

# Behandling av experimentella resultat

## En introduktion för fysikstudenter till hur man ska hantera mätresultat och feluppskattningar

Andréas Sundström

2016-06-10

### Förord

Det här kompendiet är skrivet som en introduktion till feluppskattningar för det svenska IPhO-laget. Jag har försökt fatta mig kort, men jag har en tendens att kunna dra iväg när jag skriver.

Det viktigaste innehållet finns i avsnitt 2, men jag tyckte att det behövs en liten teoretisk bakgrund också, den finns i avsnitt 1. Det avsnittet ska man läsa om man vill få en lite klarare bild om varför feluppskattningarna på det ena eller andra viset. Sedan finns här jag även lagt till ett avsnitt om approximationer. Detta avsnitt hör inte så mycket ihop med resten av det här kompendiet, men det är matnyttigt att kunna göra uppskattningar både för teoretiska och experimentella beräkningar.

Andréas Sundström  
Göteborg, 2016-06-10

## 0 Approximationer

### 1 Statistik

När man gör mätningar vill man oftast ta reda på någon storhets värde – exempelvis periodtiden på en pendel. Med en mätning kan man dock inte säga något om hur bra mätningen var. Men med flera mätningar kan vi börja göra statistik över dem. Då

Jag vill även betona vikten av statistik i framtida vetenskapliga och tekniska karriärer. *Statistik är ett mycket kraftfullt verktyg.* Statistiken, när man börjar behärska den, är mycket mer än bara ”medelvärden och standardavvikelser”; den spelar en väsentlig roll i mer eller mindre all experimentell vetenskap – särskilt vid feluppskattningar.

#### 1.1 Sannolikhetsfördelningar och täthetsfunktioner

Den statistik och sannolikhetslära man får lära sig i gymnasiet brukar för det mesta vara diskret (och ändlig). Alltså att det finns ett ändligt antal möjliga utfall och varje utfall är distinkt. Exempel på detta är tärningskast, lottdragning och kortlekar.

Verkligheten är dock oftast mer komplicerad än så. När man gör mätningar handlar det oftast om mätningar av en reellvärd storhet som t.ex. en längd<sup>1</sup>. Detta betyder att

längden kommer att anta ett reellt antal milimetrar och inte vara begränsad till ett ändligt antal möjliga värden. För att analysera detta behövs statistik för kontinuerliga fördelningar.

Sannolikhetsfördelningar karakteriseras av sin täthetsfunktion, som brukar betecknas  $f$ . Täthetsfunktionen talar om hur sannolikt det är att få ett värde i ett visst intervall. Notera dock att den *inte* kan ge sannolikheten att få ett specifikt värde eftersom det finns (ouppräknerligt) oändligt många möjliga utfall, så sannolikheten att få ett visst exakt värde är 0.

En av de vanligaste fördelningarna är *normalfördelningen*. Den har en täthetsfunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1)$$

där  $\mu$  är fördelningens *väntevärde* och  $\sigma$  är dess *standardavvikelse*.

## 2 Feluppskattningar

När man vill uppskatta hur stora experimentella fel/osäkerheter man har finns det två typer av fel och två typer av feluppskattningar. De två typerna av fel som finns är systematiska och statistiska. Sedan är de två typerna av feluppskattningar som man behöver kunna dels direkt feluppskattning (av statistiska fel), dels propagering av osäkerhet.

### 2.1 Statistiska osäkerheter och hur man uppskattar dem

Säg att det finns en storhet  $x$  som vi vill mäta, men att vi i varje mätning gör ett mätfel  $\delta x$ . Det vi mäter blir då

$$\hat{x} = x + \delta x. \quad (2)$$

Utan någon mer information om  $\delta x$  går det inte att säga så mycket mer från mätningen.

### 2.2 Systematiska fel

### 2.3 Felpropagering

---

<sup>1</sup>”Aha!” tänker ni: atomer och kvantfysik gör att det bara finns diskreta längder. ”Nähä!” säger jag: som fysiker måste man kunna hantera approximationer och veta begränsningarna i sina mätningar. Med en linjal eller skjutmått finns det ingen chans i världen att man skulle kunna stöta på problem orsakade av kvantfysik. Man kan alltså betrakta det som om de möjliga värden som längden kan anta ligger kontinuerligt.