INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CATARINENSE
Campus Camboriú

PESQUISA OPERACIONAL - PROGRAMAÇÃO LINEAR

Prof. Angelo Augusto Frozza, M.Sc.

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**

  - A Casa das Rações produz no mínimo 800kg de ração especial por dia.

  - Essa ração especial é uma mistura de milho e soja com as composições elencadas a seguir:

Produto	**KG por KG de ração**		**Custo (R$/Kg)**
	Proteína	**Fibra**	
Milho	0,09	0,02	0,30
Soja	0,60	0,06	0,90

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**

  - A Casa das Rações quer determinar a mistura que gera a ração de mínimo custo diário.

  - Como a ração consiste em milho e preparado de soja, as variáveis de decisão do modelo são definidas como:

    - x_1 = kg de milho na mistura diária
    - x_2 = kg de preparado de soja na mistura diária

  - Os requisitos nutricionais da ração especial são de no mínimo 30% de proteínas e no máximo 5% de fibras.

Solução gráfica em PL - Minimização

- Caso: **Casa das Rações**
  - A função objetivo procura minimizar o custo total diário da ração e, por isso, é expressa como:

$$\textbf{Minimizar } z = 0,3x_1 + 0,9x_2$$

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA CATARINENSE Campus Camboriú

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**

  - As restrições do modelo refletem a quantidade diária necessária e os requisitos nutricionais.

  - Como a Casa das Rações precisa de no mínimo 800kg de ração por dia, a restrição associada pode ser expressa como:

$$\mathbf{x_1 + x_2 \geq 800}$$

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CATARINENSE
Campus Camboriú

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**

  - Quanto à restrição ao requisito nutricional de proteína, a quantidade de proteína presente em x_1 kg de milho e x_2 kg de preparado de soja é

    $$\mathbf{0{,}09x_1 + 0{,}6x_2} \text{ por kg}$$

  - Essa quantidade deve ser igual a no mínimo 30% do total da mistura das rações (x_1 + x_2) kg, ou seja:

    $$\mathbf{0{,}09x_1 + 0{,}6x_2 \geq 0{,}3(x_1 + x_2)}$$

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**
  - De modo semelhante, o requisito de no máximo 5% de fibras é expresso por

$$\mathbf{0{,}02x_1 + 0{,}06x_2 \leq 0{,}05(x_1 + x_2)}$$

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**

  - Simplifica-se as restrições passando os termos em x_1 e x_2 para o lado esquerdo de cada desigualdade, deixando somente uma constante do lado direito

  - Por fim, o modelo completo fica

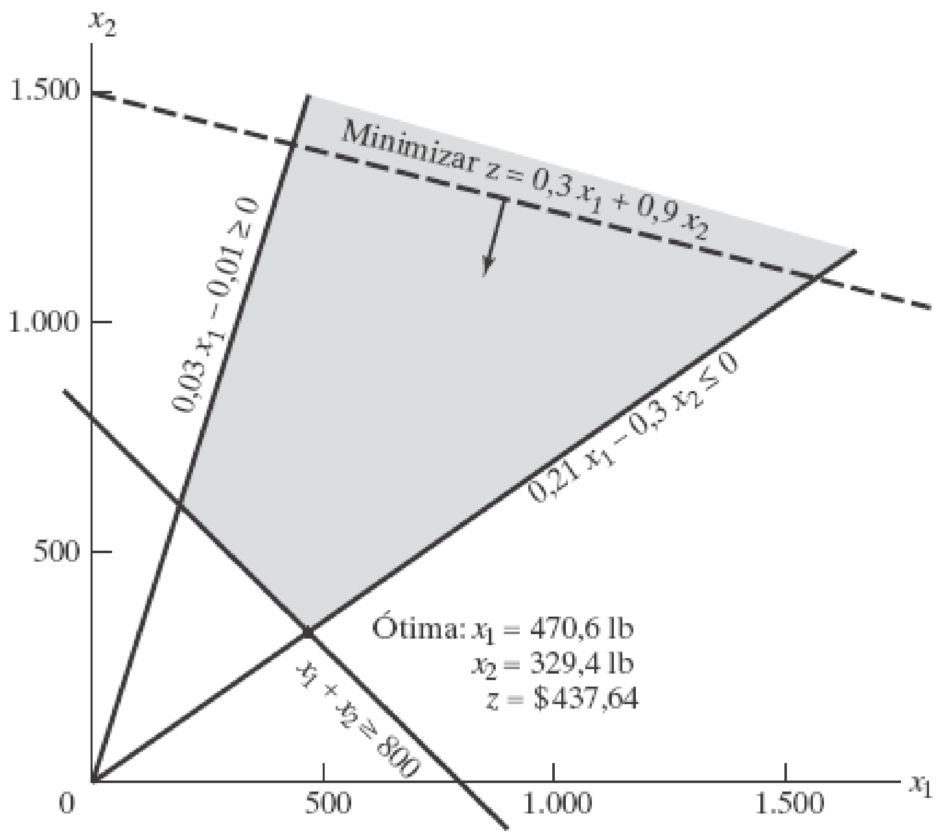
$$\textbf{Minimizar } z = 0{,}3x_1 + 0{,}9x_2$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\geq 800 \\ 0{,}21x_1 - 0{,}30x_2 &\leq 0 \\ 0{,}03x_1 - 0{,}01x_2 &\geq 0 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Desenhando o gráfico:**

Figura 2.3
Solução gráfica do modelo da dieta



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CATARINENSE
Campus Camboriú

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Acertando as restrições**

$$\mathbf{0{,}09x_1 + 0{,}6x_2 \geq 0{,}3(x_1 + x_2)}$$

$$0{,}09x_1 - 0{,}3x_1 + 0{,}6x_2 - 0{,}3x_2 \geq 0$$

$$-0{,}21x_1 + 0{,}3x_2 \geq 0 \quad (-1)$$

$$\mathbf{0{,}21x_1 - 0{,}3x_2 \leq 0}$$

$$\mathbf{0{,}02x_1 + 0{,}06x_2 \leq 0{,}05(x_1 + x_2)}$$

$$0{,}02x_1 - 0{,}05x_1 + 0{,}06x_2 - 0{,}05x_2 \leq 0$$

$$-0{,}03x_1 + 0{,}01x_2 \leq 0 \ (-1)$$

$$\mathbf{0{,}03x_1 - 0{,}01x_2 \geq 0}$$

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Desenhando as retas:**

$x_1 + x_2 \geq 800$

$x1 = 0$

$x2 = 800$ **(0, 800)**

$x2 = 0$

$x1 = 800$ **(800, 0)**

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Desenhando as retas:**

$0{,}21x_1 - 0{,}30x_2 \leq 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = 0$ **(0, 0)**

$x_1 = 200$

$0{,}21 * 200 – 0{,}30x_2 = 0$

$42 – 0{,}30x_2 = 0$

$-0{,}30x_2 = -42$ (-1)

$x_2 = 42 / 0{,}30$

$x_2 = 140$ **(200, 140)**

Solução gráfica em PL - Minimização

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Desenhando as retas:**

$0{,}03x_1 - 0{,}01x_2 \geq 0$

$x_1 = 0$

$x_2 = 0$ **(0, 0)**

$x_1 = 100$

$0{,}03 * 100 - 0{,}01x_2 = 0$

$3 - 0{,}01x_2 = 0$

$- 0{,}01x_2 = -1 \; (-1)$

$x_2 = 1 / 0{,}01$

$x_2 = 100$ **(100, 100)**

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA CATARINENSE Campus Camboriú

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Encontrando a direção da função objetivo (1ª reta):**

$$\boldsymbol{z = 0{,}3x_1 - 0{,}9x_2}$$

$900 = 0{,}3x_1 + 0{,}9x_2$

$9000 = 3x_1 + 9x_2$

$9000 - 3x_1 = 9x_2$

$9000/9 - 3x_1/9 = x_2$

$1000 - 1x_1/3 = x_2$

$x_1 = 0,\ x_2 = 1000$ **(0,1000)**

$x_1 = 1500,\ x_2 = 500$ **(1500,500)**

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CATARINENSE
Campus Camboriú

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Encontrando a direção da função objetivo (2ª reta):**

$\boldsymbol{z = 0{,}3x_1 - 0{,}9x_2}$

$1800 = 0{,}3x_1 + 0{,}9x_2$

$18000 = 3x_1 + 9x_2$

$18000 - 3x_1 = 9x_2$

$18000/9 - 3x_1/9 = x_2$

$2000 - 1x_1/3 = x_2$

$x_1 = 0,\ x_2 = 2000$ **(0,1000)**

$x_1 = 1500,\ x_2 = 1500$ **(1500, 1500)**

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CATARINENSE
Campus Camboriú

Solução Gráfica em PL - Minimização

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Solução:**

$x_1 + x_2 = 800$ (multiplica por -0,21)
$0{,}21x_1 – 0{,}3x_2 = 0$

$-0{,}21x_1 – 0{,}21x_2 = -168$
$0{,}21x_1 – 0{,}3x_2 = 0$
$-0{,}51x_2 = -168$ (multiplica por -1)
$x_2 = 168 / 0{,}51$
$x_2 = 329{,}4$

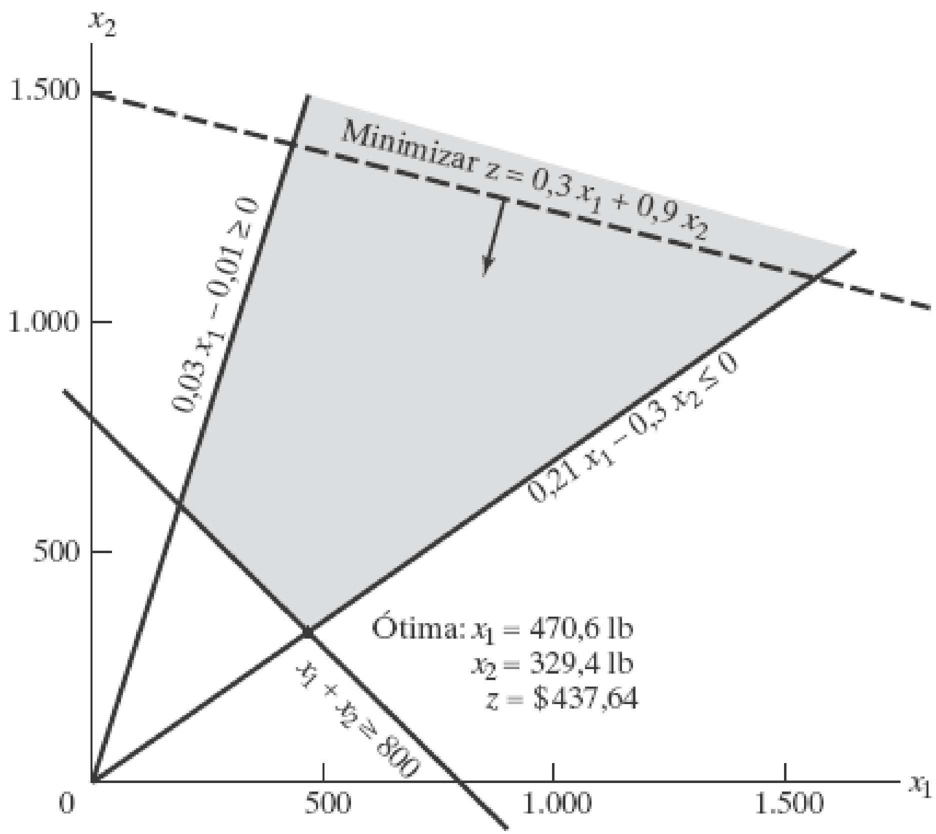
$x_1 + x_2 = 800$
$x_1 + 329{,}4 = 800$
$x_1 = 800 – 329{,}4$
$x_1 = 470{,}6$

$z = 0{,}3x1 + 0{,}9x_2$ (substitui x_1 e x_2 na função objetivo)
$z = 0{,}3 * 470{,}6 + 0{,}9 * 329{,}4$
$z = 141{,}18 + 296{,}46$
$z = 437{,}64$

SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**
  - **Desenhando o gráfico:**

Figura 2.3
Solução gráfica do modelo da dieta



SOLUÇÃO GRÁFICA EM PL - MINIMIZAÇÃO

- Caso: **Casa das Rações**

  - **Comentários:**

    - Como o modelo está minimizando o custo total, poderíamos argumentar que a solução buscará **exatamente** 800 kg;

    - Isso leva a alterar nas restrições que **(x1 + x2) => 800**
      - P.ex.: $0{,}09x1 + 0{,}6x2 \geq 0{,}3 * 800$

    - Se resolvermos o problema com essa formulação, não encontraremos uma solução viável;

    - **<u>Conclusão</u>: Sempre utilize desigualdades, a menos que o problema estipule explicitamente o uso de igualdades.**