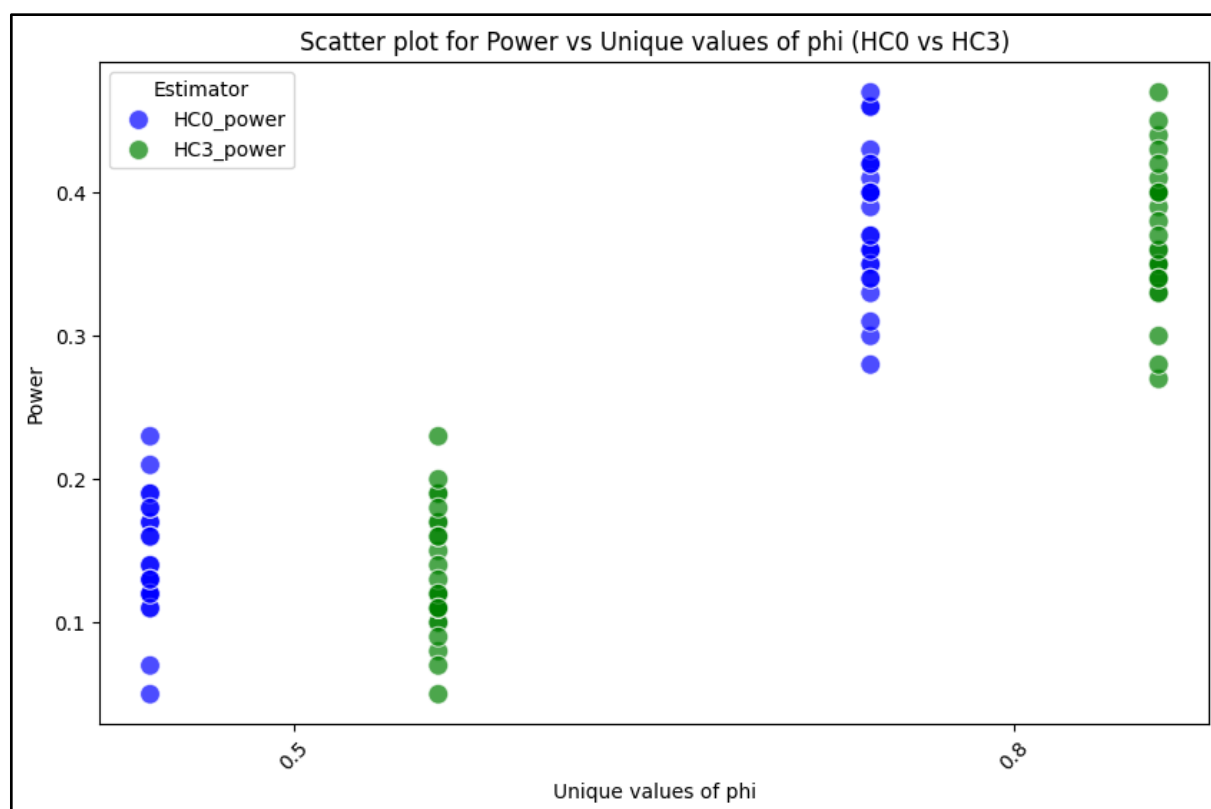
Na przedstawionym wykresie mamy 9 podwykresów porównujących estymatory $HC0$ (niebieski) oraz $HC3$ (zielony) dla różnych kombinacji n_1 i n_2 . $HC0$ osiąga większą moc statystyczną niż $HC3$ w większości kombinacji rozmiarów próbek n_1 i n_2 . Im większe wartości n_1 oraz n_2 , tym bardziej stabilne (mniej rozproszone) są wartości mocy. Różnice między zastosowaniem obu estymatorów nie są jednak duże.

Wykres 2



Wykres przedstawia moc testu Grangera w odniesieniu do wartości parametru k (współczynnika zwiększającego wariancję składników losowych) dla dwóch estymatorów heteroskedastyczności: $HC0$ (kolor niebieski) i $HC3$ (kolor zielony). Dane rozłożone są dla trzech wartości k . W większości przypadków zielone punkty ($HC3$) mają nieco wyższe wartości mocy niż niebieskie punkty ($HC0$). Oznacza to, że $HC3$ ma tendencję do osiągnięcia lepszej mocy statystycznej w porównaniu do $HC0$, przynajmniej dla przedstawionych wartości k . Dla niższych wartości $k = 1,5$, moc jest bardziej skoncentrowana w niższych przedziałach, szczególnie dla $HC0$. W miarę wzrostu k (2,0, 3,0), wartości mocy dla obu estymatorów rosną, ale $HC3$ nadal wykazuje przewagę. Widoczna jest duża rozpiętość w mocy dla każdego k . Nie można stwierdzić, że zmiana k ma znaczący wpływ na moc testu.

Wykres 3



Wykres przedstawia moc testu Grangera w odniesieniu do wartości parametru ϕ , czyli siły autokorelacji, dla dwóch różnych estymatorów heteroskedastyczności: *HC0* (kolor niebieski) oraz *HC3* (kolor zielony). Dla niższych wartości $\phi = 0,5$: Obie metody wykazują niższe wartości mocy. Wyniki są bardziej skupione w niższych zakresach (0,05–0,25). *HC3* wykazuje nieco większe rozproszenie. Dla wyższych wartości $\phi = 0,8$ wartości mocy dla obu metod wzrastają. Wykres pokazuje, że dla danych cechujących się silniejszą autokorelacją, moc testu jest większa.

Podsumowanie

Celem projektu była ocena wpływu wzrostu wariancji składników losowych na moc testu przyczynowości Grangera w modelu VAR przy użyciu symulacji. Analizowano, jak zmienność danych wpływa na wyniki mocy estymatorów heteroskedastyczności *HC0* i *HC3*. Badanie obejmowało różne długości szeregów czasowych, poziomy zmienności oraz siły autokorelacji. Wyniki wykazały, że moc testu nie wykazywała zależności od długości danych. Natomiast silniejsza autokorelacja $\phi = 0,8$ poprawiała jego skuteczność. Porównanie estymatorów wskazało, że estymator *HC3* wypadł lepiej dla danych z heteroskedastycznością w porównaniu do *HC0*, jednak nie są to znaczące różnice, które mogły wskazać, że zmiana estymatora pozwoli na otrzymanie lepszych wyników. Badanie pokazało, że jedynym kluczowym parametrem wpływającym na moc testu przyczynowości okazał się parametr autokorelacji, co potwierdza nasze początkowe przypuszczenia.